РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ им. М.В. Келдыша

На правах рукописи

ТУЧИН ДЕНИС АНДРЕЕВИЧ

АВТОНОМНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ОКОЛОЗЕМНОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПО ИЗМЕРЕНИЯМ СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Специальность 01.02.01 – теоретическая механика

АВТОРЕФЕРАТ диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Москва - 2004

Работа выполнена в Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук, профессор Аким Эфраим Лазаревич
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук, профессор Голубев Юрий Филиппович
	кандидат технических наук Колюка Юрий Федорович
Ведущая организация:	Научно-исследовательский институт прикладной механики и электродинамики Московского авиационного института (НИИПМЭ МАИ)

Защита диссертации состоится " 2004 г. в час. на заседании Диссертационного совета Д 002.024.02 при Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН по адресу: 125047, Москва, Миусская пл., 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН.

Автореферат разослан " " 2004 г..

Навигация является основой для управления КА. В последнее время актуальными стали задачи создания бортовых навигационных систем. Это связано с тем, что при большом положительном опыте обеспечения навигации КА сетью наземных станций траекторных измерений, имеются сложности в применении этой сети. Сеть наземных станций России размещена на ограниченной территории и не может обеспечить проведение измерений в любой точке орбиты. Поддержание, развитие и эксплуатация наземного сегмента управления КА составляют значительную часть стоимости космических проектов. Использование космических систем спутниковой навигации, ориентированных на наземного пользователя открывает широкие возможности построения бортовых систем навигации КА. Это определяет **актуальность задачи** разработки надежных методов построения бортовых навигационных алгоритмов для широкого класса космических

Целью работы является разработка методов и алгоритмов автономного определения параметров движения околоземного космического аппарата (КА) по измерениям псевдоскорости и псевдодальности спутниковых систем навигации на протяженной по времени мерной базе.

Основная сложность при решении навигационной задачи по первичным измерениям псевдоскорости и псевдодальности состоит в том, что наряду с кинематическими параметрами требуется определять три служебных параметра, характеризующих работу измерителя. В диссертационной работе предложены алгоритмы определения служебных параметров на протяженном мерном интервале.

Алгоритмы, представленные в диссертационной работе, не предъявляют высоких требований по количеству одновременно видимых навигационных КА. Представленные алгоритмы обеспечивают устойчивость по отношению к сбойным измерениям. Преимуществом предложенной схемы является возможность применения системы для эксцентричных и геостационарных орбит.

Научная новизна работы состоит в предложенных методах и алгоритмах определения орбиты КА, использующих законы динамики движения непосредственно при обработке первичных дальномерных и скоростных измерений систем спутниковой навигации.

Практическая значимость

Разработанные алгоритмы положены в основу автономной навигационной системы КА, создаваемой в ИПМ им. М.В. Келдыша совместно с организациями промышленности.

Апробация работы

Солнечная система и смежные проблемы физики и механики, доклад "Анализ источников ошибок определения вектора состояния по сигналам системы GPS", семинар ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (рук. член-корреспондент М.Я. Маров, профессор Э.Л. Аким, профессор А.В. Колесниченко), 11 февраля 2003г.

Механика и управление в робототехнических системах, доклад "Анализ ошибки определения вектора состояния наземного наблюдателя в системе GPS", семинар ИПМ им. М.В. Келдыша РАН и МГТУ им. Н.Э. Баумана (рук. профессор А.К. Платонов), 27 марта 2004 г.

GPS errors statistical analysis for ground receiver measurements. Доклад на 17-ом Международном симпозиуме по динамике космического полета. 19 июня 2003 г. Тезисы докладов: Препринт № 32. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2003.

Моделирование ионосферной составляющей ошибки измерений псевдодальности и псевдоскорости околоземных КА на основе реконструкции ионосферы по данным GPS станций. Доклад на XXVIII академических чтениях по космонавтике. 30 января 2004 г. Тезисы докладов: Труды XXVIII академических чтений по космонавтике. М.: Война и мир, 2004.

Определение параметров движения КА по измерениям спутниковых навигационных систем. Доклад на семинаре по механике космического полета механико-математического факультета МГУ (рук. член-корреспондент В.В. Белецкий, профессор Ю.Ф. Голубев). 5 апреля 2004 г.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Навигация - жизненно важный элемент управления полетом околоземных КА различного назначения. Она является основой для управления космическим экспериментом на борту КА и неотъемлемой частью интерпретации результатов этих экспериментов. Автономная навигационная система позволяет повысить точность и оперативность по сравнению с наземным сегментом управления и сократить затраты на баллистико-навигационное обеспечение полета КА.

В настоящее время в космосе работают спутниковые навигационные системы GPS, ГЛОНАСС, в перспективе - GALILEO. Эти системы широко и успешно используются в морской навигации, в авиации, в мониторинге автомобильного транспорта, а также в геодезии, строительстве, мониторинге подвижек земной коры. Надежность существующих наземных систем такова, что они применяются в автоматических контурах управления.

Актуальной стала задача применения технологии систем спутниковой навигации в бортовых автономных навигационных системах околоземных КА различного назначения. КА, разрабатываемые в США, Франции, Германии и Европейском космическом агентстве, автономной навигации, оснащаются основанными на системами использовании спутниковых навигационных систем. Традиционные алгоритмы основаны на тех же принципах, что и в приемниках наземного применения, или их модификации. После получения вектора состояния и его ковариационной матрицы происходит их увязка законами динамики полета (сглаживание) и определение параметров орбиты. Определение параметров движения КА находится в прямой зависимости от возможности определения вектора состояния по одномоментным измерениям. Это приводит к тому, что даже при наличии качественных дальномерных и скоростных измерений от трех навигационных КА становится невозможным определение параметров движения КА. Традиционные схемы алгоритмов в составе автономных навигационных систем ориентированы на КА, которые не удаляются от поверхности Земли более чем на 2000 км, и тем самым не выходят за пределы непрерывного навигационного поля.

Использование средств космической навигации в сложных технических системах, к которым относятся бортовые системы управления КА, требует высокой надежности работы бортовой автономной навигационной системы. Работа бортовой навигационной системы не должна жестко зависеть от количества одновременно видимых навигационных КА, от геометрического расположения навигационных КА, наличия составляющей ионосферной ошибки измерений, кратковременных сбоев в работе и др.

