58-ая научная конференция МФТИ
28 ноября 2015 года

Обзор алгоритмов управления группой спутников при помощи солнечного давления

Р.В. Досаев[1], С.С. Ткачев[2]

[1]Московский физико-технический институт

[2]Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша

План

- Модель силы солнечного давления (ССД)
- Групповой полет с использованием ССД
- Законы управления
- Изменение отражательной способности
- Заключение

Сила солнечного давления

Преимущества

- Бестопливный
- Универсальный

Недостатки

- Относительно слабое на низких орбитах
- Двухосное управление

Особенности

- Тень Земли
- Альбедо Земли
- Неровности паруса

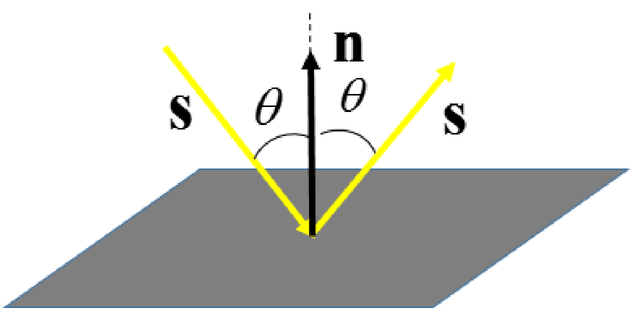
Сила солнечного давления

Общая формула:

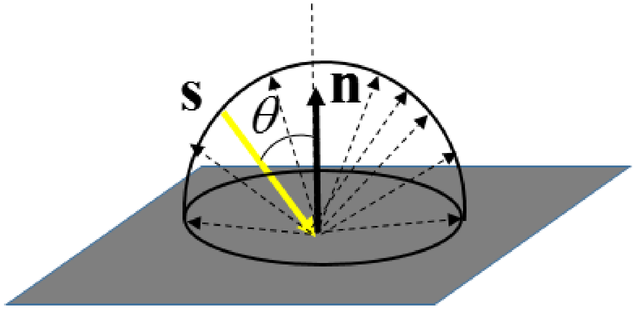
$$\mathbf{F} = \Phi_0 A \left[(1-k)\cos\theta \cdot \mathbf{s} + 2k \cdot \mu \cos^2\theta(-\mathbf{n}) + k \cdot (1-\mu)\cos\theta(\mathbf{s} - \frac{2}{3}\mathbf{n}) \right]$$

- Абсолютное отражение: $k = 1, \ \mu = 1$
- Зеркальное отражение с поглощением: $0 < k < 1, \ 0 < \mu < 1$
- Диффузное отражение: $0 < \mu < 1$

Зеркальное



Диффузное



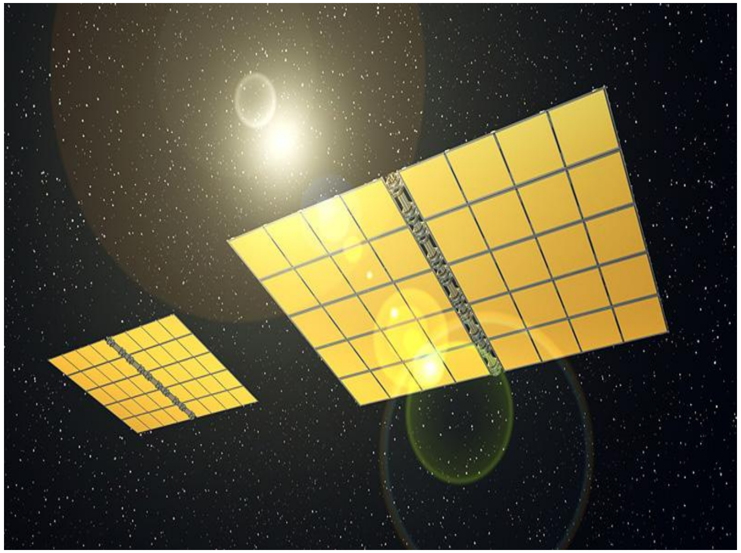
Уравнения движения

- Уравнения Клохесси-Вилтшира-Хилла:

