

Построение орбитального и углового движения КА при межпланетном перелете



Я.В. Маштаков¹
Р.В. Ельников²



¹Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,

²Московский Авиационный Институт (НИУ)

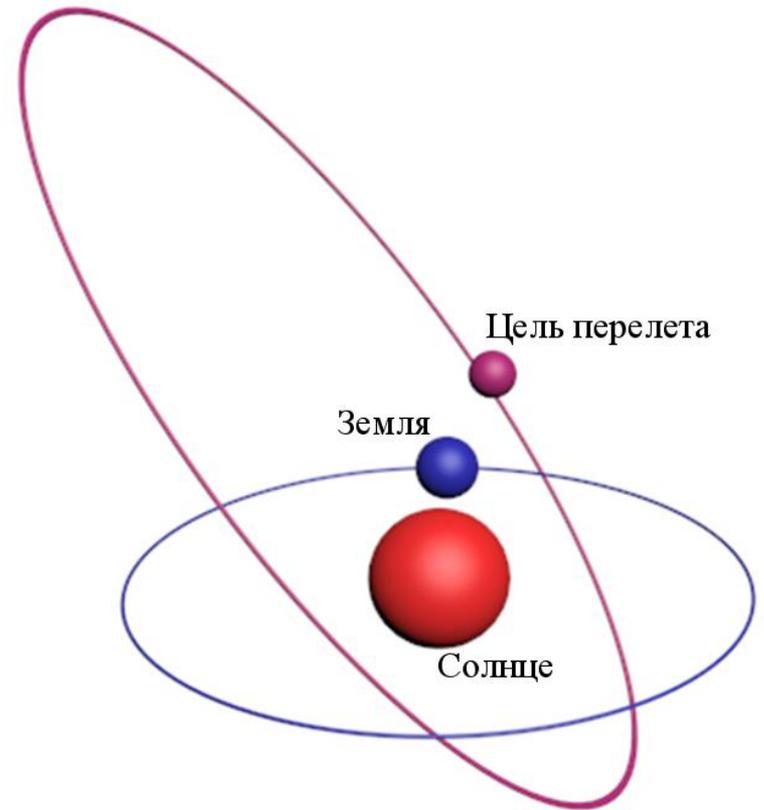
Содержание доклада

- Постановка задачи
- Построение орбитального движения
- Построение углового движения
- Построение управления
- Алгоритм разгрузки маховиков
- Моделирование
- Заключение

Постановка задачи

Рассматривается межпланетный перелет с малой тягой. Требуется:

- Построить оптимальную по топливу орбиту перелета
- Построить угловое движение КА
- Построить управление
- Оценить время работы двигателей разгрузки



Построение орбитального движения

Оптимизационная задача построения орбитального движения

$$\dot{\mathbf{V}} = -\frac{\mu \cdot \mathbf{r}}{r^3} + \delta \frac{P}{m} \mathbf{r}_t,$$

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{V}, \quad \dot{m} = -\delta \frac{P}{w},$$

$$\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0, \quad m(t_0) = m_0,$$

$$\mathbf{r}(t_f) = \mathbf{r}_f, \quad \mathbf{v}(t_f) = \mathbf{v}_f,$$

$$J = -m_{cons} = -\int_{t_0}^{t_f} \delta \frac{P}{w} dt \rightarrow \max.$$

\mathbf{r}_t - орт тяги, P - сила тяги двигателя, δ - функция тяги, $\mathbf{r}_0, \mathbf{V}_0, \mathbf{r}_f, \mathbf{V}_f$ - краевые условия, m_{cons} суммарные затраты топлива на перелет

Построение орбитального движения

Для решения оптимизационной задачи применяется принцип максимума Понтрягина. Гамильтониан задачи оптимального управления принимает вид:

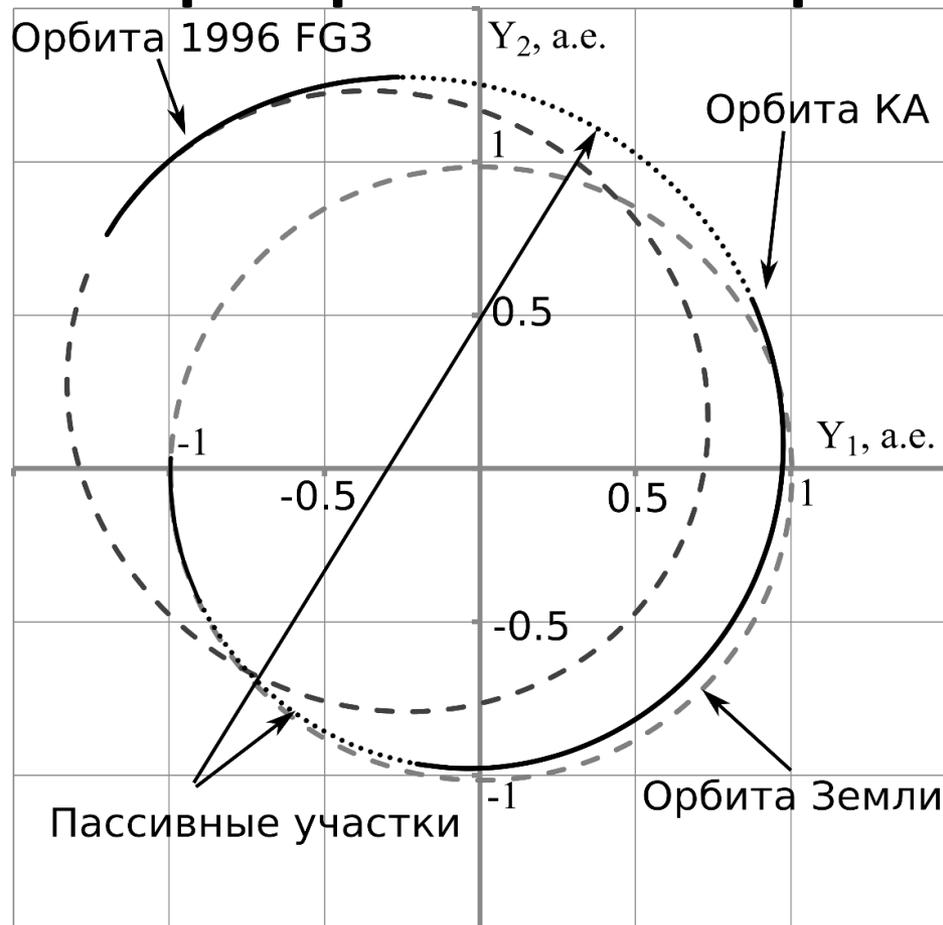
$$H = -\delta \frac{P}{w} \lambda_m + \left(\lambda_v, -\frac{\mu \cdot \mathbf{r}}{r^3} + \delta \frac{P}{m} \mathbf{r}_t \right) + (\lambda_r, \mathbf{V})$$

Исходя из принципа максимума

$$\mathbf{r}_t = \frac{\lambda_v}{\lambda_r}, \quad \psi = \frac{\lambda_v}{m} - \frac{\lambda_m}{w}, \quad \delta = \begin{cases} 1, & \psi > 0 \\ 0, & \psi \leq 0 \end{cases}$$

