Управление относительным движением двух спутников при помощи светового давления и переменного коэффициента отражения

Р. В. Досаев [1], С. С. Ткачев [2]

[1]Московский Физико-Технический Институт,
[2]Институт Прикладной Математики им. М.В. Келдыша РАН

59-я научная конференция МФТИ
27 ноября 2016 года

Постановка задачи

- Два спутника
- Форма спутников плоская прямоугольная
- Один из спутников (главный) ориентирован по некоторому направлению (обычно на Солнце)
- Другой управляем по отклику ошибки относительного движения

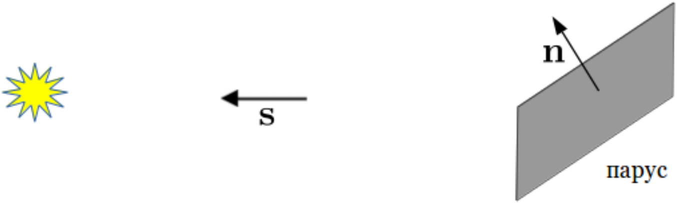
Цель: Обеспечить замкнутое относительное движение

Солнечное давление

Сила солнечного давления (ССД)

$$\mathbf{F} = -P\left[\int (1-k)(\mathbf{s},\mathbf{n})\mathbf{s}dA + 2\int k(\mathbf{s},\mathbf{n})^2\mathbf{n}dA\right]$$

s - вектор направления на Солнце,
n - нормаль к поверхности паруса
$0 \leq k \leq 1$ - коэффициент зеркального отражения



Солнечное давление

В случае **плоского** паруса нормаль **n** постоянна по поверхности

$$\mathbf{F} = -P\left[\mathbf{s}(\mathbf{s},\mathbf{n})\int(1-k)dA + 2\mathbf{n}(\mathbf{s},\mathbf{n})^2\int kdA\right] =$$
$$= -P\left[\mathbf{s}(\mathbf{s},\mathbf{n})(A-k_A) + 2\mathbf{n}(\mathbf{s},\mathbf{n})^2 k_A\right]$$

где
A - площадь освещаемой поверхности паруса,
$k_A = \int kdA$.

Ограничение: $0 \leq k_A \leq A$.

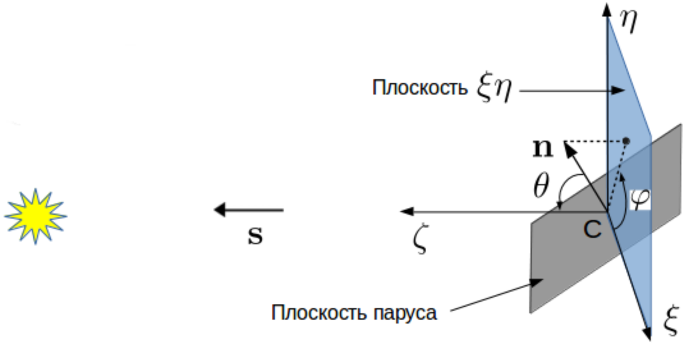
Солнечная система координат

Солнечная система координат $C\xi\eta\zeta$ (ССК):

- Ось ζ направлена по $\mathbf{s}$,
- Ось $\xi \perp$ плоскости эклиптики,
- Ось η дополняет до правой тройки.

$\mathbf{s} = [0, 0, 1]^T$

$\mathbf{n} = (\cos\varphi \sin\theta, \sin\varphi \sin\theta, \cos\theta)$



Проекции ССД на оси ССК

$$\mathbf{F} = -P\left[\mathbf{s}(\mathbf{s},\mathbf{n})(A - k_A) + 2\mathbf{n}(\mathbf{s},\mathbf{n})^2 k_A\right]$$

$$F_1 = -2Pk_A \cos^2\theta \sin\theta \cos\varphi$$

$$F_2 = -2Pk_A \cos^2\theta \sin\theta \sin\varphi$$

$$F_3 = -P\cos\theta(A + k_A\cos 2\theta)$$

Оценка: $k_A \in [0, A]$
$|\mathbf{F}| \leq P(A - k_A + 2k_A) \leq P(A + k_A) \leq 2PA$
$P \approx 10^{-6}\frac{N}{m^2}$ - солнечная постоянная вблизи Земли

Область допустимых управлений

$$k_A \in [0, A], \;\; \varphi \in [0, 2\pi], \;\; \theta \in [0, \tfrac{\pi}{2}]$$

