

На правах рукописи

Панкратов Владимир Александрович

**ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ КАЛМАНА
В ЗАДАЧАХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО
ДВИЖЕНИЯ СПУТНИКОВ**

Специальность 01.02.01 — Теоретическая механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2014

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования "Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана"

- Научный руководитель: Крищенко Александр Петрович,
доктор физико-математических наук,
профессор, член-корреспондент РАН
- Научный консультант: Сазонов Виктор Васильевич,
доктор физико-математических наук,
профессор
- Официальные оппоненты: Лемак Степан Степанович,
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры прикладной механики и управления механико-математического факультета МГУ
- Тимаков Сергей Николаевич,
кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник
ОАО "РКК "Энергия"
- Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского Российской академии наук

Защита состоится 3 июня 2014 г. в 11 часов на заседании диссертационного совета Д002.024.01, созданного на базе ФБГУН Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, по адресу: 125047, Москва, Миусская пл., 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФБГУН Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН: <http://keldysh.ru>.

Автореферат разослан " " апреля 2014 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор физико-математических наук

Т.А.Полилова

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Диссертация посвящена задачам реконструкции фактического вращательного движения искусственных спутников Земли (ИСЗ) научного назначения по данным измерений бортовых датчиков. Цель реконструкции — получение исходных данных для анализа остаточных микроускорений, которые имели место во время проведения космических экспериментов. Некоторые эксперименты по материаловедению, физике жидкости, биологии и медицине весьма чувствительны к остаточным микроускорениям на борту ИСЗ. По этой причине информация о микроускорениях важна для интерпретации получаемых результатов. Для анализа многих экспериментов такого рода достаточно знать только квазистатическую составляющую микроускорения, имеющую частоты менее 0.01 Гц. Эта составляющая наиболее точно определяется расчетным путем по информации о движении спутника, причем наиболее значимо в таких расчетах знание вращательного движения. Поскольку многие космические эксперименты с гравитационно-чувствительными системами и процессами выполняются в течение продолжительного времени, необходимо иметь методы, позволяющие строить непрерывную реконструкцию вращательного движения спутника на интервалах времени в несколько десятков часов.

Цель диссертации состоит в разработке математических моделей и алгоритмов, которые позволяют реконструировать вращательное движение спутника как в управляемом, так и в неуправляемом режимах полета. Реконструкция строится с помощью различных статистических методик в виде решений динамических и кинематических уравнений движения твердого тела, аппроксимирующих данные измерений бортовых магнитометров и датчика угловой скорости. Основное внимание уделено методикам, основанным на фильтрации Калмана. Рассматриваются также интегральные статистические методики, непосредственно использующие метод наименьших квадратов. Они представляют методический и практический интерес, служат для проверок, кроме того, некоторые их составные части являются общими с калмановскими методиками. Обычно фильтр Калмана используется для определения движения космических аппаратов и других механических систем в реальном времени. В данной работе он используется для апостериорной реконструкции движения, а его главным достоинством считается возможность упрощения применяемых математических моделей объектов.

Измерения, рассматриваемые в диссертации, — косвенные. Их обработка в ряде случаев (например, когда имеются измерения только одного вида) требует применения довольно сложных математических моделей, основанных на полных (динамических и кинематических) уравнениях движения. По этой причине в диссертации рассмотрены задачи верификации математических моделей, используемых при обработке косвенных измерений, а также

задача проверки показаний бортовых магнитометров.

Научная новизна результатов диссертации обусловлена уникальностью исследуемых объектов, работа с которыми потребовала создания новых и модификации известных подходов к решению перечисленных выше задач. Конкретные новые результаты сформулированы ниже.

Теоретическая и практическая значимость. Диссертация имеет прикладной характер. Предложенные в ней алгоритмы реализованы в программных комплексах, которые использовались для реконструкции движения летавших спутников. Результаты диссертации и методы могут быть использованы в исследованиях, проводимых в ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, ФГУП "ЦСКБ-Прогресс", ИПМех им. А.Ю.Ишлинского РАН, МГТУ им. Н.Э. Баумана, ОАО "РКК "Энергия" им. С.П.Королева" и других научно-исследовательских центрах. Программные комплексы, разработанные при выполнении данной диссертации, применимы для реконструкции вращательного движения существующих и перспективных ИСЗ, оснащенных магнитометрами и датчиками угловой скорости.

Методы исследования. В диссертации использованы методы динамики твердого тела, прикладной небесной механики, вычислительной математики и математической статистики.

Апробация результатов. Основные результаты диссертации докладывались на следующих семинарах и конференциях:

X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г. Нижний Новгород, ННГУ им. Н.И.Лобачевского, 2011 г.);

Семинар "Теория управления и динамика систем" под руководством академика РАН Ф.Л.Черноузько (г. Москва, ИПМех им. А.Ю.Ишлинского РАН, 2013 г.);

Семинар по динамике относительного движения под руководством чл.-корр. РАН В.В.Белецкого и проф. Ю.Ф.Голубева (г. Москва, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, 2013 г.);

Семинар им. В.А.Егорова по механике космического полета под руководством доц. М.П.Заплетина и проф. В.В.Сазонова (г. Москва, МГУ им. М.В.Ломоносова, 2007, 2012, 2013 гг.);

Научная конференция "Фундаментальные и прикладные задачи механики", посвященная 135-летию кафедры теоретической механики им. проф. Н.Е.Жуковского (г. Москва, МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2013 г.);

Вторая международная научно-техническая конференция "Аэрокосмические технологии", посвященная 95-летию со дня рождения академика В.Н.Челомея (г. Москва, МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2009 г.);

XXXI Академические чтения по космонавтике (г. Москва, 2007 г.).

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в десяти печатных работах [1 – 10], из них три статьи в рецензируемых журналах [1 – 3].

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Ее общий объем составляет 125 страниц и включает 43 рисунка. Список литературы содержит 53 наименования.

Содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулирована ее цель и показана практическая значимость полученных результатов.

В **первой главе** рассматривается задача реконструкции неуправляемого вращательного движения спутника по данным измерений магнитного поля Земли (МПЗ) на его борту. Известно много способов и конкретных результатов решения этой задачи. Способы, предлагаемые в диссертации, ориентированы на построение непрерывной реконструкции вращательного движения спутника на продолжительных интервалах времени. Такая реконструкция нужна для вычисления реальных квазистатических микроускорений, имевших место в космических экспериментах с гравитационно-чувствительными процессами. Продолжительность экспериментов такого рода может достигать нескольких суток.

Расчет микроускорений на спутнике по реконструкции его вращательного движения выполнялся, в частности, для ИСЗ серии *Фотон*, причем в случае *Фотона-12*, *Фотона М-2* и *Фотона М-3* реконструкция строилась по данным измерений бортовых магнитометров [11 – 13]. В указанных работах применялся метод наименьших квадратов. Измерения МПЗ, выполненные на отрезках времени от одного до пяти орбитальных витков, обрабатывались совместно с помощью интегрирования уравнений вращательного движения спутника. Реконструкцией движения считалось решение уравнений движения, аппроксимирующее обрабатываемые измерения. Чтобы получить реконструкцию в течение всего полета, движение спутника определялось на совокупности таких отрезков, причем соседние отрезки имели пересечение около 10 мин. Сравнение смежных реконструкций на пересекающихся частях соседних отрезков позволяло контролировать их точность. Методики реконструкции движения *Фотонов* [11 – 13] (их называют интегральными статистическими) использовали довольно сложные уравнения движения ИСЗ, поскольку для достижения нужной точности одним решением этих уравнений приходилось аппроксимировать продолжительный ряд косвенных измерений.