$$\ddot{x} - x\left(\dot{\theta}^2 + 2\frac{\mu}{r_c^{\,3}}\right) - y\ddot{\theta} - 2\dot{y}\dot{\theta} = f_x$$

$$\ddot{y} + x\ddot{\theta} + 2\dot{x}\dot{\theta} - y\left(\dot{\theta}^2 - 2\frac{\mu}{r_c^{\,3}}\right) = f_y$$

$$\ddot{z} + \frac{\mu}{r_c^{\,3}} z = f_z$$



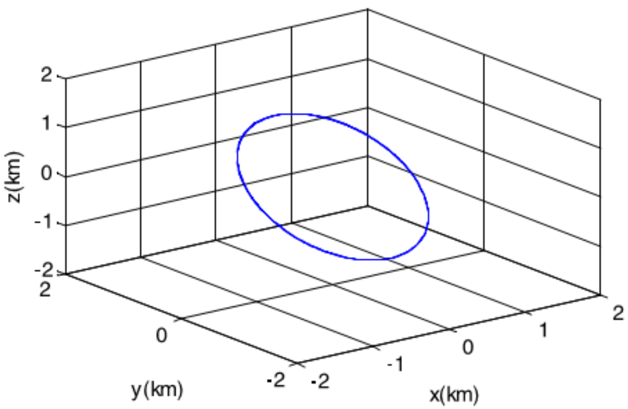
- Элементы орбиты:

$$\mathbf{X} = (\Omega, i, \omega, a, e, v)$$

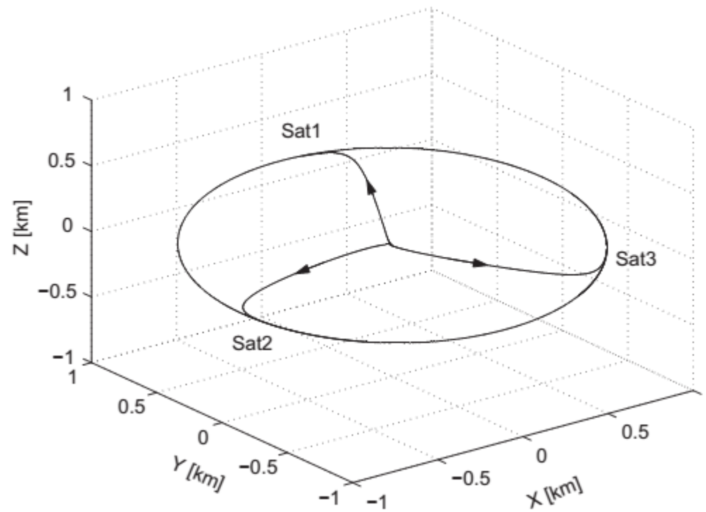
$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{f}, t),$$ где $\mathbf{f} = [\, f_x,\ f_y,\ f_z \,] -$ возмущения (в том числе солнечное давление)