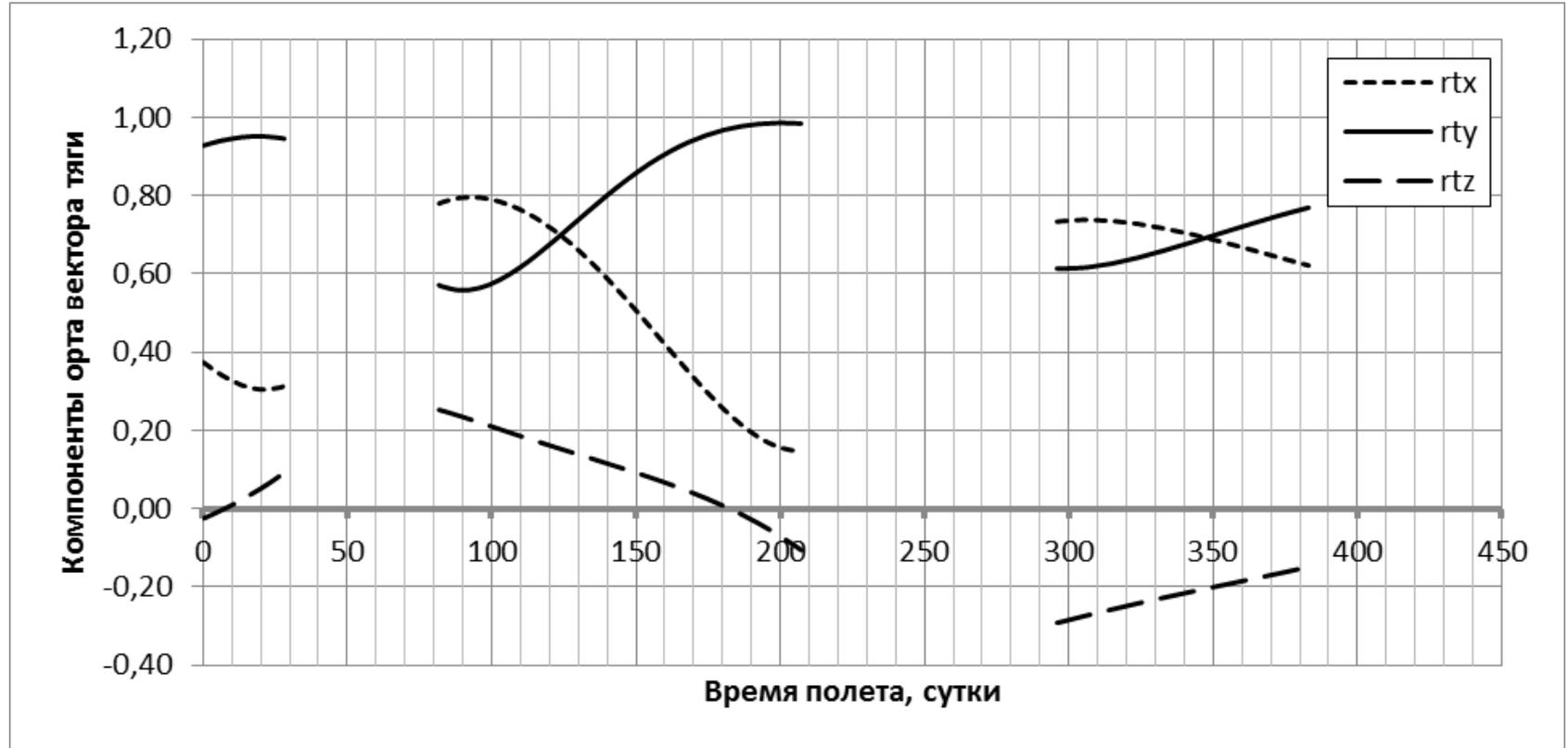
В итоге, задача сводится к краевой, где искомыми параметрами являются начальные условия для λ_v, λ_r

Пример орбиты перелета



Длительность перелета 383 суток, расход рабочего тела составляет 110 кг. Дата старта 18 марта 2024 г.

