



57-я научная конференция МФТИ
29 ноября 2014 года



Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук
в современном информационном обществе

Динамика и управление движением космических аппаратов

Уточнение траекторий перелета с околоземной орбиты на орбиту вокруг точки либрации с помощью метода продолжения по параметру

О.В.Козлова, студентка 4 курса ФУПМ

Научный консультант: М.Г. Широбоков, аспирант 2 курса ФУПМ

Содержание

- Мотивация
- Постановка задачи
- Уравнения движения
- Метод продолжения по параметру
- Результаты

Актуальность проблемы

- Расширение возможностей космических миссий:
 - Обсерватории и телескопы (NASA's Terrestrial Planet Finder, ESA's Darwin project),
 - Узловые станции для полетов в дальний космос (Lunar Gateway Station),
 - Поддержка связи с землей аппаратуры на поверхности Луны
- Снижение затрат топлива и увеличение массы полезной нагрузки

Постановка задачи

1) Дана круговая околоземная орбита и плоская периодическая орбита вокруг L_1

2) Дана траектория с околоземной орбиты в точку на устойчивом многообразии данной периодической орбиты

3) Траектория, рассчитанная в модели плоской круговой ограниченной задачи 3х тел

Требуется адаптировать данную траекторию в полной модели

Уравнения движения

Во вращающейся безразмерной системе координат: $\ddot{x} - 2\dot{y} = -\Omega_x$, $\ddot{y} + 2\dot{x} = -\Omega_y$

где эффективный потенциал:

$$\Omega(x, y) = -\frac{x^2 + y^2}{2} - \frac{1 - \mu}{r_1} - \frac{\mu}{r_2} - \frac{\mu(1 - \mu)}{2},$$

И расстояния от КА до главных тел:

$$r_1 = \sqrt{(x + \mu)^2 + y^2} \quad r_2 = \sqrt{(x - 1 + \mu)^2 + y^2}$$

Точки либрации

Точки либрации (положения равновесия) находятся из уравнений:

$$\Omega_x = \Omega_y = 0$$

Коллинеарные точки либрации

$$x_{L_1} \approx 1 - r_H + \frac{1}{3} r_H^2 - \frac{26}{9} r_H^3$$

$$x_{L_2} \approx 1 + r_H + \frac{1}{3} r_H^2 - \frac{28}{9} r_H^3$$

$$x_{L_3} \approx -1 - \frac{5}{12} \mu + \frac{23 \cdot 49}{12^4} \mu^3$$

$$r_H = (\mu/3)^{1/3}$$

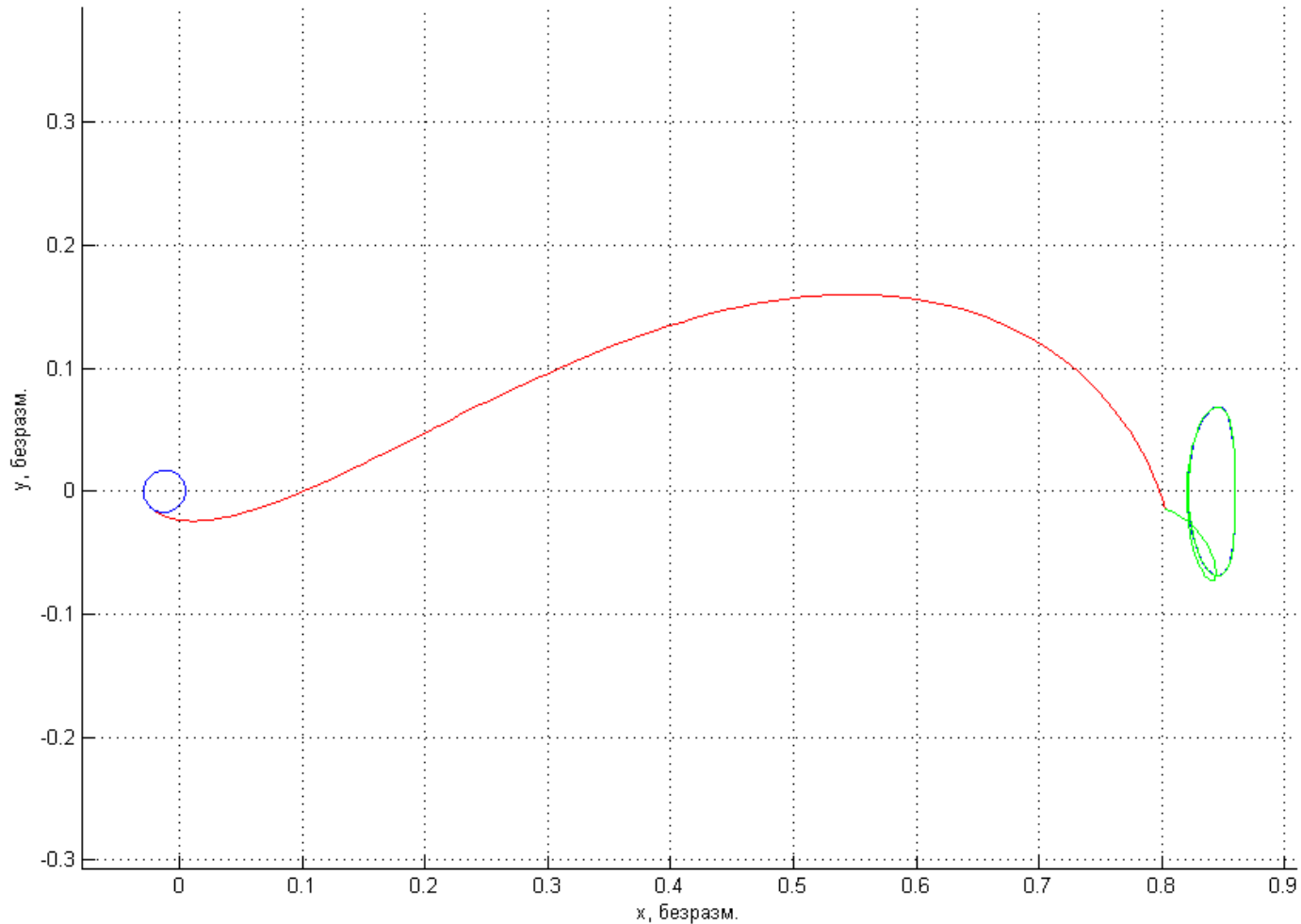
Система Земля-Луна

$$x_{L_1} \approx 0.83691$$

$$x_{L_2} \approx 1.15568$$

$$x_{L_3} \approx -1.00506$$

Траектория перелета в простой модели



Метод продолжения по параметру

Простая модель:

$$\dot{x} = f(x)$$

Полная модель:

$$\dot{x} = f(x) + \beta \cdot g(x)$$

Метод параллельной пристрелки

Решаем краевую задачу:
$$\begin{cases} \dot{y} = f(t, y) \\ g(y(0), y(T)) = 0 \end{cases}$$

Разбиваем на N систем.

Находим решение:

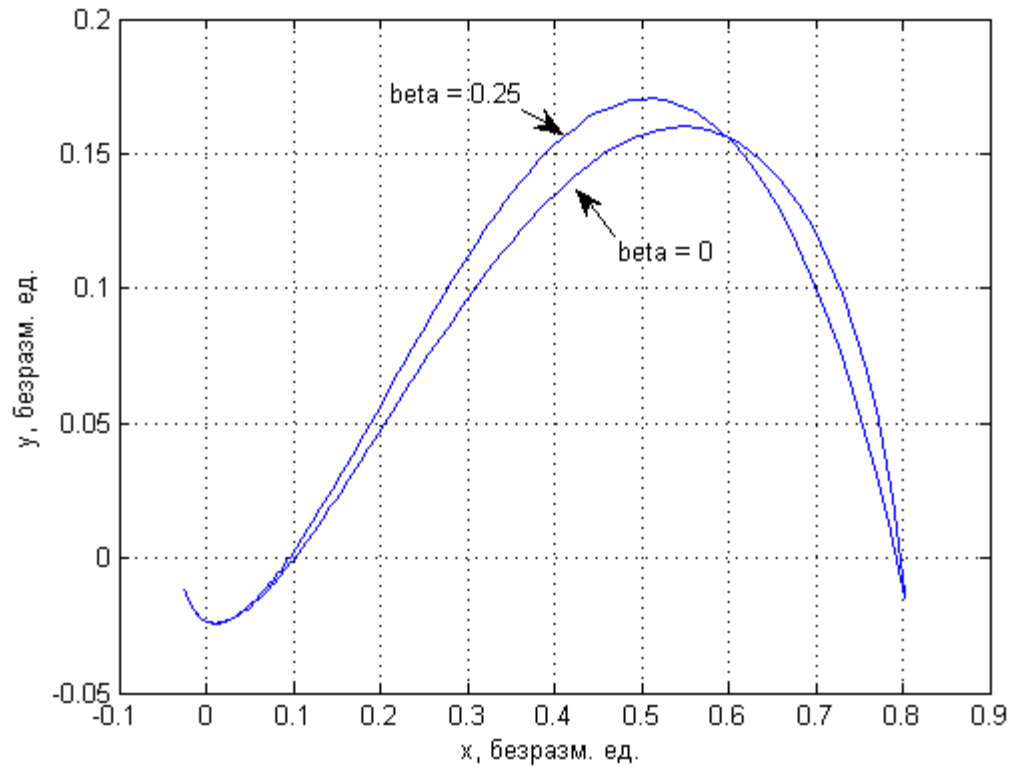
$$F(s) = \begin{pmatrix} s_2 - y_1(x_2; s_1) \\ \vdots \\ s_N - y_N(x_N; s_{N-1}) \\ g(s_1, y_N(T; s_N)) \end{pmatrix} = 0$$

