

ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Материалы защиты • Сведения об автореферате





Ильин И.С.

Квазипериодические орбиты в окрестности точки либрации L₂ системы Солнце-Земля и траектории перелёта к ним в российских космических проектах

Автореферат диссертации

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Ильин И.С. Квазипериодические орбиты в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце-Земля и траектории перелёта к ним в российских космических проектах: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.01. М., 2015. 24 с. URL: http://library.keldysh.ru/avtoref.asp?id=2015-ilin

Ильин Иван Сергеевич

КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИЕ ОРБИТЫ В ОКРЕСТНОСТИ ТОЧКИ ЛИБРАЦИИ L_2 СИСТЕМЫ СОЛНЦЕ-ЗЕМЛЯ И ТРАЕКТОРИИ ПЕРЕЛЁТА К НИМ В РОССИЙСКИХ КОСМИЧЕСКИХ ПРОЕКТАХ

Специальность 01.02.01 Теоретическая механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук Тучин

Андрей Георгиевич, заведующий сектором «Механика и управление движением космических аппаратов» отдела «Механика космического полёта и управление движением»

Института прикладной математики им. М.В.

Келдыша Российской академии наук

Официальные оппоненты: доктор технических наук Петухов Вячеслав

Георгиевич, начальник отдела Научноисследовательского института прикладной механики и электродинамики Московского

авиационного института

кандидат физико-математических наук Заплетин Максим Петрович, доцент кафедры Общих проблем управления Механико-математического факультета Московского Государственного Университета

им. М.В. Ломоносова

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное

учреждение науки «Институт космических исследований» Российской академии наук

(ИКИ РАН)

Защита состоится 19 мая 2015 года в 11^{00} на заседании диссертационного совета Д 002.024.01, созданного на базе Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, расположенного по адресу: 125047, Москва, Миусская пл., 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН http://keldysh.ru.

Автореферат разослан

2015 года.

Учёный секретарь диссертационного совета, доктор физико-математических наук

Т.А. Полилова

Общая характеристика работы

Актуальность работы

Федеральной космической программой предусмотрено размещение двух внеатмосферных обсерваторий на квазипериодических орбитах в окрестности коллинеарной точки либрации L_2 системы Солнце-Земля. Космическую обсерваторию «Спектр-РГ», предназначенную для изучения Вселенной в гамма- и рентгеновском жёстком диапазоне энергий, планируется вывести на траекторию перелёта к точке либрации в 2016 г. На борту космических аппаратов (КА) будет размещена научная аппаратура, разработанная в Институте космических исследований РАН: спектроскоп и временной анализатор галактических и внегалактических излучений ART-XC, а также рентгеновский зеркальный телескоп eROSITA, изготовленный Институтом Макса Планка. Проект внеземной физики Общества «Миллиметрон», предполагающий размещение космической обсерватории миллиметрового и инфракрасного диапазонов длин волн с криогенным телескопом диаметром 10 м на квазипериодической орбите в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце-Земля, планируется реализовать после 2019 г.

Различие проектов с баллистической точки зрения обусловлено разными программами научных экспериментов, приводящим к отличиям в требованиях к рабочим орбитам аппаратов. КА «Спектр-РГ» должен быть размещён на квазипериодической орбите с малой амплитудой в плоскости, ортогональной плоскости эклиптики (не более 600 000 км), в то время как КА «Спектр-М» (проект «Миллиметрон») планируется вывести на квазипериодическую орбиту большим ИЗ плоскости эклиптики (более 800 000 км). выходом Продолжительность обеих миссий составляет 7.5 лет, в течение которых требуется поддержание квазипериодической орбиты заданной амплитуды с помощью манёвров коррекции орбиты. Для обеспечения максимальной энергоэффективности миссий переход на квазипериодическую орбиту в окрестности точки L_2 планируется выполнять по одноимпульсной схеме, используя разгонный блок для перехода с низкой околоземной орбиты на траекторию перелёта. На орбиты КА наложены ограничения, связанные с необходимостью поддержания связи с наземными измерительными пунктами, а также с невозможностью нахождения КА в тени Земли продолжительного времени в связи с энергетическими ограничениями.

Из сказанного выше следует, что задача проектирования квазипериодических орбит с заданными геометрическими характеристиками в

окрестности коллинеарной точки либрации L_2 системы Солнце-Земля, а также траекторий перехода на них с низкой околоземной орбиты практическое применение. Актуальность темы исследования определяется необходимостью создания методической основы для проектирования и реализации указанных научных миссий. Разработанные методы построения квазипериодических орбит позволили существенно снизить характеристической скорости на их поддержание и получить траектории с заданными геометрическими характеристиками. Разработка и анализ различных алгоритмов расчёта коррекций поддержания орбиты позволили затрат характеристической оптимальную точки зрения скорости реализуемости с учётом технических ограничений стратегию маневрирования для поддержания квазипериодической орбиты в окрестности коллинеарной точки либрации. Данная работа использует и развивает вариант метода продолжения по параметру, предложенный М.Л. Лидовым для построения одноимпульсных траекторий перелёта Земля – квазипериодическая орбита в окрестности точки L_2 в рамках задачи трёх тел 1 . К сожалению, работы М.Л. Лидова, посвящённые проектированию квазипериодических орбит для КА «Реликт-2», остались невостребованными в связи с закрытием проекта, поэтому развитие предложенного в работах М.Л. Лидова метода и возвращение к описанной небесно-механической задаче в приложении к новым проектам является актуальным и с методологической точки зрения.

Цель данной работы состоит в разработке методов и алгоритмов баллистического проектирования квазипериодических орбит с заданными геометрическими характеристиками в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце-Земля, а также траекторий перехода на них с низкой околоземной орбиты.

Для этого были поставлены и решены следующие задачи:

1. Поиск начального приближения для одноимпульсной траектории перелёта на выбранный класс квазипериодических орбит на инвариантном многообразии коллинеарной либрационной точки L_2 в рамках задачи трёх тел. Этот метод опирается на вариант метода продолжения по параметру,

 $^{^1}$ Лидов М.Л., Ляхова В.А., Тесленко Н.М. Одноимпульсный перелёт на условно-периодическую орбиту в окрестности точки L_2 системы Земля-Солнце // Космические исследования, 1987, Т. 25, №2, С.163-185.

