



Второй Российский симпозиум по наноспутникам
RusNanoSat-2017



Проектирование и поддержание формации наноспутников на высокоэллиптической орбите

д.ф.-м.н. Овчинников М.Ю.

к.ф.-м.н. Трофимов С.П.

Коптев М.Д.

Шачков М.О.

Институт Прикладной Математики им. М.В.Келдыша

Содержание

I. Введение

II. Постановка задачи

III. Оптимизация начальных орбит

IV. Улучшение полученных результатов

V. Заключение

Содержание

I. Введение

II. Постановка задачи

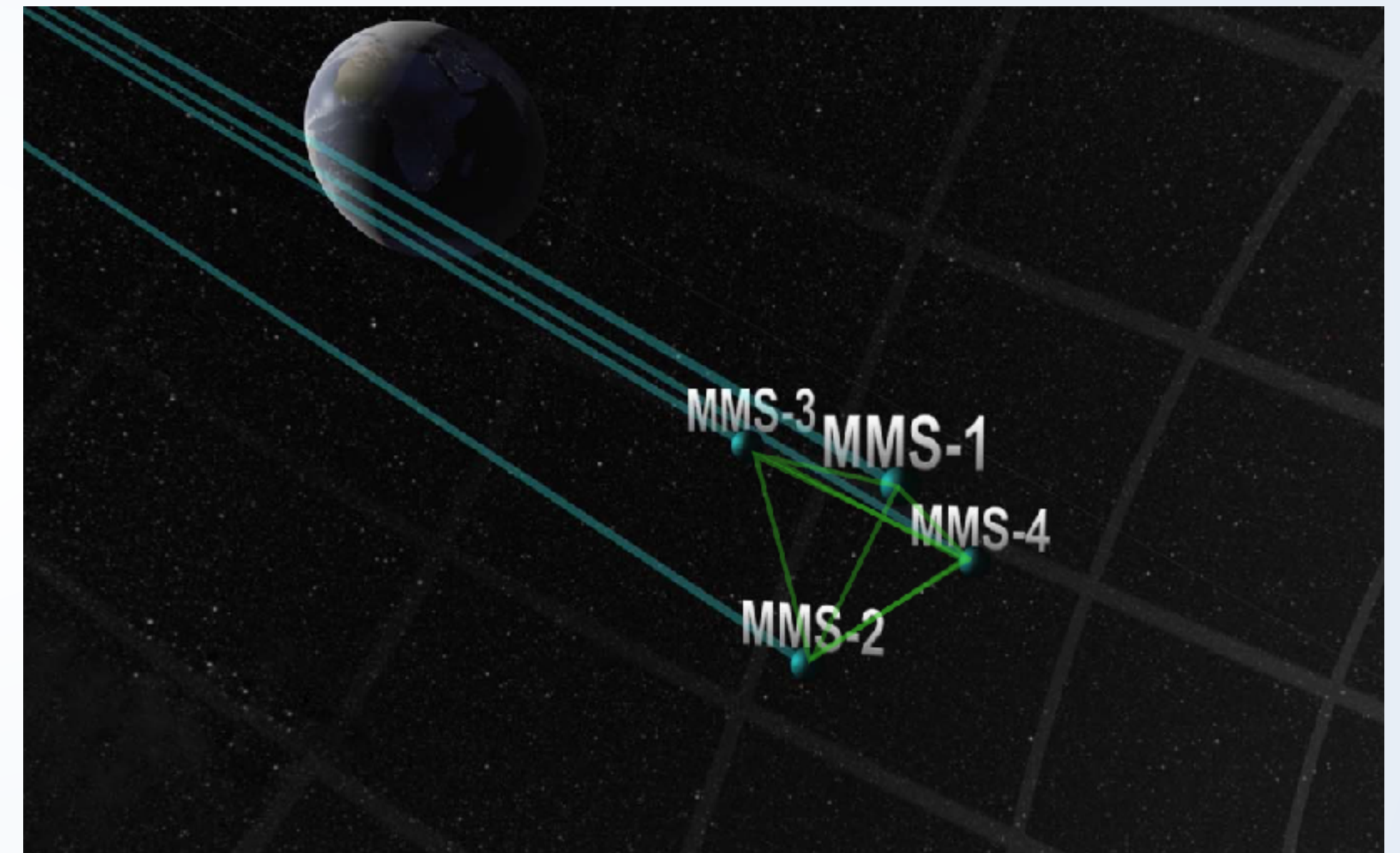
III. Оптимизация начальных орбит

IV. Улучшение полученных результатов

V. Заключение

Тетраэдральная формация

- Групповой полет
 - Различные типы миссий
 - Использование малых аппаратов (микро- и наноспутников)
- Исследование геомагнитного поля
 - Формация в виде тетраэдра
 - Миссия NASA MMS (Magnetospheric Multiscale)
 - Возможность уменьшить бюджет миссии с использованием малых аппаратов



Четверка аппаратов в миссии NASA's MMS
Источник: NASA's Goddard Space Flight Center