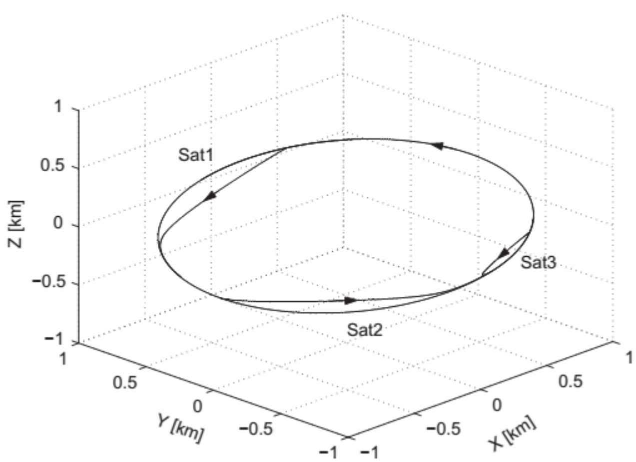
Formation Flying

Поддержание относительной замкнутой траектории

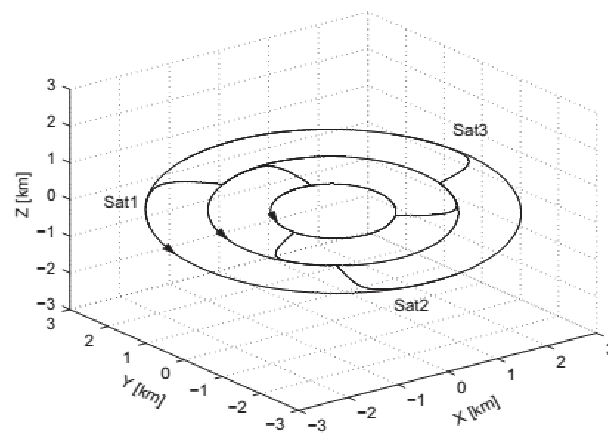


Размещение формации





Изменение фазы спутников

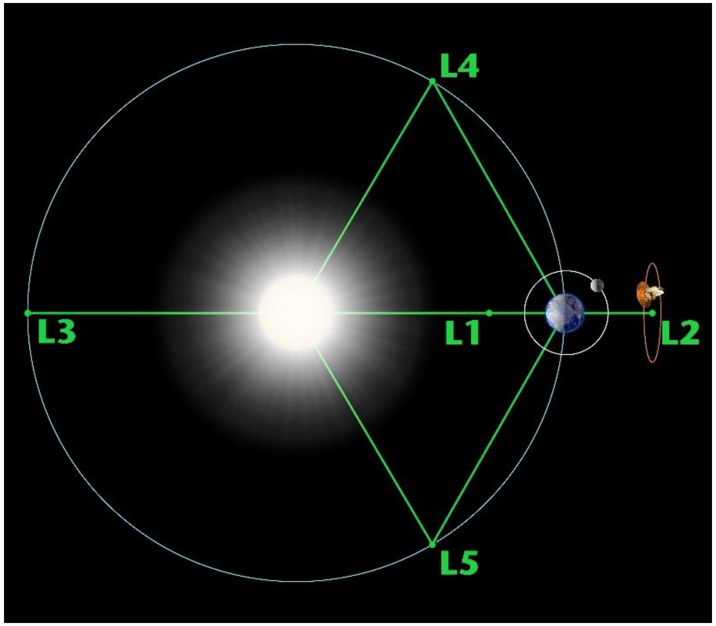


Изменение размера

Орбиты

Солнечно-синхронные

Точка L_2 системы Солнце/Земля



Исследование магнитного хвоста Земли

Близость орбитальных элементов:

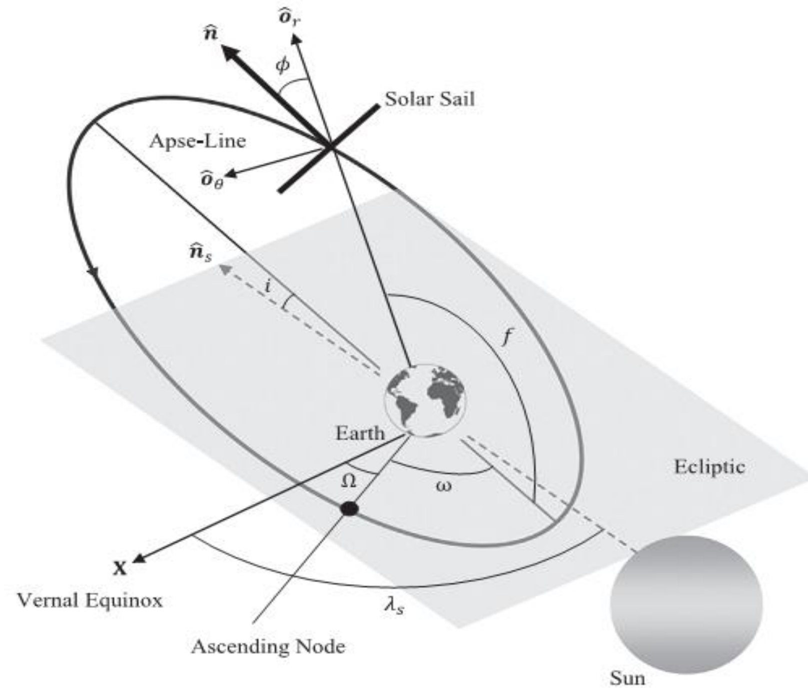
$$\delta \mathbf{X} = (\delta \Omega, \delta i, \delta \omega, \delta a, \delta e, \delta f) \approx 0$$