- предложенный М.Л. Лидовым, и метод Линдштедта-Пуанкаре построения квазипериодических орбит².
- 2. Расчёт траекторий перелёта на множество квазипериодических орбит в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце-Земля с заданными геометрическими характеристиками, с учётом возмущений от нецентральности поля Земли, гравитационного воздействия Солнца, Луны и планет Солнечной системы, а также давления солнечной радиации.
- 3. Расчёт манёвров, реализующих эффективный сценарий удержания КА на выбранной квазипериодической орбите в течение заданного периода времени в рамках модели движения Луны и планет Солнечной системы, использующей современные эфемериды.
- 4. Построение траекторий перелёта, включающих гравитационный манёвр у Луны, позволяющий совершить одноимпульсный переход на квазипериодические орбиты малой амплитуды в окрестности точки L_2 . Метод продолжения по параметру удалось распространить на класс траекторий перелёта с гравитационным манёвром.
- 5. Моделирование ошибок выведения и ошибок исполнения двигателями импульсов коррекций для поддержания квазипериодической орбиты. Расчёт манёвров коррекций на траектории перелёта, обеспечивающих парирование ошибок выведения на траекторию перелёта, а также оценка затрат характеристической скорости с учётом ошибок исполнения манёвров поддержания квазипериодической орбиты.

Научную новизну работы составляют:

- Новый метод расчёта одноимпульсных траекторий перелёта на квазипериодические орбиты в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце-Земля с заданными геометрическими характеристиками, позволяющий учитывать возмущения от нецентральности поля Земли, гравитационное воздействие Солнца, Луны и планет Солнечной системы, а также давление солнечной радиации.
- Новый метод построения одноимпульсных траекторий перелёта на квазипериодическую орбиту малой амплитуды в окрестности точки L_2 системы Солнце-Земля с использованием гравитационного манёвра у Луны с учётом возмущений от нецентральности поля Земли, гравитационного воздействия Солнца и планет Солнечной системы, а также давления солнечной радиации.

_

² Richardson D.L. Analytic Construction of Periodic Orbits About the Collinear Points // Celestial Mechanics, v.22, 1980, pp.241-253.

- Новый метод расчёта манёвров, обеспечивающий поддержание квазипериодической орбиты заданной геометрии в рамках модели, учитывающей возмущения от нецентральности поля Земли, гравитационное воздействие Солнца, Луны и планет Солнечной системы, а также давление солнечной радиации.
- Впервые построенные временные распределения энергоэффективных траекторий, позволяющие находить предпочтительные временные интервалы для запуска КА.

Предложенные для решения поставленных задач методы и алгоритмы виде программного комплекса, используемого баллистического проектирования траекторий для проектов «Спектр-РГ» и «Миллиметрон», предполагающих размещение КА на квазипериодических орбитах в окрестности точки L_2 системы Солнце-Земля. Расчёт траекторий КА выполняется в рамках эфемеридной модели Солнечной системы, разработанной Баллистическом Центре ИПМ ДЛЯ используемой В баллистиконавигационного обеспечения полёта КА «Спектр-Р», серии малых КА фундаментальных космических исследований, а также при проектировании будущих миссий.

С помощью программного комплекса в рамках полной баллистической модели Солнечной системы впервые:

- 1. рассчитано множество квази гало-орбит, имеющих большую амплитуду в направлении, ортогональном плоскости эклиптики, отвечающее требованиям проекта «Миллиметрон»;
- 2. построено множество квазипериодических орбит, отвечающее требованиям проекта «Спектр-РГ»;
- 3. построены карты полученных решений, позволившие установить структуру временного и энергетического распределения траекторий перехода на квазипериодические орбиты различных типов и определить оптимальные окна старта для миссий «Спектр-РГ» и «Миллиметрон».

Практическая значимость

В диссертационной работе решена важная прикладная задача проектирования квазипериодических орбит с заданными геометрическими характеристиками в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце-Земля, а также траекторий перехода на них с низкой околоземной орбиты, что позволило рассчитать траектории для миссий «Спектр-РГ» и «Миллиметрон»,

принятые на момент написания диссертационной работы в качестве номинальных.

Проведено моделирование ошибок выведения КА на траекторию перелёта, получены оценки затрат характеристической скорости на исполнение манёвров коррекций траектории перелёта, позволяющих парировать ошибки выведения. Рассчитана стратегия поддержания квазипериодической орбиты с учётом ошибок исполнения манёвров коррекций по модулю и направлению. Данные расчёты позволили получить реалистичную оценку запасов характеристической скорости, необходимых для реализации миссий «Спектр-РГ» и «Миллиметрон».

Решена задача определения оптимальных окон старта для перехода на траекторию перелёта на квазипериодическую орбиту от Земли.

Результаты, изложенные в диссертации, могут быть использованы в будущих проектах, предполагающих размещение КА в окрестности коллинеарных либрационных точек.

Апробация работы и публикации

Результаты работы изложены в девяти печатных работах, в том числе в трёх изданиях, рекомендованных ВАК [1-3]. Опыт автора в работе по баллистико-навигационному обеспечению космических миссий, нашедший применение при баллистическом проектировании траекторий полёта КА «Спектр-РГ» и «Спектр-М», отражён в статье [3].

Основные результаты диссертации докладывались автором на следующих семинарах и конференциях:

- The Third Moscow Solar System Symposium 3M-S3, Институт космических исследований PAH. The ballistic support of the "Spectr-RG" spacecraft flight to the L_2 point of the Sun-Earth system, 8-12 октября 2012 г., Москва, Россия.
- International Conference "Developing Space". Guidance and ballistic support of spacecraft flight to the Sun-Earth system L_2 point, 17-19 декабря 2014 г., Париж, Франция.
- XXXVII Королёвские чтения, секция «Прикладная небесная механика и управление движением». Баллистическое проектирование полёта космического аппарата к точке L_2 системы Солнце-Земля, 29 января 1 февраля 2013 г., Москва, Россия.