В первой главе предложен другой подход к решению описанной задачи. Он основан на фильтрации Калмана. Его преимущество заключается в использовании более простых уравнений движения. За возможность упрощения приходится платить некоторым снижением точности и тем обстоятельством (с практической точки зрения несущественным), что угловое ускорение спутника становится, вообще говоря, разрывной функцией времени. Для

расчета квазистатического микроускорения угловое ускорение должно быть гладкой функцией. Применяемый вариант фильтра Калмана существенно использует ряд процедур программного кода обновленной интегральной статистической методики, основанной на методе наименьших квадратов, поэтому в первой главе дано ее описание.

Уравнения движения спутника, лежащие в основе этой методики, состоят из двух подсистем. Одна подсистема описывает движение центра масс спутника, другая — его вращательное движение. Подсистема уравнений движения центра масс записывается в гринвичской системе координат $Y_1Y_2Y_3$ (начало — в центре Земли, плоскость Y_1Y_2 совпадает с плоскостью экватора, положительная полуось Y_1 пересекает гринвичский меридиан, ось Y_3 направлена к Северному полюсу). В уравнениях учитываются нецентральность гравитационного поля Земли и сопротивление атмосферы. Нецентральность поля учитывается с точностью до членов порядка (16,16) включительно в разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по шаровым функциям. Атмосфера считается вращающейся вместе с Землей, ее плотность рассчитывается согласно модели ГОСТ Р 25645.166-2004. Параметры атмосферы и баллистический коэффициент спутника считаются неизменными на всем интервале интегрирования уравнений движения.

Подсистема уравнений вращательного движения образована динамическими уравнениями Эйлера для компонент угловой скорости спутника и кинематическими уравнениями для компонент кватерниона, который задает ориентацию системы координат $x_1x_2x_3$, образованной главными центральными осями инерции спутника, относительно гринвичской системы. В уравнениях Эйлера учитываются гравитационный и восстанавливающий аэродинамический моменты, а также учитывается гиросtatический момент внутренних устройств спутника (вентиляторов, роторов и т. п.), компоненты которого считаются постоянными [10].

Для реконструкции движения брались ряды магнитных измерений, охватывающие интервалы времени длиной от 2 до 8 часов с переменным шагом $5 \div 10$ с. Выбранные данные представляли собой совокупность чисел

$$t_{h,n}, h_1^{(n)}, h_2^{(n)}, h_3^{(n)} \quad (n = 0, 1, \dots, N), \quad (1)$$

где $h_i^{(n)}$ ($i = 1, 2, 3$) — измеренные значения компонент вектора напряженности магнитного поля в момент $t_{h,n}$, $t_{h,0} < t_{h,1} < \dots < t_{h,N}$. Полагаем, что эти компоненты с точностью до постоянных смещений, координатных преобразований и малых ошибок измерений совпадают с компонентами напряженности МПЗ в системе координат $x_1x_2x_3$.

Следуя методу наименьших квадратов, реконструкцией фактического движения спутника на отрезке $t_{h,0} \leq t \leq t_{h,N}$ будем считать решение уравнений движения, доставляющее минимум функционалу

$$\Phi = \sum_{i=1}^3 \left\{ \sum_{n=0}^N \left[h_i^{(n)} - \hat{h}_i(t_{h,n}) \right]^2 - (N+1)\Delta_i^2 \right\}, \quad (2)$$

$$\Delta_i = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N \left[h_i^{(n)} - \hat{h}_i(t_{h,n}) \right], \quad \hat{h}_i(t) = \sum_{j=1}^3 H_j(t)g_{ji}(t).$$

Здесь Δ_i — оценки постоянных смещений в измерениях, $H_i(t)$ — расчетные значения компонент напряженности МПЗ в гринвичской системе координат в момент времени t , $\|g_{ij}\|_{i,j=1}^3$ — матрица перехода от системы $x_1x_2x_3$ к гринвичской системе. Функции $H_i(t)$ строятся вдоль известной орбиты спутника с использованием аналитической модели МПЗ IGRF, элементы матрицы перехода вычисляются в процессе интегрирования уравнений движения.

Функционал (2) минимизируется по начальным условиям решения подсистемы уравнений вращательного движения, параметрам аэродинамического момента и компонентам гиростатического момента [10]. При этом учитывается условие нормировки кватерниона. Поиск точки минимума функционала (2) проводится в несколько этапов, на последних этапах применяются метод Левенберга – Марквардта и метод Гаусса – Ньютона. Отличие нового варианта методики от методики, использованной в [11 – 13], состоит в отсутствии предварительной редукции измерительной информации. В указанных работах данные измерений МПЗ предварительно сглаживались дискретными рядами Фурье, с помощью которых затем формировались так называемые псевдоизмерения — значения МПЗ, вычисленные по построенным рядам на гораздо более редкой сетке, шаг которой примерно соответствует или кратен оптимальному шагу интегрирования уравнений движения спутника методом Дормана – Принса 8-го порядка [14]. Размер шага определялся по критерию локальной точности интегрирования. Реконструкция движения спутника сводилась к поиску решения уравнений движения, позволяющего наиболее точно аппроксимировать псевдоизмерения. В новом варианте в обработку включаются все измерения, интегрирование уравнений движения выполняется с оптимальным шагом, а расчетные аналоги измерений вычисляются в точках выполнения измерений с помощью полиномов, интерполирующих вычисляемое решение внутри шага интегрирования. Такие полиномы для методов типа Рунге – Кутты вошли в широкую практику вычислений в последней четверти 20 века [14] и вместе с повышением быстродействия и объема памяти персональных ЭВМ позволили изменить программное обеспечение интегральных статистических методик.

Пример реконструкция движения спутника *Фотон М-3* на 11 пересекающихся интервалах времени приведен на рис. 1. Представленные здесь интервалы охватывают 16.7 ч. Каждый интервал имеет длину примерно 6200 с. Смежные интервалы имеют пересечение около 800 с. В левой части рисунка