Пример орбиты перелета



Изменение направления вектора тяги КА

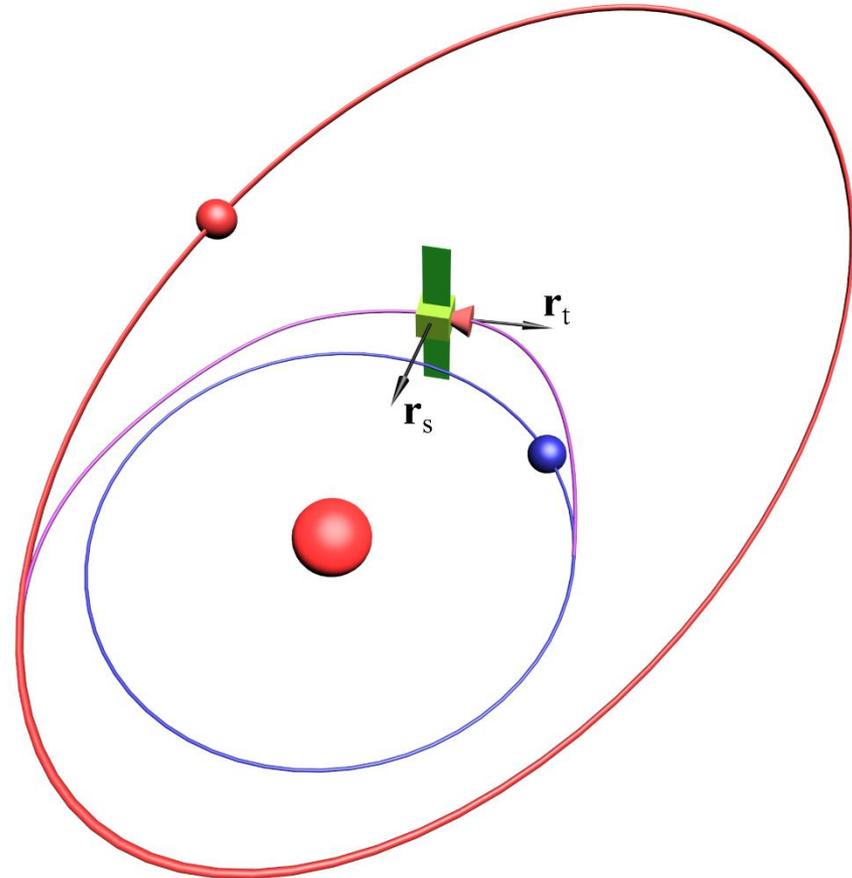
Построение углового движения

Известно:

- \mathbf{r}_s и \mathbf{r}_t с некоторым шагом по времени (из решения краевой задачи)
- Параметры КА

Требуется:

- Построить угловое движение
- Найти управление



Построение углового движения

Кинематические уравнения движения:

$$\dot{\mathbf{B}} = \mathbf{\Omega} \mathbf{B},$$
$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1^T \\ \mathbf{e}_2^T \\ \mathbf{e}_3^T \end{pmatrix}, \quad \dot{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{e}}_1^T \\ \dot{\mathbf{e}}_2^T \\ \dot{\mathbf{e}}_3^T \end{pmatrix}, \quad \mathbf{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_{3,ref} & -\omega_{2,ref} \\ -\omega_{3,ref} & 0 & \omega_{1,ref} \\ \omega_{2,ref} & -\omega_{1,ref} & 0 \end{pmatrix},$$

Выражения для базисных векторов и их производных

$$\mathbf{e}_2 = \frac{\mathbf{r}_t}{|\mathbf{r}_t|}, \quad \mathbf{e}_3 = \frac{\mathbf{r}_s \times \mathbf{r}_t}{|\mathbf{r}_s \times \mathbf{r}_t|}, \quad \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3$$
$$\dot{\mathbf{e}}_3 = \frac{\dot{\mathbf{h}} - \mathbf{e}_3 (\mathbf{e}_3, \dot{\mathbf{h}})}{|\mathbf{h}|}, \quad \dot{\mathbf{e}}_2 = \frac{\dot{\mathbf{r}}_t - \mathbf{e}_2 (\dot{\mathbf{r}}_t, \mathbf{e}_2)}{|\mathbf{r}_t|}, \quad \dot{\mathbf{e}}_1 = \dot{\mathbf{e}}_2 \times \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_2 \times \dot{\mathbf{e}}_3$$
$$\mathbf{h} = \mathbf{r}_s \times \mathbf{r}_t, \quad \dot{\mathbf{h}} = \dot{\mathbf{r}}_s \times \mathbf{r}_t + \mathbf{r}_s \times \dot{\mathbf{r}}_t$$

Построение углового движения

Из-за большого шага по времени нужна интерполяция \mathbf{r}_s и \mathbf{r}_t .