- II Международная конференция «Высокопроизводительные вычисления математические модели и алгоритмы», БФУ им. И. Канта. Математическое моделирование квазипериодического движения космического аппарата в окрестности точки L_2 системы Солнце-Земля, 3-5 октября 2013 г., Калининград, Россия.
- The Fourth Moscow Solar System Symposium 4M-S3, Институт космических исследований PAH. Quasi periodic orbits in the vicinity of the Sun-Earth system L_2 point and their implementation in "Spectr-RG" and "Millimetron" missions, 14-18 октября 2013 г., Москва, Россия.
- 24th International Symposium on Space Flight Dynamics, John Hopkins University, Applied Physics Laboratory. Quasi-periodic orbits in the vicinity of the Sun-Earth system L_2 point and their implementation in "Spectr-RG" and "Millimetron" missions, 5-9 мая 2014 г., Лаурел, Мэриленд, США.
- 65th International Astronautical Congress, Astrodynamics Symposium, отделение "Mission design, operations and optimization". Quasi-periodic orbits in the vicinity of the Sun-Earth system *L*₂ point and their implementation in "Spectr-RG" and "Millimetron" missions, 29 сентября 3 октября 2014 г., Торонто, Канада.
- Семинар по механике, управлению и информатике Института Космических Исследований РАН. Руководитель: д.ф.-м.н. Р.Р. Назиров, 17 декабря 2014 г., Москва, Россия.
- Расширенный семинар отдела № 5 «Механика космического полёта и управление движением» Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. Руководитель: д.ф.-м.н., проф. Ю.Ф. Голубев, 12 февраля 2015 г., Москва, Россия.

Личный вклад автора

Содержание диссертации и её основные результаты отражают персональный вклад автора в опубликованных работах. Соавторы участвовали в подготовке полученных результатов к публикации, однако вклад диссертанта был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и библиографии. Общий объём диссертации составляет 153 страницы с 82 рисунками и 11 таблицами. Список использованных источников содержит 62 наименования.

Содержание работы по главам

Введение

Обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту положения. Также приводятся ссылки на печатные работы диссертанта и список конференций, на которых докладывались основные результаты работы.

Глава 1. Динамика в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце-Земля в рамках ограниченной круговой задачи трёх тел

Вводная часть первой главы содержит краткий обзор существующих методов построения периодических и квазипериодических орбит в окрестности коллинеарных точек либрации. Первый раздел главы посвящен рассмотрению динамики ограниченной круговой задачи трёх тел, в частности, динамике в точек либрации. Известно, окрестности коллинеарных что дифференциальных уравнений движения, описывающих задачу трёх тел, имеет пять стационарных решений – три коллинеарные точки либрации L_1 , L_2 , L_3 и две треугольные – L_4 , L_5 . Исследуемой в работе точке либрации L_2 отвечает положение равновесия (стационарное решение) системы $x = x_0 > 0$, y = z = 0 во вращающейся системе координат (СК) с центром в Земле, ось X сонаправлена вектору Солнце-Земля, ось У совпадает с направлением движения Земли вокруг Солнца, ось Z дополняет систему до правой. Малые колебания материальной точки в окрестности точки L_2 описываются линеаризованными уравнениями движения, их решение имеет вид:

$$x = A\cos(\omega_{1}t + \varphi_{1}) + Ce^{\lambda t} + De^{-\lambda t},$$

$$y = -k_{2}A\sin(\omega_{1}t + \varphi_{1}) + k_{1}(Ce^{\lambda t} - De^{-\lambda t}),$$

$$z = B\cos(\omega_{2}t + \varphi_{2}),$$
(1)

Уравнения записаны во вращающейся СК с центром в точке L_2 , ось X сонаправлена с вектором Земля-Солнце, ось Y сонаправлена вектору скорости Земли, ось Z дополняет систему до правой; A, B, C, D — постоянные интегрирования.

Поскольку собственные значения матрицы системы линеаризованных уравнений движения ограниченной круговой задачи трёх тел в трёх коллинеарных точках либрации принимают значения $\{\pm i\omega_1, \pm i\omega_2,$

 $\pm \lambda$ }, $\omega_1, \omega_2, \lambda > 0$, в линейном приближении это особые точки как система дифференциальных центр \times центр \times седло. Так движения ограниченной круговой задачи трёх тел автономна, обладает первым интегралом и стационарным решением, к ней можно применить теорему Ляпунова о существовании периодических решений, называемых обычно его именем. Согласно центральной теореме Ляпунова³, благодаря наличию части центр × центр каждая коллинеарная равновесная точка производит два семейства периодических орбит, однопараметрических вертикальных периодических орбит семейства плоских или Семейство плоских орбит имеет период $T \approx 2\pi / \omega_1$ и близко решениям линеаризованных уравнений движения при B = C = D = 0. В решениях этого семейства $z \equiv 0$ – материальная точка не покидает плоскости *XY*. Семейство вертикальных орбит имеет период $T \approx 2\pi/\omega_2$ и близко решениям (1) при A = C = D = 0. Условие существования этого семейства – отношение ω_2 / ω_1 не должно быть целым числом. В данном случае это условие выполнено. Наряду с семействами периодических орбит Ляпунова при возрастании линейная устойчивость орбит меняется и возникают бифуркационные орбиты, среди которых появляются другие семейства периодических орбит. Первое семейство, отделяющееся от семейства плоских орбит Ляпунова, относится к периодическим орбитам, трёхмерным симметричным относительно плоскости y = 0, это так называемые гало-орбиты. Периодичность гало-орбит обусловлена совпадением частот колебаний в плоскости ХУ и по оси Z. При отделении порождаются два семейства гало-орбит, северное и южное. Название этих семейств происходит из того факта, что в проекции на плоскость YZ вращающейся СК, этот класс орбит с Земли выглядит как гало вокруг Солнца (для точки L_1). Если частоты колебаний в различных плоскостях существенно является непериодическим, отличаются, движение траектория движения называется орбитой Лиссажу. Орбиты Лиссажу являются квазипериодическими. Подобные орбиты ΜΟΓΥΤ существовать окрестности вертикальных периодических орбит, так и в окрестности галоорбит. Рис. 1 4 изображает вышеописанные классы орбит в окрестности точки либрации L_2 . Чёрным цветом обозначено положение Земли и орбита Луны. Синим цветом – плоская орбита Ляпунова (лежит в плоскости эклиптики) и

 $^{^3}$ Малкин И.Г. Некоторые задачи теории нелинейных колебаний. – М.: Едиториал УРСС, 2004. - 496 с.