Содержание

I. Введение

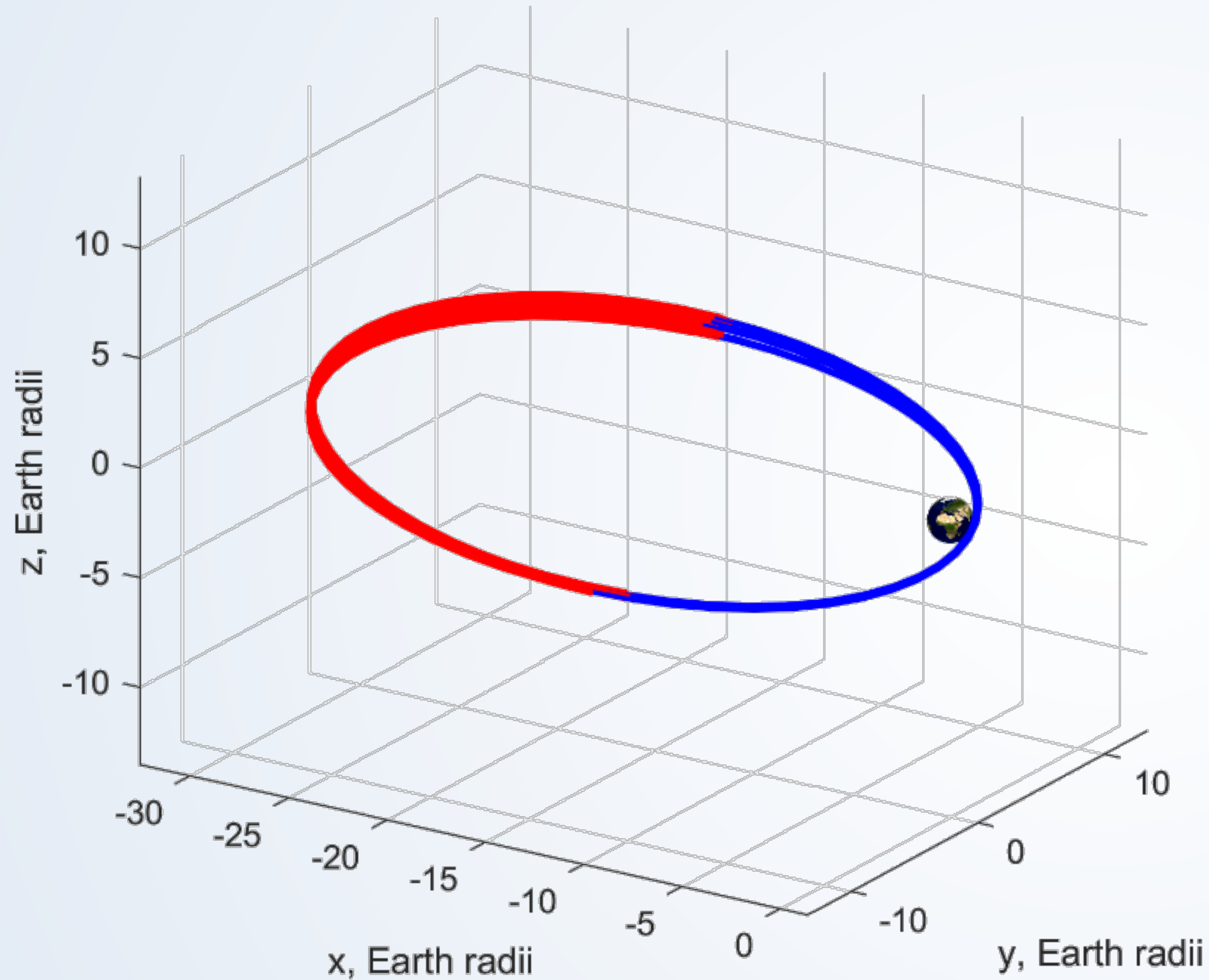
II. Постановка задачи

III. Оптимизация начальных орбит

IV. Улучшение полученных результатов

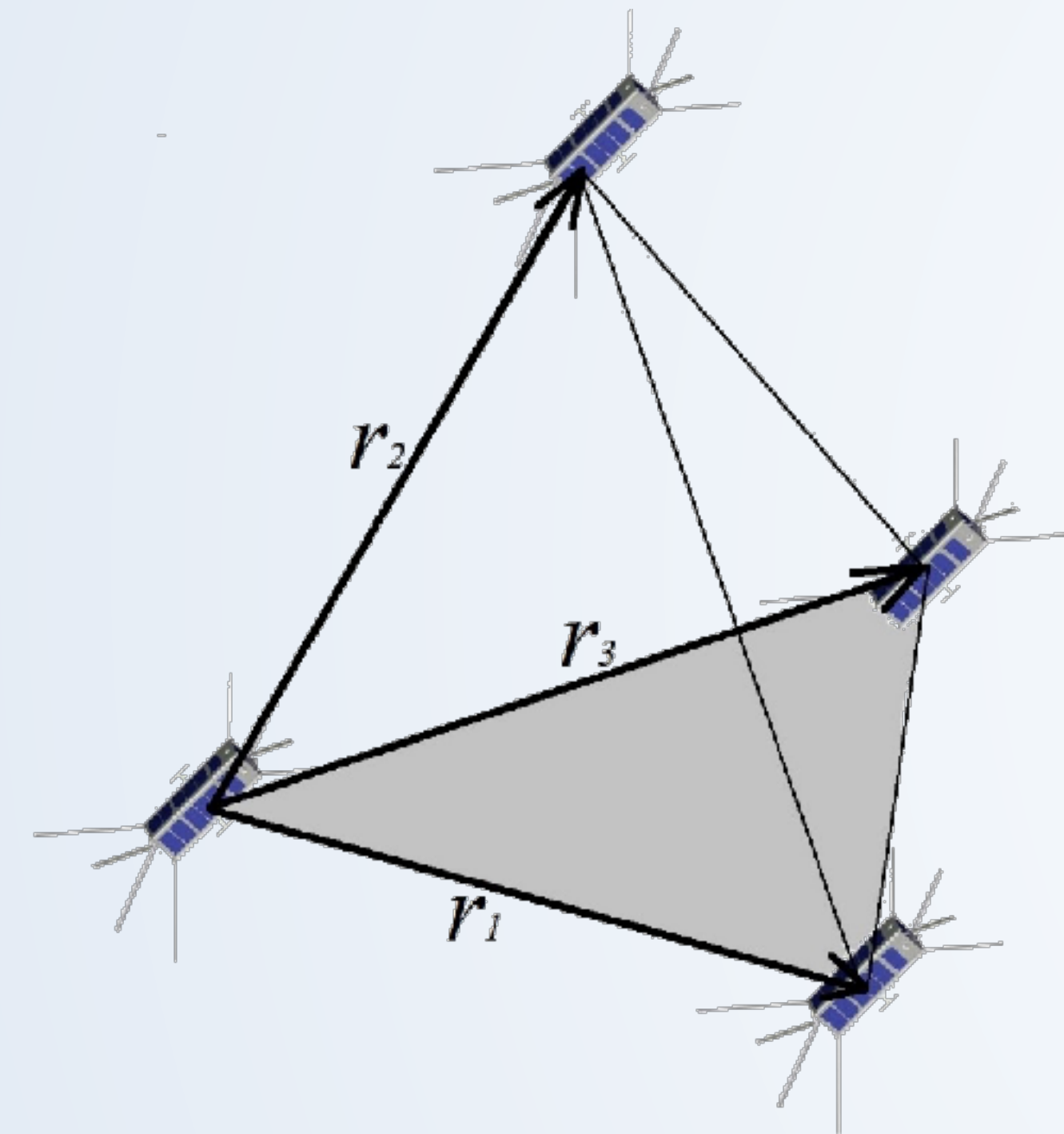
V. Заключение

Опорная орбита



- Высокоэллиптическая орбита
- $R_\alpha = 200000$ km
- $R_\pi = 2000$ km
- $i = 51.6^\circ$
- $\Omega = \omega = 0$
- Область интереса: $|\vec{r}| > 15R_{Earth}$
- Возмущения: J2, Солнце, Луна

Оценка качества формации



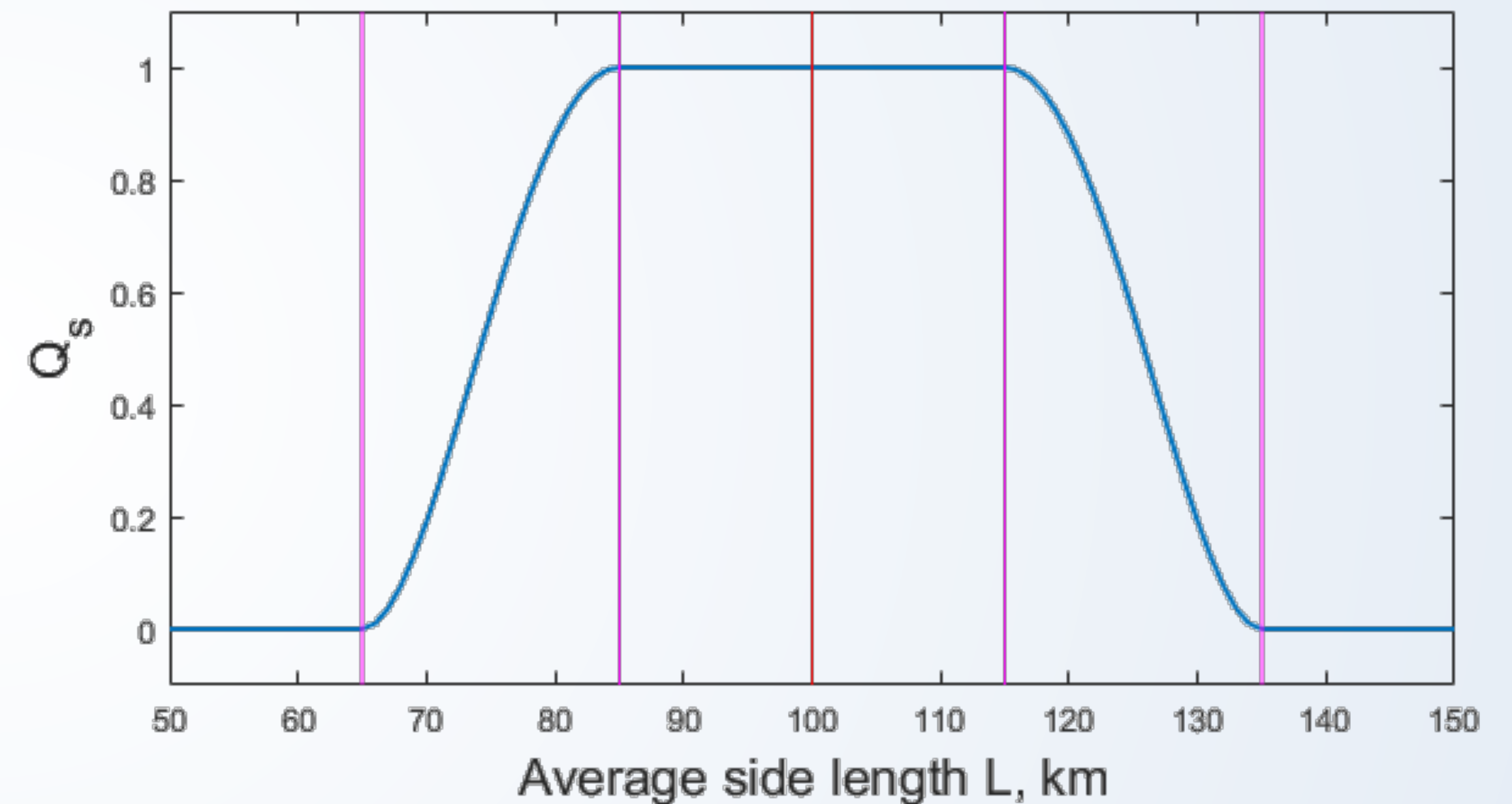
$$V_a = \frac{1}{6} |\vec{r}_1 \cdot (\vec{r}_2 \times \vec{r}_3)|.$$

$$V_r = \frac{\sqrt{2}}{12} L^3$$

$$L = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 l_i$$

$$Q_v = \frac{V_a}{V_r}$$

Визуализация коэффициента формы Q_s



$$Q = Q_v \cdot Q_s \in [0; 1]$$

$$Q_{int} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} Q(t) dt$$

Постановка задачи

- Найти оптимальные параметры начальных орбит для каждого из четырех аппаратов в окрестности опорной орбиты для максимизации времени активного существования миссии ($Q_{int} > 0.7$ в области интереса)
- Рассмотреть различные варианты улучшения полученных результатов (например, с помощью LQR-управления, или использования дополнительных аппаратов)