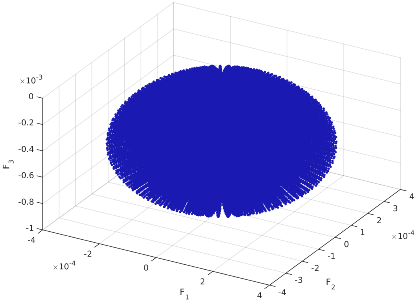


Рис.: 1 sat

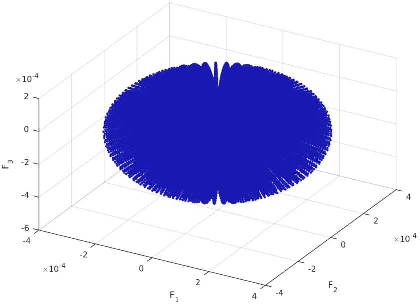


Рис.: 2 sats

Параметры управления

$$\varphi = \operatorname{atan2}(F_2, F_1)$$

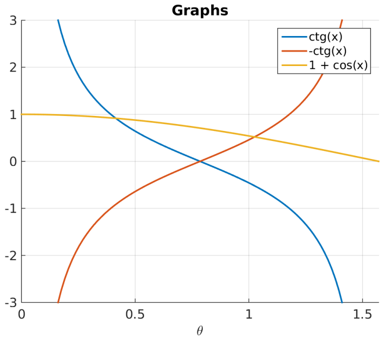
$$k_A = \pm\frac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}}{2P\cos^2\theta\sin\theta}$$

$$k_A = \frac{PA\cos\theta - F_3}{P\cos\theta\cos 2\theta}$$

Параметры управления

$$\operatorname{tg} 2\theta \, (PA\cos\theta - F_3) = \pm\sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

Находим корень θ $\rightarrow$ находим соответствующий коэффициент отражения $k_A(\theta)$



Редукция вектора управления

Основная проблема: нарушение условия $k_A \notin [0, A]$. Примем

$$k_A = \max(0, \min(k_A, A))$$

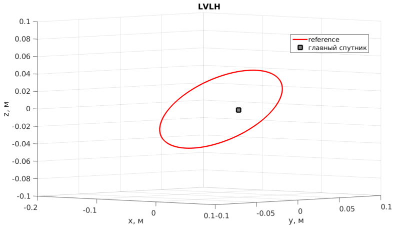
Если получилось $k_A > A$, то **уменьшаем длину** вектора $\mathbf{F}$, оставляя его **направление неизменным**

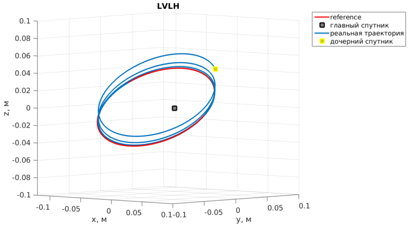
$$\mathbf{F} \to \gamma \mathbf{F}, \text{где } 0 \leq \gamma \leq 1$$

При этом γ находится из условия:

$$\frac{\gamma \sqrt{F_1^2 + F_2^2}}{2P \cos^2 \theta \sin \theta} = A$$

Численное моделирование





Размеры активного спутника:

- Площадь $= 100$ м^2
- Масса $= 12$ кг

ПД-регулятор:
$k_r = 0.02,\ k_v = 0.0001$

Начальное отклонение от опорной траектории: $\Delta r \approx 15$ м

Численное моделирование

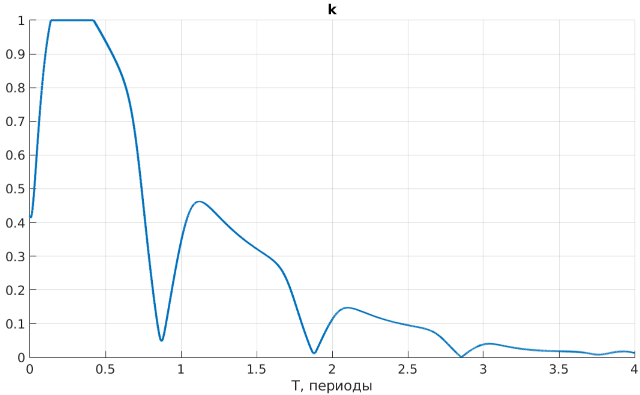


Рис.: Коэффициент отражения

Заключение

- Получены выражения для ориентации плоского паруса и коэффициента отражения его поверхности
- Предложен алгоритм редукции управления

Задачи:

- Другой закон управления относительным движением
- Другую модель светового давления
- Управление угловым движением: синтез переменного отражения с маховиками
- Выражение для парусности $\frac{A}{m}$
- Оба паруса активны

Спасибо за внимание!