



Скользящее управление для трехосной магнитной ориентации спутника

М.Ю. Овчинников, Д.С. Ролдугин,
В.И. Пеньков, С.С. Ткачев, Я.В. Маштаков

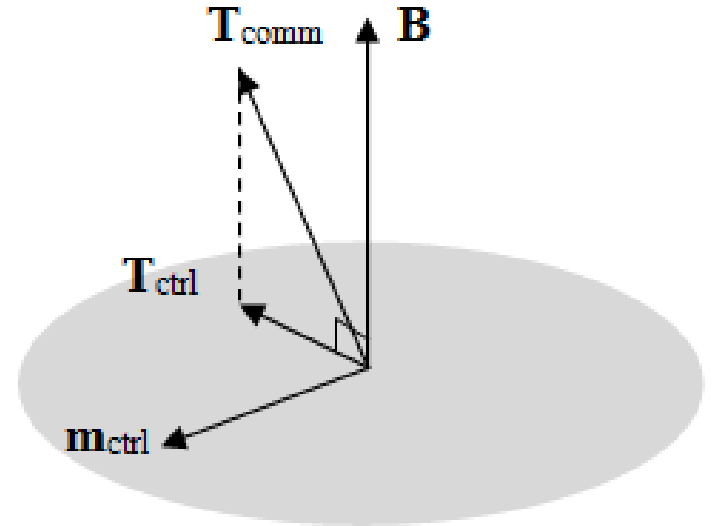
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

Постановка задачи

- Спутник – твердое тело
- Орбита круговая
- Система управления – три «идеальные» магнитные катушки
- Ориентация известна
- Требуется обеспечить трехосную ориентацию в инерциальных и орбитальных осях

Неуправляемость

- Механический момент перпендикулярен вектору геомагнитной индукции
- Нет возможности создать любой требуемый момент
- Вектор индукции вращается при движении спутника по орбите



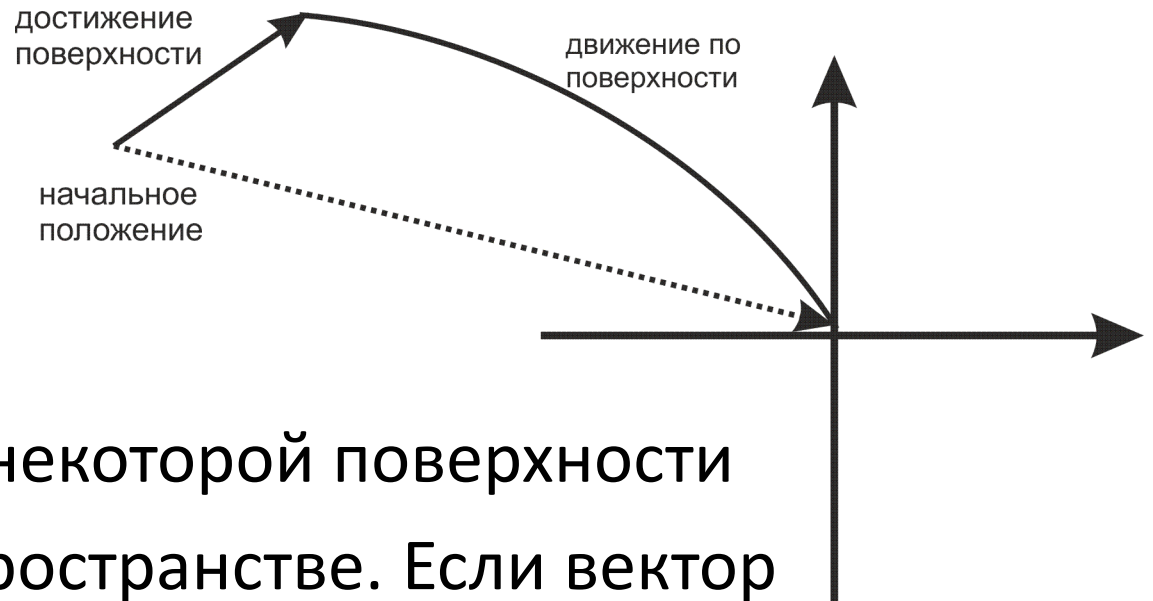
Построение достижимого пути

- Необходимо построить траекторию, в каждой точке которой требуемый механический момент перпендикулярен вектору индукции
- За счет вращения вектора за виток можно продвинуться в любом направлении