Содержание

I. Введение

II. Постановка задачи

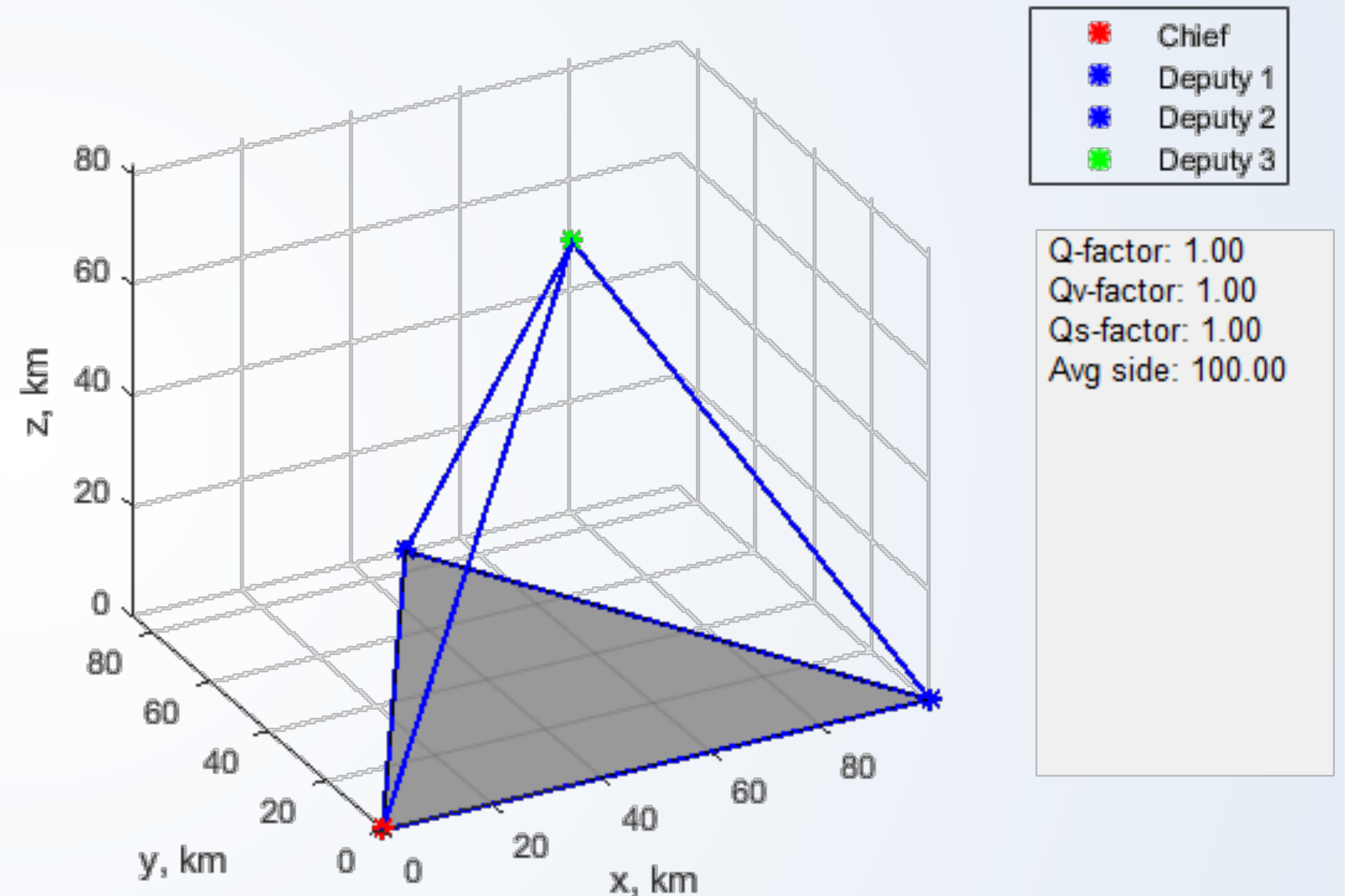
III. Оптимизация начальных орбит

IV. Улучшение полученных результатов

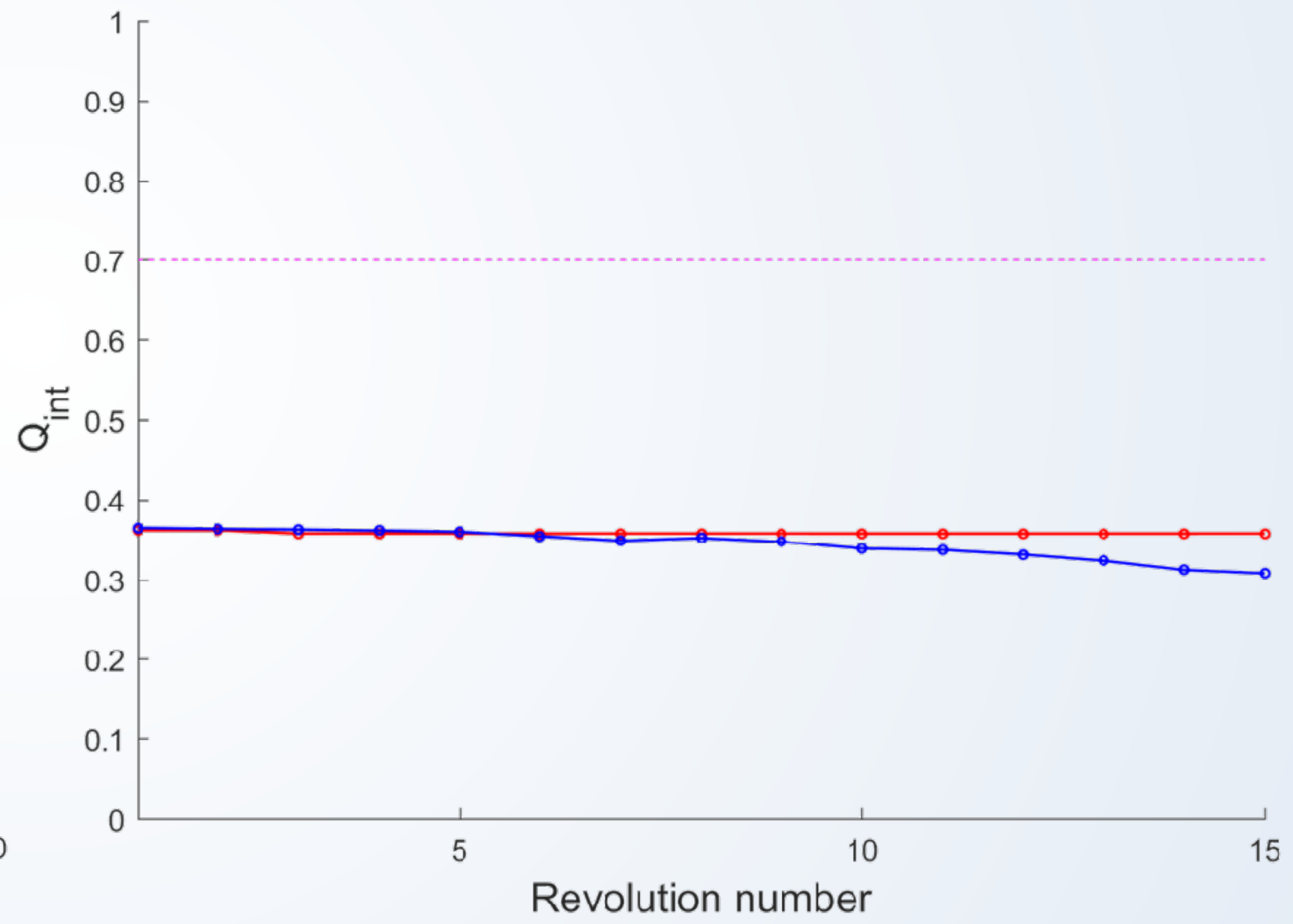
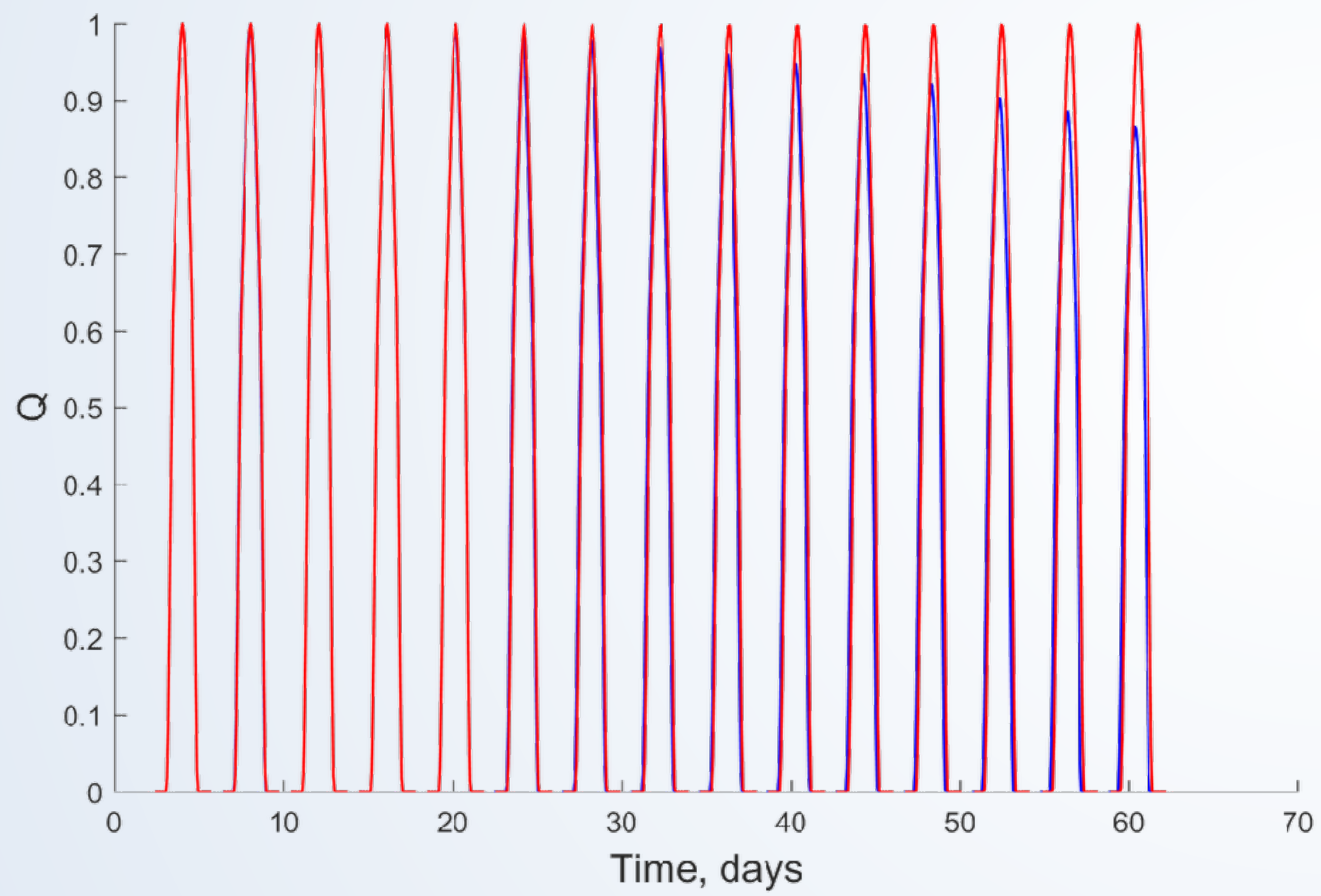
V. Заключение