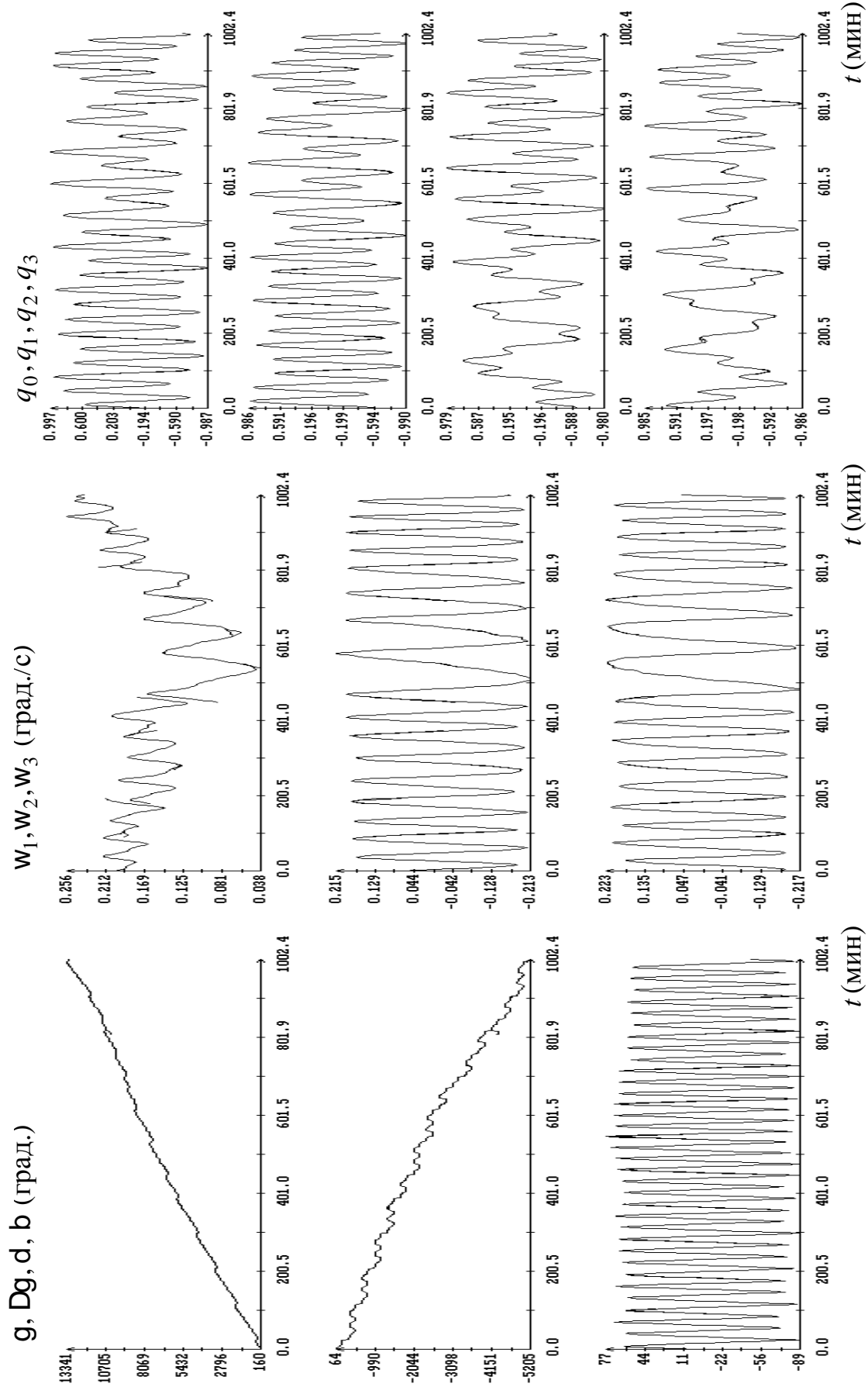


Рис. 1. Результаты реконструкции движения спутника *Фотон М-3* на 11 смежных промежутках времени. Момент $t = 0$ соответствует 22:46:35 ДМВ 17.09.2007.

приведены графики зависимости от времени углов γ , δ и β , задающих положение системы $x_1x_2x_3$ относительно системы $Z_1Z_2Z_3$ (плоскость Z_1Z_3 совпадает с плоскостью оскулирующей орбиты спутника, ось Z_2 направлена вдоль вектора кинетического момента орбитального движения спутника, ось Z_3 лежит в плоскости Y_1Y_2 и направлена из центра Земли в восходящий узел орбиты). Система $Z_1Z_2Z_3$ может быть переведена в систему $x_1x_2x_3$ тремя последовательными поворотами: 1) на угол $\delta + \pi/2$ вокруг оси Z_2 , 2) на угол β вокруг новой оси Z_3 , 3) на угол γ вокруг новой оси Z_1 , совпадающей с осью x_1 . В средней и правой частях рис. 1 приведены графики зависимости от времени компонент угловой скорости спутника в системе $x_1x_2x_3$ и кватерниона ориентации последней относительно гринвичской системы. Как видно из рисунка, на стыках интервалов разные решения несколько отличаются, но в целом реконструкция выглядит плавной.

В [15] приведена аналогичная реконструкция всего неуправляемого полета *Фотона М-3*. Там использовались более сложные уравнения движения (дополнительно учитывался действующий на спутник магнитный момент, параметры которого уточнялись), и стыковка смежных решений получилась более точной. Следует отметить, что и интервалы времени, на которых выполнялась реконструкция в [15], были длиннее — в основном $2 \div 3$ орбитальных витка. Использование более грубой модели в данной работе обусловлено тем, что далее эта модель применяется в фильтре Калмана и при его использовании она становится более адекватной.

Математическую модель движения спутника и процесса измерений, принятую в нелинейном фильтре Калмана, представим в виде

$$x_n = F_n(x_{n-1}) + \eta_n, \quad y_n = G_n(x_n) + \xi_n \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (3)$$

Компонентами векторов состояния x_n являются независимые параметры, через которые выражаются значения переменных уравнений движения спутника в узлах некоторой временной сетки $\{t_n\}$, $t_n < t_{n+1}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$). Кроме того, в набор компонент вектора x_n входят постоянные на интервале $t_{n-1} < t \leq t_n$ параметры аэродинамического момента, компоненты гиростатического момента и смещения в измерениях МПЗ. Таким образом, $\dim x_n = 15$. В набор компонент вектора измерений y_n входят все попавшие в интервал $t_{n-1} < t \leq t_n$ измерения МПЗ вида (1). Размерность векторов y_n зависит от n . При некоторых значениях n эти векторы могут отсутствовать, но в типичных ситуациях $\dim y_n$ намного превышает $\dim x_n$. Функции $F_n(x)$ и $G_n(x)$ вычисляются посредством интегрирования на интервале $t_{n-1} < t \leq t_n$ уравнений движения спутника. При сделанных предположениях эти функции — гладкие, их матрицы Якоби имеют полный ранг. Далее, в (3) ξ_n — вектор случайных ошибок измерений, η_n — вектор случайных возмущений системы. Полагаем далее, что векторы ξ_m и η_n некоррелированы при любых значениях m и n . Векторы ξ_m и ξ_n , а также η_m и η_n , некоррелированы при

любых $m \neq n$. Математические ожидания и ковариационные матрицы этих векторов определяются соотношениями

$$M\xi_n = 0, \quad M\eta_n = 0, \quad M\xi_n\xi_n^T = K_n, \quad M\eta_n\eta_n^T = L_n.$$

Здесь матрицы K_n и L_n положительно определены, порядок первой из них совпадает с размерностью вектора y_n , порядок второй равен 15.

Оценка вектора x_n по измерениям y_k ($k = 1, 2, \dots, n$) задается математическим ожиданием \hat{x}_n и ковариационной матрицей P_n . Рекуррентные формулы для расчета этих величин можно получить, следуя методу наименьших квадратов, причем в случае большой переменной размерности векторов измерений удобнее иметь дело с обратными значениями ковариационных матриц. Предположим, что \hat{x}_{n-1} и P_{n-1}^{-1} известны. Прогноз вектора x_n в рамках модели (3) имеет математическое ожидание $x'_n = F_n(\hat{x}_{n-1})$ и ковариационную матрицу P'_n , где

$$P_n'^{-1} = Z_n - Z_n(L_n^{-1} + Z_n)^{-1}Z_n, \quad Z_n = (A_n^{-1})^T P_{n-1}^{-1} A_n^{-1}, \quad A_n = \frac{\partial F_n(\hat{x}_{n-1})}{\partial x}.$$

Согласно методу наименьших квадратов уточненное математическое ожидание вектора x_n с учетом нового набора измерений y_n находится из условия минимума функции

$$f_1(x_n) = (x_n - x'_n)^T P_n'^{-1} (x_n - x'_n) + [y_n - G_n(x_n)]^T K_n^{-1} [y_n - G_n(x_n)],$$

т. е. $\hat{x}_n = \operatorname{argmin} f_1(x_n)$. При этом

$$P_n^{-1} = P_n'^{-1} + B_n^T K_n^{-1} B_n, \quad B_n = \frac{\partial G_n(\hat{x}_n)}{\partial x}.$$

В диссертации также применялся и другой способ оценки вектора \hat{x}_n . Рассмотрим функцию

$$f_1[F_n(x_{n-1})] \equiv [F_n(x_{n-1}) - x'_n]^T P_n'^{-1} [F_n(x_{n-1}) - x'_n] + [y_n - \tilde{G}_n(x_{n-1})]^T K_n^{-1} [y_n - \tilde{G}_n(x_{n-1})], \quad \tilde{G}_n(x) = G_n[F_n(x)].$$

Первое слагаемое в правой части формулы для $f_1[F_n(x_{n-1})]$ с высокой точностью можно представить в виде $(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})^T C_n (x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})$, где

$$C_n = P_{n-1}^{-1} - P_{n-1}^{-1} [P_{n-1}^{-1} + A_n^T L_n^{-1} A_n]^{-1} P_{n-1}^{-1}.$$

Положим

$$f_2(x_{n-1}) = (x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})^T C_n (x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) + [y_n - \tilde{G}_n(x_{n-1})]^T K_n^{-1} [y_n - \tilde{G}_n(x_{n-1})]$$

и примем $\hat{x}_n = F_n(x_{n-1}^*)$, $x_{n-1}^* = \operatorname{argmin} f_2(x_{n-1})$. Новая оценка отличается от оценки $\hat{x}_n = \operatorname{argmin} f_1(x_n)$, но при малых значениях ковариационных матриц ошибок эти оценки будут близки. Для новой оценки

$$P_n^{-1} = (A_n^{-1})^T (C_n + U_n^T K_n^{-1} U_n) A_n^{-1}, \quad U_n = \frac{\partial \tilde{G}_n(x_n^*)}{\partial x}.$$

В случае линейных функций $F_n(x)$ и $G_n(x)$ обе оценки совпадают с обычными оценками фильтра Калмана.