В диссертационной работе представлены алгоритмы определения параметров движения КА для автономной навигационной системы по радиотехническим измерениям псевдоскорости (скорости) и псевдодальности (дальности) систем космической навигации. Алгоритмы предназначены для определения параметров движения КА на низких околокруговых, эксцентричных и геостационарных орбитах.

Основой для созданных алгоритмов стало априорное знание о характере поведения служебных параметров, определяющих свойства измерителя. Поведение каждого служебного параметра во времени представляет собой случайный процесс. Предложенные

6

в работе модели, описывающие эти случайные процессы и методы определения параметров этой модели, используются в алгоритмах определения параметров движения.

В первой главе разработаны алгоритмы определения служебных параметров по измерениям псевдоскорости и псевдодальности. Получены апостериорные оценки точности определения вектора состояния наземных приемников, что представляет самостоятельный интерес.

Вторая глава посвящена построению статистических моделей служебных параметров и ошибки измерений.

Проведение априорных оценок точности и отладка алгоритмов требуют построения системы моделирования работы приемника на борту КА. Вопросы построения комплекса моделирования рассмотрены в третьей главе. В одночастотных приемниках, используемых на борту КА, существенный вклад в ошибку измерений псевдодальности вносят ионосферные составляющие. В этой же главе рассмотрены алгоритмы моделирования ионосферной составляющей ошибки и формирования априорного веса измерений псевдодальности с ее учетом.

В четвертой главе построены алгоритмы определения параметров движения КА. Приведены результаты работы алгоритмов на модельных измерениях. Приведены методы, алгоритмы и результаты априорных оценок точности предложенных алгоритмов.

Первая глава диссертационной работы посвящена разработке алгоритмов определения служебных параметров по измерениям псевдоскорости и псевдодальности.

Служебные параметры включают: смещение шкалы времени приемника относительно шкалы времени космической навигационной системы (идеальной шкалы), уход частоты задающего генератора и начальный сдвиг фазы псевдошумовой последовательности. Характер поведения и диапазон их изменения зависят от типа аппаратуры потребителя. В главе описаны алгоритмы определения служебных параметров.

С борта навигационных КА принимаются сигналы, содержащие навигационные сообщения и псевдошумовую последовательность. Навигационные сообщения передаются в форме пакетов, в состав которых входит временная метка, привязанная к шкале времени навигационной системы. Пакеты навигационных сообщений и псевдошумовая последовательность передаются синхронно с разных аппаратов системы, что достигается синхронизацией часов навигационных спутников. Параметры, позволяющие вычислить различие между временной меткой навигационной системы и временной меткой конкретного навигационного КА, передаются в составе навигационных сообщений.

Приемник навигационных сигналов принимает навигационные сообщения и измеряет псевдодальность и псевдоскорость. Измеренные значения привязываются к шкале времени приемника. Если сигналы поступают от нескольких навигационных КА, то измерения проводятся одновременно (синхронно).

Под измеренным значением псевдодальности понимается сдвиг псевдошумовой последовательности, полученный от навигационного спутника относительно опорной псевдошумовой последовательности, сформированной приемником:

$$PR_{i}(t) + PR_{3OHa} \cdot n_{i} = \left\| \vec{X}_{i}(t - \Delta \tau) \right\| + \Delta \varphi - \Delta t_{i} \cdot c + \Delta D^{uOH}_{i} + \Delta D^{mpON}_{i} + d_{i}, \qquad (1)$$

где t – время регистрации измерения в шкале времени приемника; $PR_i(t)$ – измерение псевдодальности от *i-го* навигационного КА; PR_{30ha} – зона однозначного соответствия; n_i – целое; $\Delta \tau$ – смещение шкалы времени приемника относительно шкалы времени космической навигационной системы (идеальной шкалы); $\|\bar{X}_i(t - \Delta \tau)\|$ – истинная дальность от навигационного КА в момент излучения сигнала до приемника в момент приема отнесенная к моменту $(t - \Delta \tau)$; $\Delta \phi$ – фазовый сдвиг псевдошумовой последовательности выраженный в единицах длины; Δt_i – уход часов навигационного КА относительно эталонного времени навигационной системы (передается в навигационном сообщении); ΔD^{uoh}_i – ионосферная ошибка измерения; ΔD^{mpon}_i – тропосферная ошибка измерения (только для наземных приемников); d_i – аппаратная ошибка измерения псевдодальности.

В силу различия в синхронизации генерации псевдошумовой последовательности навигационного КА и приемника измерение псевдодальности отличается от измерения дальности на величину сдвига фазы псевдошумовой последовательности φ с точностью до зоны однозначного измерения PR_{30ha} . Например, для общедоступного С/А-кода системы GPS зона однозначного соответствия равна $10^{-3} \cdot c \approx 300 \kappa m$, c – скорость света.

Под измеренным значением псевдоскорости понимается среднее значение полного (нециклического) набега фазы доплеровского сдвига частоты на секундном интервале $\Delta t = 1$ от момента предыдущего измерения $t - \Delta t$ до текущего t. Измеренное значение псевдоскорости от *i-го* навигационного КА представляется в виде:

$$PV_i(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t}^t (f_p(\tau) - f_e - \Delta f_g) d\tau + v_i = \int_{t-1}^t f_p(\tau) d\tau - f_e - \Delta f + v_i, \qquad (2)$$

где $f_p(\tau)$ – частота, принимаемая в момент времени τ ; f_e – эталонное значение частоты, получаемое передатчиком навигационного КА; Δf – смещение частоты задающего генератора приемника относительно номинального значения; v_i – аппаратная ошибка измерения псевдоскорости.

Под величинами, входящими в соотношение (2), понимаются их нормированные значения, т.е. частоты, умноженные на длину волны несущей частоты. Измеренное значение $PV_i(t)$ можно интерпретировать как измерение мгновенного доплеровского сдвига на середину интервала с точностью до $\frac{***}{D}(t-0.5)\cdot(\Delta t)^2/24$

$$PV_i(t) = \hat{D}(t - \Delta\tau - 0.5) + \Delta f + v_i, \qquad (3)$$

где $\overset{*}{D}$ – мгновенное значение радиальной скорости.

В соотношения (1) и (3) входят три искомых неизвестных служебных параметра приемника: $\Delta \tau$ – смещение шкалы времени относительно шкалы времени навигационной системы; $\Delta \phi$ – сдвиг фазы псевдошумовой последовательности и Δf – смещение частоты задающего генератора приемника относительно номинального значения.

