

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СХОДИМОСТИ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ НА ОСНОВЕ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

А.П. Дубень, О.И. Князев, В.А. Сапожников

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, oleeg01@mail.ru

В докладе представлено исследование методики для выявления начальных переходных процессов и оценки статистической погрешности данных в турбулентных потоках, моделируемых с помощью газодинамического солвера как в рамках стационарного моделирования, так и с помощью вихреразрешающих подходов. За основу взят подход, представленный в работе [1]. Также рассматриваются потенциальные улучшения данного метода.

Предполагается, что моделирование какого-либо течения описывается некоторым набором процессов (сигналов), в качестве которых могут выступать как интегральные характеристики (например, аэродинамические силы), так и локальные данные в точках внутри расчетной области. Любой сигнал представляет собой запись случайного процесса $x(t)$, который в какой-то момент после старта расчета с некоторого начального (часто нефизичного) приближения становится статистически стационарным (матожидание и дисперсия наблюдаемой величины перестают меняться), обозначим это время T_t .

Для сигнала $x(t)$ могут быть вычислены статистические ошибки σ величины $\hat{\phi}$ (матожидание или дисперсия) по формуле:

$$\sigma(\hat{\phi}_x) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{\Omega} (\hat{\phi}_{T_w} - \hat{\phi}_T)^2}, \quad (1)$$

где T - длина всей выборки, сигнал разбит на окна различной длины T_w , $T_w \ll T$, $\hat{\phi}_T$ - $\hat{\phi}$ вычисленная по всей выборке, $\hat{\phi}_{T_w}$ - $\hat{\phi}$ вычисленная по окну размером T_w , Ω - множество всех T_w , $\dim \Omega = N$.

Статистические ошибки также могут быть получены [2] при помощи следующих аналитических выражений:

$$\sigma(\hat{\mu}_x) \approx \frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{2B_\mu T}}, \quad \sigma(\hat{\omega}_x) \approx \frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{4B_\omega T}}. \quad (2)$$

Коэффициенты B_μ, B_ω могут быть получены, как наименьшие значения всех B в соответствующих им системах уравнений (1)-(2).

Представляемая в работе методика основана на следующей идее. Рассматривается некоторый сигнал $x(t)$. Выборка данных постепенно сокращается путем удаления записей из начала. Начиная со

времени t_0 (начало обновленной выборки), статистические ошибки пересчитываются с использованием обновленной выборки. Начальный переходный процесс увеличивает значение $\Sigma(t_0) = \sigma(\hat{\mu}_x, t_0) \cdot \sigma(\hat{\sigma}_x, t_0)$ (произведение ошибок оценок матожидания и дисперсии), относительно соответствующей оценки от сигнала без начального переходного процесса. Как только начальный переходный процесс будет удален, то $\Sigma(t_0)$ начнет увеличиваться, в этот раз уже из-за уменьшения длины выборки. Таким образом, ожидается, что T_t будет соответствовать глобальному минимуму функции $\Sigma(t_0)$.

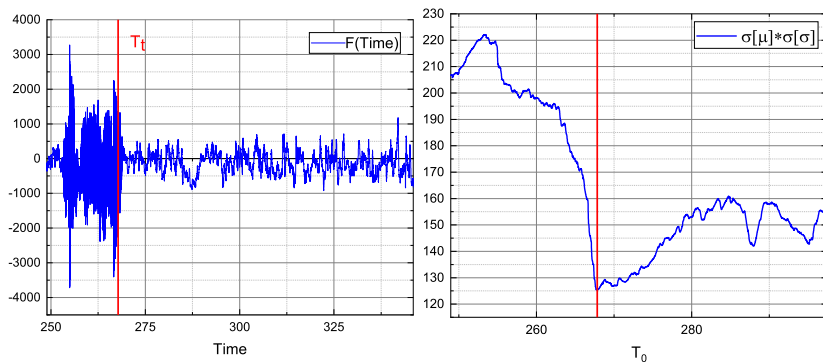


Рис. 1: Пример анализа сходимости по величине $F(t)$

С применением вышеописанной методики был проведен анализ сигналов из различных расчетов. Рассматривались результаты моделирования, полученные как с помощью вихреразрешающих, так и стационарного (RANS) подходов. На рис. 1 представлен один из примеров, демонстрирующий результаты этого анализа. Левый график отображает исходную выборку данных с начальными переходными процессами, и полученным временем T_t . Правый график отображает эволюцию $\Sigma(t_0)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект №22-11-00199

Литература

1. Mockett, C., Knacke, T., Thiele, F.: Detection of initial transient and estimation of statistical error in time-resolved turbulent flow data. In: Proc. 8th International ERCOFTAC Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurement (2010)
2. Bendat J. and Piersol, A., Random data: Analysis and measurement procedures, John Wiley & Sons Inc. (2000)