Итоговый алгоритм построения углового движения:

Построение сплайна Эрмита

$$\mathbf{r}(t) = f_1(x)\mathbf{r}_k + f_2(x)\mathbf{m}_k + f_3(x)\mathbf{r}_{k+1} + f_4(x)\mathbf{m}_{k+1},$$

$$\mathbf{m}_k = \frac{\mathbf{r}_{k+1} - \mathbf{r}_k}{2(t_{k+1} - t_k)} + \frac{\mathbf{r}_{k+2} - \mathbf{r}_{k+1}}{2(t_{k+2} - t_{k+1})}, \quad x = \frac{t - t_k}{t_{k+1} - t_k}$$

Вектор тяги и
направление на солнце

$$\mathbf{r}_t(t_i), \mathbf{r}_s(t_i), i = 1..n$$

Построение углового
движения

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{r}_t(t), \mathbf{r}_s(t) \rightarrow \mathbf{B} \\ \dot{\mathbf{r}}_t(t), \dot{\mathbf{r}}_s(t) \rightarrow \dot{\mathbf{B}} \end{array} \right\} \rightarrow \boldsymbol{\omega}_{ref}$$

Вычисление производных

$$\dot{\mathbf{r}}(t) = \frac{f'_1(x)\mathbf{r}_k + f'_2(x)\mathbf{m}_k + f'_3(x)\mathbf{r}_{k+1} + f'_4(x)\mathbf{m}_{k+1}}{t_{k+1} - t_k}$$

Построение управления

Управление на основе ПД-регулятора:

$$\mathbf{M}_{ctrl} = -\mathbf{M}_{dist} + \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{abs} + \mathbf{J}\mathbf{W}_{rel}\mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{ref} + \\ + \mathbf{J}\mathbf{A}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ref} + k_a\mathbf{S} - k_\omega(\boldsymbol{\omega}_{abs} - \mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{ref})$$