Алгоритм получения оценок служебных ($\Delta \tau$, $\Delta \phi$, Δf) и кинематических параметров основан на поиске условного минимума квадратичной формы:

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n} (\xi_i^{D})^2 + \sum_{i=1}^{n} (\xi_i^{V})^2 , \qquad (4)$$

где
$$\xi_i^{\ D} = \|\vec{X}_i(t - \Delta \tau)\| + \Delta \phi - \Delta t_i \cdot c^i - D_i(t), \ \xi_i^{\ V} = \left(\frac{\vec{X}_i(t - \Delta \tau)}{\|\vec{X}_i(t - \Delta \tau)\|}, \vec{V}_i(t - \Delta \tau)\right) + \Delta f - PV_i(t),$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} D_{i}(t) = \left\| \vec{X}_{i}(t - \Delta \tau) \right\| + \Delta \varphi - \Delta t_{i} \cdot c^{i} \\ PV_{i}(t) = \left(\frac{\vec{X}_{i}(t - \Delta \tau)}{\left\| \vec{X}_{i}(t - \Delta \tau) \right\|}, \vec{V}_{i}(t - \Delta \tau) \right) + \Delta f \end{cases}$$
(5)

где $D_i(t) = PR_i(t) + PR_{30Ha} \cdot n_i$ – раскрытое измерение псевдодальности, $V_i(t - \Delta \tau)$ – разность скоростей навигационного КА в момент излучения и приемника в момент $(t - \Delta \tau)$ приема сигнала.

Основная задача определения служебных параметров рассмотрена в двух постановках: с уточнением только служебных параметров и с уточнением наряду со служебными параметрами приемника и кинематических параметров. При уточнении только служебных параметров используется априорная информация о векторе положения приемника. В этом случае для определения служебных параметров требуется не менее трех измерений псевдоскорости и псевдодальности. В случае одновременного уточнения служебных параметров и вектора состояния приемника требуется не менее пяти измерений. Поиск условного минимума квадратичной формы (4) производится методом Ньютона.

Разработанные методы и алгоритмы положены в основу программного комплекса, позволяющего обрабатывать измерения различных типов приемников. Этим программным комплексом выполнена обработка измерений четырех типов наземных приемников и одного бортового. Использованы измерения следующих типов наземных приемников: Ashtech Z-XII3, Trimble 4000SSE, AOA SNR-12 ACT и приемника, разработанного РНИИ КП. Бортовые измерения получены приемником КА Champ научного назначения, находящегося на околокруговой орбите с наклонением 87° и периодом 93.55 минут. В диссертации приведены результаты обработки этих измерений. Таблица 1 содержит диапазоны найденных служебных параметров.

Таблица 1. Динамика служебных параметров различных типов приемников на суточном интервале

Тип приемника	Диапазон значений								
	Смещения шкалы		Сдвиг	разы	Смещение частоты				
	време	ни	φ[Ν	[]	задающего	генератора			
	Δτ [c]		_	$\Delta f_g [\text{M/c}]$				
	Min	Max	Min	Max	Min	Max			
Ashtech Z-XII3	-0.01	0.01	-70965.0	-70920.0	-0.1	0.1			
Trimble 4000SSE	-0.01	0.01	-149896.0	149896.0	170.0	188.0			
AOA SNR-12 ACT	-0.02	0.02	280.0	325.0					
Приемник РНИИ	-0.10	0.02	-149896.0	149896.0	127.0	-112.0			
КП									
Приемник КА	-0.05	0.05	-600.0	600.0					
Champ									

Для приемника, установленного на борту КА Champ, и приемника AOA SNR-12 ACT оценки значений смещения частоты задающего генератора Δf не приведены, т.к. у данных приемников отсутствуют измерения псевдоскорости.

На рис.1 показаны примеры поведения служебных параметров на суточном интервале измерений. На рис. 1 а) – смещения шкалы времени приемника РНИИ КП в секундах; На рис. 1 б) – сдвиг фазы псевдошумовой последовательности бортового приемника КА Champ в метрах. На рис. 1 в) – смещение частоты задающего генератора приемника РНИИ КП выраженное в [м/с].

В работе получены апостериорные оценки точности определения кинематических параметров системы для измерений псевдоскорости и псевдодальности отечественного приемника, разработанного РНИИ КП и установленного в ИПМ. Наряду со служебными параметрами найдены и кинематические параметры, предельная точность которых составляет 45 м по положению и 10 см/с по скорости.



Рис. 1. Служебные параметры приемников

Результаты исследований, представленные в первой главе:

- разработан алгоритм определения служебных параметров приемника;

- приведена обработка и получены временные ряды служебных параметров приемников различных типов;

- разработан алгоритм апостериорной оценки точности определения вектора состояния приемника.

Вторая глава диссертационной работы посвящена исследованию статистических свойств случайных процессов, описывающих поведение служебных параметров. Изучены составляющие ошибок основных источников измерений. В аналитическом виде представлены функции распределения аппаратных ошибок измерений псевдоскорости и псевдодальности.

Случайные процессы, описывающие поведение служебных параметров во времени, представляются процессами авторегрессии 1-го порядка:

$$\Delta \tau_{i+1} = \Delta \tau_i + \varepsilon_{\Delta \tau, i}, \ \Delta \varphi_{i+1} = \Delta \varphi_i + \varepsilon_{\Delta \varphi, i}, \ \Delta f_{i+1} = \Delta f_i + \varepsilon_{\Delta f, i}, \tag{6}$$

где

$\Delta \tau_i$	_	сдвиг шкалы времени приемника относительно шкалы времени системы на
		момент <i>i</i> -го измерения;
$\varepsilon_{\Lambda \tau i}$	_	случайная величина, описывающая изменение сдвига шкалы времени
<i>Δι</i> ,ι		приемника между i -ым и $i+1$ -ым измерениями;
$\Delta \varphi_i$	_	сдвиг фазы псевдошумовой последовательности относительно
		псевдошумовых последовательностей, излучаемых с борта навигационных
		спутников на момент регистрации сигнала;
$\mathcal{E}_{\Lambda \sigma i}$	_	случайное изменение сдвига фазы псевдошумовой последовательности между
$\Delta \varphi, i$		i-ым и $i+1$ -ым измерениями;
Δf_i	_	уход частоты задающего генератора на момент <i>i</i> -го измерения;
$\mathcal{E}_{\Delta f,i}$	_	случайное изменение ухода частоты задающего генератора между <i>i</i> -ым и

i + 1-ым измерениями.