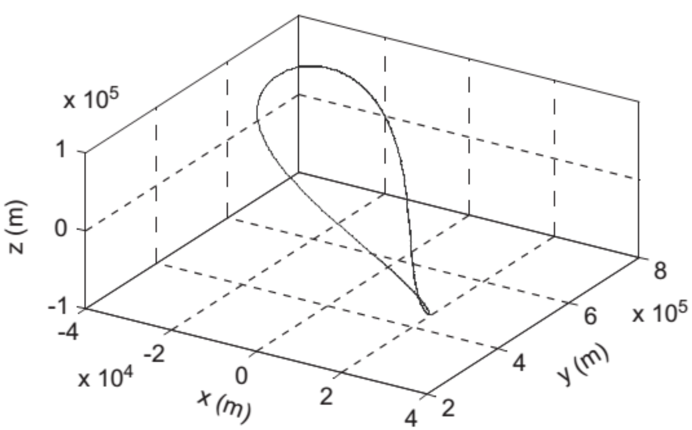
Опорная траектория:

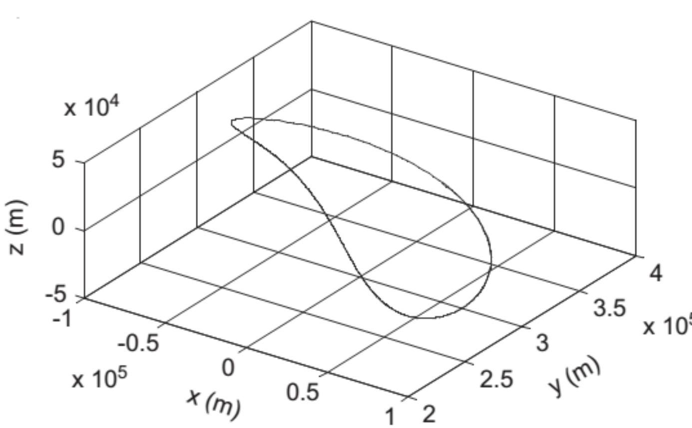
$$x^2 + (y - y_0(\delta \mathbf{X}))^2 + (z - z_0(\delta \mathbf{X}))^2 = R^2(\delta \mathbf{X})$$

Линеаризация солнечного ускорения:

$$\Delta a_s = \mathbf{B}(i_1, f_1) \cdot \left[\delta q, \delta \phi, \delta \theta\right]^T \rightarrow \mathbf{u}_{LQR}$$







LQR

Линейная система:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

Минимизация функционала:

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty \left[\left(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathrm{ref}}\right)^T \mathbf{Q} \left(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathrm{ref}}\right) + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} \right] dt \to \min$$