Временная сетка $\{t_n\}$ выбиралась следующим образом. В реализации, использующей минимизацию функции $f_2(x_{n-1})$, эта сетка равномерная: $t_n = t_0 + n\Delta t$, $\Delta t = 200 \div 500$ с. Значение Δt в несколько раз превышает длину оптимального шага численного интегрирования уравнений вращательного движения. В реализации, основанной на минимизации функции $f_1(x_n)$, узлы t_n являются конечными точками оптимальных шагов. Здесь $t_n - t_{n-1} = 50 \div 100$ с. Расчет функций $G_n(x)$ выполнялся с использованием упоминавшихся выше интерполяционных полиномов.

Минимизация функций $f_1(x_n)$ и $f_2(x_{n-1})$ выполнялась методом Гаусса-Ньютона, в качестве начальных приближений использовались точки x'_n и \hat{x}_{n-1} соответственно. В обоих случаях прогноз выполнялся посредством интегрирования уравнений движения и соответствующих уравнений в вариациях от точки t_{n-1} к точке t_n . Итерационное уточнение точки минимума функции $f_1(x_n)$ выполнялось посредством неоднократного интегрирования указанных уравнений от точки t_n к точке t_{n-1} . При итерационном уточнении точки минимума функции $f_2(x_{n-1})$ эти уравнения интегрировались от точки t_{n-1} к точке t_n .

Движение, реконструированное в результате минимизации функции $f_1(x_n)$, показано на рис. 2. Рисунок организован следующим образом. Левые части рис. 2 содержат графики зависимости от времени углов γ , δ и β , а также график разности $\Delta\gamma(t) = \gamma(t) - c_0 - c_1(t - t_0)$, где $c_0 + c_1(t - t_0)$ — линейная аппроксимация функции $\gamma(t)$, построенная методом наименьших квадратов. В средней части этого рисунка помещены графики компонент угловой скорости спутника, в правой части — ломаные, проходящие через точки $(t_{h,n}, h_i^{(n)} - h_i(t_{h,n}) - \Delta_i)$, $n = 0, 1, \dots$. В диссертации приведены реконструкции движения, построенные посредством минимизации функции $f_2(x_{n-1})$ при $\Delta t = 200$ с и $\Delta t = 500$ с. Они близки к реконструкции, представленной на рис. 2.

Для реконструкции движения по всей полученной совокупности данных в диссертации предложен алгоритм нелинейного сглаживания, обобщающий линейный алгоритм так называемого RTS-сглаживания [16, 17]. Суть алгоритма заключается в следующем. Пусть на некотором отрезке времени были получены измерения y_n ($n = 1, 2, \dots, N$), и для этих измерений рассчитаны величины x'_n , P'_n , \hat{x}_n и \hat{P}_n . После того как процесс получения измерений

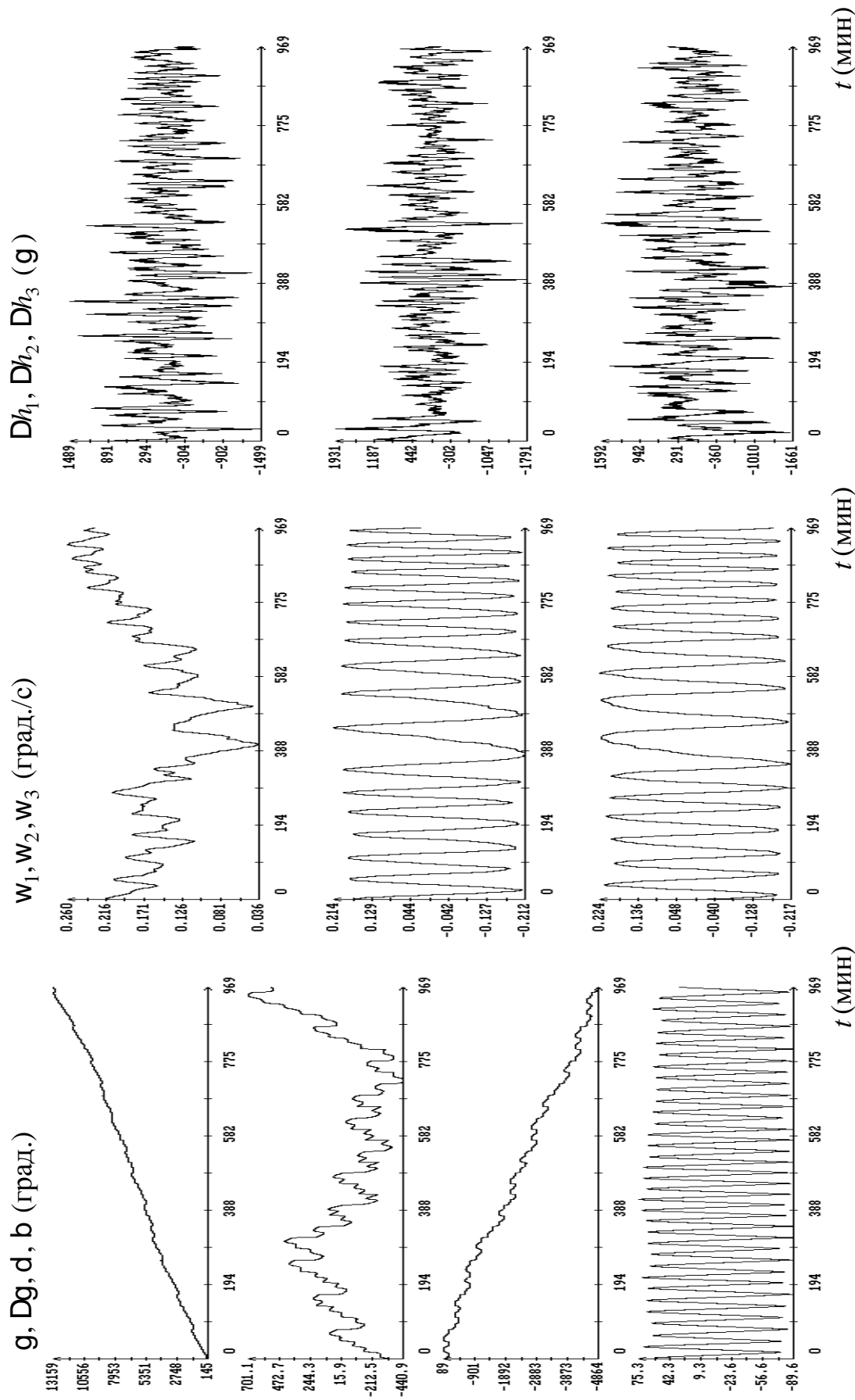


Рис. 2. Реконструкция движения посредством минимизации функции f_1 . Автоматический выбор шага по времени. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 00:57:00 ДМВ 18.09.2007.