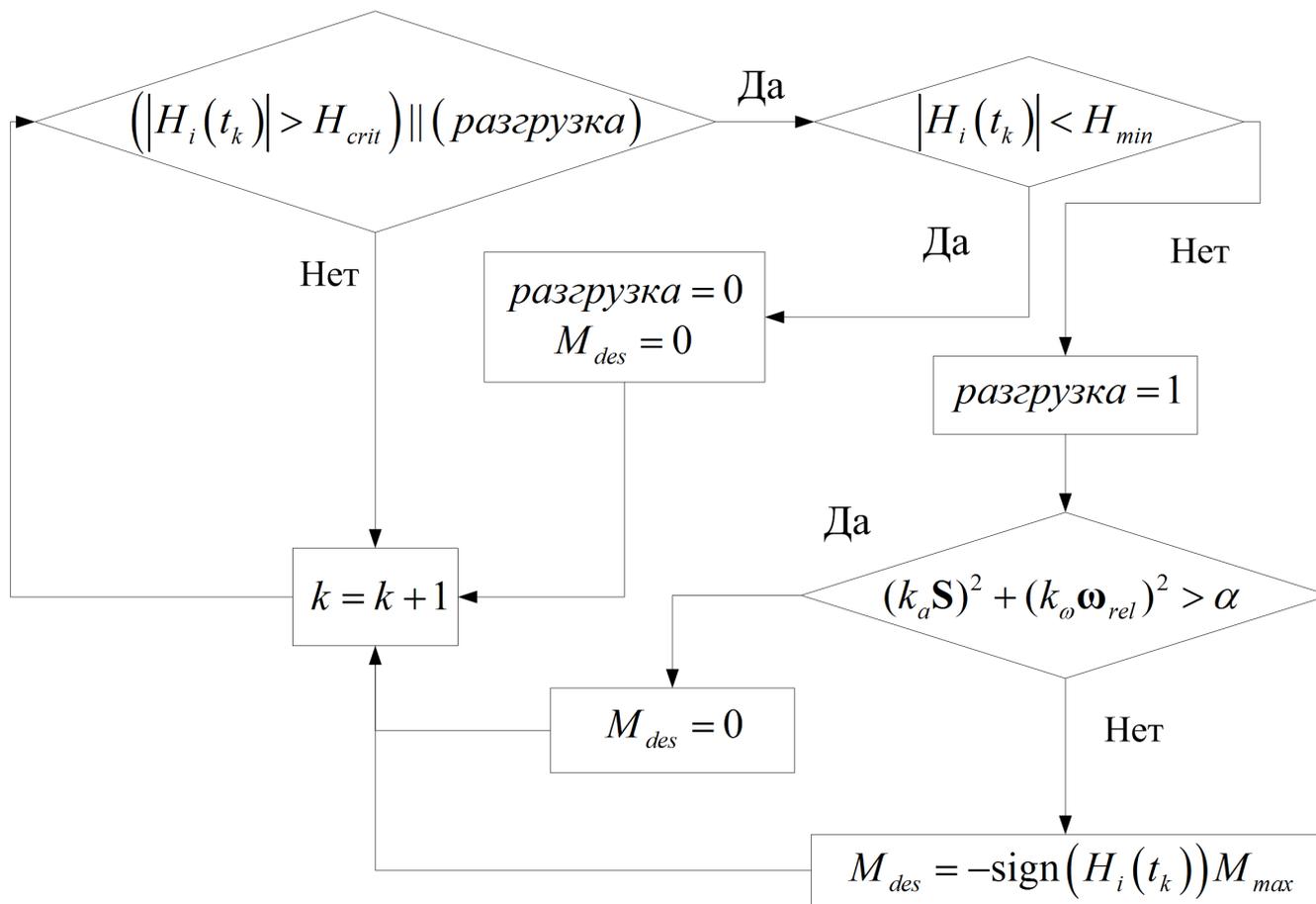
$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{abs}\mathbf{B}^T, \mathbf{S} = (a_{32} - a_{23}, a_{13} - a_{31}, a_{21} - a_{12})^T$$

Актюаторы – маховики:

$$\mathbf{M}_{ctrl} = -\dot{\mathbf{H}} - \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{H}$$

Для разгрузки используются газовые двигатели нерегулируемой тяги

Алгоритм разгрузки



Параметры спутника

- Маршевый двигатель СПД-100, тяга 89 мН, жестко закреплен
- Разгрузочные двигатели создают момент 1 Н·м
- Запас кин. момента маховиков 2 Н·м·с, управляющий момент 20 мН·м
- Тензор инерции КА

