

*На правах рукописи*

**Широбоков Максим Геннадьевич**

**БАЛЛИСТИКО-НАВИГАЦИОННЫЕ АСПЕКТЫ МИССИЙ  
МАЛЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ  
К ЛУНЕ И ТОЧКАМ ЛИБРАЦИИ**

Специальность 01.02.01 — «Теоретическая механика»

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2017

Работа выполнена в Федеральном государственном учреждении  
«Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики  
им. М.В. Келдыша Российской академии наук».

Научный руководитель: Овчинников Михаил Юрьевич,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
заведующий сектором №4 «Ориентация и управ-  
ление движением» отдела №5 «Механика космиче-  
ского полета и управление движением» Института  
прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Официальные оппоненты: Улыбышев Юрий Петрович,  
доктор технических наук, заместитель руководи-  
теля научно-технического центра Ракетно-косми-  
ческой корпорации «Энергия» им. С. П. Королева

Константинов Михаил Сергеевич,  
доктор технических наук, профессор, профессор  
кафедры «Космические системы и ракетострое-  
ние» Федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образова-  
ния «Московский авиационный институт (нацио-  
нальный исследовательский университет)»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учре-  
ждение науки Институт космических исследова-  
ний РАН (ИКИ РАН)

Защита состоится \_\_\_\_\_ 2017 г. в \_\_\_\_\_ часов на заседании  
диссертационного совета Д 002.024.01, созданного на базе ИПМ им. М.В. Кел-  
дыша РАН, 125047, Москва, Миусская пл., 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПМ им. М.В. Келдыша  
РАН и на сайте института <http://keldysh.ru>.

Автореферат разослан \_\_\_\_\_ 2017 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
кандидат физико-математических наук

А. Е. Бондарев

## Общая характеристика работы

### Актуальность тематики исследования

Согласно недавнему отчету компании SpaceWorks, сейчас наблюдается тренд на увеличение запусков малых космических аппаратов (МКА): если до 2016 г. было запущено около 500 аппаратов весом от 1 до 50 кг, то с 2016 по 2022 гг. прогнозируется запуск около 3 000 аппаратов. На данный момент МКА выполняют научные, коммуникационные, военные и пр. задачи, преимущественно на околоземных орбитах. Однако уже имеются технологии, позволяющие использовать МКА в дальнем космосе. Сюда относятся высокоскоростной лазерный канал связи посредством остронаправленной развертываемой антенны, более стойкая к высоким дозам радиации и низким температурам элементная база, миниатюризированные двигатели малой тяги, технология солнечного паруса, новые решения в области абсолютной и относительной автономной навигации и прецизионной навигации в условиях хаотической динамики и др. В ближайшие годы эти технологии будут отрабатываться на практике в рамках дюжины кубсат-миссий. Например, в рамках миссии Exploration Mission 1 космического агентства NASA в 2018 г. будут запущены 13 кубсатов, среди которых Lunar IceCube и Lunar Flashlight нацелены на окололунные орбиты, а Near-Earth Asteroid Scout Mission будет изучать ближайшие к Земле астероиды.

Основная проблема проектирования траектории для МКА выражается в жестких ограничениях на массу потребляемого топлива для совершения маневров. Частичное решение этой проблемы достигается различными способами: попутный запуск, использование двигателей с высоким удельным импульсом (электроракетные двигательные установки, ЭРДУ), использование солнечного паруса, эксплуатация динамических эффектов задачи многих тел. Особенно здесь следует отметить последний способ – за последние 30 лет инструменты механики космического полета дополнились методами проектирования орбит вокруг точек либрации, связанных с ними устойчивых и неустойчивых инвариантных многообразий, алгоритмами построения границы слабой устойчивости и резонансных сближений с Луной. Эти динамические эффекты делают миссии с МКА осуществимыми и дают перспективные возможности для перемещения в Солнечной системе.

Учитывая появление подходящих технологий, развитие математического аппарата и подготовку реальных миссий с МКА в дальнем космосе,

можно с уверенностью сказать, что освоение Солнечной системы малыми аппаратами становится реальностью, и потому разработка траекторий и оценка возможностей по перемещению аппаратов в дальнем космосе с учетом всех особенностей МКА является важной и актуальной задачей настоящего времени.

## Цель работы и решаемые задачи

Целью исследования является разработка эффективных алгоритмов проектирования и анализа траекторий МКА в дальнем космосе. В связи с ориентированностью Федеральной космической программы на 2016–2025 гг. на исследование Луны и в согласии с известной концепцией точек либрации как транспортных узлов для перемещения по Солнечной системе в диссертации решаются три задачи.

В первой задаче рассмотрены перелеты между легко доступными околоземными орбитами и гало-орбитами вокруг точки  $L_1$  системы Земля–Луна. Перелет осуществляется с помощью двигателя малой тяги и резонансных сближений с Луной. При разных исходных параметрах задачи анализируются время полета, затраты топлива, время пребывания в тени Земли. В качестве МКА рассматриваются два аппарата – один в классе мини (массой до 500 кг), другой в классе нано (до 10 кг).

Вторая задача касается вопроса перехода с гало-орбит на окололунные орбиты вдоль неустойчивых многообразий. Здесь строится множество стабилизируемых малой тягой окололунных орбит, исследуется вопрос о доступных значениях наклонов и размеров окололунных орбит. В качестве исходных орбит рассматриваются северные и южные гало-орбиты вокруг точек  $L_1$  и  $L_2$  системы Земля–Луна. Как и в предыдущей задаче, возможности перелета на окололунные орбиты исследуются как для миниаппарата, так и для наноаппарата.

Третья задача посвящена вопросу спасения миссии вокруг точек либрации  $L_1$  и  $L_2$  систем Земля–Луна и Солнце–Земля в случае нештатной задержки коррекции, вызванной временной потерей связи с КА или временной неисправностью двигателя. Исследована возможность смены номинальной орбиты, сравнены затраты на перелет на исходную и на новую орбиты и их размеры.

## Соответствие паспорту специальности

Работа соответствует паспорту научной специальности 01.02.01 – Теоретическая механика. Рассматриваемые механические системы состоят из космического аппарата, Земли, Луны, Солнца и планет Солнечной системы, моделируемых как материальные точки. Исследование направлено на построение управления движением аппарата, различающегося в зависимости от задачи. В работе рассматриваются три независимые друг от друга задачи, для каждой из них приведена постановка задачи, выбрана и обоснована корректная теоретико-механическая модель, а методы общей механики, теории оптимального управления, методы численной оптимизации и методы численного решения краевых задач и задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений используются для получения и исследования решений. Цель работы состоит в описании качественных и количественных характеристик космических траекторий для их потенциального использования в приложениях – на этапе предварительного анализа реальных миссий к Луне, точкам либрации и планетам Солнечной системы. Область исследований – прикладная небесная механика. Работа имеет выраженный фундаментальный характер и поэтому относится к физико-математической отрасли наук.