В работе разработаны методы и алгоритмы получения среднеквадратичных отклонений (СКО) $\sigma_{\Delta\tau}$, $\sigma_{\Delta\varphi}$, $\sigma_{\Delta f}$ случайных величин $\varepsilon_{\Delta\tau,i}$, $\varepsilon_{\Delta\varphi,i}$, $\varepsilon_{\Delta f,i}$. По результатам обработки годовой базы измерений приемника эти величины составляют 10^{-3} [c] за секунду по времени регистрации сигнала, 7.746 [м] за секунду по фазе генерации псевдошумовой последовательности и 0.0359 [м/с] по уходу частоты задающего генератора для измерений приемника, разработанного РНИИ Космического приборостроения и установленного в ИПМ РАН. Математические ожидания случайных величин $\varepsilon_{\Delta\tau,i}$, $\varepsilon_{\Delta\varphi,i}$,

 $\varepsilon_{\Delta f,i}$ равны нулю.

В главе рассмотрены источники ошибок измерений псевдодальности, которые разделены на три группы: погрешности эфемеридного обеспечения навигационных КА; погрешности измерений, вызываемые атмосферой Земли, и погрешности, вносимые аппаратно-программным комплексом потребителя.

Погрешности эфемеридного обеспечения навигационных КА состоят из ошибок модели движения спутниковой навигационной системы и ошибок прогноза данных этой модели. Для статистической оценки эфемеридной ошибки навигационной системы GPS взяты эталонные векторы положения навигационных КА с дискретностью 15 минут. Эти векторы положения получаются в ходе решения обратной задачи по уточнению орбиты навигационных КА на основе измерений базовой сети, состоящей из 600 точно привязанных GPS-станций и доступны в сети Internet. Анализ сравнения накопленной в

ИПМ двухгодичной базы эфемерид системы GPS с апостериорно уточненными векторами состояния навигационных КА показал, что ошибка в знании кинематических параметров движения навигационных КА составляет 4.46 м по положению и 0.001 м/с по скорости. На основе проведенных вычислительных экспериментов с эталонными значениями эфемерид навигационных КА выявлено, что эфемеридная ошибка приводит к увеличению СКО определения вектора состояния на один метр по положению и на доли миллиметра по скорости.

Неоднородность диэлектрической проницаемости ионосферы вызывает искривление траектории сигнала, что приводит к дополнительной задержке для времени распространения сигнала от навигационного КА до приемника. Для оценки влияния ионосферной составляющей, и устранения из невязок измерений использованы измерения псевдодальности на двух частотах. В силу обратной пропорциональности ионосферной задержки сигнала квадрату несущей частоты, соотношение для расчета ионосферной задержки на частоте L1 имеет вид:

$$\Delta \rho^{i}{}_{L1} = \frac{f_{L2}^{2}}{f_{L1}^{2} - f_{L2}^{2}} \cdot \left(P R_{i}^{L1}(t) - P R_{i}^{L2}(t) \right), \tag{7}$$

где $PR_i^{L1}(t), PR_i^{L2}(t)$ – измерения псевдодальности от *i*-го навигационного КА на частотах $f_{L1} = 1575.42 M R_{II}$ и $f_{L2} = 1227.60 M R_{II}$.

При разработке алгоритмов бортовой автономной навигационной системы следует исходить из минимальных возможностей приемника, т.е. использование только одной частоты, что не обеспечивает исключение ионосферной составляющей ошибки.

В результате обработки измерений по пяти типам приемников на недельной мерной базе получено, что среднее значение ионосферной составляющей ошибки равно 10 м. Среднеквадратическое отклонение изменяется в пределах 3-4 метров в зависимости от типа приемника и места его расположения. Максимальное значение ионосферной ошибки составило 160 метров. На основе проведенных вычислительных экспериментов по обработке измерений GPS-станций сделан вывод: учет ионосферной поправки псевдодальности уменьшает систематическую ошибку порядка 5 метров в определении вектора положения наземного наблюдателя.

При вычислении тропосферной составляющей ошибки измерений псевдодальности использовались измерения температуры, давления воздуха и парциального давления водяного пара. Среднеквадратичная составляющая тропосферной ошибки измерений псевдодальности составила 3 м, средняя – ~6 метров, а максимальная – 42 м. Учет

тропосферной поправки псевдодальности уменьшает систематическую ошибку порядка 7-10 метров в определении вектора положения наземного наблюдателя.

Для построения статистических моделей аппаратных ошибок измерения псевдодальности из невязок ξ_i^D исключены: эфемеридная ошибка, ионосферная и тропосферная (для наземных приемников) ошибки. В таблице 2 представлены основные источники ошибок измерений псевдодальности и их величины.

Таблица 2. Среднеквадратичные значения ошибок измерений псевдодальности [м]

Тип приемника	Эфемеридная	Ионосферная	Тропосферная	Аппаратная
	ошибка	ошибка	ошибка	ошибка
Ashtech Z-XII3	1.06	4.82	2.97	1.78
Trimble 4000SSE	0.98	2.99	3.95	5.22
AOA SNR-12 ACT	1.55	2.62	4.18	2.04
Приемник РНИИ КП	1.20	_	_	5.31
Приемник КА Champ	1.01	5.2	–	3.47

Полученные невязки интерпретировались как аппаратные ошибки *d_i* измерения псевдодальности. Для описания статистической модели ошибок измерений псевдодальности взято семейство распределений с плотностью вида:

$$f(x, a_1, \sigma_1, a_2, \sigma_2, k) = k \cdot f_N(x, a_1, \sigma_1) + (1 - k) \cdot f_N(x, a_2, \sigma_2),$$
(8)

где $f_N(x, a, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot \exp(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2})$ – плотность нормального распределения.

Поиск неизвестных параметров $\{x, a_1, \sigma_1, a_2, \sigma_2, k\}$ распределения (8) проводился методом наименьших квадратов. Проверка гипотезы о законе распределения проводилась с использованием критерия согласия хи-квадрат.

Найденные плотности распределения для каждого приемника представлены в таблице 3.