⁴ Kolemen E., Kasdin N.J., Gurfil P. Quasi-Periodic Orbits of the Restricted Three-Body Problem Made Easy // New Trends in Astrodynamics and Applications III (AIP Conference Proceedings Volume 886). 2007, pp. 68-77.

вертикальная орбита Ляпунова, ортогональная плоскости эклиптики. Вокруг неё зелёным цветом — квазипериодическая орбита Лиссажу. Красным цветом изображена квазипериодическая гало-орбита, лежащая в окрестности периодической гало-орбиты (чёрный цвет).

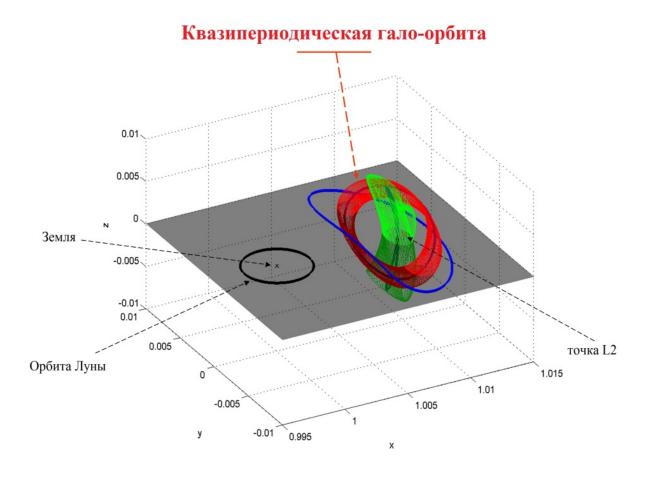


Рис. 1. Семейства периодических и квазипериодических орбит в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце–Земля

Седловая компонента фазового исследуемой потока системы уравнений, дифференциальных соответствующая положительному собственному значению λ , сообщает окрестности коллинеарных точек либрации динамику неустойчивого равновесия. В частности, для точек L_1 и L_2 собственное значение λ велико наблюдается ярко выраженная вследствие неустойчивость, чего невозможно представить фазовое пространство в окрестности эти точек с помощью отображения Пуанкаре, c использованием прямого численного моделирования. Неустойчивое поведение необходимо исследовать более тонкими методами, чем линеаризация. Существует два подхода к решению

аналитический и численный. В качестве примера аналитического подхода можно назвать метод Линдштедта-Пуанкаре разложения решения в ряд по степеням амплитуд колебаний для построения приближения высокого порядка к периодическому решению — подобный подход использован, в частности, в работе Д. Ричардсона⁵; рассмотрению метода Ричардсона посвящен второй раздел главы. Численный подход используется для явного вычисления орбит (периодических или квазипериодических), принадлежащих центральному многообразию.

Коллинеарные точки либрации с гиперболическим характером неустойчивости L_i , i=1,2,3 имеют два связанных одномерных инвариантных многообразия, каждое с двумя ветвями. В линейном приближении потока, одна ветвь неустойчивого многообразия W_-^u уходит в область $\left\{x < x_{L_i}, y > 0\right\}$, а другая ветвь W_+^u уходит в область $\left\{x > x_{L_i}, y < 0\right\}$. Благодаря симметрии ограниченной круговой задачи трёх тел, устойчивые ветви W_-^s , W_+^s приходят из областей $\left\{x < x_{L_i}, y < 0\right\}$, $\left\{x > x_{L_i}, y > 0\right\}$ соответственно.

Поскольку коллинеарные точки либрации носят гиперболический характер неустойчивости, орбиты семейств Ляпунова, так же как и галоорбиты, его наследуют - периодические орбиты имеют устойчивое и неустойчивое многообразия, W^s и W^u соответственно, с поведением, похожим на вышеописанное. Эти многообразия представляют собой двумерные цилиндры $R \times S^1$. Геометрически их можно рассматривать как двумерные трубки, приближающиеся (в положительном и отрицательном направлениях по времени) к периодической орбите, то есть траектории, принадлежащие инвариантным многообразиям, стремятся (в положительном и отрицательном направлениях) к периодической орбите.

Если в качестве рабочей орбиты космического аппарата выбирается орбита на центральном многообразии (орбита Лиссажу или квази гало-орбита), тогда орбиты её устойчивого многообразия естественным образом следует использовать в качестве орбит для перелёта с низкой околоземной орбиты на выбранную орбиту в окрестности точки либрации.

Третий раздел первой главы содержит краткий обзор зарубежных миссий, использовавших особенности динамики в окрестности коллинеарных точек либрации систем Солнце-Земля и Земля-Луна.

⁵ Richardson D.L. Analytic Construction of Periodic Orbits about the Collinear Points // Celestial Mechanics, v.22, 1980, pp.241-253.

Глава 2. Построение начального приближения для множества траекторий перехода с низкой околоземной орбиты на квазипериодическую орбиту в окрестности точки L_2 системы Солнце-Земля с помощью метода изолиний

Поиск одноимпульсных траекторий перелёта \mathbf{c} низкой околоземной орбиты на квазипериодическую орбиту в окрестности Солнце-Земля либрации L_2 системы точки выполняется многообразиях коллинеарной точки либрации инвариантных продолжения помощью варианта метода ПО параметру, предложенного М.Л. Лидовым и развитого в данной работе. Основная идея метода заключается в построении отображения параметров квазипериодической орбиты в параметры геоцентрической орбиты перелёта. Для ЭТОГО выполняется вычисление траектории квазипериодической некоторой орбиты обратном точки пересечения низкой времени до момента направлении ПО околоземной орбитой. Движение КА по квазипериодической орбите описывается решением линеаризованной в окрестности точки L_2 системы уравнений движения ограниченной круговой задачи трёх тел (1). Выбрав точку, принадлежащую данному решению, продолжим направлении отрицательного времени. Начало отсчёта выбирается таким образом, что при $t = t_0$ выполняется равенство: $x_1 = x_1^*$, где $x_1^* = -\theta \cdot r_L$, r_L – расстояние от Земли до точки L_2 . Выбором θ в интервале $\left| \frac{2}{3}, \frac{3}{4} \right|$ можно удовлетворить следующим условиям: если траектория начинается в окрестности Земли и является асимптотической к квазипериодической орбите, расположенной в достаточно малой окрестности L_2 , то такая траектория обязательно пересечёт плоскость $x_1 = x_1^*$. При этом характеристики траектории для $|x_1| < |x_1^*|$ должны удовлетворительно описываться решениями задачи двух тел, а при $|x_1| > |x_1^*|$ линейным приближением (1). Асимптотичность траектории (асимптотическое приближение к условно-периодической орбите) в рамках