## Выносимые на защиту результаты и положения

- Разработан алгоритм проектирования резонансных сближений с Луной. Алгоритм позволяет строить траектории для любой цепочки резонансных последовательностей и отбирать те из них, которые осуществимы с учетом энергетических ограничений МКА.
- Построено множество стабилизированных малой тягой окололунных орбит, доступных при сходе с гало-орбит вокруг точек  $L_1$  и  $L_2$  системы Земля–Луна. Результаты получены для двух малых аппаратов – в классе мини и нано.
- Оценены преимущества смены номинальной орбиты вокруг коллинеарной точки либрации с точки зрения затрат топлива, требуемых на спасение миссии после временной задержки коррекции траектории. Рассмотрены случаи точек либрации  $L_1$  и  $L_2$  систем Земля–Луна и Солнце–Земля. В качестве номинальных орбит рассмотрены гало-орбиты и квазигало-орбиты.

## Научная новизна работы

Впервые был проведен анализ спиральных траекторий перелета с околоземных орбит на гало-орбиты вокруг точки  $L_1$  системы Земля–Луна для различных цепочек лунных резонансов (предыдущие известные исследования не касались анализа резонансных цепочек). Предлагаемая методика также позволила создать автоматизированную процедуру построения подобных траекторий, она требует минимального участия разработчика миссии и подходит для любых околоземных орбит, любых целевых либрационных орбит и любых классов аппаратов. Благодаря разработанной методике были получены новые результаты анализа траекторий перелета на гало-орбиты в зависимости от большого числа различных параметров: даты и времени старта, околоземной и целевой орбиты, цепочек резонансов и т.д.

Впервые построено множество стабилизируемых малой тягой орбит при сходе с гало-орбит вокруг точек  $L_1$  и  $L_2$  (предыдущие исследования касались использования только большой тяги). Результаты показали, что в случае достаточно крупных гало-орбит для обоих классов аппаратов (мини и нано) доступны околополярные окололунные орбиты.

Наконец, впервые поставлена и решена задача оценки преимуществ смены номинальной орбиты в случае нештатной задержки коррекции. Анализ проводился при различных временах задержки коррекции – до одного периода исходной орбиты. Расчеты были проведены в разных системах трех тел (Земля–Луна и Солнце–Земля), для различных точек либрации ( $L_1$  и  $L_2$ ) и при различных типах номинальных орбит (гало-орбиты и квазигало-орбиты).

## Теоретическая и практическая ценность результатов

Полученные в диссертации результаты имеют практическую направленность и могут быть применены на предварительном анализе миссий с МКА в дальнем космосе для оценки возможностей перемещения аппарата с точки зрения динамики, а также в образовательной деятельности для подготовки специалистов космической отрасли.

## Апробация результатов исследования

Результаты исследования докладывались и обсуждались на следующих отечественных и зарубежных конференциях:

- 26th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Napa, CA, United States, February 14–18, 2016
- XL Академические чтения по космонавтике, Москва, 26–29 января, 2016 г.
- Научная сессия по нано и микроспутникам, секция солнечно-земных связей Совета по космосу РАН, Институт космических исследований РАН, Москва, 16 февраля, 2016 г.
- 58-я научная конференция МФТИ, Долгопрудный, 23–28 ноября, 2015 г.
- 66th International Astronautical Congress, Jerusalem, Israel, October 12–16, 2015
- XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Казань, 20–24 августа, 2015 г.
- Международная конференция по механике «Седьмые Поляховские чтения», Санкт-Петербург, 2–6 февраля, 2015 г.
- 57-я научная конференция МФТИ, Долгопрудный, 24–29 ноября, 2014 г.
- 2nd IAA Conference on Dynamics and Control of Space Systems, Rome, Italy, March 24–26, 2014

а также на научных семинарах:

- Семинар отдела №5 «Механика и управление движением» ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, руководитель д.ф.-м.н., профессор Ю.Ф. Голубев, 2 февраля 2017 г.
- Семинар кафедры «Космические системы и ракетостроение» Московского авиационного института, руководитель д.т.н., профессор М.С. Константинов, 12 января 2017 г.
- Семинары сектора №4 «Ориентация и управление движением» отдела №5 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, руководитель д.ф.-м.н., профессор М.Ю. Овчинников, 27 декабря 2016 г., 27 октября 2016 г., 12 мая 2016 г.
- Семинары сектора №2 «Механика космического полета и управление движением» отдела №5 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, руководитель д.ф.-м.н. А.Г. Тучин, 9 ноября 2016 г., 18 мая 2016 г.

- Семинар им. В.А. Егорова по механике космического полета, руководители д.ф.-м.н., профессор В.В. Сазонов и доцент М.П. Заплетин, Московский государственный университет, 18 февраля 2015 г.

Работа над диссертацией велась в рамках гранта РФФИ №14-11-00621.

## **Публикации по теме диссертации**

Результаты исследования опубликованы в 5 печатных работах, все они содержатся в изданиях из перечня ВАК и индексируются базами Web of Science и/или Scopus.

## **Структура и объем диссертации**

Диссертация общим объемом 181 страница содержит 88 рисунков и 30 таблиц и состоит из введения, четырех глав, заключения, списка сокращений, библиографического списка и двух приложений. Количество использованных источников в библиографическом списке – 172.

## **Содержание работы**

Во **введении** обосновывается актуальность задачи построения траекторий МКА в дальнем космосе. Отмечается лавинообразное увеличение запусков МКА в последние годы, появление подходящих технологий для обеспечения работы МКА в дальнем космосе, а также развитие математического инструментария для проектирования траекторий. Исследование фазового пространства Солнечной системы с точки зрения теории динамических систем выявило существование межпланетной транспортной сети, и если первые работы в этой области были направлены на объяснение траекторий комет и астероидов в системе Солнце–Юпитер, то впоследствии появились рабочие инструменты проектирования траекторий космических аппаратов. Ключевыми элементами межпланетной транспортной сети являются неустойчивые точки либрации различных систем трех тел (Земля–Луна, Солнце–Земля, Солнце–Марс, и т.д.), а точнее, орбиты вокруг данных точек либрации и связанные с ними устойчивые и неустойчивые многообразия. Так зародилась концепция точек либрации как транспортных узлов: орбиты вокруг точек либрации могут быть использованы в качестве промежуточных, для проверки систем и аппаратуры перед дальнейшим полетом к небесному телу-цели.