Уравнение движения в полной модели

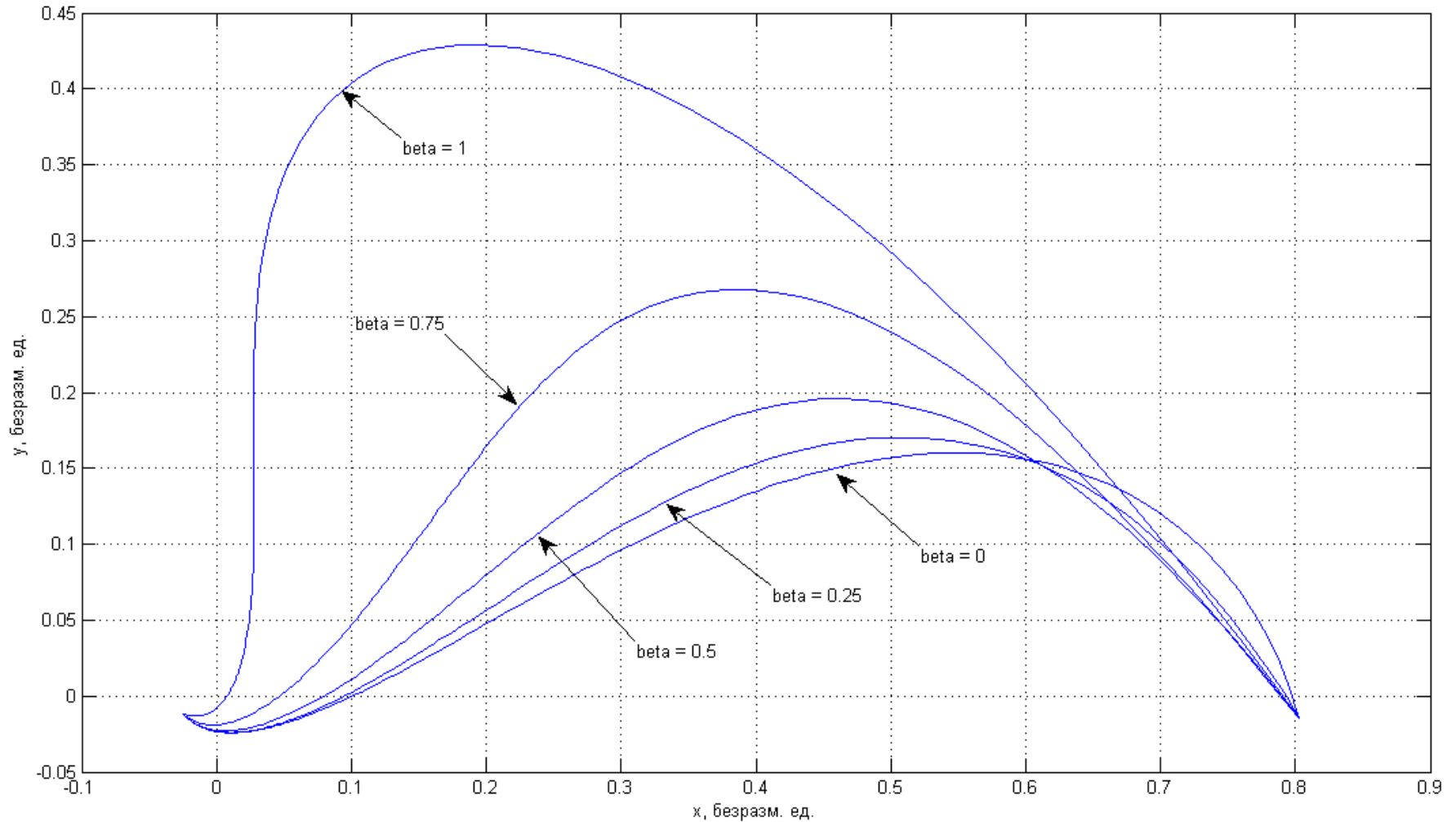
Учитываем влияние Солнца и солнечное давление:

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2\dot{y} + x \\ y - 2\dot{x} \end{pmatrix}}_{\text{ускорение Кориолиса + переносное ускорение}} + \underbrace{(1-\mu) \frac{\rho_{s/c} - \rho_E}{|\rho_{s/c} - \rho_E|^3}}_{\text{Притяжение КА к Земле}} - \underbrace{\mu \frac{\rho_{s/c} - \rho_M}{|\rho_{s/c} - \rho_M|^3}}_{\text{Притяжение КА к Луне}} + \\
 + \beta \cdot \left[\underbrace{(\mu_2 - 1) \left(-\frac{\rho_{s/c} - \rho_S}{|\rho_{s/c} - \rho_S|^3} + (1-\mu) \frac{\rho_E - \rho_S}{|\rho_E - \rho_S|^3} + \mu \frac{\rho_M - \rho_S}{|\rho_M - \rho_S|^3} \right)}_{\text{Притяжение Солнцем Земли, Луны и КА}} + \underbrace{P \frac{S}{m} \frac{\rho_{s/c} - \rho_S}{|\rho_{s/c} - \rho_S|^3}}_{\text{солнечное давление}} \right]$$

Метод параллельной пристрелки



Метод продолжения по параметру



Заключение

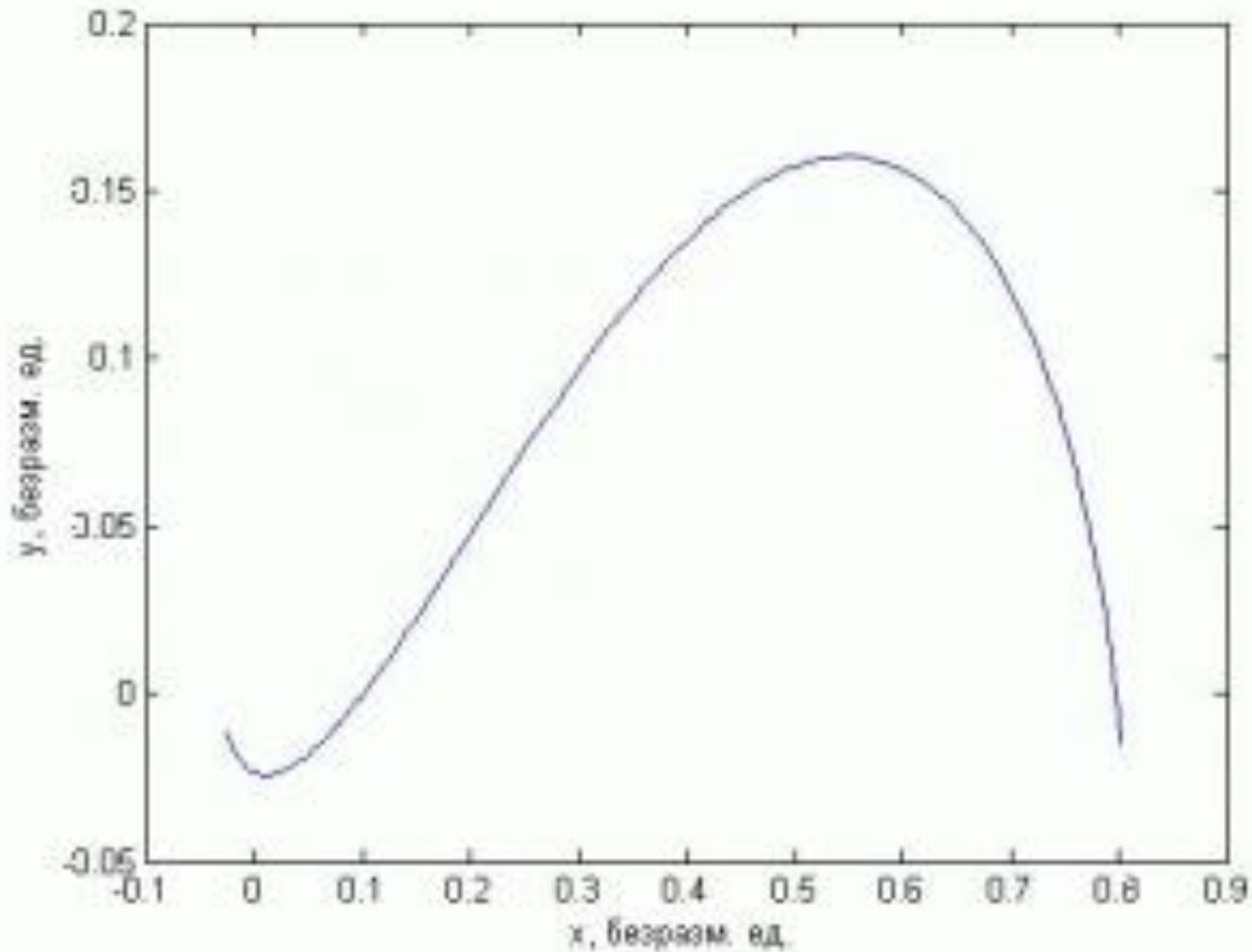
- Выполнена реализация метода продолжения по параметру к поставленной задаче.
- Метод был реализован для различных методов интегрирования и решения уравнений

Дальнейшая работа

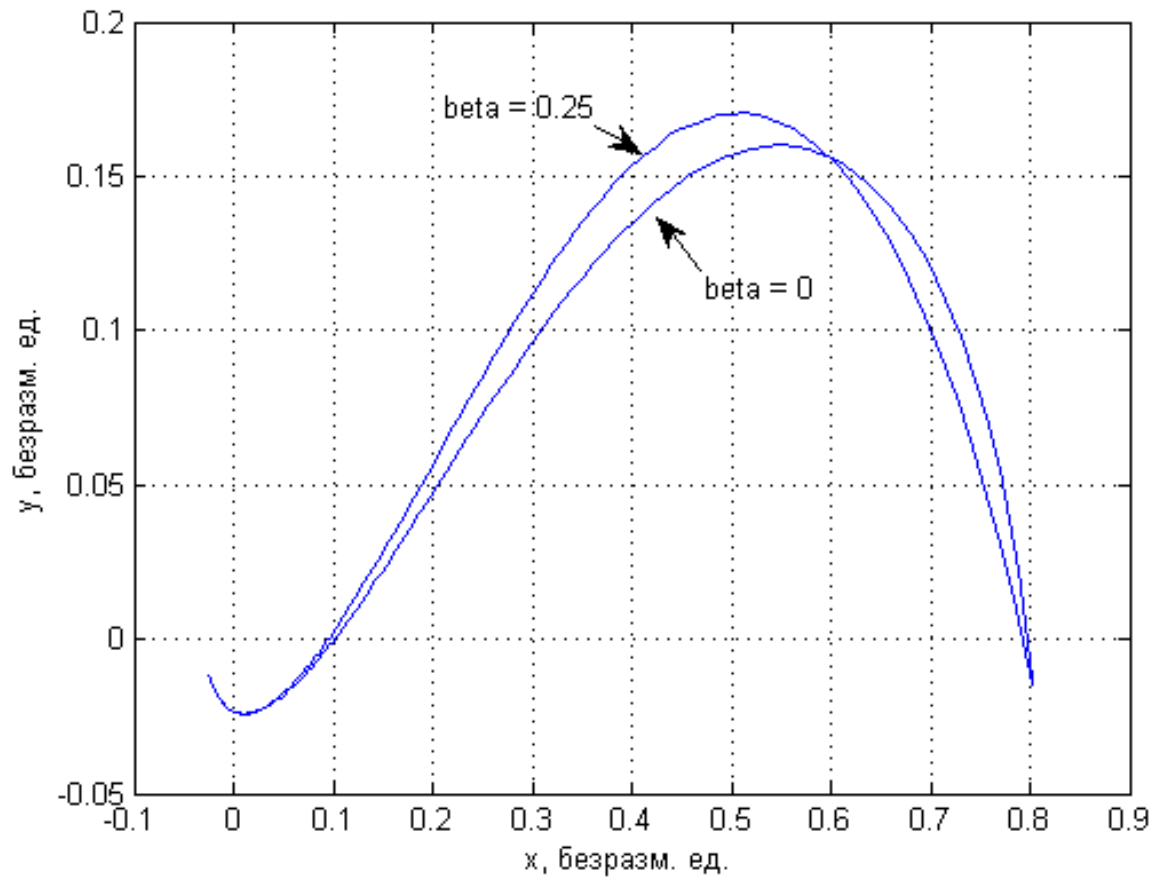
- Некруговая задача
- Пространственная задача
- Реализация метода интегрирования
высокого порядка