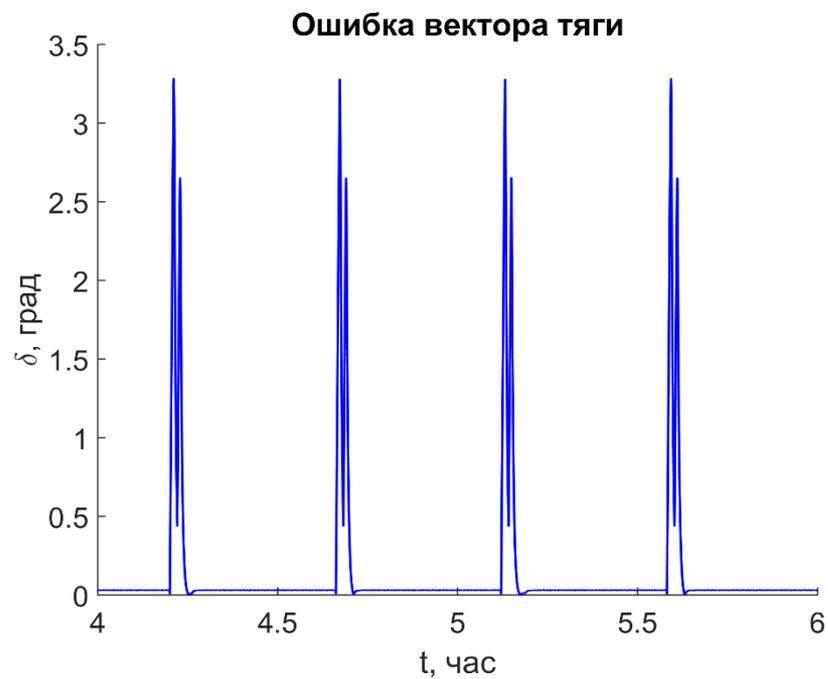
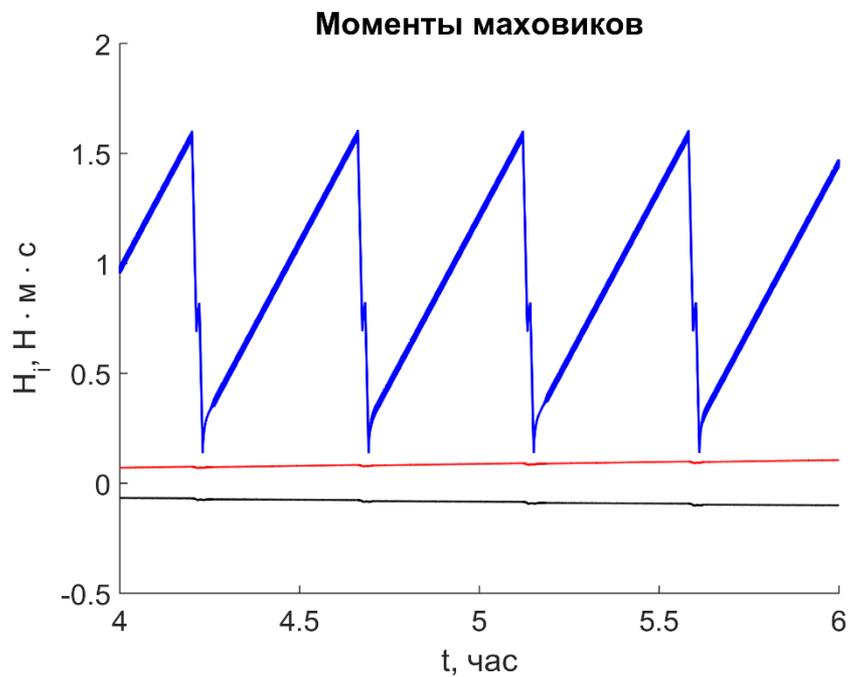
$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 400 & 0 & 0 \\ 0 & 380 & 0 \\ 0 & 0 & 50 \end{pmatrix}$$

Моделирование

Внешние и возмущающие моменты:

- Эксцентриситет тяги 1° , соответствующий момент $10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}$
- Момент солнечного давления $10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{м}$
- Неточность установки двигателей-маховиков 1°
- Неточность знания тензора инерции 10%

Результаты



Суммарное время работы двигателей разгрузки за 383 суток полета: 4.8 ч

Заключение

- Разработан алгоритм построения орбитального и углового движения КА при межпланетном перелете с использованием двигателей малой тяги
- Предложен алгоритм разгрузки маховиков, обеспечивающий сохранение ориентации КА на время разгрузки на приемлемом уровне
- Проведена оценка времени работы двигателей разгрузки с учетом наличия эксцентриситета тяги маршевого двигателя и солнечного давления

Работа поддержана грантом РФФИ № 14-11-00621