Таблиц	a 3.	Пара	аметры	плотности	расп	пределения	ошибок	измерений	псевдодал	іьности
--------	------	------	--------	-----------	------	------------	--------	-----------	-----------	---------

Тип приемника	k	a_1	a_2	$\sigma_{_1}$	$\sigma_{_2}$
Ashtech Z-XII3	0.335	-1.275	0.668	0.762	0.810
Trimble 4000SSE	0.287	-5.836	0.392	33.226	2.402
AOA SNR-12 ACT	0.869	0.247	-4.437	1.331	5.315
Приемник РНИИ КП	1.000	0.004	5.100	_	
Приемник KA Champ	0.673	0.014	0.000	1.005	20.358

На рис.2 показаны плотности распределения ошибок измерения псевдодальности на С/А коде системы GPS разных типов приемников: a) – приемника РНИИ КП; б) – Ashtech Z-XII3; в) – приемника КА Champ.



Рис. 2. Плотности распределения ошибок измерений псевдодальности Результаты исследований, представленные во второй главе:

- построена модель случайных процессов в форме авторегрессии, описывающая поведение служебных параметров во времени. Разработаны методы определения параметров этих моделей;

- построена статистическая модель ошибок измерений на основе анализа источников ошибок.

Третья глава посвящена построению комплекса моделирования получения измерений на борту КА и моделированию ионосферной составляющей ошибки измерений.

Для проведения численных экспериментов создана система моделирования измерительной информации для КА различных орбит с учетом диаграммы направленности антенн. Схема моделирования работы системы показана на рис. 3.



Рис. 3. Общая схема моделирования

Исходными данными для моделирования являются: заданные начальные условия и соответствующая априорная ковариационная матрица; банк данных эфемерид НКА; банк

данных служебных параметров; банк данных параметров ионосферы; параметры, определяющие шумовые и систематические составляющие ошибок.

Банк данных эфемерид навигационных КА может содержать как накопленные реальные данные, так и результаты моделирования работы навигационной системы.

Банк данных служебных параметров содержит временные ряды служебных параметров, полученные в результате исследований измерений наземного приемника такой же модели, как и бортового приемника.

Банк данных параметров ионосферы содержит параметры ионосферы, восстановленные по измерениям наземной сети GPS-станций.

Основными блоками схемы моделирования являются: блок моделирования сигналов навигационных спутников и модель системы. Функциональная схема показана на рис 4. Система передает в блок моделирования целеуказания. Блок моделирования сигналов навигационных спутников обеспечивает имитацию выхода приемника с учетом целеуказаний, поступающих от модели системы.



Рис. 4. Функциональная структура моделирования сигналов навигационных КА

Моделирование начинается с задания исходных (номинальных) данных о движении КА в виде номинального вектора состояния и соответствующей ему ковариационной матрицы. По заданному номинальному вектору состояния формируются фактические начальные условия (НУ), которые могут отличаться от номинальных. Сформированные НУ

16

используются при моделировании измерений, а также при расчете векторов состояния, используемых для сравнения с оценками, получаемыми системой. Оценки векторов состояния, получаемые системой, сравнивались с векторами состояния на соответствующие моменты времени, получаемыми эталонным расчетом. Таким образом получены статистические характеристики ошибок.

Моделирование ионосферной составляющей ошибки измерений на борту КА проведено на основе построенной в работе реконструкции состояния ионосферы. Задачей реконструкции является получение оценки полной электронной концентрации TEC (Total Electron Content) над каждой точкой поверхности Земли. В работе предложен алгоритм оценки TEC над каждой точкой земной поверхности по данным наземной сети GPS-приемников. Приведены результаты исследований влияния ионосферы на распространение сигнала по трассе навигационный КА – КА, основанные на построенной реконструкции. Предложен алгоритм расчета ионосферной задержки. Рассмотрены результаты сравнения предложенной модели ионосферной задержки с реальными измерениями по данным КА Сhamp на суточном интервале.

Для каждой точки (ϕ , λ) Земли на момент времени *t* полная электронная концентрация (TEC) записывается в виде :

$$TEC(t,\varphi,\lambda) = f^2 \cdot \frac{1}{40.3} \cdot \Delta \rho_f^{3e_H}(t,\varphi,\lambda), \qquad (9)$$

где f – частота радиосигнала [Гц], $\Delta \rho_f^{3eh}(t, \varphi, \lambda)$ – ионосферная задержка радиосигнала на частоте f через весь ионосферный слой Земли по направлению в зенит [м], 40.3 – размерный коэффициент [Гц], соответствующий критической частоте.

Пусть *β* – угол пересечения сигналом слоя ионосферы, тогда зенитную ионосферную задержку можно представить в следующем виде:

$$\Delta \rho_f^{3\mathcal{CH}}(t,\varphi,\lambda) = \Delta \rho_f(t,\varphi,\lambda) \cdot \cos\beta.$$
(10)

Существующая наземная сеть станций, принимающая сигналы от спутниковой навигационной системы GPS, состоит из 600 станций, расположенных в различных точках Земного шара. Результаты измерений псевдодальностей на двух частотах L1 и L2 доступны в сети Internet с дискретностью 30 секунд.

Подставляя вычисленное значение задержки сигнала на частоте f_{L1} (6),(10) в (9) и осредняя значение зенитной задержки сигнала в ионосфере по количеству видимых навигационных КА (*n*), получим соотношение для полной электронной концентрации с использованием двухчастотных измерений псевдодальности системы GPS:

$$TEC(t,\varphi,\lambda) = \frac{f_{L1}^2 \cdot f_{L2}^2}{f_{L1}^2 - f_{L2}^2} \cdot \frac{1}{40.3} \cdot \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n \left[\left(PR^k_{L2} - PR^k_{L1} \right) \cdot \cos\beta_k \right].$$
(11)

Алгоритм построения реконструкции ионосферы состоит из двух этапов. На первом этапе строится реконструкция в узлах неравномерной сетки. Для этого на момент времени t для каждой i-ой станции вычислялось значение $TEC_i(t, \varphi_i, \lambda_i)$ i = 1, ..., 600. Затем строится сетка с использованием широт и долгот всех обрабатываемых станций. Часть узлов этой неравномерной сетки уже содержит вычисленные значения TEC. Вычисление значений TEC в остальных узлах сетки проводилось интерполяцией по трем ближайшим станциям к искомому узлу.