Начальное приближение для оптимизации

- Четверка аппаратов формирует тетраэдр в апогее опорной орбиты
- Орбита материнского аппарата совпадает с опорной
- Дочерние аппараты лежат в вершинах тетраэдра
- Скорости аппаратов подобраны таким образом, чтобы большие полуоси орбит были равны



Графики Q и Q_{int}



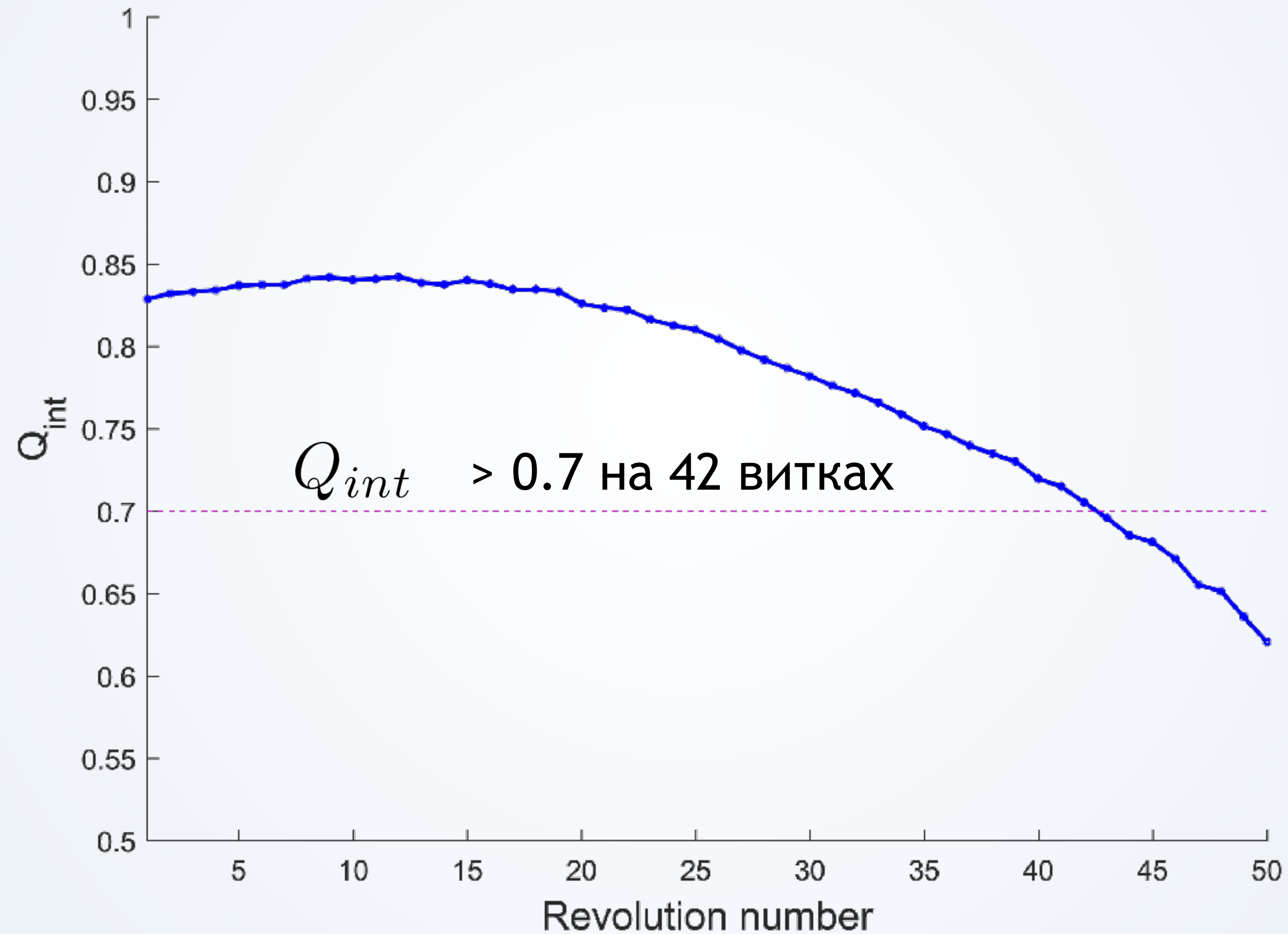
Процесс оптимизации

- Необходимо оптимизировать положения дочерних аппаратов
- Для уменьшения размера задачи, орбита материнского аппарата полагается равной опорной
- Оптимизируемый функционал:

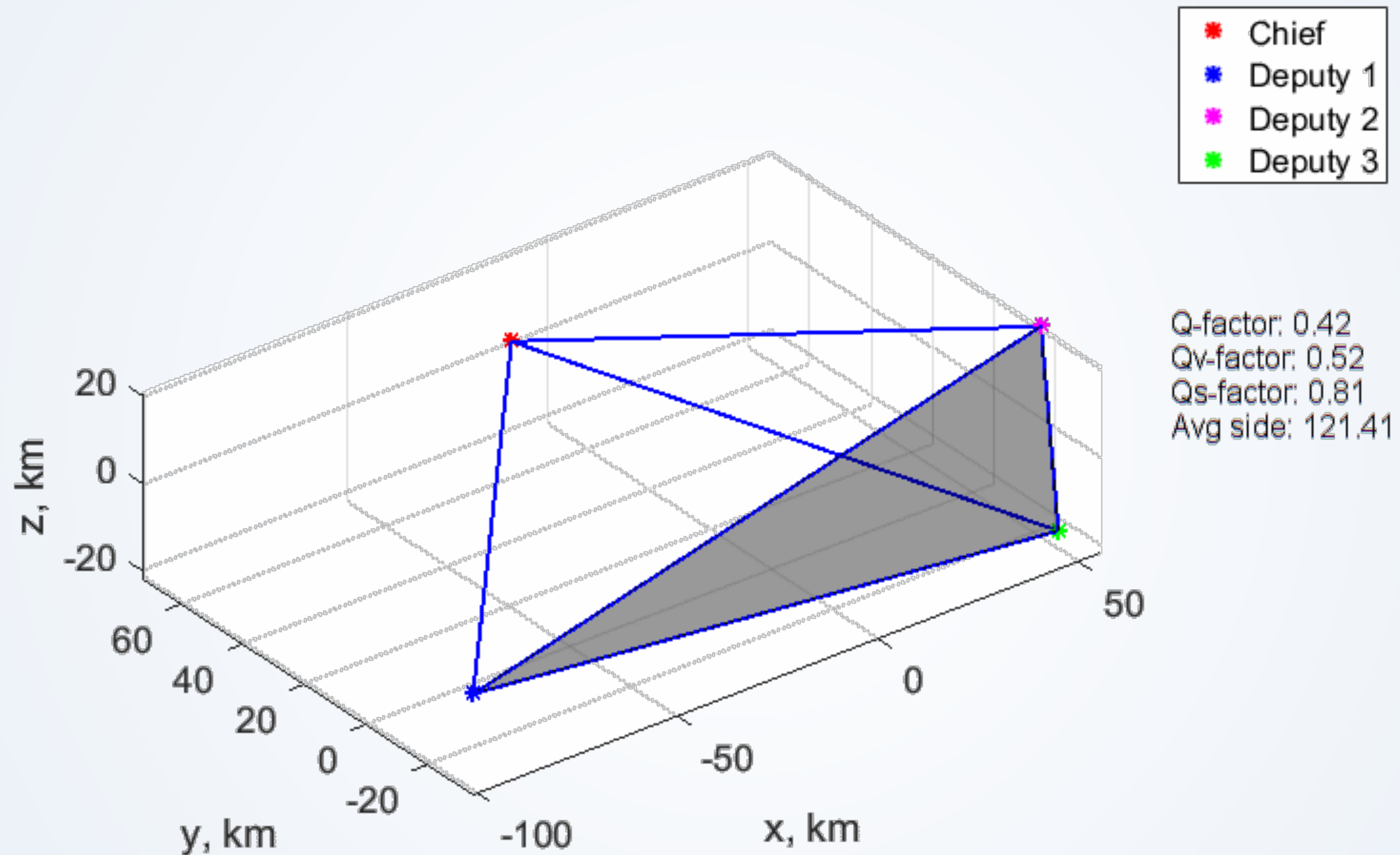
$$\sum_{i=1}^{10} Q_{int}^i \longrightarrow \max$$

- Искомый вектор: 6 орбитальных параметров для каждого из трех дочерних аппаратов (всего 18 переменных)
- Для решения задачи был использован SQP-метод, реализованный функцией *fmincon* в MATLAB Optimization Toolbox.