Скользящее управление

Управление
строится в
два этапа:

- Построение некоторой поверхности в фазовом пространстве. Если вектор состояния лежит на поверхности, требуемая ориентация асимптотически устойчива
- Обеспечение движения по скользящей поверхности



Уравнения движения

- Динамические уравнения

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M} + \mathbf{M}_{упр} + \mathbf{M}_{возм}$$

- Скорость может быть как абсолютной (ориентация в инерциальном пространстве), так и относительной (ориентация в орбитальных осях), в последнем случае

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{гр} - \mathbf{J}\mathbf{W}\mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{орб} - \boldsymbol{\omega}_{отн} \times \mathbf{J}\mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{орб} - \mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{орб} \times \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}_{отн} + \mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{орб})$$

Устойчивость требуемой ориентации

- Скользящая поверхность

$$\mathbf{x} = \lambda(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{S}, t)\boldsymbol{\omega} + \Lambda(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{S}, t)\mathbf{S} = 0, \mathbf{S} = (a_{23} - a_{32}, a_{31} - a_{13}, a_{12} - a_{21}),$$

$$\mathbf{x} = \lambda\boldsymbol{\omega} + 4q_0\Lambda\mathbf{q} = 0$$

- Кинематические соотношения дают

$$\dot{\mathbf{q}} = \left(q_0\mathbf{E} + \begin{pmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{pmatrix} \right) \boldsymbol{\omega},$$

$$\dot{\mathbf{q}} = -4\lambda^{-1}q_0^2\Lambda\mathbf{q} - 4\lambda^{-1}q_0\mathbf{q} \times \Lambda\mathbf{q}$$

- После умножения на \mathbf{q}

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\mathbf{q}^T \mathbf{q}) = -4\lambda^{-1}q_0^2 \mathbf{q}^T \Lambda \mathbf{q} \leq 0$$

Построение скользящей поверхности

- Обеспечение движения по скользящей поверхности

$$\dot{\mathbf{x}} = -\mathbf{J}^{-1}\mathbf{P}\mathbf{x}$$

- Уравнение параметров поверхности

$$\dot{\lambda}\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \lambda\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{J}\dot{\Lambda}\mathbf{S} + \mathbf{J}\Lambda\dot{\mathbf{S}} = -\lambda\mathbf{P}\boldsymbol{\omega} - \mathbf{P}\Lambda\mathbf{S}$$

- Параметры поверхности необходимо искать с учетом ограничения на направление момента

Итерационный поиск параметров

- Производная матрицы поверхности

$$\dot{\Lambda} = \frac{\Lambda(k+1) - \Lambda(k)}{\Delta t}$$

- Уравнение параметров поверхности

$$\lambda \Delta t \mathbf{m} \times \mathbf{B} = \left(-\dot{\lambda} \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} + \lambda (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} - \mathbf{M}) - \Lambda (\mathbf{J} \dot{\mathbf{S}} + \mathbf{P} \mathbf{S}) - \lambda \mathbf{P} \boldsymbol{\omega} \right) \Delta t - \Lambda(k+1) \mathbf{J} \mathbf{S} + \Lambda \mathbf{J} \mathbf{S}$$

или

$$\mathbf{a} + \Lambda(k+1) \mathbf{b} = \mathbf{m} \times \mathbf{d}$$

где $\mathbf{a} = \left(-\dot{\lambda} \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} + \lambda (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} - \mathbf{M}) - \Lambda(k) (\mathbf{J} \dot{\mathbf{S}} + \mathbf{P} \mathbf{S}) - \lambda \mathbf{P} \boldsymbol{\omega} \right) \Delta t + \Lambda(k) \mathbf{J} \mathbf{S},$
 $\mathbf{b} = -\mathbf{J} \mathbf{S}, \mathbf{d} = \lambda \Delta t \mathbf{B}$

Итерационный поиск параметров

- Новый базис $\mathbf{e}_1 = \frac{\mathbf{d}}{|\mathbf{d}|}$, $\mathbf{e}_3 = \frac{\mathbf{d} \times \mathbf{b}}{|\mathbf{d} \times \mathbf{b}|}$, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_1$
- Уравнение параметров поверхности

$$\Lambda_{11}(k+1)b_1 + \Lambda_{12}(k+1)b_2 = -a_1$$

- Выбор элементов матрицы:

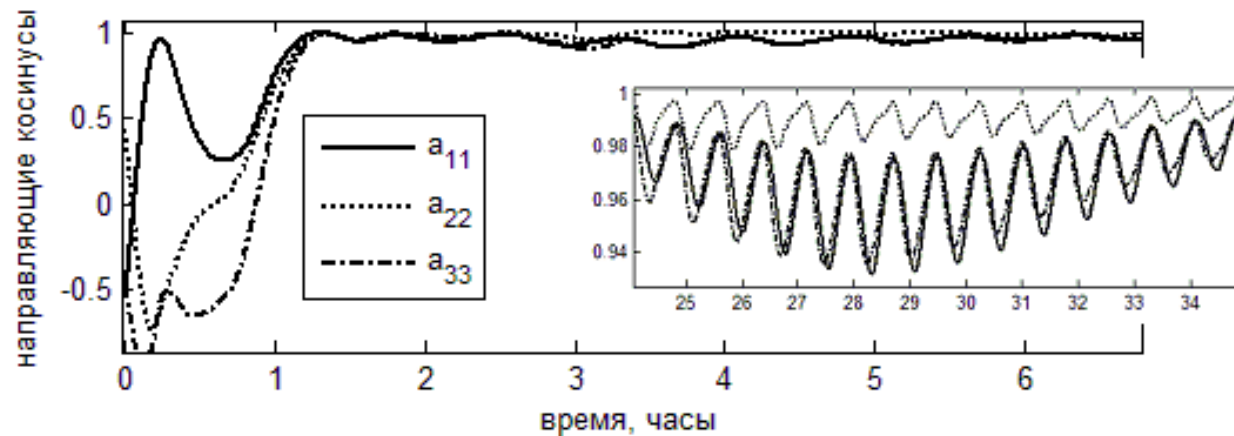
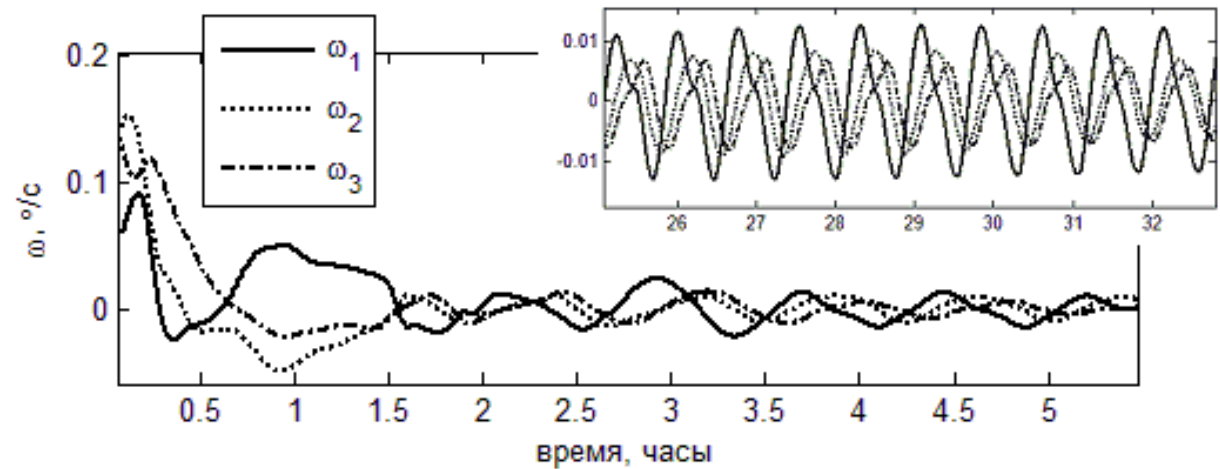
$$\Lambda_{11}(k+1) = \Lambda_{11}(k),$$

$$\Lambda_{12}(k+1) = \Lambda_{21}(k+1) = -\frac{a_1 + \Lambda_{11}(k+1)b_1}{b_2 + \delta b_2},$$

$$\Lambda_{22}(k+1) = \Lambda_0 + \frac{\Lambda_{12}^2(k+1)}{\Lambda_{11}(k+1)}$$