был завершен, оценки \hat{x}_n и \hat{P}_n уточняются с использованием всей имеющейся измерительной информации. Уточненное математическое ожидание вектора x_n обозначим \tilde{x}_n , ковариационную матрицу отклонения $x_n - \tilde{x}_n$ обозначим Q_n . Эти величины находятся методом наименьших квадратов: $\tilde{x}_n = \operatorname{argmin} g(x_n)$, где

$$g(x_n) = (x_n - \hat{x}_n)^T P_n^{-1} (x_n - \hat{x}_n) + [\tilde{x}_{n+1} - F_{n+1}(x_n)]^T L_{n+1}^{-1} [\tilde{x}_{n+1} - F_{n+1}(x_n)],$$

$$Q_n = P_n + P_n A_{n+1}^T P_{n+1}^{-1} (Q_{n+1} - P_{n+1}') P_{n+1}'^{-1} A_{n+1} P_n.$$

Рекуррентный процесс вычисления оценок \tilde{x}_n и Q_n аналогичен процессу вычисления величин \hat{x}_n и \hat{P}_n , но идет в обратном направлении. Условно говоря, процесс вычисления оценок \hat{x}_n , \hat{P}_n идет вперед, а процесс вычисления оценок \tilde{x}_n , Q_n — назад. В начале второго процесса $\tilde{x}_N = \hat{x}_N$, $Q_N = P_N$.

Пример сглаживания движения *Фотона М-3* приведен на рис. 3. Этот рисунок получен для варианта, в котором фильтрация вперед выполнена при помощи минимизации функции $f_2(x_{n-1})$ в случае $\Delta t = 200$ с. Результаты первой главы опубликованы в [10].

Во **второй главе** предложены методики реконструкции вращательного движения спутника по данным бортовых измерений векторов угловой скорости и напряженности МПЗ. Эти методики основаны на кинематических уравнениях вращательного движения твердого тела и, вообще говоря, надежнее методик, использующих полную систему уравнений движения. Такая система наряду с кинематическими включает и динамические уравнения, составление которых требует знания явных выражений для моментов приложенных к спутнику внешних сил, а такое знание зачастую оказывается недостаточно точным. В ряде случаев с помощью методик, основанных на одних лишь кинематических уравнениях, можно проверить точность динамических уравнений.

Во второй главе предложены две методики: интегральная статистическая методика, использующая метод наименьших квадратов, и методика, основанная на фильтрации Калмана. В рамках первой методики данные измерений обоих типов, собранные на некотором отрезке времени, обрабатываются совместно. Измерения угловой скорости даны с шагом 12с на отрезках времени 83 мин. Эти данные сглаживаются тригонометрическими полиномами, которые подставляются в кинематические уравнения для компонент кватерниона, задающего ориентацию связанной со спутником системы координат относительно гринвичской системы. Полученные таким образом уравнения представляют собой кинематическую модель вращательного движения спутника. Измерения МПЗ (1) выбираются внутри отрезка времени, на котором определены эти уравнения. Их решение, доставляющие минимум функционалу (2), считается реконструкцией фактического движения.

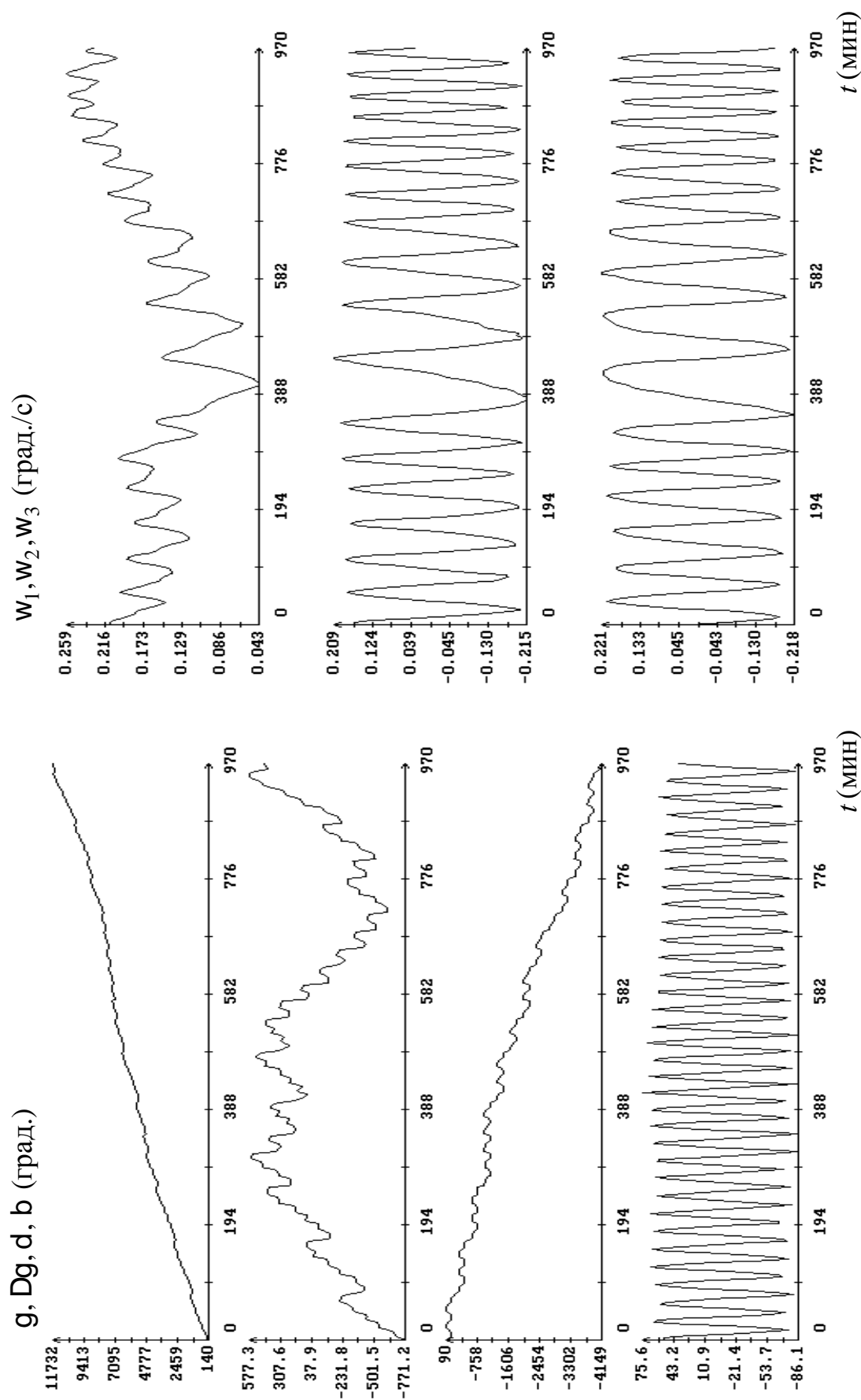


Рис. 3. Сглаживание посредством минимизации функции g . Шаг по времени $Dt = 200$ с.
Момент $t = 0$ на графиках соответствует 00:57:00 ДМВ 18.09.2007.

Пример реконструкции описанным способом движения *Фотона М-3* приведен на рис. 4. Левая и правая части этого рисунка организованы аналогично рис. 2. В его центральной части помещены графики данных измерений угловой скорости и аппроксимирующих эти данные тригонометрических полиномов. Полиномы строились методом наименьших квадратов, их графики на рисунке представляют собой гладкие кривые.

Методика, использующая фильтрацию Калмана, разработана в диссертации на перспективу. В дальнейшем полет спутников научного назначения, создаваемых ФГУП "ЦСКБ-Прогресс", будет ориентированным. Ориентация спутников солнечными батареями на Солнце будет поддерживаться двигателями-маховиками или гиродинами. В такой ситуации методика мониторинга, основанная на кинематических уравнениях, станет основной, и для нее придется решать задачу, рассмотренную в первой главе.