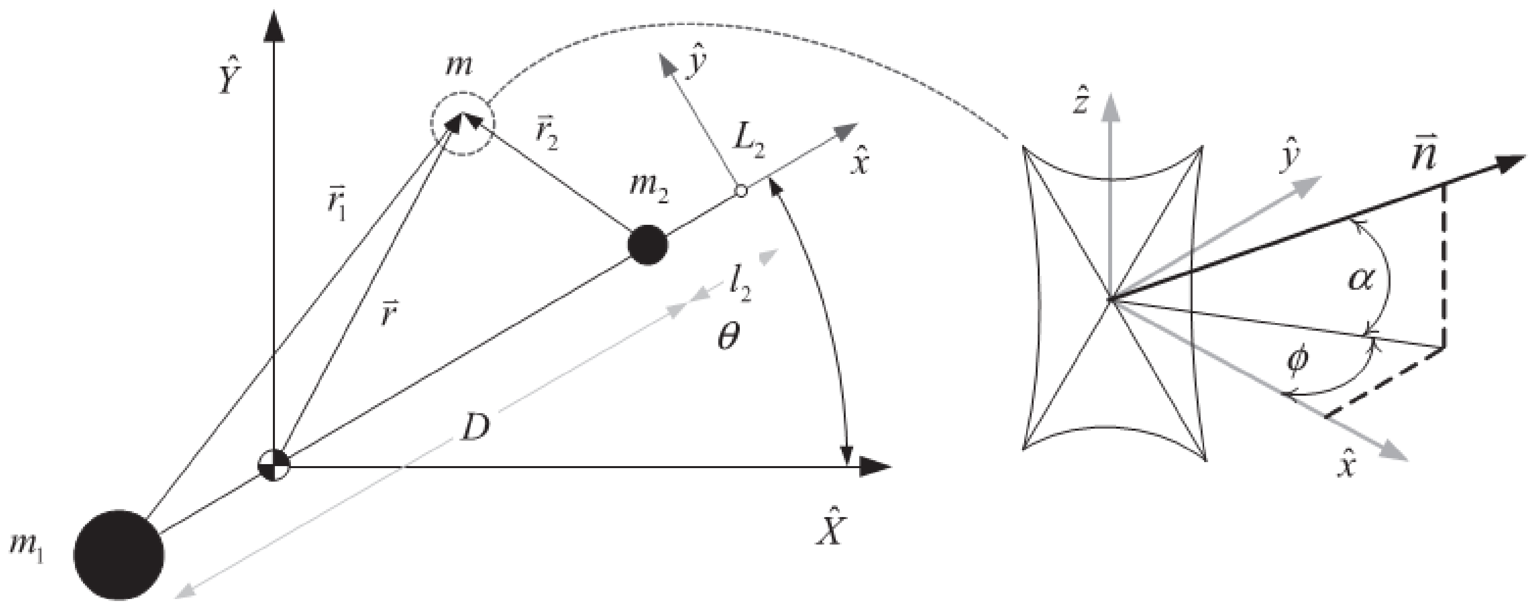
Управление: $\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathrm{ref}})$

Входные переменные: $\delta q = q_2 - q_1,\ \delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1,\ \delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

$$\mathbf{u} = \left[\delta q,\ \delta\varphi,\ \delta\theta\right]^T$$

Недостаток: отсутствие робастности

Точка либрации L_2 системы Солнце-Земля



Система координат с началом в центре лидера, оси параллелльны барицентрической СК:

m_1 – Солнце,

m_2 – Земля+Луна, m – парус

$$\hat{n} = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\phi \\ \cos\alpha\sin\phi \\ \sin\alpha \end{bmatrix}, \ \hat{s} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Скользящее управление

Уравнения движения:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B(N(X) + G(U) + F_{d1}) \\ \dot{N}(X) + F_{d2} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0_{6\times 3} \\ J(U) \end{bmatrix} \dot{U}, \ \textit{где}$$

$$x_1 = [x,\ y,\ z,\ \dot{x},\ \dot{y},\ \dot{z}], \quad x_2 = [\ddot{x},\ \ddot{y},\ \ddot{z},], \quad U = [q,\ \alpha,\ \phi] \in \mathbb{R}^3,$$

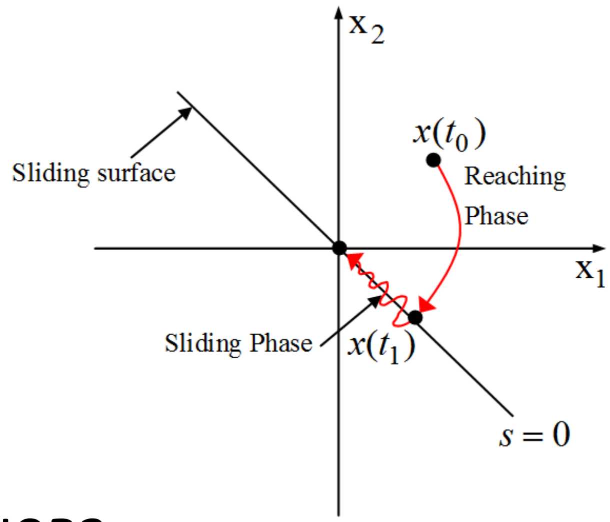
$$G(U) = \begin{bmatrix} q\cos^3\alpha\cos^3\phi \\ q\cos^3\alpha\cos^2\phi\sin\phi \\ q\cos^3\alpha\cos^2\phi\sin\alpha \end{bmatrix}, \quad J(U) = \frac{\partial G(U)}{\partial U}$$