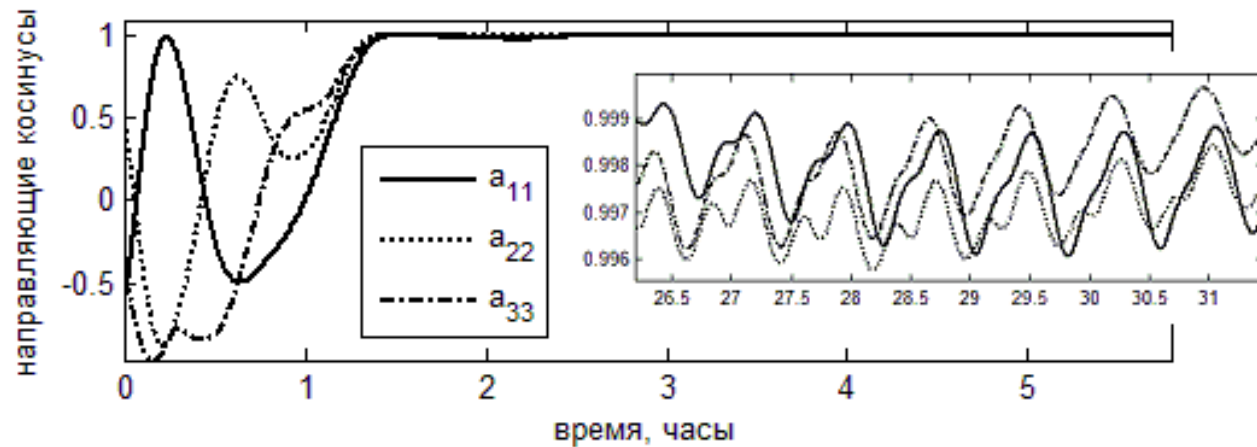
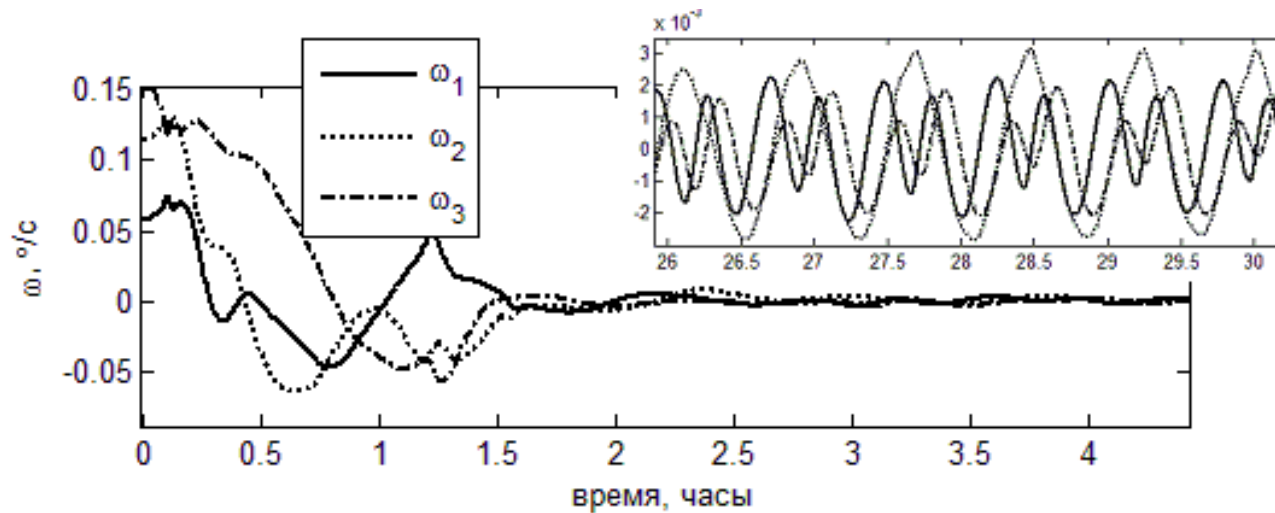
Моделирование