В **первой главе** подробно описывается используемый впоследствии общий математический аппарат – динамика вокруг неустойчивых точек либрации. Здесь выводятся уравнения движения в рамках модели круговой ограниченной задачи трех тел (circular restricted three-body problem, CR3BP), описывается фазовое пространство вокруг точек либрации  $L_1$  и  $L_2$ , дается небольшая классификация орбит вокруг точек либрации (плоские и вертикальные орбиты Ляпунова, гало-орбиты, квазигало-орбиты, орбиты Лиссажу), описывается общий полуаналитический метод построения периодических орбит и численный метод построения квазигало-орбит. Далее описывается процедура построения устойчивых и неустойчивых многообразий, связанных с неустойчивыми орбитами вокруг точек либрации. Завершается глава списком всех реализованных миссий к коллинеарным точкам либрации и обзором работ по поддержанию аппаратов на орбитах вокруг точек либрации.

В связи с тем, что лунная точка либрации  $L_1$  является ближайшей к Земле неустойчивой точкой либрации, а крупнейшие космические агентства, включая Роскосмос, планируют освоение Луны в ближайшее десятилетие, автором диссертации было решено изучить возможности доставки малого аппарата с легко доступных околоземных орбит на гало-орбиты вокруг  $L_1$  Земля–Луна. Разработка алгоритма построения целой траектории составляет содержание **второй главы** диссертации.

Для малых аппаратов наиболее реалистичной схемой перелета к Луне или точкам либрации является перелет с малой тягой с легко доступных околоземных орбит. Действительно, как традиционные схемы перелета типа гомановского перелета, так и популярные сейчас обходные схемы с использованием солнечного притяжения, нереалистичны для МКА, так как требуют большие разгонные и тормозящие импульсы. Попутные запуски к Луне осуществляются очень редко и требуют применения серии тормозящих импульсов и нескольких пролетов у Луны. В то же время запуски на низкие круговые орбиты и геопереходную орбиту производятся достаточно часто, а затраты топлива, необходимые аппарату, чтобы добраться до окрестности Луны, в силу высокого удельного импульса маршевого двигателя, оказываются вполне разумными. Поэтому всюду во второй главе предполагается, что траектория перелета является спиральной.

К настоящему моменту было разработано большое число методов построения спиральных траекторий к Луне. Модель ограниченной задачи трех тел предоставляет множество удобных инструментов проектирования траекторий, среди них автор диссертации выделяет т.н. резонансные сближения с

Луной. При определенных условиях подлета КА к Луне возмущающая сила гравитационного притяжения Луны направлена вдоль скорости аппарата, это отражается на подъеме перигея орбиты (см. рисунок 1а). Особенно просто эти условия описываются во вращающейся системе координат: в момент наибольшего сближения с Луной аппарат должен иметь отрицательное и небольшое по абсолютной величине значение  $y$ -координаты (см. рисунок 1б). Для того чтобы этот эффект был существенным, его можно сделать повторяющимся, а для этого околоземную орбиту достаточно сделать близкой к резонансу с Луной это обеспечит регулярность сближений. Так возникает задача проектирования траектории КА, который бы совершал прыжки между резонансами и последовательно увеличивал перигей до тех пор, пока не выйдет на устойчивое многообразие целевой орбиты. Отметим, что сближения с Луной происходят вне ее сферы действия: апогей принимает значения от 250 000 до 300 000 км.

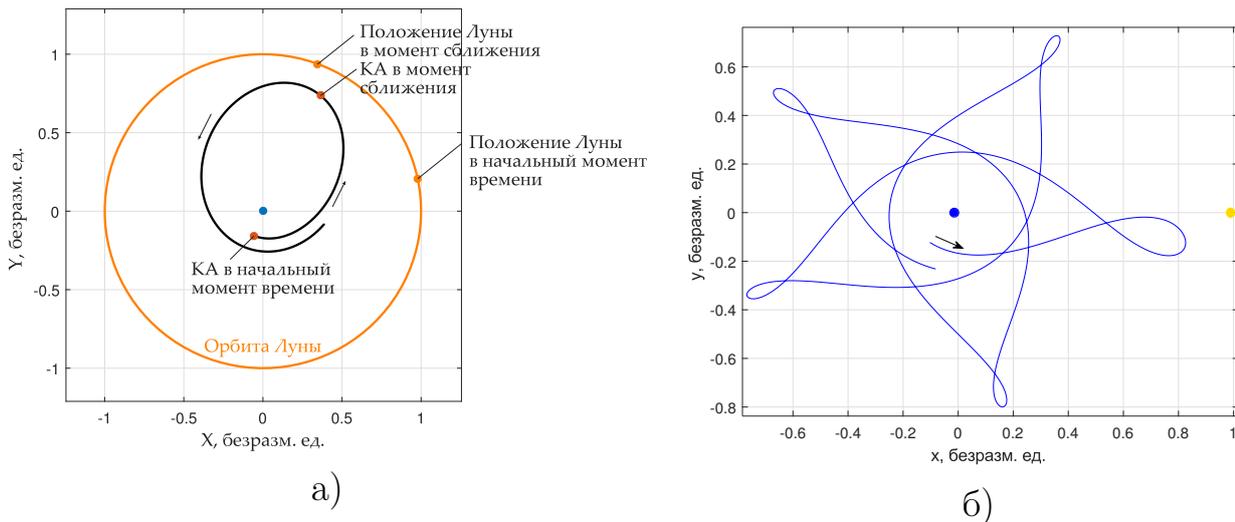


Рис. 1 — Пример траектории со сближением у Луны в а) инерциальной системе координат и б) вращающейся системе координат.

Известные алгоритмы построения резонансных сближений основываются либо на теории управления хаотическими системами, либо на более простых численных алгоритмах нацеливания на сближение. Все эти методы обладают недостатками: прыжки по хаотическим морям описываются полуаналитическими формулами, которые передают динамику лишь приближенно, неточно. Известные алгоритмы нацеливания на сближение позволяют найти импульс в перигее, чтобы поместить аппарат на орбиту, близкую к резонансной, и обеспечить сближение с Луной, поднимающее перигей. Однако после сближения орбита может оказаться далека от какого-либо резонанса, и

следующий импульс для помещения аппарата на резонансную орбиту может оказаться большим. Автор диссертации предлагает новую схему, которая не только помещает аппарат на орбиту вблизи резонансной, но и обеспечивает близость к новому резонансу уже после сближения. Эта схема используется как один из этапов проектирования целой траектории.

Постановка задачи звучит следующим образом. Дана околоземная орбита и целевая гало-орбита вокруг точки  $L_1$  системы Земля–Луна. Необходимо построить спиральную траекторию перелета с данной околоземной орбиты на целевую орбиту и получить характеристики перелета (затраты топлива, время полета, время пребывания в тени) в зависимости от

1. даты и времени старта;
2. цепочки резонансов;
3. точки входа на гало-орбиту.