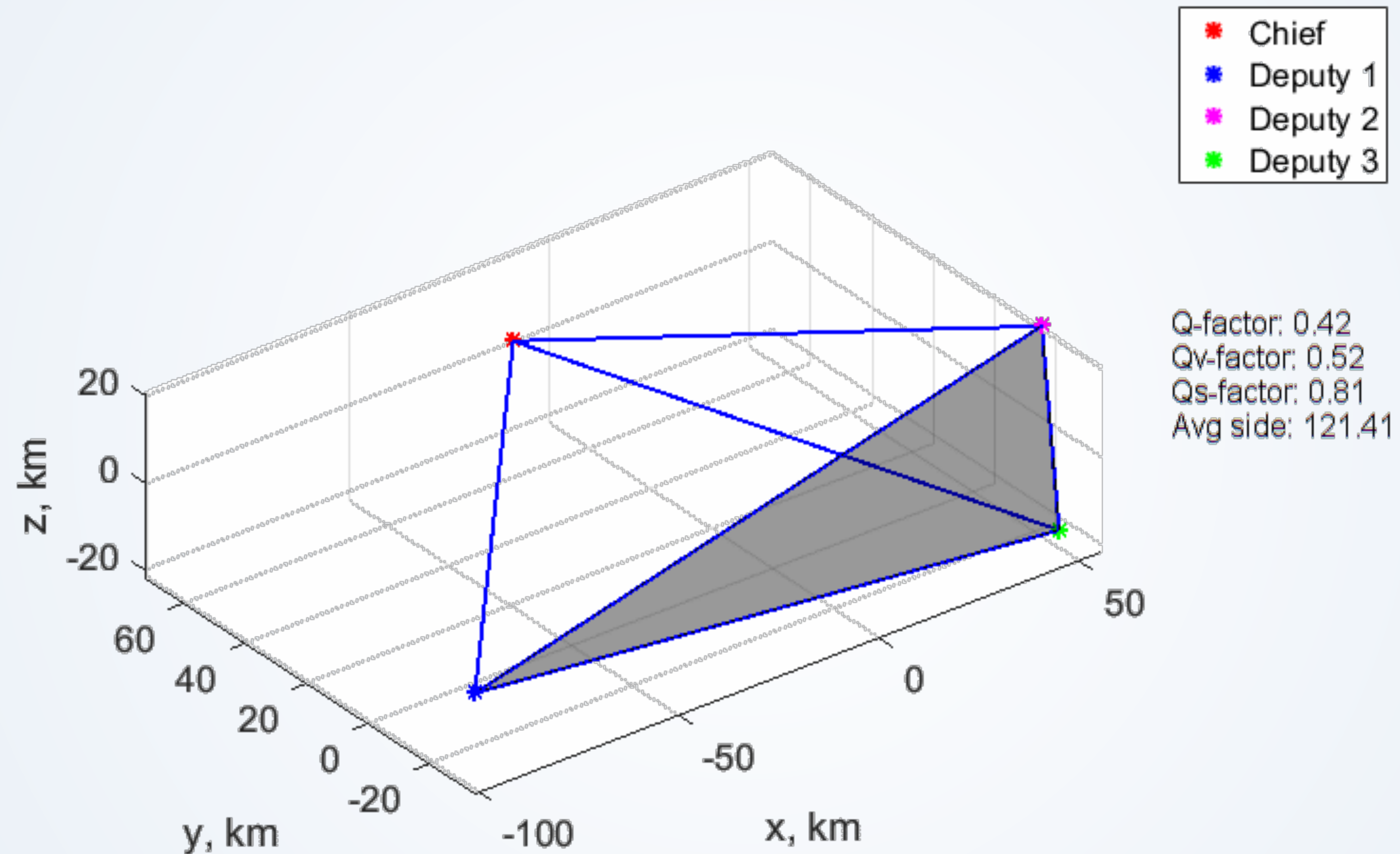
Изменение Q_{int} в оптимальном решении



Эволюция оптимизированного тетраэдра



Эволюция оптимизированного тетраэдра



Содержание

I. Введение

II. Постановка задачи

III. Оптимизация начальных орбит

IV. Улучшение полученных результатов

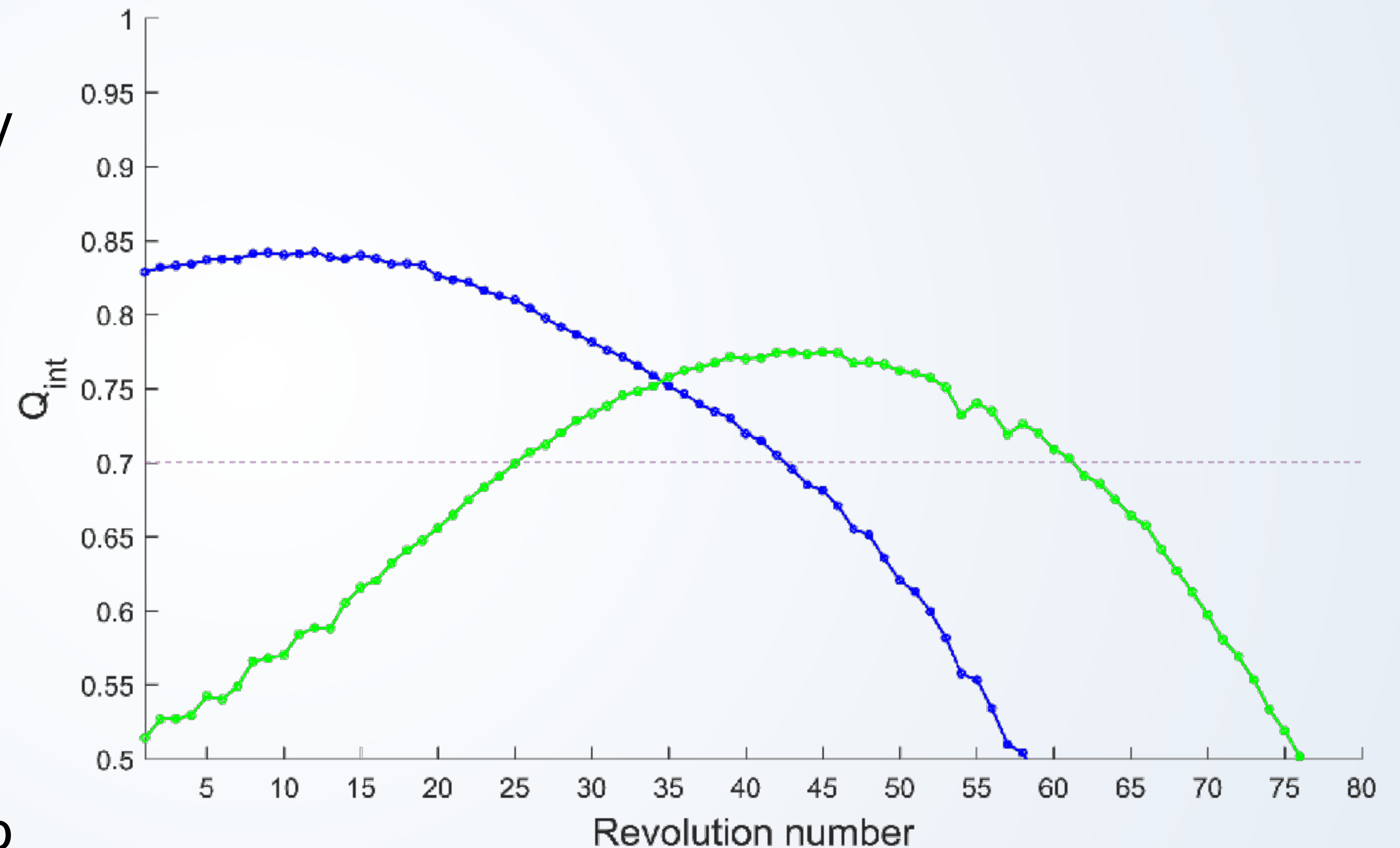
V. Заключение

Оптимальное положение для материнского аппарата

- Оптимизация положения материнского аппарата к моменту входа в 43й регион интереса:

$$\sum_{i=43}^{68} Q_{int}^i \longrightarrow \max$$

- Оптимизируемый вектор: орбита материнского спутника (6 неизвестных)
- Для нахождения наилучшего момента переключения, проинтегрируем систему назад во времени



Optimization results

Уравнения относительного движения

Относительное движение спутников получено с помощью уравнений Шонера-Хемпеля:

$$x'' = \frac{3}{1 + e_c \cos \nu_c} x + 2y' + u_1, \quad \text{где} \quad (\cdot)' = \frac{d(\cdot)}{d\nu}$$

$$y'' = -2x' + u_2,$$

$$z'' = -z' + u_3.$$

e_c, ν_c – параметры опорной орбиты

Могут быть записаны в виде:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A(t)\mathbf{x}(t) + B(t)\mathbf{u}(t) + \Psi(t)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3}{(1 + e_c \cos \nu_c)} & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & E_{3 \times 3} \end{pmatrix}$$

$$\Psi = F_m + F_s + F_{J_2}$$

LQR-управление материнским аппаратом (1)