$$D = x_1^* + r_L - A\cos\varphi_1 \tag{2}$$

такого приближения определяется условием C = 0. Из первого уравнения

системы (1) находим

Тем самым при t=0 координаты x_1, x_2, x_3 и скорости $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3$ в геоцентрической невращающейся СК оказываются однозначными функциями четырёх параметров квазипериодической орбиты: $A, B, \varphi_1, \varphi_2$. Преобразуя вектор $\left(x_1, x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3\right)^{\rm T}$ в набор кеплеровых элементов геоцентрической орбиты ${\bf v}_\pi, \omega, \Omega, i, r_\pi, \tau$, находим значение r_π . Траектории одноимпульсного перелёта выделяются условием на расстояние перицентра $r_\pi=R_3+h=r_\pi^*$, где R_3 – радиус Земли, r_π^* – заданная высота перицентра промежуточной орбиты выведения.

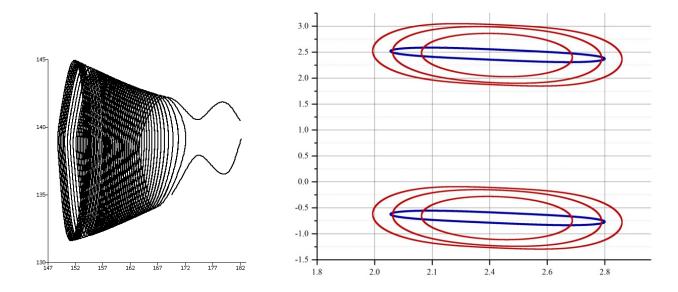
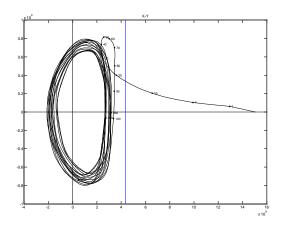


Рис. 2. Слева: изолинии функции высоты перицентра от параметров квазипериодической орбиты, построенные для квазипериодических орбит с амплитудами $\theta_{\rm A}=0.14$, $\theta_{\rm B}=0.1$ для перелёта с гравитационным манёвром у Луны. Справа: изолинии функции высоты перицентра, построенные для квазипериодических орбит с амплитудами $\theta_{\rm A}=0.18, \theta_{\rm B}=0.1524$; $\theta_{\rm A}=0.19, \theta_{\rm B}=0.1538$; $\theta_{\rm A}=0.20, \theta_{\rm B}=0.1552$ (красный цвет, проект «Спектр-РГ»), $\theta_{\rm A}=0.20, \theta_{\rm B}=0.85$ (синий цвет, проект «Миллиметрон») для случая прямого перелёта в окрестность точки L_2 .

Варьируя значения φ_1, φ_2 в малом диапазоне, можно найти траектории, удовлетворяющие условию $r_\pi \left(\varphi_1, \varphi_2 \right) = r_\pi^*$. Двигаясь по квазипериодической орбите с некоторым шагом по φ_1, φ_2 , построим всё множество траекторий перехода с низкой околоземной орбиты на заданную квазипериодическую орбиту. В работах Лидова данный метод описан как построение изолиний функции высоты перицентра геоцентрической траектории от параметров

квазипериодической орбиты: при фиксированных A и B в плоскости φ_1 , φ_2 строится изолиния, содержащая множество траекторий перехода на выбранную квазипериодическую орбиту.

Метод изолиний функции высоты перицентра от параметров квазипериодической орбиты был распространён на класс одноимпульсных траекторий перелёта на квазипериодические орбиты с использованием гравитационного манёвра у Луны. Использование гравитационного манёвра позволяет получить импульс, необходимый для перехода на более компактные орбиты в окрестности коллинеарной точки либрации.



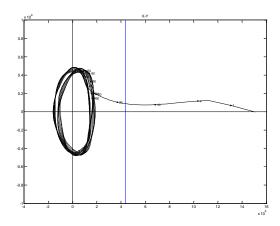


Рис. 3. Слева: квазипериодическая орбита, прямой переход с орбиты выведения. Справа: квазипериодическая орбита, переход на которую осуществлён с использованием гравитационного манёвра у Луны. Проекция траекторий на плоскость XY вращающейся СК с центром в точке L_2 .

Однако гравитационный манёвр у Луны накладывает жёсткие временные ограничения на траектории и снижает надёжность миссии, поэтому для практических задач было решено использовать траектории прямого перелёта в окрестность точки либрации.

Заключительный раздел главы содержит описание алгоритма, позволяющего привязать найденные траектории к выбранной дате старта и выделить те из них, наклонение которых совпадает с наклонением орбиты выведения — это условие позволяет избежать значительных энергетических затрат на изменение наклонения при выведении КА на траекторию перелёта к точке L_2 . На данном этапе движение КА по-прежнему моделируется в рамках задачи трёх тел, однако выполняется уточнение времени старта и привязка времени перехода с орбиты выведения на траекторию перелёта к времени UTC.

Глава 3. Построение траектории перелёта на квазипериодическую орбиту в рамках полной эфемеридной модели Солнечной системы

Первый раздел главы посвящен описанию эфемеридной модели Солнечной системы, используемой в БЦ ИПМ для баллистико-навигационного обеспечения полёта аппарата «Спектр-Р», серии малых КА фундаментальных космических исследований, а так же в других оперативных и проектных работах. Раздел 3.1 содержит описание модели движения КА, учитывающей гравитационное воздействие Солнца, Луны, планет Солнечной системы, а также нецентральность гравитационного поля Луны и давление солнечной радиации на КА. Моделирование движения КА осуществляется с помощью численного интегрирования уравнений движения, учитывающих указанные силы. Стандартные баллистические расчёты (расчёт положения небесных тел на заданный момент времени по ежегоднику, интегрирование уравнений движения КА, расчёт матриц преобразования вектора состояния в стандартные системы координат) выполняются с помощью разработанного в ИПМ программного комплекса ESTK (Earth Space ToolKit).