Рассматриваются два типа аппаратов – один в классе мини (100–500 кг), другой в классе нано (1–10 кг), их характеристики приведены в таблице 1. В качестве околоземных орбит рассматриваются низкая круговая орбита (НКО) и геопереходная орбита (ГПО), их характеристики отображены в таблице 2. В качестве целевых орбит рассматриваются высокая гало-орбита с  $z$ -амплитудой 35 000 км и низкая гало-орбита с  $z$ -амплитудой 15 000 км.

Таблица 1

Параметры КА и двигателей в данном исследовании

Масса КА: 300 кг	Масса КА: 10 кг
«Мини-ДУ»	«Нано-ДУ»
$I_{sp} = 1600$ с	$I_{sp} = 3000$ с
$F_T = 77.5$ мН	$F_T = 1.4$ мН
eff = 0.45	eff = 0.45

Таблица 2

Околоземные орбиты в данном исследовании

Параметры орбиты	НКО	ГПО
Высота перигея	300 км	250 км
Высота апогея	300 км	35 786 км
Наклонение	51.6°	6.0°

Можно предложить множество схем построения целой траектории между заданными орбитами. В диссертации траектории строятся в три этапа: на первом этапе тяга направлена по касательной к скорости аппарата и включена всюду за исключением теневых участков. Траектория продолжается до тех пор, пока перигей не поднимется до условной границы радиационных поясов, высота которой в работе была принята равной 30 000 км. Расчеты показали, что на первый этап миниаппарат тратит около 72 дней при старте с геопереходной орбиты и около 185 дней при старте с низкой круговой орбиты. Что касается наноаппарата, то соответствующие значения равны 139 дней и 366 дней.

Далее независимо от первого этапа с конца строятся резонансные сближения с Луной согласно алгоритму, подробно описанному в диссертации. Для упрощения оптимизационных процедур, управление КА сначала строится в импульсном приближении. Впоследствии импульсы независимо друг от друга заменяются на эквивалентные по действию активные участки. Коротко, схему построения траектории на третьем этапе можно пояснить на примере резонансной цепочки  $3 : 1 \rightarrow 5 : 2$ , см. рисунки 2а и 2б. Выбирается точка на гало-орбите, рассчитывается направление вдоль устойчивого многообразия, соответствующее выбранной точке, и траектория распространяется назад во времени до тех пор, пока расстояние до Земли не достигнет локально минимального значения (перигея). В полученной точке численно, методом последовательного квадратичного программирования (sequential quadratic programming, SQP) ищется оптимальный импульс, который при последующем распространении траектории назад во времени обеспечит сближение с Луной с отрицательным значением  $y$  (во вращающейся системе координат). Обычно такой импульс не превышает 1 м/с. После того как импульс найден, он применяется и траектория вновь распространяется сначала до сближения, а затем до перигея. Далее решается задача перескока от резонанса  $5 : 2$  на резонанс  $3 : 1$ . Для этого в текущей точке перигея методом SQP ищется импульс, который минимизирует невязку по большой полуоси в момент после импульса и невязку по большой полуоси при следующем подлете к перигею после сближения. Это будет означать, что непосредственно после импульса траектория будет близка к резонансу  $5 : 2$ , а после сближения с Луной и на подлете к перигею она будет близка к резонансу  $3 : 1$ . Так как цепочка резонансов в данном примере окончилась, а траектория в очередной точке перигея близка к резонансу  $3 : 1$ , остается вычислить оптимальный импульс, который бы вновь обеспечил сближение с Луной с отрицательным

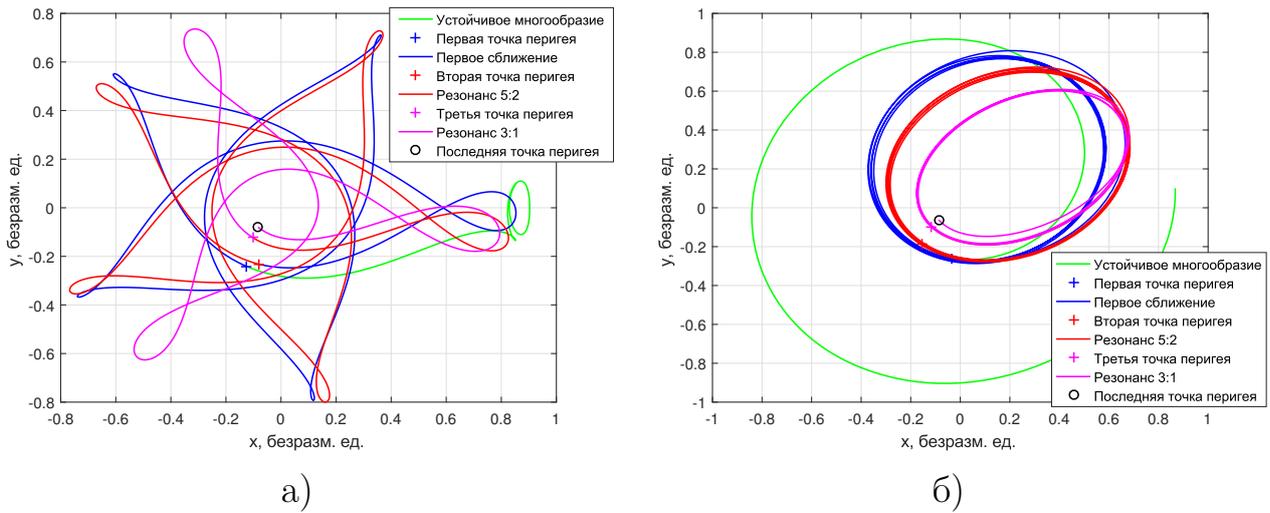


Рис. 2 — Пример траектории с резонансными сближениями, рассчитанной по предлагаемому алгоритму в а) вращающейся системе координат и б) инерциальной системе координат. Резонансная цепочка  $3 : 1 \rightarrow 5 : 2$ , суммарные затраты характеристической скорости равны 48.28 м/с, время полета 163.4 дня, расстояния до перигея и апогея в начале третьего этапа равны 41 127 км и 300 600 км, соответственно.

значением  $y$ . Часто на этом последнем этапе импульс не требуется. Расчеты оканчиваются при очередном подлете КА к перигею. Строгое определение «перигея», «сближения», а также конкретные виды функционалов и ограничений даны в полном тексте диссертации.