Скользящее управление

Поверхность скольжения: $S = e_2 + He_1 = 0$

$H = H(e_1, e_2, t) -$ весовая матрица, $e_1 = x_1 - x_1^{\text{ref}}$, $e_2 = x_2 - x_2^{\text{ref}}$

Управление: $\dot{U} = -J(U)^{-1} \cdot \eta \dfrac{S}{\|S\| + \delta}$



Время достижения поверхности:

$t_1 = \dfrac{S_{t=0}}{\mu}$, где μ входит в неравенство

$\dot{V} = \dfrac{1}{2}\dfrac{d}{dt} S^T S \leq -\mu \|S\|$, $V -$функция Ляпунова

Адаптивность: $\dot{\eta} = \dfrac{\|S\|^2}{\|S\| + \delta} -$ оценка внешних возмущений

Переменное отражение

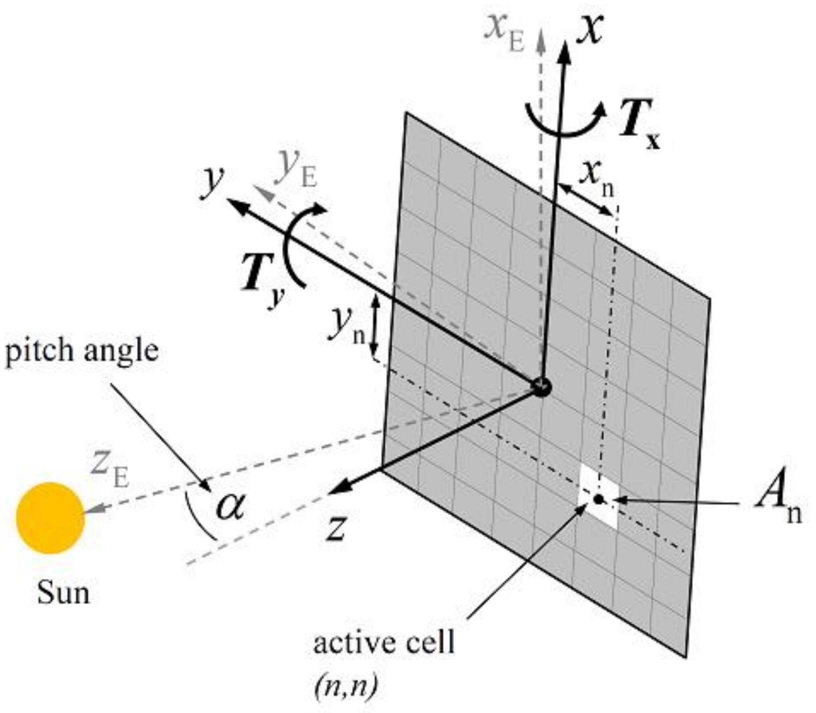
Задача: ориентировать нормаль паруса на Солнце

Уравнения движения:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = J^{-1} \cdot (\mathbf{T} - \boldsymbol{\omega} \times J\boldsymbol{\omega})$$