Фильтрация организована следующим образом. Заданы две временные сетки. На одной из них заданы измерения угловой скорости. Эта сетка равномерная с шагом 12 с. На второй сетке заданы измерения МПЗ. Они были описаны в первой главе. Кинематические уравнения интегрируются на первой сетке методом второго порядка точности, специально предназначенным для интегрирования кинематических уравнений в кватернионной форме. Интерполяция решения этих уравнений между узлами сетки выполняется с точностью первого порядка и также в кватернионной форме. Интерполяция используется для вычисления расчетных аналогов данных измерений (1). Обработка магнитных измерений выполняется по схеме первой главы, использующей минимизацию функции $f_1(x_n)$.

Пример реконструкции вращательного движения спутника *Фотон М-3* с помощью описанного варианта фильтра Калмана приведен на рис. 5. В центральной части рисунка представлены графики компонент угловой скорости, использованные в данном примере (сырые измерения). Левая и правая части рисунка организованы аналогично рис. 4. Результаты второй главы опубликованы в [1, 2, 4 – 8].

В **третьей главе** рассматривается задача проверки согласованности показаний различных магнитометров, измеряющих МПЗ внутри спутника. Магнитные измерения на *Фотонах* начали проводиться не для изучения МПЗ, а с утилитарной целью контроля среды внутри капсулы с научным оборудованием. Для выполнения измерений использовались несколько трехкомпонентных магнитометров. На *Фотоне-12* их было 5, на *Фотоне М-2* — 6, и на *Фотоне М-3* — 4. Оказалось, что магнитное поле внутри капсулы довольно мало отличается от МПЗ, и магнитные измерения стали использовать для реконструкции вращательного движения спутника и расчета остаточных микроускорений. Первые расчеты такого рода были выполнены по измерениям, полученным на *Фотоне-12*. На *Фотоне М-2* и *Фотоне М-3* магнитные измерения проводились уже в основном для мониторинга микрогравитацион-

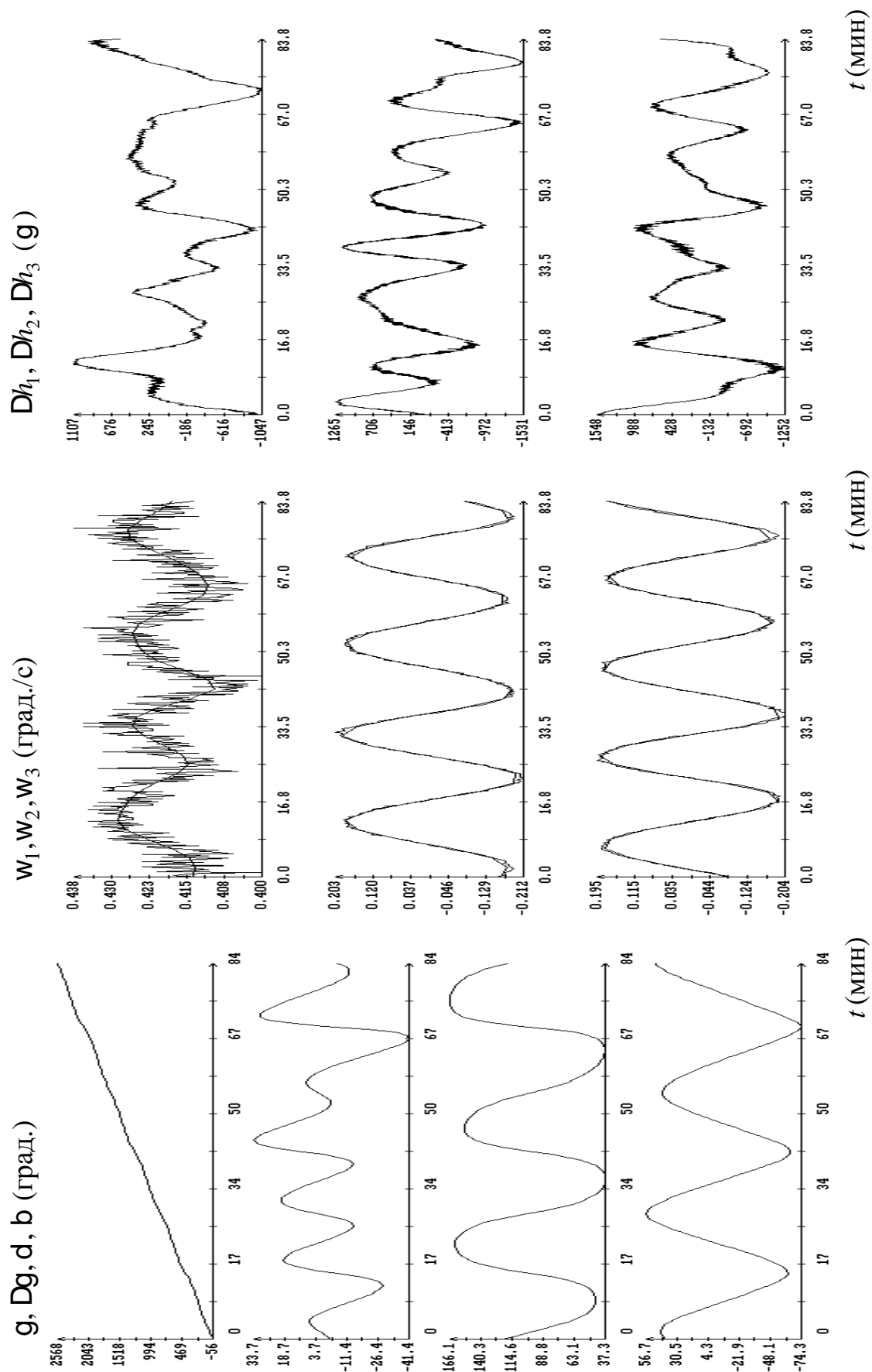


Рис.4. Движение, реконструированное методом наименьших квадратов. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 12:27:24 ДМВ 22.09.2007.