На втором этапе строится реконструкция ионосферы в узлах равномерной сетки с дискретностью 9° по широте и долготе. Значения ТЕС в узлах этой сетки вычисляется интерполяцией по ближайшим четырем узлам неравномерной сетки. Построенная таким образом реконструкция имеет шаг по времени 30 секунд. Для вычисления значений ТЕС внутри 30-секундного интервала используется линейная интерполяция.

Анализ реконструкции ионосферы показывает, что наибольшие значения полной электронной концентрации соответствуют освещенности Земли Солнцем (жирная белая точка).

Рассмотрим задержку сигнала в ионосфере при его прохождении от навигационного КА к КА. (рис. 5) по трассе $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$, где \vec{r}_1 – вектор, направленный в точку входа сигнала в ионосферу, \vec{r}_2 – вектор, направленный в точку выхода сигнала из ионосферного слоя высотой H_{uoh} над поверхностью Земли. Если КА принимает сигнал внутри ионосферного слоя, то положим $\vec{r}_2 = K\vec{A}_2$.



Рис. 5. Прохождение сигнала навигационный КА-КА через ионосферу

В связи с неоднородностью ионосферного слоя, задержка сигнала $\Delta \rho_{L1}(t)$ на частоте f_{L1} по трассе $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ прохождения через ионосферный слой представляется в виде:

$$\Delta \rho_{L1}(t) = \int_{r_1}^{r_2} d_e(t, h(\vec{r})) d\vec{r} .$$
(12)

Здесь $d_e(t,h(\vec{r}))d\vec{r}$ – элементарная задержка по участку трассы $d\vec{r}$; $d_e(t,h(\vec{r}))$ учитывает неоднородность ионосферного слоя в зависимости от высоты; $h(\vec{r})$ – высота над поверхностью Земли в промежуточной точке трассы \vec{r} .

В работе рассмотрена подинтегральная функция, предложенная Д. Билитса: $d_e(t,h) = d_0(t,\varphi,\lambda) \cdot \exp(1-z-\exp(1-z)), \ z = (h-h_0)/H,$ (13)

где *h*₀ – точка достижения максимума подинтегральной функции, *H* – нормирующий коэффициент.

Из соотношений (9)-(11) получено соотношение для вычисления неизвестного параметра $d_0(t, \varphi, \lambda)$ модели (11):

$$d_0(t,\varphi,\lambda) = TEC(t,\varphi,\lambda) \cdot \frac{40.3}{f_{L1}^2} \cdot \frac{1}{H} \cdot \left[e - \exp(1 - \exp(\frac{h_0}{H}))\right]^{-1}.$$
(14)

В работе получено соотношение для расчета ионосферной составляющей ошибки измерения псевдодальности на частоте f_{L1} , использующее текущее состояние реконструкции ионосферы:

$$\Delta \rho_{L1} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} d_0(t, \varphi, \lambda) \cdot \exp(1 - z - \exp(1 - z)) d\vec{r} , \ z = (h(\vec{r}) - h_0)/H .$$
(15)

Для проверки достоверности построенной модели (14), проведено сравнение расчетного значения ионосферной задержки с измеренной, полученной по двухчастотным измерениям псевдодальности приемника КА Champ (КА научного назначения на околокруговой орбите с наклонением 87° и периодом 93.55 минут).

Интегрирование (15) проводилось методом Ньютона-Котесса 6-го порядка (k = 6). В проведенных расчетах использованы следующие значения параметров модели: $H = 100 \kappa M$, $h_o = 420 \kappa M$.

Среднее измеренного значения ионосферной ошибки по всем навигационным КА составляет 8 м, а среднеквадратическое отклонение (СКО) – 9 м. Среднее значение невязки измеренных и расчетных значений по всем НКА составляет 1 м, а СКО – 9.5 м. Это

означает, что построенная модель устраняет систематическую составляющую ионосферной задержки. СКО невязок соответствует точности измерений псевдодальности.

При формировании весовых коэффициентов при обработке измерений псевдодальности предложен эмпирический алгоритм вычисления СКО ионосферной составляющей ошибки. Находится точка М, принадлежащая отрезку, соединяющему навигационный спутник и КА, и удаленная на минимальное расстояние от центра Земли.

Определяется коэффициент k_1 в зависимости от удаления точки М от поверхности Земли. Если ξ_M – расстояние от точки М до центра Земли, тогда

$$k_1 = \begin{cases} 1, & \xi_M < R_3 + H \\ \\ \frac{H}{\xi_M - R_3}, & \xi_M \geq R_3 + H \end{cases},$$

где *R*₃-экваториальный радиус Земли, а Н-максимум электронной концентрации (420км).

Вычисляется коэффициент k_2 , равный косинусу угла между направлениями от центра на точку М и Солнце. СКО ионосферной ошибки $\sigma_{uoh,k}$ измерения псевдодальности находилось из соотношения:

$$\sigma_{uoh,k} = \begin{cases} k_1 \cdot \sigma_{HO4b}, & k_2 < 0\\ k_1 \cdot k_2^2 \cdot \sigma_{\partial ehb}, & k_2 \ge 0 \end{cases}, \text{ где } \sigma_{HO4b} = 5\text{ м}, \sigma_{\partial ehb} = 300\text{ м}.$$

Результаты исследований, представленные в третьей главе:

- разработана система моделирования измерительной информации для КА различных орбит;

- разработаны алгоритмы и методы реконструкции ионосферы по данным сети наземных GPS-станций;

- разработанная методика использована при моделировании сигналов навигационных КА в части ионосферной задержки.

Четвертая глава посвящена алгоритмам определения параметров движения КА по измерениям навигационных систем. Приведены априорные оценки точности определения параметров движения КА для трех классов орбит: низкой околокруговой, эксцентричной и геостационарной. Приведены результаты работы алгоритмов на модельных измерениях, полученных на КА Champ, а также результаты определения вектора состояния наземного наблюдателя в предположении его равномерного движения.

Обозначим $\vec{x} = \{x, y, z, v_x, v_y, v_z\}^T$ – вектор состояния КА в инерциальной системе координат. Уравнения движения КА имеют вид:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = F(\vec{x}),\tag{16}$$

где
$$F(\vec{x}) = (v_x, v_y, v_z, -\mu \frac{x}{r^3} + F_1, -\mu \frac{y}{r^3} + F_2, -\mu \frac{z}{r^3} + F_3)^T$$
 – векторная функция, μ –

универсальная гравитационная постоянная Земли, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $\{F_1, F_2, F_3\}$ – вектор возмущающего ускорения.