Второй раздел главы содержит описание алгоритма расчёта параметров перелёта квазипериодическую орбиту траектории на ПО начальному приближению из условия максимального времени пребывания в этой окрестности в рамках полной эфемеридной модели Солнечной системы. скорости КА В перицентре траектории перелёта уточняется градиентным методом из условия максимизации времени пребывания в заданной окрестности точки L_2 после перелёта. Затем вектор начальных условий KA в момент перехода на траекторию перелёта к точке L_2 уточняется по критерию ортогональности вектора скорости плоскости XZ вращающейся CK с центром в точке L_2 в момент её пересечения при движении по квазипериодической орбите в окрестности точки L_2 . Данное условие позволяет увеличить продолжительность нахождения аппарата в заданной окрестности точки либрации, а также позволяет сформировать квазипериодическую орбиту в окрестности гало-орбиты, а не орбиты Лиссажу. Вариация значений вектора скорости выполняется с помощью метода Соболя, состоящего в использовании для случайного поиска LP_{τ} последовательностей 6 . Затем от лучшего из найденных вариантов вариации градиентным методом выполняется уточнение вектора скорости по указанному критерию. По полученным начальным

_

 $^{^6}$ Соболь И.М., Статников. Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями – М.: Дрофа, 2006. – 175 с.

условиям выполняется расчёт траектории перелёта KA в окрестность точки либрации L_2 с помощью численного интегрирования уравнений движения KA.

Глава 4. Поддержание квазипериодической орбиты

В главе рассмотрена методика расчёта импульсов коррекций, обеспечивающих поддержание квазипериодической траектории движения КА в окрестности точки L_2 в течение заданного периода времени. Описанный алгоритм производит расчёт стратегии маневрирования с заданным периодом проведения коррекций (из соображений увеличения мерной базы для повышения точности определения орбиты аппарата был выбран период 45 суток). Каждый манёвр рассчитывается из условия максимизации времени пребывания КА в заданной окрестности точки L_2 после его исполнения. Максимум ищется градиентным методом с регулируемым шагом. Поправки к вектору скорости вычисляются по формуле:

$$\begin{pmatrix}
\Delta V_{x}^{(i)} \\
\Delta V_{y}^{(i)} \\
\Delta V_{z}^{(i)}
\end{pmatrix} = \frac{1}{2^{k}} \cdot \frac{\Delta V_{\text{max}}}{\sqrt{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{x}}\right)^{2} + \left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{y}}\right)^{2} + \left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{z}}\right)^{2}}} \cdot \frac{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{x}}\right)}{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{z}}\right)^{2} + \left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{z}}\right)^{2}} \cdot \frac{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{x}}\right)}{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{z}}\right)^{2}} \cdot \frac{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{x}}\right)}{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{z}}\right)} \cdot \frac{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{x}}\right)}{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{z}}\right)} \cdot \frac{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{x}}\right)}{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{x}}\right)^{2}} \cdot \frac{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{x}}\right)}{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{x}}\right)} \cdot \frac{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{x}}\right)}{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{x}}\right)^{2}} \cdot \frac{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{x}}\right)}{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{x}}\right)^{2}} \cdot \frac{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{x}}\right)}{\left(\frac{\partial F_{\Delta t}}{\partial V_{x}}\right)} \cdot \frac{\left(\frac{\partial F_{$$

где ΔV_{\max} — максимально допустимое значение поправки, $F_{\Delta t}(\dot{x},\dot{y},\dot{z}) = t_{\text{out}L2} - t_{\text{in}L2}$ — функционал, отражающий время пребывания КА в заданной окрестности точки L_2 , k — номер итерации цикла сокращения шага. При достижении локального минимума выполняется переключение метода на покоординатный спуск.

Также глава содержит краткое изложение альтернативных методик расчёта манёвров коррекций. В частности, рассматривается вариант расчёта импульса коррекции траектории КА из условия минимизации функционала:

$$F_C(\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z) = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} ((B(t) - \theta_B r_L)^2 + C^2(t)) dt$$

прямо контролирующего значения коэффициента B(t), задающего амплитуду осцилляций в плоскости, ортогональной плоскости эклиптики (см. (1)) и коэффициента C(t) при экспоненте с положительным собственным значением, обуславливающего неустойчивость системы. Однако численный эксперимент показал, что использование функционала, соответствующего времени

пребывания в заданной окрестности точки либрации, является предпочтительным. Необходимость контролировать геометрию полученной орбиты отсутствует, так как используемый алгоритм сохраняет параметры, заданные в начальном приближении. Суммарные затраты характеристической скорости на поддержание выбранной квазипериодической орбиты в среднем составляют около 20 м/с без учёта ошибок исполнения манёвров коррекций орбиты.

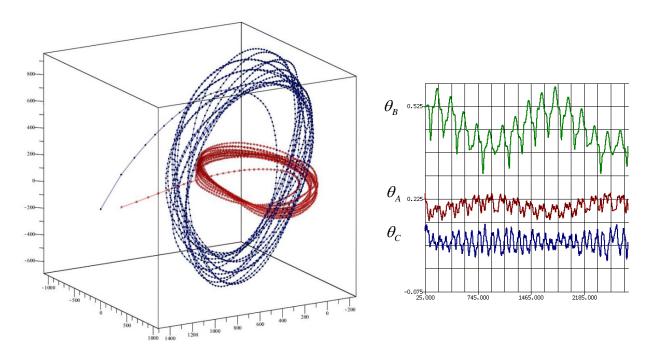


Рис. 5. Слева: пример траекторий, рассчитанных для миссий «Спектр-РГ» и «Миллиметрон». Красным цветом изображена КА «Спектр-РГ», синим – траектория КА «Спектр-М». Справа: эволюция параметров квазипериодической орбиты θ_A (красный цвет), θ_B (зелёный цвет) и θ_C (синий цвет).