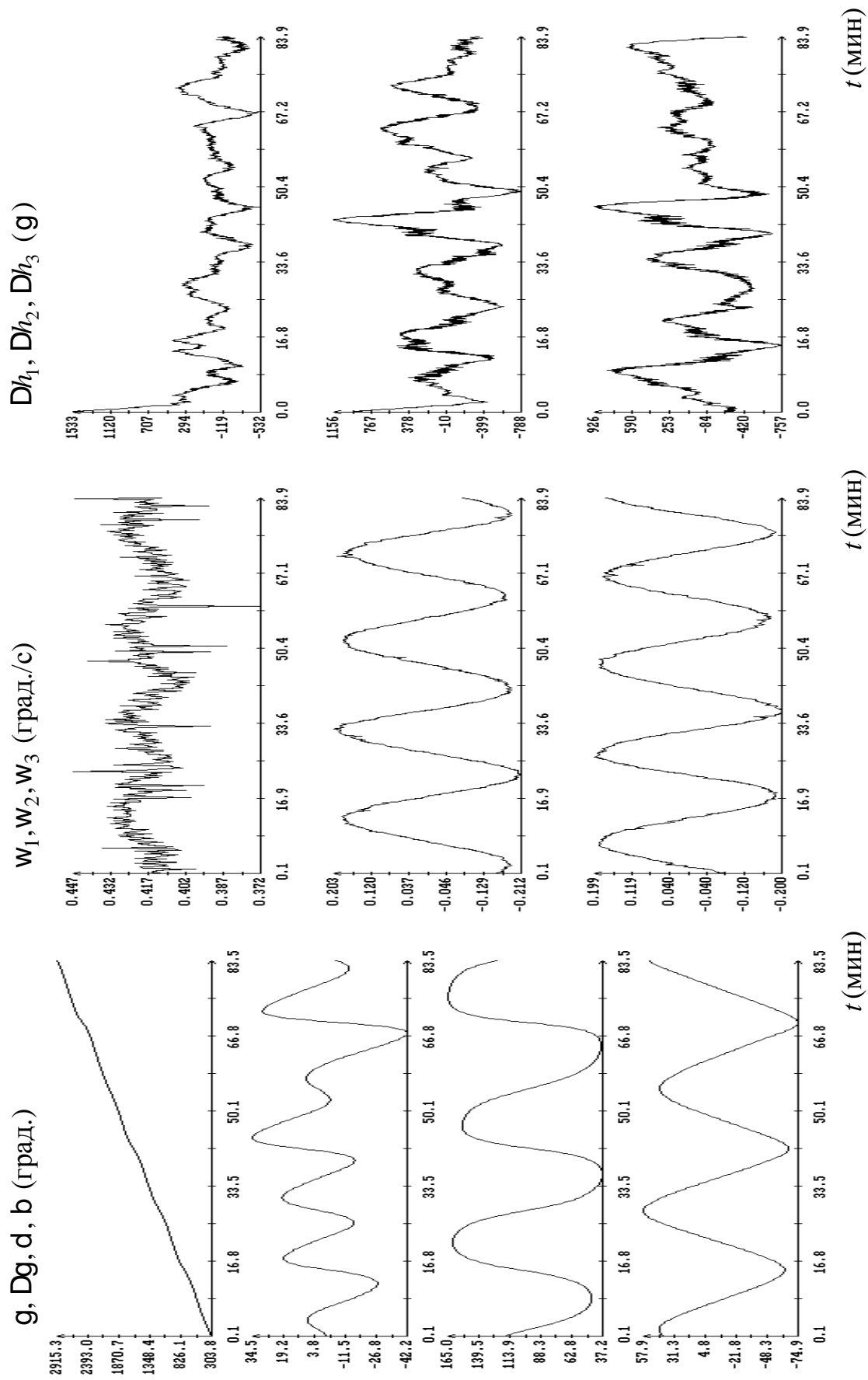


Рис.5. Движение, реконструированное с помощью фильтра Калмана. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 12:27:18 ДМВ 22.09.2007.

ной обстановки. Перечисленные спутники имели на борту обширные токовые системы, которые вносили заметные возмущения в измерения МПЗ. На каждом из этих трех спутников показания одного или двух магнитометров существенно отличались от расчетных значений МПЗ, показания остальных магнитометров имели значительные постоянные смещения. Чтобы установить, показания каких магнитометров можно использовать для реконструкции вращательного движения спутника, проводились специальные проверки полученных данных. Методика одной из таких проверок — предмет третьей главы диссертации.

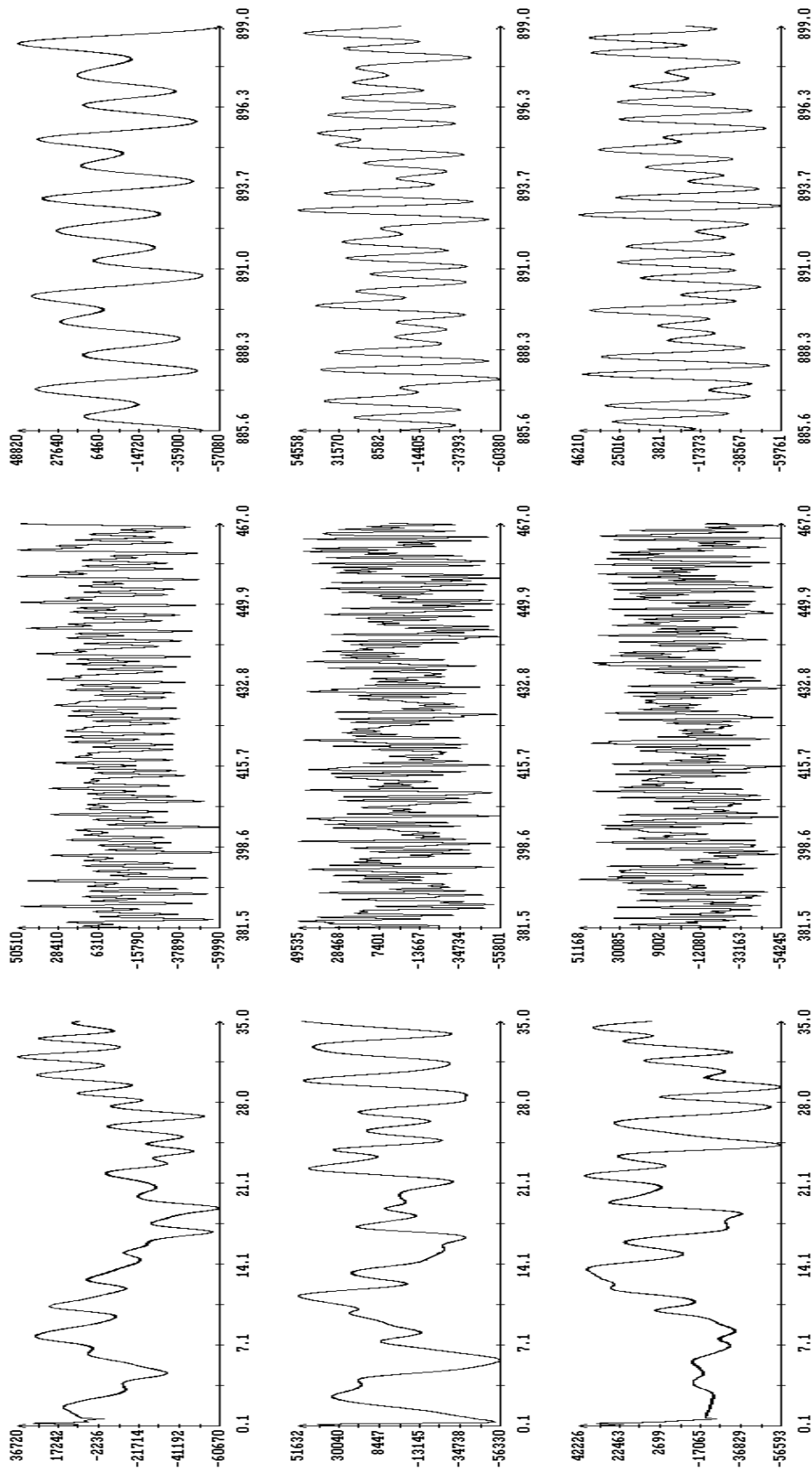
Если измерения проводились одновременно несколькими магнитометрами, то можно проверить векторную согласованность их показаний. В случае успешной проверки удастся оценить постоянные смещения в измерениях и матрицы перехода между собственными системами координат магнитометров. Проверка состоит в следующем. Пусть на борту спутника установлены два трехкомпонентных магнитометра. Обозначим их цифрами 1 и 2. Их измерения заданы на единой временной сетке $\{t_n\}$, $t_n < t_{n+1}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$). Полагаем, что магнитометры измеряют одно и то же поле. Компоненты этого поля в системах координат магнитометров 1 и 2 обозначим соответственно h_i и H_i ($i = 1, 2, 3$). Данные измерений обозначим $h_i^{(n)} \approx h_i(t_n)$, $H_i^{(n)} \approx H_i(t_n)$. Если пренебречь ошибками, то при каждом n величины $h_i^{(n)}$ и $H_i^{(n)}$ суть компоненты одного и того же вектора и связаны определенными соотношениями. Эти соотношения с учетом постоянных смещений в измерениях можно записать в виде

$$h_i^{(n)} = \Delta_i + \sum_{j=1}^3 b_{ij} H_j^{(n)} \quad (i = 1, 2, 3; n = 0, 1, 2, \dots). \quad (4)$$

Здесь Δ_i — разность векторных смещений в показаниях магнитометров 1 и 2, компоненты которой указаны в собственной системе координат магнитометра 1, $B = \| b_{ij} \|_{i,j=1}^3$ — матрица перехода от системы координат магнитометра 2 к системе координат магнитометра 1. При наличии случайных ошибок в данных измерений соотношения (4) становятся приближенными. Если движение спутника было достаточно сложным, то из условия наилучшего согласования соотношений (4) в смысле метода наименьших квадратов можно найти оценки ортогональной матрицы B с положительным определителем и смещений Δ_i . Метод решения этой задачи, использованный в диссертации, представляет собой модификацию известного метода решения аналогичной задачи в случае $\Delta_i = 0$. Метод основан на сингулярном разложении вспомогательной матрицы третьего порядка, составленной из данных измерений $h_i^{(n)}$, $H_i^{(n)}$ (см. обзор [18]).