Динамическая система, описывающая движение КА и поведение служебных параметров во времени, состоит из дифференциальных уравнений движения центра масс КА (16) и уравнений (6).

Наряду с измеряемыми функциями псевдоскорости PV(t) и псевдодальности D(t) рассмотрены:

 $\Delta PV_{k,m}(t)$ – разность псевдоскоростей от k-го и m-го навигационных КА на момент времени t; $\Delta D_{k,m}(t)$ – разность псевдодальностей от k-го и m-го навигационных КА на момент времени t; $\nabla PV_k(t)$ – приращение измеренияя псевдоскорости на секундном интервале на момент времени t от k-го навигационного КА $\nabla D_k(t)$ – приращение измерения псевдодальности на секундном интервале на

 приращение измерения псевдодальности на секундном интервале на момент времени *t* от m-го навигационного КА

При решении навигационной задачи уточняется 9-мерный фазовый вектор на каждый момент t_i измерения: $y_i = \{\vec{x}(t_i), \Delta \tau, \Delta \phi, \Delta f\}^T$. В работе рассмотрены возможности уменьшения размерности фазового вектора, в зависимости от набора измеряемых функций.

Оценка фазового вектора получается в результате минимизации функционала, содержащего взвешенные квадраты невязок измеренных и расчетных значений измеряемых функций, взвешенные приращения значений служебных параметров на интервале между измерениями и квадрат взвешенного отклонения априорно заданного фазового вектора от его расчетного значения. При наличии N измерений, проведенных в моменты времени $t_1, t_2, t_3, ..., t_N$ и сформирован вектор измерений $z_{u3M,i}$, относящийся к моменту времени t_i , включающий измерения псевдодальности и псевдоскорости, одномоментные разности и приращения псевдодальности и псевдоскорости.

Минимизируемый функционал имеет вид:

$$\Phi = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{N} (z_{u_{3M,i}} - z_i)^T W_i (z_{u_{3M,i}} - z_i) + \sum_{i=0}^{N-1} \left[\frac{\varepsilon_{\Delta\tau,i}^2}{\sigma_{\Delta\tau}^2} + \frac{\varepsilon_{\Delta\phi,i}^2}{\sigma_{\Delta\phi}^2} + \frac{\varepsilon_{\Delta f,i}^2}{\sigma_{\Delta f}^2} \right] + (x_A(t_0) - x(t_0))^T P_0^{-1} (x_A(t_0) - x(t_0)) + \frac{(\Delta\tau_A - \Delta\tau_0)^2}{\sigma_{\Delta\tau A}^2} + \frac{(\Delta\phi_A - \Delta\phi_0)^2}{\sigma_{\Delta\phi A}^2} + \frac{(\Delta f_A - \Delta f_0)^2}{\sigma_{\Delta f A}^2}, \quad (17)$$

z_i	_	вектор соответствующих значений измеряемых функций;								
W_i	_	весовые матрицы измеренных векторов $z_{u_{3M},i}$;								
$x_A(t_0)$) –	априорно заданный вектор состояния на момент t_0 ;								
$x(t_0)$	-	расчетный вектор состояния на момент t_0 ;								
P_0	_	ковариационная матрица априорного вектора состояния на момент t_0 ;								
$\Delta \tau_A$	_	априорное значение сдвига шкалы времени на момент t_0 ;								
$\Delta \phi_A$	_	априорное значение сдвига фазы псевдошумовой последовательности на								
		MOMEHT t_0 ;								
Δf_A	_	априорное значение сдвига частоты на момент t_0 ;								
$\sigma_{\Delta \tau A}$	_	СКО априорного значения сдвига шкалы времени;								
$\sigma_{\Delta \phi A}$	_	СКО априорного значения сдвига фазы псевдошумовой								
		последовательности;								
σ _{ΔfA}	_	СКО априорного значения ухода частоты задающего генератора приемника.								
	Вычис.	ление весовых матриц W_i проводится с учетом ковариационных связей								

между исходными и разностными измерениями.

Минимум функционала (17) ищется методом последовательных приближений. Полученные в ходе итерации поправки к фазовому вектору используются в алгоритме оценки качества измерений и при переходе к следующему шагу итерационного процесса. В диссертационной работе подробно изложен итерационный алгоритм и алгоритм оценки качества и отбраковки аномальных измерений.

В диссертационной работе приведены результаты оценок точности определения параметров движения КА по измерениям системы GPS для трех классов орбит: низкой околокруговой, эксцентричной и геостационарной. При проведении оценок точности предполагалось, что ошибки расчета ускорений обусловлены неточным знанием модели движения КА в части: давления солнечной радиации; аэродинамических сил; неконтролируемых реактивных сил, связанных с неполной компенсацией работы

двигателей системы ориентации, непредвиденной утечкой газов и др. При проведении оценок точности предполагалось, что для получения измерений используется одночастотный GPS-приемник. При получении оценок рассмотрены несколько алгоритмов определения параметров движения КА, которые могут применяться в зависимости от числа аномальных измерений и статистических характеристик поведения служебных параметров во времени. В работе приведены предельные значения ошибок, полученные при следующих условиях: число аномальных измерений не превосходит 10%; характер поведения служебных параметров соответствовал соотношениям (6)

Рассматривались различные варианты расположения КА и навигационных КА, а также случаи прохождения сигнала от навигационного КА к КА через ионосферу с освещенной или теневой стороны Земли. Учитывалась возможность раскрытия измерений псевдодальности по имеющейся опорной орбите.

Оценки точности по короткой мерной базе позволили ответить на следующие вопросы: можно ли построить алгоритм определения орбиты, если точность начального приближения недостаточна для раскрытия неоднозначности измерений псевдодальности; какой минимальный интервал времени нужен для определения орбиты; как влияет ионосферная составляющая ошибки на точность определения орбиты.

Оценки по нарастающей мерной базе дали представление о росте точности определения орбиты в зависимости от величины мерной базы. Рост точности по мере увеличения мерной базы происходит за счет использования законов динамики движения КА в алгоритмах определения параметров движения.

Точность определения параметров движения КА на низкой околокруговой орбите характеризуется следующими предельными ошибками:

Длительность	Ошибка по	Ошибка по
мерной базы	положению, м	скорости, м/с
5 сек.	800	0.35
5 мин.	35	0.05
20 мин.	25	0.03

При увеличении мерной базы достигается предельная точность составляющая единицы метров по положению и единицы мм/с по скорости и ограничиваемая частотновременным и эфемеридным обеспечением используемой навигационной системы.