Прыжки по резонансам требуют в общем случае небольшого управления орбитой в окрестности перигея. Из-за низких энергетических возможностей малых аппаратов были установлены ограничения на затраты характеристической скорости вблизи перигея – 50 м/с для миниаппарата и 25 м/с для наноаппарата. Более того, такие ограничения дают возможность впоследствии найти эквивалентное по действию управление с малой тягой, алгоритм смены импульса активным участком описан в диссертации. Резонансные сближения строились для всех возможных цепочек резонансов, для которых время между последовательными сближениями с Луной не превышало 3 месяцев и размеры которых были достаточно велики, чтобы сближения с Луной были эффективными (расстояние до апогея не ниже 250 000 км). Всего было найдено 25 резонансных цепочек, приводящих миниаппарат на высокую гало-орбиту и 17 цепочек, приводящих миниаппарат на низкую гало-орбиту. Было показано, что некоторые цепочки приводят на высокую гало-орбиту,

но не приводят на низкую гало-орбиту (например,  $8 : 3 \rightarrow 2 : 1$ ). Обратное также верно: цепочка  $5 : 2 \rightarrow 6 : 3$  приводит на низкую гало-орбиту, но не приводит на высокую гало-орбиту.

Расчеты на первом этапе дают фазовое состояние аппарата в геоцентрической экваториальной системе координат, в то время как расчеты на третьем этапе дают фазовое состояние во вращающейся системе координат. При переводе этого состояния в геоцентрическую систему координат получается некая кривая в фазовом пространстве, параметризованная временем, которое зависит от времени полета на втором этапе. Соединение фазового состояния после первого этапа и какой-то из точек этой кривой и выполняется на втором этапе перелета. Делается это в три шага. Сначала ищется оптимальное по быстродействию управление в простой модели (центральное поле Земли + вторая зональная гармоника  $J_2$ ). Затем производится этап фазирования, обеспечивающий выход в нужную точку фазовой кривой. В конце проводится уточнение до эфемеридной модели движения Луны и Солнца, добавляются теневые участки. Этапы фазирования и уточнения рассчитываются с помощью метода параллельной пристрелки. В результате получается целая гладкая траектория. Метод параллельной пристрелки также используется для адаптации до эфемеридной модели траектории на третьем этапе.

В диссертации рассмотрены несколько различных комбинаций исходной орбиты, аппарата и целевой орбиты (рисунок 3).



Рис. 3 — Рассматриваемые случаи на втором этапе

Для всех этих случаях получены время полета, затраты топлива, суммарное и максимальное времена пребывания в тени, моторное время двигателя. Каждой паре эклиптической долготы Солнца  $\lambda_{S0}$  и разности долгот восходящих узлов между орбитами КА и Луны  $\Delta\Omega_0$  в начальный момент времени было сопоставлено множество траекторий, отличающихся точкой выхода на гало-орбиту и цепочками резонансов. Затем для каждой пары  $(\lambda_{S0}, \Delta\Omega_0)$  были отобраны самые быстрые траектории перелета от околоземной орбиты до гало-орбиты. Например, если миниаппарат стартует с геопереходной орбиты

и  $\lambda_{S0} = 270^\circ$  и  $\Delta\Omega_0 = 270^\circ$ , то вдоль самой быстрой из 25 найденных траекторий до гало-орбиты можно добраться за 241.68 дней, при этом моторное время двигателя составит 126.65 дней, максимальное время пребывания в тени составит 1.67 часов, а затраты топлива по отношению к полной массе КА будут 18.08%. Аппарат при этом перескочит с резонансной орбиты 3 : 1 на резонансную орбиту 2 : 1. При других значениях  $\lambda_{S0}$  и  $\Delta\Omega_0$ , время полета для самых быстрых траекторий варьируется в пределах до 260.77 дней, а максимальное время пребывания в тени варьируется в пределах от 0.45 часов до 2.43 часа. Это важно с точки зрения выбора будущей траектории и оценки возможностей КА перед полетом: слишком долгое пребывание в тени может привести к сбою в функционировании аппарата. Подобные таблицы характеристик траекторий для разных пар  $(\lambda_{S0}, \Delta\Omega_0)$  могут помочь определить стартовые условия, при которых конкретная миссия является осуществимой с точки зрения требований надежности. Исследование также показало, что самые быстрые траектории (из найденных) отвечают резонансным последовательностям 3 : 1  $\rightarrow$  2 : 1 и 8 : 3  $\rightarrow$  2 : 1 для высокой гало-орбиты ( $A_z = 35\,000$  км) и последовательности 3 : 1  $\rightarrow$  5 : 2 для низкой гало-орбиты ( $A_z = 15\,000$  км). Подробности, а также результаты расчетов для остальных случаев приведены в тексте диссертации.

Варианты дальнейших перелетов с либрационных орбит вокруг точек  $L_1$  или  $L_2$  системы Земля–Луна обсуждаются в **третьей главе**. Эта глава разделена на две части: в первой выполнен небольшой обзор основных результатов, касающихся перелетов между орбитами вокруг точек либрации  $L_1$  и  $L_2$  системы Земля–Луна, а также между этими орбитами и орбитами вокруг точек либрации  $L_1$  и  $L_2$  системы Солнце–Земля. Перечисляются и работы по построению перелетов по Солнечной системе вдоль инвариантных многообразий различных систем трех тел. Во второй части главы изложены новые результаты, полученные автором диссертации. Здесь решается задача перелета с гало-орбит вокруг точек  $L_1$  и  $L_2$  на окололунные орбиты.

Сначала строится множество оскулирующих окололунных орбит, которые доступны при сходе вдоль неустойчивых многообразий гало-орбит вокруг точек  $L_1$  и  $L_2$  системы Земля–Луна. Показано, что околополярные орбиты достижимы лишь при сходе с достаточно высоких гало-орбит: не ниже 35 000 км для точки  $L_1$  и не ниже 45 000 км для точки  $L_2$ . Как и ожидалось, эксперименты показали, что без управления оскулирующие элементы окололунной траектории быстро меняются: высота перигея может изменяться на тысячи километров, а наклонение на  $100^\circ$ . Более того, во всех случаях движение

оканчивалось одним из трех вариантов: столкновение с Луной, вылет через точку  $L_1$  по направлению к Земле и вылет через точку  $L_2$  во внешнюю область. Поэтому далее ставится и решается задача стабилизации окололунных орбит с использованием двигателей. Как и в задаче перелета на гало-орбиту, здесь предполагается, что малый аппарат оснащен двигателем малой тяги: СПД-100В для миниаппарата (массой 250 кг) и двигателем из серии ВГТ-3 для наноаппарата (массой 9 кг). Стабилизация производится следующим образом: тяга двигателя направлена против скорости (в инерциальной системе координат) в те моменты времени, когда аппарат находится достаточно близко к Луне (конкретно – на расстоянии не больше 10 радиусов Луны до ее центра). Траектория распространяется до тех пор, пока за два витка вокруг Луны вариация наклона вокруг среднего значения не будет меньше  $1^\circ$ , а вариация высоты периселения не будет меньше 1 000 км. На рисунках 4а и 4б показаны результаты стабилизации траекторий для миниаппарата и наноаппарата, соответственно, при сходе с гало-орбит вокруг точки  $L_1$ . Результаты были получены для набора гало-орбит с высотой 1 000 км, 2 000 км и т.д. до 70 000 км, при этом на каждой из них брались по 1 000 точек и из каждой точки в сторону Луны направлялись асимптотические траектории неустойчивого многообразия. Хорошо видно, что доступны окололунные орбиты с широким диапазоном значений наклона и расстояния до периселения. Примечательным является факт доступности околополярных орбит, важных для будущих исследований Луны. Проверка показала, что как и в случае до стабилизации, они доступны при сходе с достаточно высоких гало-орбит: не менее 35 000 км для  $L_1$  и 45 000 км для  $L_2$ .