Примеры согласования измерений двух магнитометров аппаратуры DIMAS, установленной на *Фотоне М-3*, приведены на рис. 6. Рисунок иллюст-

h_1, h_2, h_3 (g)



$t(10^3 \text{ c})$

Рис. 6. Сравнение данных измерений магнитометров. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 14:10:20 ДМВ 14.09.2007.

рирует достигнутое согласие показаний магнитометров на трех временных интервалах, выбранных в начале, середине и конце орбитального полета. Здесь в каждой системе координат изображены два графика, которые практически сливаются. Один из них построен по измерениям магнитометра 1, другой — по измерениям магнитометра 2, пересчитанным в систему координат магнитометра 1 по формулам (4). Используемые в этих формулах смещения Δ_i и матрица B определены для каждого интервала упомянутым выше способом. Как видно из рисунка, показания магнитометров хорошо согласуются между собой. Среднеквадратичная ошибка выполнения соотношений (6) на отрезках времени в несколько часов, как правило, не превышает 600γ . Результаты третьей главы опубликованы в [3, 9].

В **заключении** сформулированы

Основные результаты работы

1. Разработана методика нелинейной калмановской фильтрации данных измерений напряженности МПЗ, позволяющая реконструировать неуправляемое вращательное движение спутника на продолжительных интервалах времени. Новизна методики состоит в использовании векторов измерений переменной длины и способе вычисления расчетных аналогов измерений.

2. Разработана интегральная статистическая методика определения вращательного движения спутника по данным измерений угловой скорости и напряженности МПЗ. Методика использует только уравнения кинематики твердого тела и пригодна для определения как управляемого, так и неуправляемого движения спутника при любых действующих на него внешних механических моментах. С помощью этой методики можно верифицировать методики реконструкции вращательного движения, основанные на полных уравнениях движения.

3. Разработана методика калмановской фильтрации данных измерений угловой скорости и напряженности МПЗ, основанная на кинематических уравнениях движения и подходе, упоминаемом в п. 1. Новизна здесь заключается в использовании оригинальной разностной схемы интегрирования кинематических уравнений, в переменной размерности вектора измерений и в способе вычисления расчетных аналогов данных измерений.

4. Разработана методика проверки векторной согласованности данных измерений пары магнитометров. В результате проверки оцениваются векторная разность постоянных смещений в измерениях магнитометров и матрица перехода между их собственными системами координат.

5. Все методики испытаны посредством обработки данных измерений, полученных на спутниках *Фотон-12*, *Фотон М-2* и *Фотон М-3*. Сопоставление результатов показало их согласованность.

Публикации по теме диссертации

- [1] Абрашкин В.И., Волков М.В., Воронов К.Е., Егоров А.В., Казакова А.Е., Панкратов В.А., Сазонов В.В., Семкин Н.Д. Определение вращательного движения спутника по данным измерений его угловой скорости и напряженности магнитного поля Земли с использованием кинематической модели движения // Космические исследования. 2005. Т. 43. № 4. С. 295-305.
- [2] Панкратов В.А. Определение вращательного движения спутника *Фотон М-3* по измерениям его угловой скорости и напряженности магнитного поля Земли // Вестник Нижегородского университета им. Н.И.Лобачевского. 2011. Т. 2. № 4. С. 271-273.
- [3] Панкратов В.А., Сазонов В.В. Проверка согласованности данных измерений магнитометров, установленных на борту ИСЗ // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э.Баумана. Электрон. журн. 2011. № 10. URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/236884.html> (дата обращения: 02.02.2014).
- [4] Абрашкин В.И., Богоявленский Н.Л., Воронов К.Е., Казакова А.Е., Панкратов В.А., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Стратилатов Н.Р. Определение вращательного движения спутника *Фотон М-2* по данным измерений его угловой скорости и напряженности магнитного поля земли с использованием кинематической модели движения // Тезисы докладов XXXI Академических чтений по космонавтике. Москва: 2007.
- [5] Панкратов В.А., Сазонов В.В. Определение вращательного движения спутника *Фотон М-3* по данным измерений // Тезисы докладов Второй международной научно-технической конференции "Аэрокосмические технологии", посвященной 95-летию со дня рождения академика В.Н.Челомея. Москва: 2009.
- [6] Абрашкин В.И., Волков М.В., Воронов К.Е., Егоров А.В., Казакова А.Е., Панкратов В.А., Сазонов В.В., Семкин Н.Д. Определение вращательного движения спутника по данным измерений его угловой скорости и напряженности магнитного поля Земли с использованием кинематической модели движения // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. 2003. №8.
- [7] Абрашкин В.И., Богоявленский Н.Л., Воронов К.Е., Казакова А.Е., Панкратов В.А., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Стратилатов Н.Р. Определение вращательного движения спутника *Фотон М-2* по данным измерений его угловой скорости и напряженности магнитного поля Земли с

использованием кинематической модели движения // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. 2006. № 60.

- [8] Бойзелинк Т., Ван Бавинхов К., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Панкратов В.А., Сазонов В.В. Определение вращательного движения спутника *Фотон М-3* по данным измерений его угловой скорости и напряженности магнитного поля Земли // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. 2009. № 69.
- [9] Панкратов В.А., Сазонов В.В. Проверка согласованности данных измерений магнитометров, установленных на борту ИСЗ // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. 2010. № 43.
- [10] Панкратов В.А., Сазонов В.В. Реконструкция вращательного движения космического аппарата с помощью фильтра Калмана // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. 2013. № 61.

Список литературы

- [11] Абрашкин В.И., Балакин В.Л., Белоконов И.В., Воронов К.Е., Зайцев А.С., Иванов В.В., Казакова А.Е., Сазонов В.В., Семкин Н.Д. Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон-12* и квазистатические микроускорения на его борту // Космические исследования. 2003. Т. 41. № 1. С. 45-56.
- [12] Абрашкин В.И., Богоявленский Н.Л., Воронов К.Е., Казакова А.Е., Пузин Ю.Я., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Чебуков С.Ю. Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон М-2*, и квазистатические микроускорения на его борту // Космические исследования. 2007. Т. 45. № 5. С. 450-470.
- [13] Бойзелинк Т., Ван Бавинхов К., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Сазонов В.В. Определение вращательного движения спутника *Фотон М-3* по данным бортовых измерений магнитного поля Земли // Космические исследования. 2010. Т. 48. № 3. С. 252-265.
- [14] Hairer E., Norset S.P., Wanner G. Solving ordinary differential equations. I. Nonstiff problems. Berlin — Heidelberg: Springer-Verlag, 1993.
- [15] Beuselinck T., Van Bavinchove C., Sazonov V.V. Quasi-steady accelerations onboard *Foton M-3* spacecraft // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. 2010. № 8.

- [16] Rauch H.E., Tung F., Striebel C.T. Maximum likelihood estimates of linear dynamic systems // AIAA Journal. 1965. V. 3. No. 8. P. 1445-1450.
- [17] Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления. М.: "Мир", 1972
- [18] Markley F. Attitude determination using vector observation and singular value decomposition // The Journal of the Astronautical Sciences. 1988. V. 36. No. 3. P. 245-258.