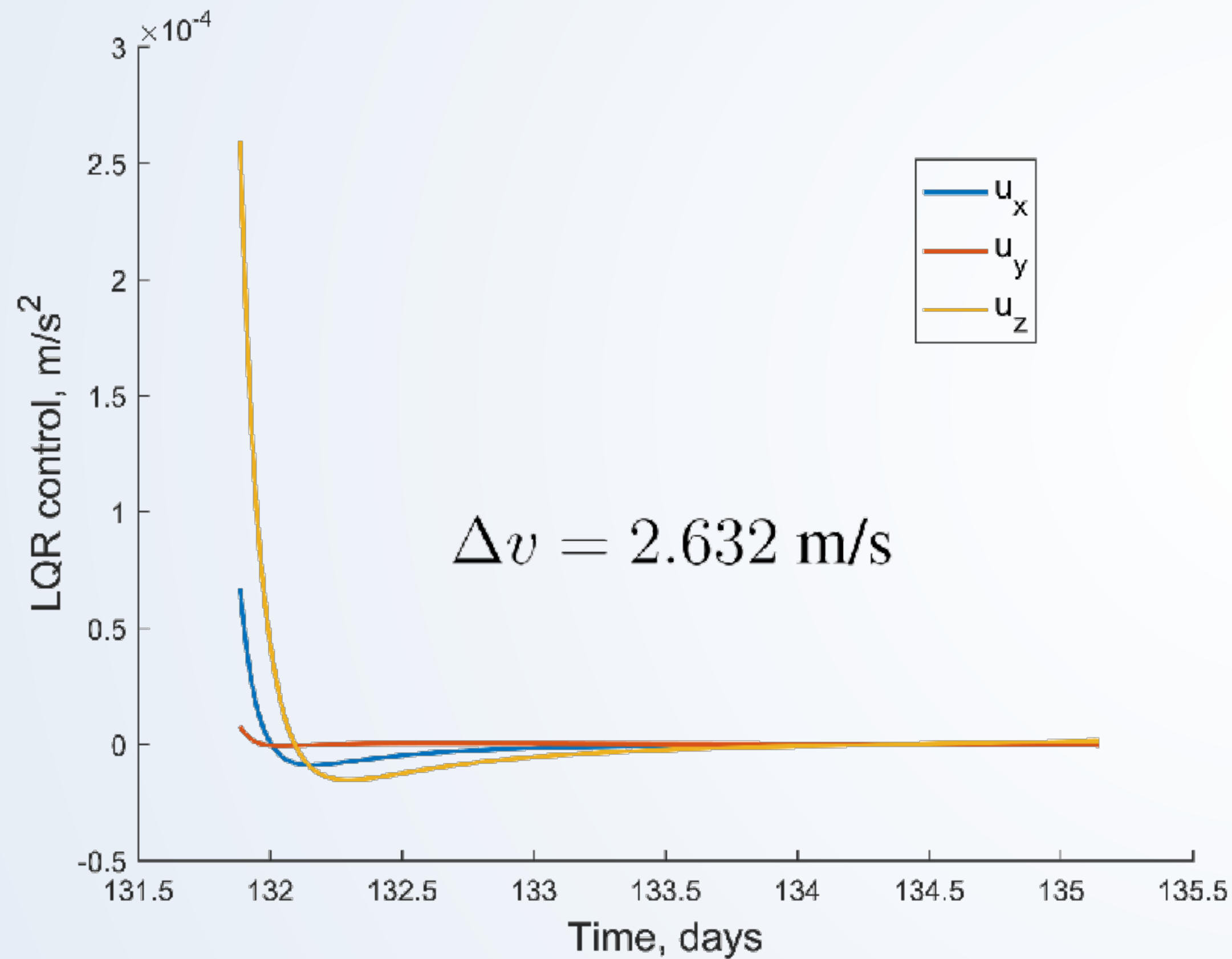
- Для получения оптимального управления необходимо минимизировать следующий функционал:

$$J = \frac{1}{2} \int_{RoI} [(\mathbf{x}(\nu) - \mathbf{x}_{des}(\nu))^T Q (\mathbf{x}(\nu) - \mathbf{x}_{des}(\nu)) + \mathbf{u}(\nu)^T R \mathbf{u}(\nu)] d\nu.$$

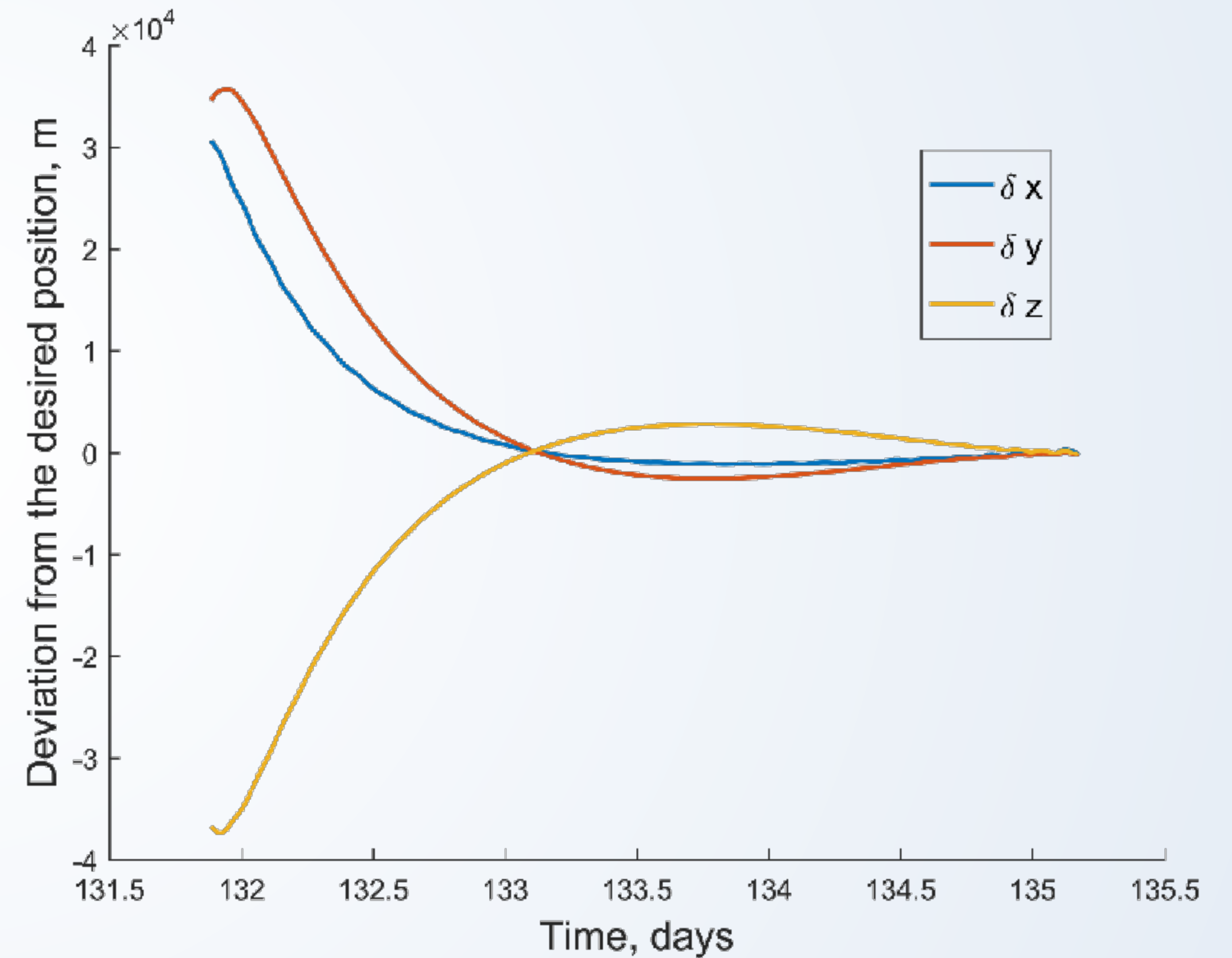
- Весовые матрицы:

$$Q = \begin{pmatrix} 10^4 E_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & E_{3 \times 3} \end{pmatrix} \quad R = (E_{3 \times 3})$$