Геометрические и динамические свойства либрационных орбит делают их привлекательными для будущих миссий. Однако особенностью типичных либрационных орбит, рассматриваемых на практике, является их неустойчивость, что выражается в необходимости регулярно корректировать движение аппарата вблизи таких орбит. Любая задержка коррекции, которая может быть вызвана временной потерей связи с аппаратом или временным сбоем в работе двигателя, приводит к отклонению траектории аппарата от номинальной орбиты, и он удаляется к одному из главных тел системы. Вместе с этим временный сбой в управлении аппаратом уже встречался на практике: достаточно вспомнить миссию Solar and Heliospheric Observatory вокруг точки либрации  $L_1$  системы Солнце–Земля, миссию Akatsuki на подлете аппарата к Венере, миссию Juno на подлете аппарата к Юпитеру. По отношению к миссиям вокруг точек либрации поэтому возникает вопрос о возможности

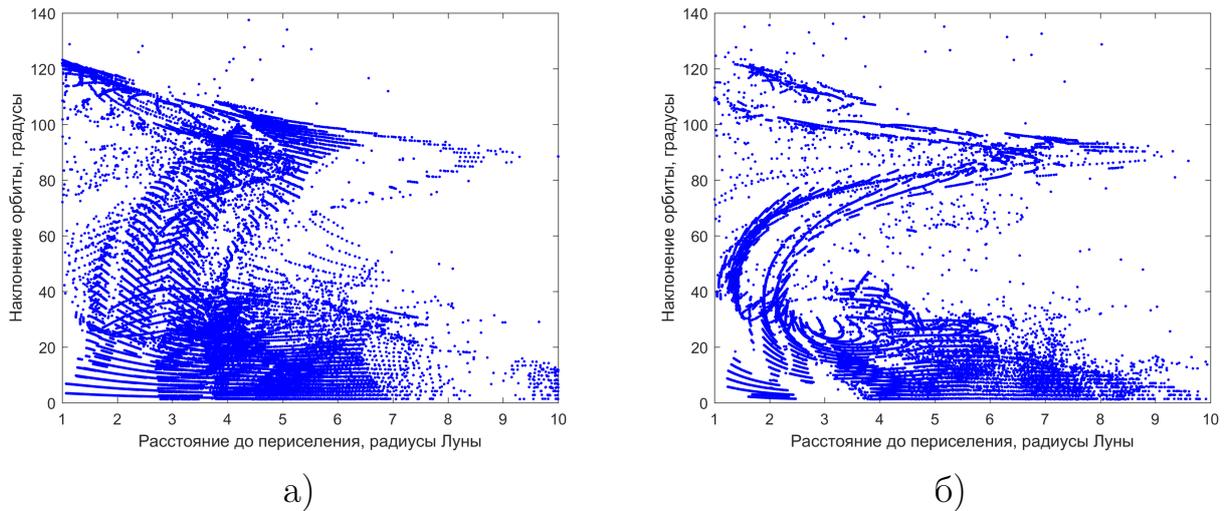


Рис. 4 — Стабилизированные траектории при сходе с гало-орбит вокруг  $L_1$  для а) миниаппарата массой 250 кг и б) наноаппарата массой 9 кг.

смены номинальной орбиты, если произошла нештатная задержка коррекции, и аппарат необходимо возвращать в рабочее состояние. Перелет на другую орбиту, удовлетворяющую требованиям миссии, может требовать меньших затрат топлива, чем возврат на исходную орбиту. Цель **четвертой главы** состоит в том, чтобы прояснить, какой выигрыш по затратам топлива может принести перелет на новую орбиту по сравнению с перелетом на исходную орбиту, насколько отличаются размеры новой и исходной орбит, как выигрыш зависит от размеров исходной орбиты, величины задержки коррекции, типа орбиты, точки либрации, системы трех тел.

Постановка задачи следующая. Аппарат движется в окрестности неустойчивой номинальной орбиты вокруг коллинеарной точки либрации, поддерживая свое движение регулярными импульсами коррекции. В некоторый момент времени импульс коррекции пропущен, аппарат движется по баллистической траектории, двигатели тягу не производят, управление орбитальным движением невозможно. Спустя некоторое время полное управление орбитальным движением становится доступным. Требуется, во-первых, рассчитать оптимальную в плане затрат характеристической скорости траекторию перелета на исходную орбиту, во-вторых, подобрать оптимальную орбиту (того же типа, что и исходная орбита), перелет на которую бы требовал минимум характеристической скорости, и, в-третьих, сравнить характеристики перелета и характеристики исходной и новой орбиты. Необходимо проанализировать характеристики перелета в зависимости от времени задержки кор-

рекции, начальных условий в момент пропуска коррекции, точки либрации и системы трех тел, размеров исходной орбиты и типов орбит.

В диссертации рассматривались две системы трех тел: Земля–Луна и Солнце–Земля, две точки либрации –  $L_1$  и  $L_2$  – и два типа орбит – гало-орбиты и квазигало-орбиты. Расчеты были изначально проведены в рамках CR3BP, а затем уточнены с учетом эфемеридной модели движения Солнца, Земли и Луны. Перелеты предполагались двухимпульсные. Оптимизация затрат характеристической скорости проводилась численно, методом SQP, причем сначала оптимизировался перелет на исходную орбиту, а затем полученное решение использовалось в качестве начального приближения для поиска новой, оптимальной орбиты. Характеристики перелетов изучались при различных временах задержки коррекции: от 0.1 до 0.9 периода исходной орбиты. На рисунке 5 показан пример перелета на исходную и новую орбиту, а также характеристики перелетов. Здесь предполагается, что сбой коррекции происходит на неустойчивом многообразии исходной орбиты в ее самой верхней (по оси  $z$ ) точке; время задержки равно 0.8 периода исходной орбиты. Высота исходной орбиты равна 15 000 км, возврат на нее требует 58.7 м/с характеристической скорости и 3.71 дней полета; высота новой орбиты равна 12 220 км, перелет на нее требует 50.5 м/с характеристической скорости и 6.62 дней полета.