$$\bar{q}(0) = \bar{q}_0, \ \boldsymbol{\omega}(0) = \boldsymbol{\omega}_0$$

$$\bar{q}_{err} = \bar{q}_{ref} \otimes \bar{q}$$



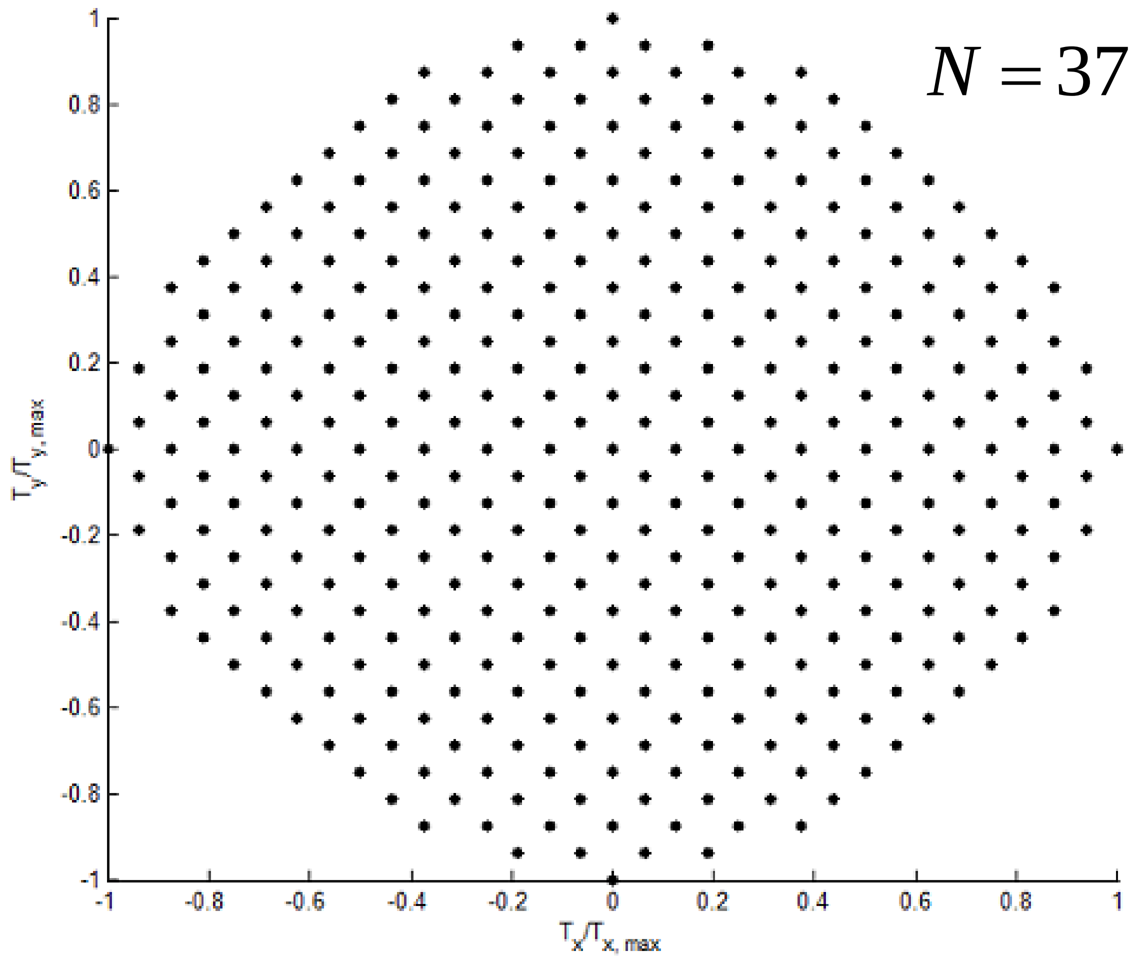
Nonlinear feedback controller:

$$\mathbf{T}_{\mathrm{ref}} = -P_{\mathrm{q}} \cdot \mathbf{q}_{\mathrm{err}} - P_{\omega} \cdot \boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} T_{\mathrm{ref},x} \\ T_{\mathrm{ref,y}} \\ 0 \end{pmatrix}, \ \mathbf{q}_{\mathrm{err}} = \mathbf{q} \circ \mathbf{q}_{\mathrm{ref}}$$

Переменное отражение

$n = 16$ ячеек

$N = 377$ состояний (T_x, T_y)



Заключение

- Для управления формацией необходимо управлять угловой ориентацией парусов, для чего, в основном, применяются сдвиг центра масс и центра давления, стабилизация собственным вращением, двигатели
- Концепция переменного коэффициента отражения позволяет обойтись без предыдущих механизмов управления
- Преобладающими в литературе алгоритмами управления формацией являются линейно-квадратичный регулятор и скользящее управление