Глава 5. Исследование окон старта для миссий «Спектр-РГ» и «Миллиметрон»

Глава посвящена вопросу выбора оптимальной даты старта для формирования соответствующих требованиям научного эксперимента рабочих орбит КА «Спектр-М» и «Спектр-РГ». Проведённый анализ позволил сделать вывод о наличии зависимости суммарных затрат характеристической скорости на формирование и поддержание квазипериодической орбиты от даты старта. Возможность для перелёта к коллинеарной точке либрации L_2 и выхода на квазипериодическую орбиту в её окрестности существует ежедневно. Однако на траекторию перелёта наложены ограничения: она должна проходить над северным полушарием (в положительном направлении по оси Z эклиптической

СК) для обеспечения возможности проведения траекторных измерений с наземных станций, расположенных в северном полушарии. Эти ограничения приводят к асимметрии в распределении низкоэнергетичных решений по датам старта. Ограничения на геометрию квазипериодической орбиты — для проекта «Миллиметрон» выбран класс квази гало-орбит с большим выходом из плоскости эклиптики — накладывают ещё более строгие ограничения на выбор даты старта. В частности, не удаётся найти траектории перелёта на выбранный класс орбит для дат с ноября по февраль, в то время как переход на класс орбит, близкий к орбитам Лиссажу, выбранный для миссии «Спектр-РГ», возможен для любой даты старта.

Для обеих миссий были построены так называемые карты решений, отражающие возможности для запуска КА и затраты характеристической скорости на поддержание квазипериодической орбиты в течение заданного периода времени.

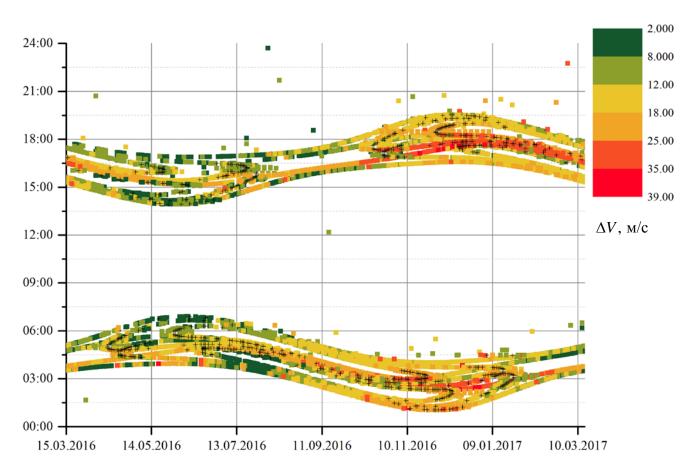


Рис. 6. Карта решений на 2016-2017 гг. для квазипериодической орбиты с параметрами орбиты $\theta_A=0.18, \theta_B=0.1524$; $\theta_A=0.19, \theta_B=0.1538$; $\theta_A=0.20, \theta_B=0.1552$, предлагаемыми для миссии «Спектр-РГ»

По оси абсцисс отложена дата, по оси ординат – время перехода с орбиты выведения на траекторию перелёта в окрестность точки либрации по шкале ДМВ. Цветом маркируются затраты ΔV на поддержание квазипериодической орбиты для данного решения, значения приведены в м/с. На картах отображены все решения, полученные для заданной геометрии квазипериодической орбиты для предполагаемого интервала дат пуска КА. Получение карты решений является ресурсоёмким процессом. Массовый расчёт вариантов решений для различных дат перехода с орбиты выведения на траекторию перелёта к точке либрации был осуществлён с помощью параллельных вычислений на восьмиядерном сервере.

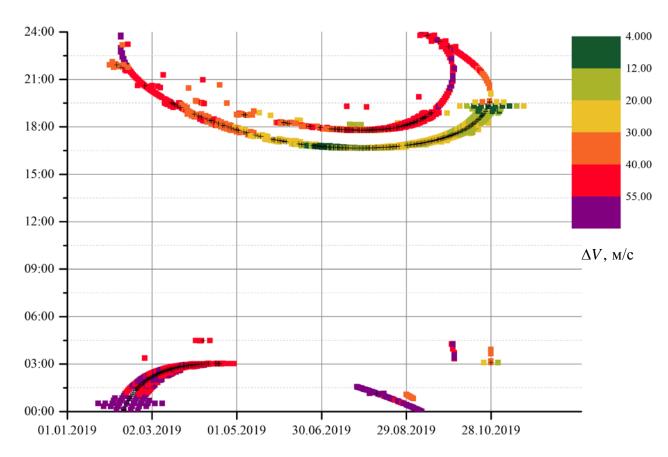


Рис. 7. Карта решений на 2019 г. для квазипериодической орбиты с амплитудами $\theta_{\scriptscriptstyle A}=0.20, \theta_{\scriptscriptstyle B}=0.85\,,$ предлагаемой для миссии «Миллиметрон»

Глава 6. Исследование влияния ошибок исполнения манёвров и ошибок определения траектории движения космического аппарата на реализацию миссии

Для оценки устойчивости полученных решений к ошибкам исполнения манёвра выведения КА на траекторию перелёта и ошибкам исполнения манёвров поддержания квазипериодической орбиты было выполнено моделирование указанных ошибок и получена оценка увеличения затрат характеристической скорости на их парирование.

Раздел 6.1 посвящен моделированию ошибок выведения и расчёту коррекций на траектории перелёта. Для парирования ошибок выведения предложен сценарий маневрирования, предполагающий проведение четырёх последовательных коррекций на траектории перелёта – на 10-е, 20-е, 30-е и 40-е сутки полёта. Первая коррекция призвана парировать ошибки выведения, последующие отклонения от номинальной траектории, вызванные неточностью исполнения первого манёвра. Десятидневный интервал между коррекциями необходим для накопления мерной базы, позволяющей с достаточной точностью определить траекторию движения и вектор состояния КА по траекторным измерениям. Предполагается, что выведение будет осуществлено ракетой-носителем «Зенит» с разгонным блоком «Фрегат». Моделирование проводилось в предположении, что ошибки выведения на геоцентрическую траекторию перелёта лежат в интервале $\pm 120~000$ км по высоте апоцентра, ± 12 км по высоте перицентра, $\pm 24'$ по аргументу перигея, ±10′ по долготе восходящего узла и ±5′ по наклонению. Ошибки исполнения корректирующего манёвра были приняты равными 10% по модулю импульса и 0.5° направлению. В результате статистического моделирования установлено, что среднее значение импульса первой коррекции составляет величину 20-30 м/с, второй коррекции -3-10 м/с, третьей коррекции -0.5-2 м/с, четвёртой коррекции – 1-2 м/с. Наличие акселерометров на борту КА позволяет снизить средние значения импульсов коррекций на траектории перелёта (кроме импульса первой коррекции, необходимой для парирования ошибок выведения КА разгонным блоком) в 4-5 раз.