Из рисунка видно, что перелет на новую орбиту способен сохранить порядка 8 м/с характеристической скорости, что приблизительно соответствует типичным годовым затратам на поддержание либрационных орбит в системе Земля–Луна (5–8 м/с). Это значит, что если перелет на новую орбиту допустим с точки зрения требований к миссии, то потенциально удастся продлить время жизни аппарата на один год. Эксперименты показали, что если сбой коррекции происходит на неустойчивом многообразии орбиты, то 1) максимальный выигрыш характеристической скорости растет с ростом размера исходной орбиты, 2) максимальный относительный выигрыш характеристической скорости растет с ростом размера исходной орбиты, 3) максимальное изменение размеров орбиты слабо зависит от размеров исходной орбиты. Эти выводы справедливы для обеих точек либрации  $L_1$  и  $L_2$  и обеих рассматриваемых систем трех тел, Земля–Луна и Солнце–Земля.

В случае, когда сбой коррекции происходит на неустойчивом многообразии исходной орбиты, траектория удаляется от номинальной орбиты наиболее быстро, по крайней мере локально. В общем же случае, разброс характеристик перелета на исходную и новую орбиты был проанализирован в серии

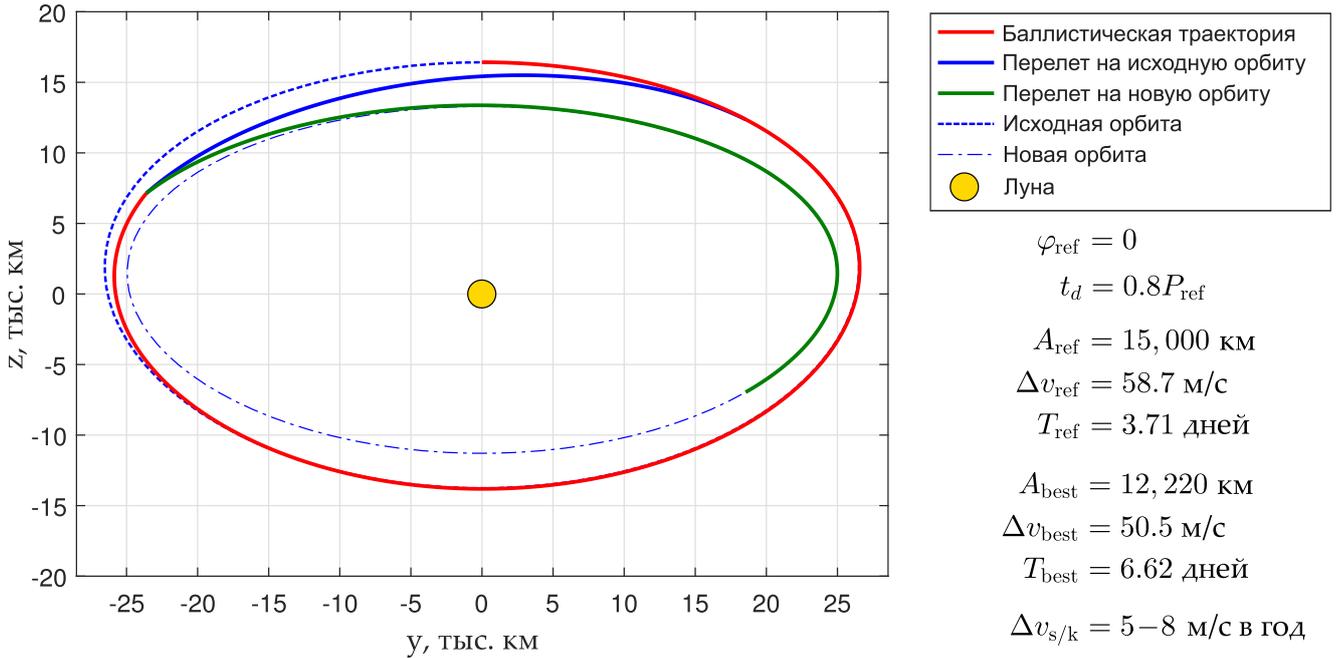


Рис. 5 — Оптимальные перелеты на исходную гало-орбиту вокруг  $EM L_1$  с  $A_z = 15000 \text{ км}$  и на новую гало-орбиту в проекциях на плоскость  $Cyz$  (вид с Земли); изображение Луны соответствует ее размерам

испытаний Монте-Карло, когда начальное отклонение от исходной орбиты моделировалось как нормальный случайный вектор. Диаграммы размаха абсолютного выигрыша показывают, что в системе Земля–Луна выигрыш характеристической скорости соизмерим с годовыми затратами на поддержание (5–8 м/с), а в системе Солнце–Земля выигрыш в несколько раз превышает годовые затраты на поддержание (1–2 м/с), см. рисунки 6а и 6б. Здесь  $A_{\text{ref}}$  обозначает  $z$ -амплитуду исходной орбиты,  $t_d$  – время задержки коррекции, выраженное в периодах исходной орбиты,  $\Delta v_{\text{ref}}$  – характеристическая скорость перелета на исходную орбиту и  $\Delta v_{\text{best}}$  – характеристическая скорость перелета на новую орбиту. Обе диаграммы были построены для случая, когда сбой коррекции происходил вблизи точки на исходной гало-орбите с максимальной координатой  $z$  (гало-орбиты северные).

Все результаты, полученные изначально в рамках модели CRЗВР, были адаптированы к эфемеридной модели движения Солнца, Луны и Земли. Адаптация к эфемеридной модели осуществляется с помощью метода параллельной пристрелки. Для этого траектории, полученных в рамках CRЗВР, используются как начальное приближение в процедуре минимизации невязок векторов состояния в промежуточных узлах. Анализ показал, что в эфемеридной модели характеристические скорости перелета на исходную и на но-