микроспутник, низкая орбита – точность 15-20 градусов



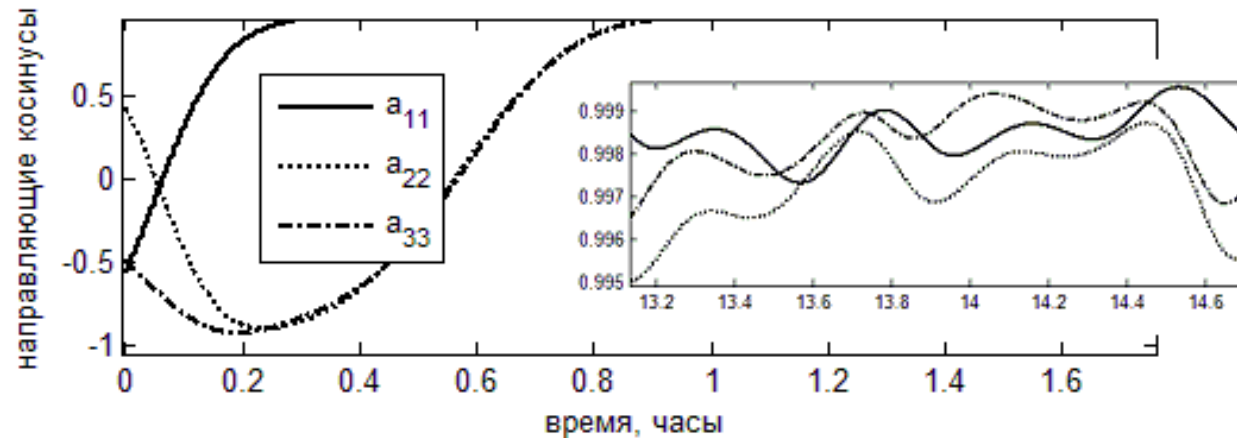
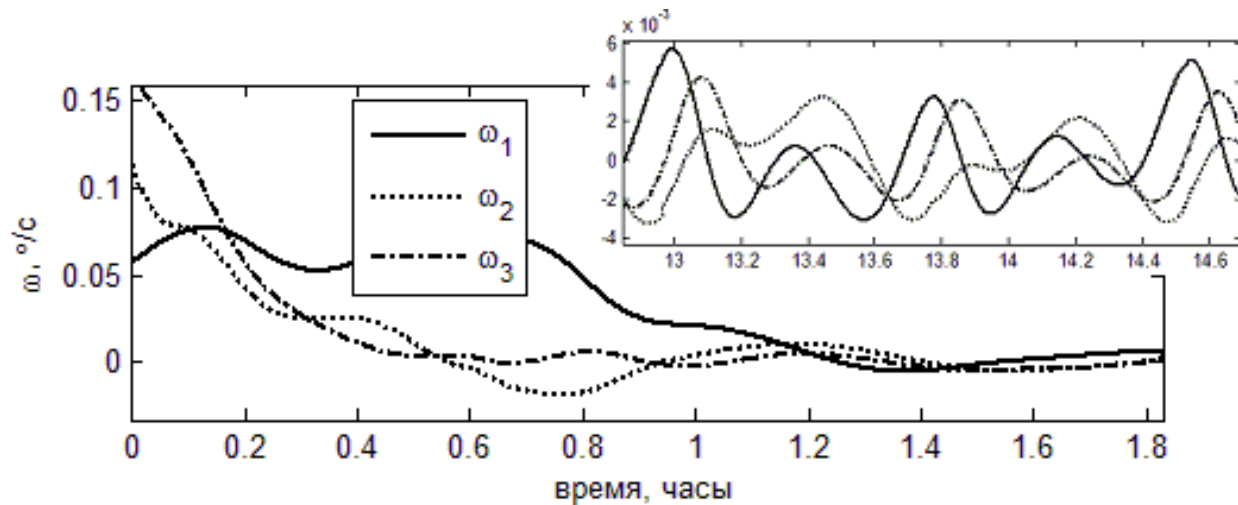
Моделирование

наноспутник, низкая орбита – точность до 5 градусов



Моделирование

кубсат, низкая орбита – точность до градуса



Заключение

- Для оснащенного магнитными катушками спутника применено скользящее управление
- Реализована итерационная процедура поиска параметров скользящей поверхности
- Найдена траектория, переводящая спутник в требуемое положение, и реализуемая магнитной системой ориентации
- Точность ориентации для наноспутников – несколько градусов