

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Пошивайло Ильи Павловича "Жесткие и плохо обусловленные нелинейные модели и методы их расчета", представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Актуальность избранной темы

Реальные процессы часто описываются жесткими или плохо обусловленными дифференциальными уравнениями большой размерности. Такие модели возникают в задачах физики плазмы, химической кинетики, во многих других предметных областях. Использование классических явных методов для решения таких уравнений крайне неэффективно, поскольку из соображений устойчивости приходится выбирать очень малый шаг интегрирования. Поэтому для решения жестких систем обычно применяют неявные L -устойчивые методы, шаг интегрирования которых ограничен только требуемой точностью численного решения. В то же время и неявные методы не свободны от недостатков, основным из которых являются большие вычислительные затраты, связанные с необходимостью решать на каждом шаге систему нелинейных алгебраических уравнений. Многие исследователи предлагали различные приемы, позволяющие уменьшить вычислительные затраты. Несмотря на значительный прогресс в этой области, задача эффективной реализации неявных методов продолжает оставаться актуальной.

При решении некоторых типов жестких систем с автоматическим выбором шага неявные методы могут давать качественно неверные результаты. При этом изменение в достаточно широких пределах задаваемой допустимой погрешности может и не приводить к заметному изменению результатов. Таким образом, применяемые на практике решатели с автоматическим выбором шага, которые основаны на контроле локальной погрешности, не всегда обеспечивают достоверность полученного решения. Наиболее надежным способом получения оценки глобальной погрешности является метод Ричардсона с глобальным сгущением сеток, идея которого состоит в том, что расчет производится на сетке, число узлов которой последовательно удваивается. Это позволяет получить зависимость оценки ошибки от шага сетки и выбрать шаг, при котором достигается требуемая точность. Однако, если решение наряду с гладкими участками содержит участки быстрого изменения переменных, то такая стратегия выбора шага сопряжена с большими вычислительными затратами. В таких случаях следует применять неравномерную сетку, но заранее невозможно определить, на каких участках и насколько нужно

сгущать сетку. Справиться с этой ситуацией мог бы метод, автоматически генерирующий подходящие неравномерные сетки в процессе расчета.

В связи с вышеизложенным представляет научный и практический интерес разработка методов, сочетающих эффективную реализацию и достоверность получаемых результатов. Поэтому тема диссертационной работы И.П. Пошивайло представляется актуальной и имеющей большое значение для науки и практики.

Оценка проведенного исследования и полученных результатов

Первая глава диссертации посвящена построению нового подкласса неявных методов Рунге–Кутты, получаемых в результате обращения явных методов. Возможность построения обратного метода для данного метода Рунге–Кутты известна достаточно давно, но использовалась она исключительно для построения симметричных методов, которые не очень хороши для решения жестких систем, поскольку не обеспечивают быстрого затухания жестких компонент. В работе построены неявные Lp -устойчивые методы Рунге–Кутты до 4-го порядка включительно, обладающие рядом полезных свойств. Во-первых, они являются мононеявными методами. Это означает, что размерность получаемой в результате дискретизации системы алгебраических уравнений совпадает с размерностью исходной дифференциальной системы (в обычных неявных методах размерность алгебраической системы в s раз больше, где s – число стадий). Таким образом, эти методы могут быть очень эффективно реализованы. Другим полезным свойством является хорошая устойчивость, которая обеспечивает быстрое затухание наиболее быстрых (жестких) компонент решения. При этом устойчива не только заключительная формула, но и все внутренние стадии метода.

Вторая глава посвящена получению надежной оценки ошибки численного решения на основе метода Рундсона в сочетании с методом длины дуги. При таком подходе интегрирование выполняется не по независимой переменной (времени), а по длине дуги. При этом равномерная сетка по длине дуги преобразуется в неравномерную сетку по времени, причем шаг сетки тем меньше, чем быстрее изменяется решение. Это хорошо видно на рис. 4.15 работы. Таким образом, сочетание метода Рундсона и метода длины дуги позволяет не только получить достоверную оценку ошибки, но и заметно уменьшить время счета.

Третья глава – вспомогательная, в ней рассмотрены некоторые модификации метода Ньютона, позволяющие улучшить сходимость итерационных процессов решения нелинейных алгебраических уравнений.

Четвертая глава – экспериментальная, в ней приведены результаты численных экспериментов с моделями, отобранными из различных прикладных областей.