Полученное оптимальное управление

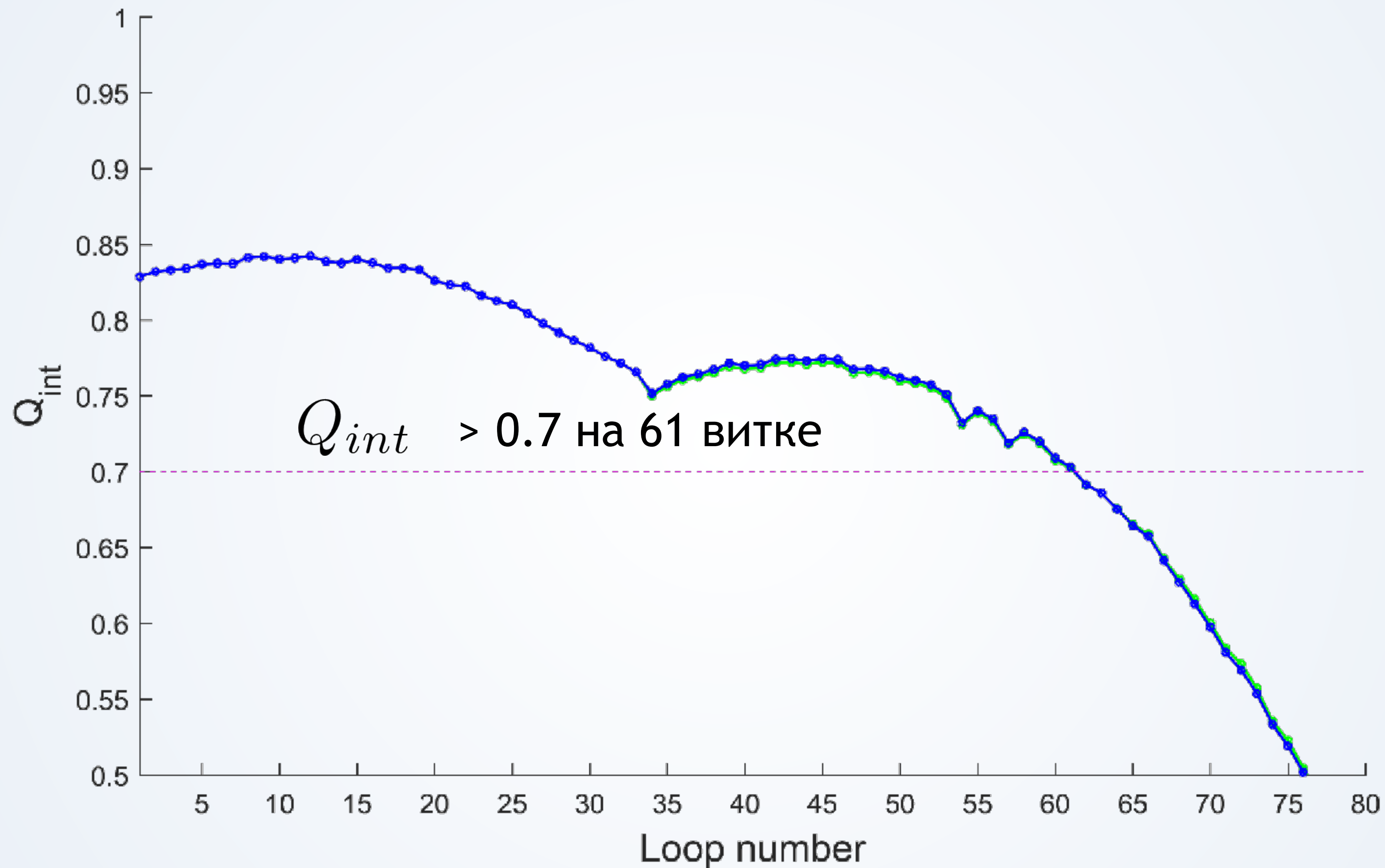


Управление



Отклонение от желаемой позиции

Q_{int} после управления материнским аппаратом



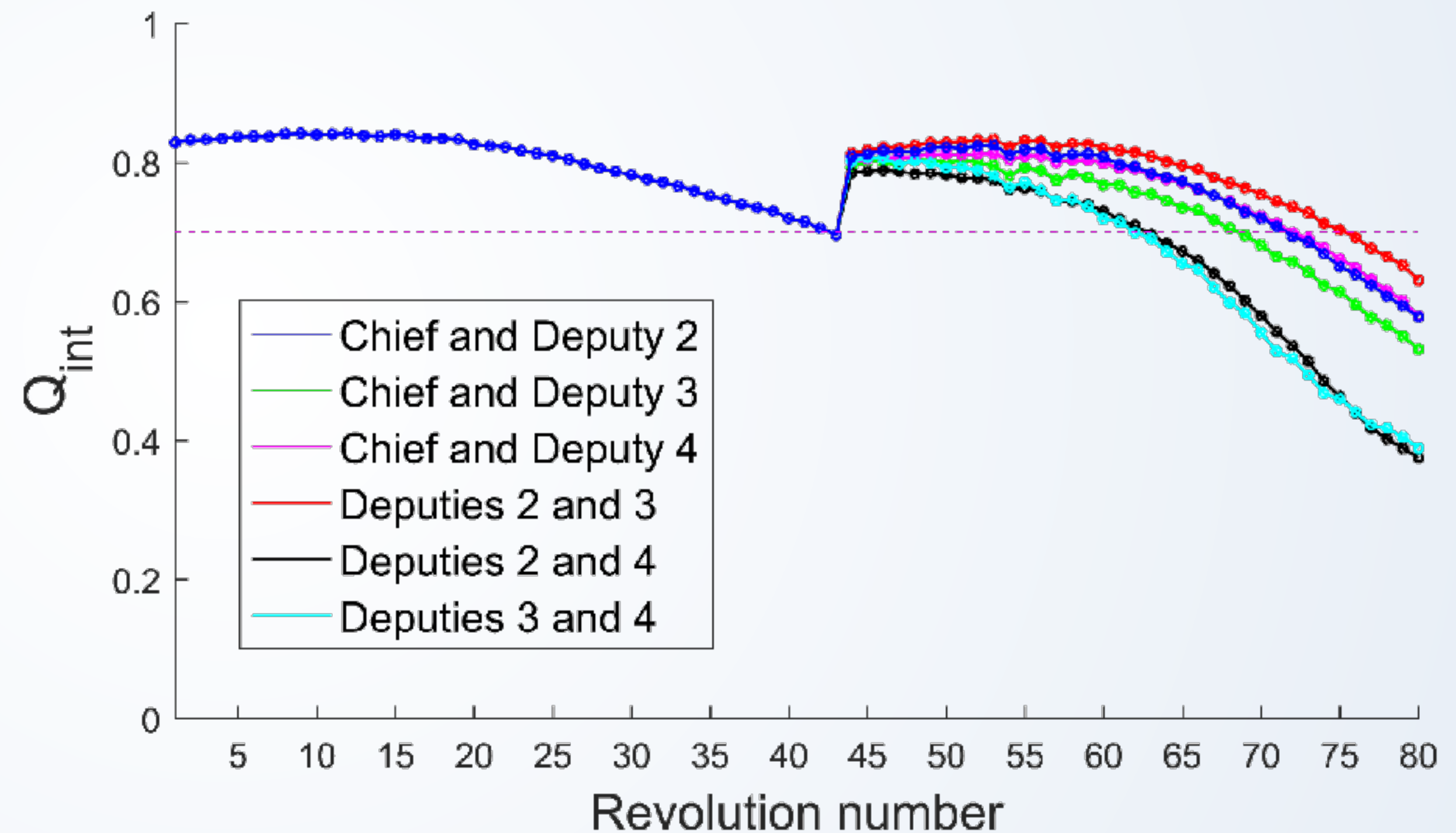
Q_{int} в оптимальном случае (синим) и после LQR-управления (зеленым)

Использование дополнительного спутника

- Дополнительный аппарат может заменить спутники из исходной четверки для предотвращения деградации формации
- Нужно найти оптимальные положения для двух аппаратов (управляемый и дополнительный) к началу 43 витка
- Оптимизируемый функционал:

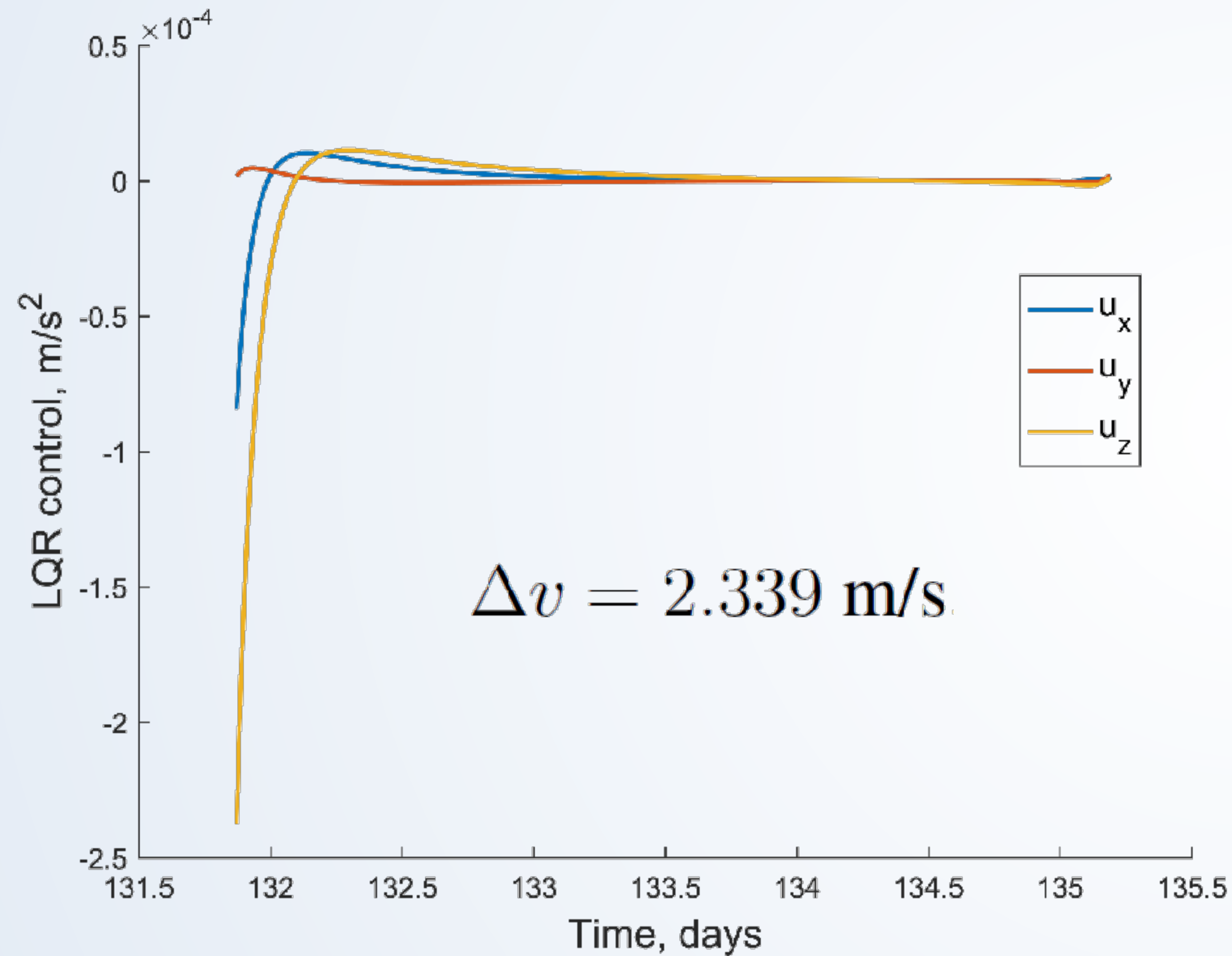
$$\sum_{i=43}^{68} Q_{int}^i \longrightarrow \max$$