В разделе 6.2 приведены результаты моделирования ошибок исполнения манёвров коррекций поддержания квазипериодической орбиты в окрестности точки L_2 . Моделирование проводилось при том же предположении о величине ошибок исполнения корректирующего манёвра: 10% по модулю импульса и 0.5° по направлению. Было выполнено статистическое моделирование расчётов манёвров для трубки возможных штатных траекторий полета КА в течение 7.5

лет. При этом предполагалось, что после исполнения каждого очередного манёвра, КА может перейти (из-за допустимых ошибок исполнения манёвра) на одну из набора траекторий, равномерно расположенных в заданной трубке. Получены оценки средних затрат характеристической скорости на поддержание квазипериодической орбиты, исследована возможность сокращения затрат характеристической скорости за счёт использования акселерометров.

Заключение

Сформулированы основные результаты работы:

- Разработан метод поиска начального приближения для траектории выбранный перелёта на класс квазипериодических орбит инвариантном многообразии коллинеарной либрационной точки L_2 , позволяющий находить наиболее экономичные одноимпульсные траектории перелёта на заданную квазипериодическую орбиту для выбранной даты старта. Этот метод опирается на вариант метода продолжения по параметру, предложенный М.Л. Лидовым, и метод Линдштедта-Пуанкаре построения периодических орбит;
- Предложен метод построения траекторий перелёта, включающих гравитационный Луны, позволяющий манёвр У совершить на квазипериодические орбиты малой одноимпульсный переход амплитуды. Метод продолжения по параметру удалось распространить на класс траекторий перелёта, включающих гравитационный манёвр.
- Разработан метод расчёта траекторий перелёта на квазипериодические орбиты в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце-Земля с заданными геометрическими характеристиками, с учётом возмущений от нецентральности поля Земли, гравитационного воздействия Солнца, Луны и планет Солнечной системы, а также давления солнечной радиации;
- Предложен новый метод расчёта манёвров, реализующих эффективный сценарий удержания космического аппарата на выбранном классе квазипериодических орбит в окрестности либрационной точки L_2 , позволяющий парировать уход от квазипериодических решений, вызванный нелинейностью системы и внешними возмущениями лвижения KA.

Предложенные методы и алгоритмы реализованы в виде программного комплекса, используемого в баллистико-навигационном обеспечении проектов «Спектр-РГ» и «Миллиметрон», предполагающих размещение космического аппарата на квазипериодических орбитах в окрестности точки L_2 системы Солнце-Земля. Расчёт траекторий космического аппарата выполняется в рамках эфемеридной модели Солнечной системы, учитывающей нецентральность поля Земли, гравитационное воздействие Солнца, Луны и планет Солнечной системы, а также давление солнечной радиации.

С помощью программного комплекса:

- рассчитаны множества квазипериодических орбит, имеющих заданные амплитуды в плоскости эклиптики и в ортогональном направлении, отвечающие требованиям проектов «Спектр-РГ» и «Миллиметрон»;
- построены карты множеств полученных решений, позволившие установить структуру временного и энергетического распределения траекторий перехода на квазипериодические орбиты различных типов и определить оптимальные окна старта для миссий «Спектр-РГ» и «Миллиметрон».

Публикации автора по теме диссертации

- 1. Ильин И.С., Сазонов В.В., Тучин А.Г. Гало-орбиты в окрестности точки либрации системы Солнце Земля // Космические исследования, 2014, №3, C.201-217. URL: http://elibrary.ru/item.asp?id=21418122
- 2. Ильин И.С., Заславский Г.С., Лавренов С.М., Сазонов В.В., Степаньянц В.А., Тучин А.Г., Тучин Д.А., Ярошевский В.С. Баллистическое проектирование траекторий перелёта с орбиты искусственного спутника Земли на гало-орбиту в окрестности точки L_2 системы Солнце Земля // Космические исследования, 2014, №6
 - URL: http://elibrary.ru/item.asp?id=22477788
- 3. Заславский Г.С., Захваткин М.В., Ильин И.С., Корянов В.В., Самотохин А.С., Сазонов В.В., Тучин А.Г., Тучин Д.А., Ярошевский В.С. Баллистико-навигационное обеспечение полёта космического аппарата "Спектр-Р" // Космонавтика и ракетостроение, 2014, том 74, №1, С. 15-29.
- 4. Боровин Г.К., Ильин И.С., Заславский Г.С., Лавренов С.М., Сазонов В.В., Степаньянц В.А., Тучин А.Г., Тучин Д.А., Ярошевский В.С. Математическое моделирование движения космического аппарата в

- окрестности точки L_2 системы Солнце Земля Инженерный журнал: наука и инновации. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2013, №9(21) URL: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/hidden/1113.html
- 5. Borovin G., Ilin I., Tuchin A. Quasi periodic orbits in the vicinity of the Sun-Earth L_2 point and their implementation in "Spectr-RG" & "Millimetron" missions // Mathematica Montisnigri, Vol. XXX, 2014. URL: http://lppm3.ru/files/journal/XXX/MathMontXXX-Borovin-Ilin.pdf
- 6. Ильин И.С., Сазонов В.В., Тучин А.Г. Построение ограниченных орбит в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце Земля // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2012. № 65. С. 1-28. URL: http://keldysh.ru/papers/2012/prep2012_65.pdf
- 7. Ильин И.С., Сазонов В.В., Тучин А.Г. Траектории перелёта с низкой околоземной орбиты на многообразие ограниченных орбит в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце Земля // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2012. № 66. С. 1-25. URL: http://keldysh.ru/papers/2012/prep2012_66.pdf
- 8. Ильин И.С, Заславский Г.С., Лавренов С.М., Сазонов В.В., Степаньянц В.А., Тучин А.Г., Тучин Д.А., Ярошевский В.С. Баллистическое проектирование траекторий перелёта с орбиты искусственного спутника Земли на гало-орбиту в окрестности точки L_2 системы Солнце Земля // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2013. № 6. С. 1-32. URL: http://keldysh.ru/papers/2013/prep2013_06.pdf
- 9. Ильин И.С. Выбор номинальной орбиты КА "Миллиметрон" из семейства периодических орбит в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце Земля // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2013. № 46. С. 1-21. URL: http://keldysh.ru/papers/2013/prep2013_46.pdf