Оценки точности определения параметров движения КА на эксцентричной орбите показали, что за 1 час измерений после прохождения перицентра предельные ошибки достигают своей нижней границы и составляют 6 м по положению и 3 мм/с по скорости.

При начале мерной базы от апоцентра за пять часов измерений предельные ошибки определения положения и скорости составляют 70 м по положению и 20 мм/с по скорости.

Оценки точности определения параметров движения на геостационарной орбите показали, что точность, необходимая для обеспечения динамических операций, достигается за 10 часов мерной базы и составляет 20 м по положению и 3 мм/с по скорости.

Нижняя граница предельных ошибок определения орбиты достигается за 2 суток и составляет 0.6 м по полуоси, $0.075 \cdot 10^{-3}$ сек по периоду, 0.25 сек по времени узла, 10^{-6} по эксцентриситету, 10^{-6} градуса по наклонению.

В качестве примера работы алгоритма в диссертационной работе приведены результаты моделирования работы системы для КА на околукруговой орбите с высотой 650 км, периодом 97 мин 46 с, и наклонением 57°. Заданная ошибка составляла 5 минут вдоль движения КА. Минимум функционала находится за 3 итерации. В таблице 4 приведены точности в системе RNB определения параметров движения этого КА после каждой итерации в случае 8-мерного фазового вектора по измерениям псевдоскорости и разностным измерениям псевдоскорости.

Таблица 4. Точность определения параметров движения КА по измерениям псевдоскорости и разностным измерениям псевдоскорости

H	Ошибка	Ошибка	Ошибка	Ошибка	Ошибка	Ошибка
циз	положения в	положения	положения	скорости в	скорости в	скорости в
pa	направлении	В	В	направлении	направлении	направлени
ите	R , м	направлени	направлени	R, м/с	N, м/с	и В, м/с
[и N, м	и В, м			
0	1008041.9	160742.2	354146.1	-111.25250	111.09921	-89.53201
1	-14740.8	-26420.0	-37404.2	293.87170	-26.37174	-57.84644
2	-1314.8	2547.6	1676.2	-1.50813	0.04723	-0.11772

В таблице 5 приведены точности в системе RNB определения параметров движения этого КА в случае 9-мерного фазового вектора по измерениям псевдоскорости, псевдодальности и разностным измерениям псевдоскорости, псевдодальности.

Таблица 5. Точность определения параметров движения КА по измерениям псевдоскорости, псевдодальности и разностным измерениям псевдоскорости, псевдодальности

H	Ошибка	Ошибка	Ошибка	Ошибка	Ошибка	Ошибка
ция	положения в	положения	положения	скорости в	скорости в	скорости в
pa	направлении	В	В	направлении	направлении	направлени
ите	R , м	направлени	направлени	R, м/с	N, м/с	и В, м/с
		и N, м	и В, м			
0	1.8	3.3	0.6	0.00722	0.00091	0.00470
1	0.1	1.6	0.3	-0.00218	0.00045	0.00377
2	-0.1	1.6	0.4	-0.00572	0.00030	0.00364

Точность определения служебных параметров на конечном шаге итерации 9-мерного фазового вектора составляет 10⁻⁴ [c] по времени регистрации сигнала, 14 [м] по фазе генерации псевдошумовой последовательности и 10⁻³ [м/c] по уходу частоты задающего генератора.

ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Алгоритм определения параметров движения КА по измерениям псевдодальности и псевдоскорости спутниковой навигационной системы.

 Алгоритм расчета ионосферной составляющей ошибки измерения псевдодальности по данным сети наземных приемников навигационных сигналов.
 Алгоритм априорной оценки СКО ошибки псевдодальности с учетом ожидаемой ионосферной ошибки.

3. Априорные оценки точности определения параметров движения КА для низкой околокруговой, эксцентричной и геостационарной орбит.

4. Алгоритм моделирования навигационных сообщений и измерений псевдодальности и псевдоскорости на основе предложенных в работе статистических моделей.

5. Алгоритм оценки точности определения положения и скорости наземных приемников.

6. Статистическая модель ошибок измерений на основе анализа источников ошибок.

7. Алгоритм определения служебных параметров приемника.

8. Модели случайных процессов в форме авторегрессии, описывающие поведение служебных параметров во времени. Методы определения параметров этих моделей.

СПИСОК РАБОТ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

 Тучин Д.А. Кодовые измерения псевдодальности системы GPS. Модель ошибок и априорная оценка точности определения вектора состояния: Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН N 30. М., 2002.

- Аким Э.Л., Тучин Д.А. Апостериорная оценка точности определения вектора состояния земного наблюдателя по измерениям дальности и скорости системы космической навигации GPS: Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН N 36. М., 2001.
- Аким Э.Л., Тучин Д.А. Статистическая модель ошибки измерения псевдодальности навигационной системы GPS // Новые информационные технологии: материалы шестого научно-практического семинара. М.: МГИЭМ, 2003.
- Akim E.L., Tuchin D.A. GPS errors statistical analysis for ground receiver measurements // The Proceedings of the 17th International Symposium on Space Flight Dynamics, 16-20 June, Moscow, Russia. M.: Keldysh Institute of Applied Mathematics, KIA Systems, 2003.
- Аким Э.Л., Тучин Д.А. Ионосферная составляющая измерений псевдодальности околоземных космических аппаратов: Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН N 4. М., 2004.
- Аким Э.Л., Капралов М.А., Степаньянц В.А., Тучин А.Г., Тучин Д.А. Определение параметров движения космического аппарата бортовой навигационной системой по измерениям псевдоскорости и псевдодальности спутниковых навигационных систем : Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН N 20. М., 2004.
- Априорная оценка точности определения параметров движения космического аппарата бортовой автономной навигационной системой «Орбита» по измерениям спутниковой навигационной системы GPS / Аким Э.Л., Горохова А.А., Капралов М.А., Киселева И.П., Степаньянц В.А., Тучин А.Г., Тучин Д.А. // Отчет ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2004, инв. N5-04-01.
- Аким Э.Л., Тучин Д.А. Моделирование ионосферной составляющей ошибки измерений псевдодальности и псевдоскорости околоземных КА на основе реконструкции ионосферы по данным GPS станций // Труды XXVIII академических чтений по космонавтике. М.: Война и мир, 2004.