- 12 неизвестных оптимизируемых переменных

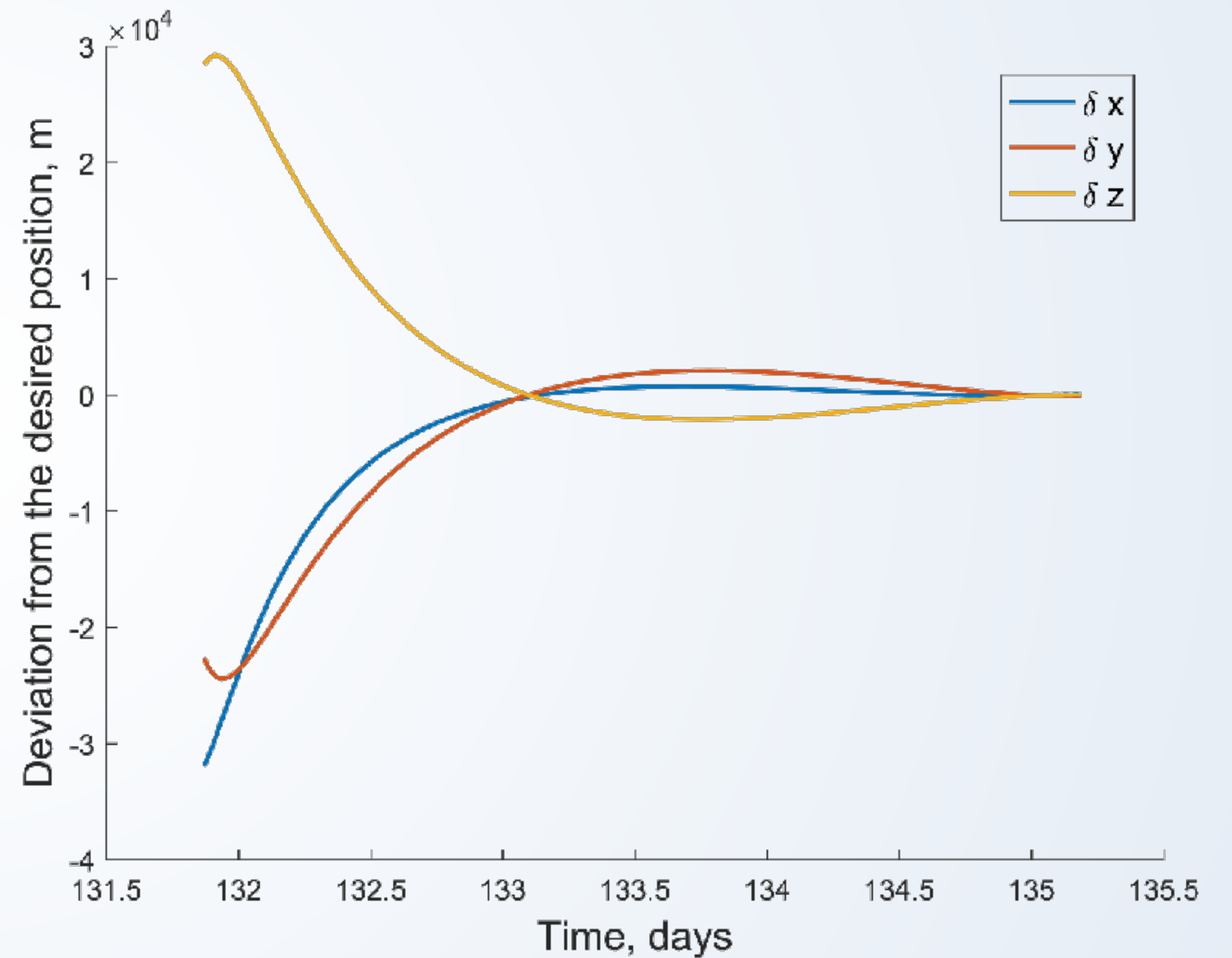


Q_{int} для различных пар спутников после оптимизации

Полученное оптимальное управление

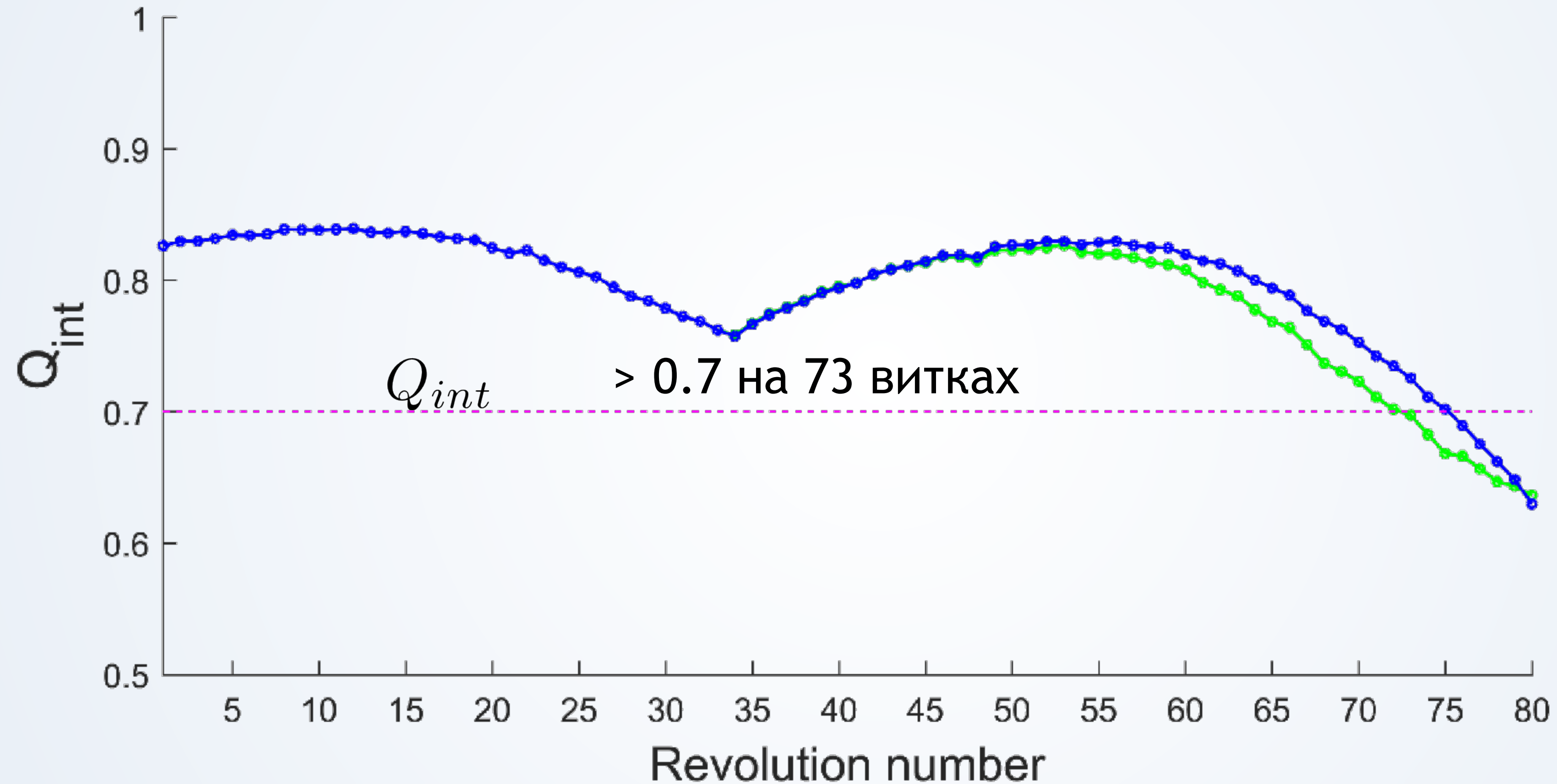


LQR-управление



Отклонение от желаемой позиции

Q_{int} В ОПТИМИЗИРОВАННОМ РЕШЕНИИ



Q_{int} в оптимальном случае (синим) и после LQR-управления (зеленым)

Заключение

- Найдены орбиты для спутников, позволяющие сохранять удовлетворительное качество тетраэдра на протяжении 42 витков (около 170 дней) при чисто пассивном движении
- С помощью LQR-управления и использования дополнительного аппарата, время активного существования миссии может быть увеличено на 70%
- С пятью спутниками, движущимися пассивно (кроме управления материнским аппаратом на одном из витков), возможно сохранять тетраэдральную формацию на протяжении 73 периодов (около 300 дней)

Спасибо за внимание!

**Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ
№17-01-00449А и 16-01-00739А)**