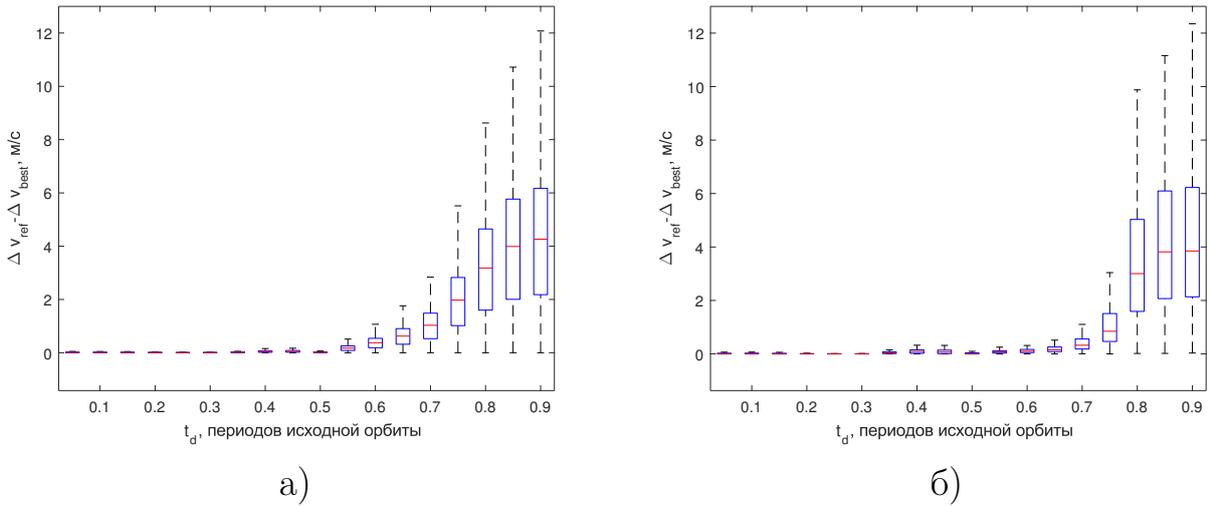


Рис. 6 — Диаграммы размаха для разности характеристических скоростей перелета на исходную гало-орбиту и новую гало-орбиту в случае а) Земля–Луна  $L_1$ ,  $A_{\text{ref}} = 15\,000$  км, и б) Солнце–Земля  $L_1$ ,  $A_{\text{ref}} = 150\,000$  км; сбой вблизи точки гало-орбиты с максимальной координатой

вую орбиты уменьшаются в 1.1–1.5 раза по сравнению с соответствующими величинами в модели CRЗВР, а относительный выигрыш стратегии перелета на новую орбиту увеличивается в 2–5 раз.

Наконец, оценка преимуществ смены номинальной орбиты была проведена и для другого класса орбит – квазигало-орбит вокруг точки  $L_1$  системы Земля–Луна. Изучаемое семейство квазигало-орбит было дискретным: рассматривались 50 торообразных орбит высотой от 15 000 до 19 000 км, отличающихся размером внутренней полости. Результаты получены для трех случаев исходной орбиты: высотой 15 003 км (малая), 16 133 км (средняя) и 17 400 км (крупная). Так как все множество орбит является дискретным, то оптимальная орбита была получена перебором всех орбит семейства и расчетом оптимальных перелетов на каждую из них. Как и ожидалось, в случае малой квазигало-орбиты, отличающейся от образующей гало-орбиты высотой 15 000 км на 3 км, диаграмма размаха для выигрыша характеристической скорости приблизительно совпадает с диаграммой, построенной для исходной гало-орбиты высотой 15 000 км. Более того, при достаточно длительной задержке коррекции перелет на новую квазигало-орбиту оказывается даже выгоднее (на 1–3 м/с), чем перелет на новую гало-орбиту. В зависимости от времени задержки коррекции выигрыш может составить от 8 м/с до 15 м/с. Для средней исходной орбиты цифры заметно ниже – от 6 до 8 м/с. Для крупной исходной квазигало-орбиты выигрыш составляет уже не более 4 м/с.

## Основные результаты работы

- Получены характеристики спиральных траекторий перелета с легко доступных низких круговых орбит и геопереходной орбиты на гало-орбиты вокруг точки  $L_1$  системы Земля–Луна с помощью резонансных сближений. Расчеты велись для двух аппаратов (в классе мини и нано), различных времени и даты старта, цепочек резонансов, целевых гало-орбит и точек на гало-орбитах. В результате были определены все практически значимые цепочки резонансов, способные доставить малый аппарат на рассматриваемые целевые орбиты. Обнаружены цепочки резонансов, характерные для обеих целевых орбит. Существуют также цепочки, приводящие на одну гало-орбиту, но не приводящие на другую гало-орбиту.
- Построено множество стабилизированных малой тягой окололунных орбит, доступных при сходе с гало-орбит вокруг точек  $L_1$  и  $L_2$  системы Земля–Луна. Результаты получены для двух аппаратов – в классе мини и нано. Показано, что околополярные орбиты доступны при сходе с достаточно крупных гало-орбит (высотой 35 000 км для точки  $L_1$  и 45 000 км для  $L_2$ ) для обоих аппаратов. Для обоих аппаратов стабилизированные окололунные орбиты доступны в широком диапазоне наклонов (от  $0^\circ$  до  $140^\circ$  для  $L_1$  и от  $0^\circ$  до  $100^\circ$  для  $L_2$ ) и высоты переселения (от 1 до 10 радиусов Луны).
- Оценены преимущества смены номинальной орбиты вокруг коллинеарной точки либрации с точки зрения затрат топлива, требуемых для спасения миссии после временной задержки коррекции траектории. Рассмотрены случаи точек либрации  $L_1$  и  $L_2$  систем Земля–Луна и Солнце–Земля. В качестве номинальных орбит рассмотрены гало-орбиты и квази-гало-орбиты. Анализ выявил, что смена орбиты способна продлить время жизни КА на несколько месяцев и даже лет. Показано, что при длительности задержки меньше половины периода исходной орбиты проводить смену орбиты нецелесообразно. При более длительных задержках относительный выигрыш по затратам характеристической скорости может достигать 60% от затрат на перелет на исходную орбиту. Показано, что в системе Земля–Луна смена номинальной орбиты с гало-орбиты на новую квазигало-орбиту при больших временах задержки может оказаться на 1–3 м/с выгоднее, чем перелет на новую гало-орбиту.

## Публикации автора по теме диссертации

1. **Shirobokov, M.**, Trofimov, S., Ovchinnikov, M. “Survey of Station-Keeping Techniques for Libration Point Orbits,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2017, 1–21. URL: <http://dx.doi.org/10.2514/1.G001850>
2. **Shirobokov, M.**, Trofimov, S., Ovchinnikov, M. “Recovery of Halo Orbit Missions in Case of Contingent Station-Keeping Maneuver Delay,” *Advances in Space Research*, 2016, Vol. 58, No. 9, 1807–1818. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.asr.2016.07.003>
3. **Shirobokov, M.**, Trofimov, S. “Parametric Analysis of Low-Thrust Lunar Transfers with Resonant Encounters,” *Advances in the Astronautical Sciences*, 2016, Vol. 158, 579–603. URL: <http://www.univelt.com/book=5709>
4. Ovchinnikov, M., **Shirobokov, M.**, Trofimov, S. “Recovery of lunar libration point missions in case of contingency correction maneuver delay,” *Proceedings of the International Astronautical Congress, IAC*, 2015, Vol. 8, pp. 5771–5791. URL: <http://www.proceedings.com/29485.html>
5. **Shirobokov, M.**, Trofimov, S. “Thruster Failure Recovery Strategies for Libration Point Missions,” *Advances in the Astronautical Sciences*, 2015, Vol. 153, 1383–1391. URL: <http://www.univelt.com/book=4919>