Спасибо за внимание!

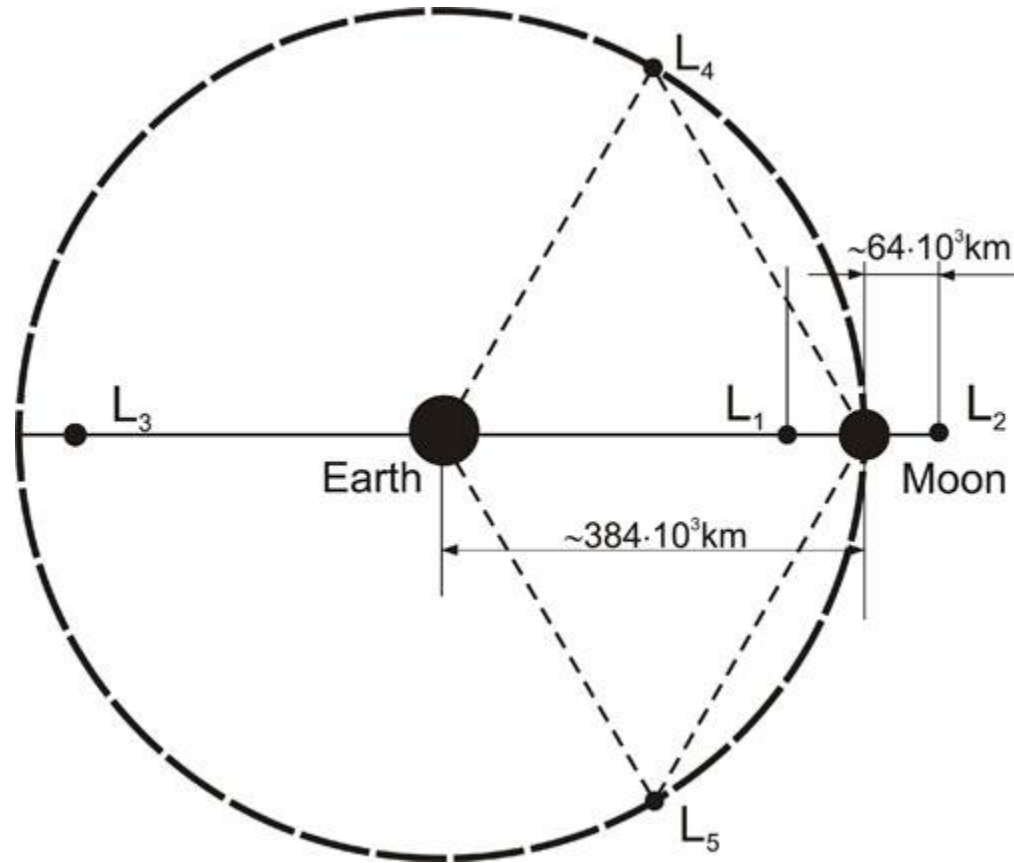
Метод параллельной пристрелки



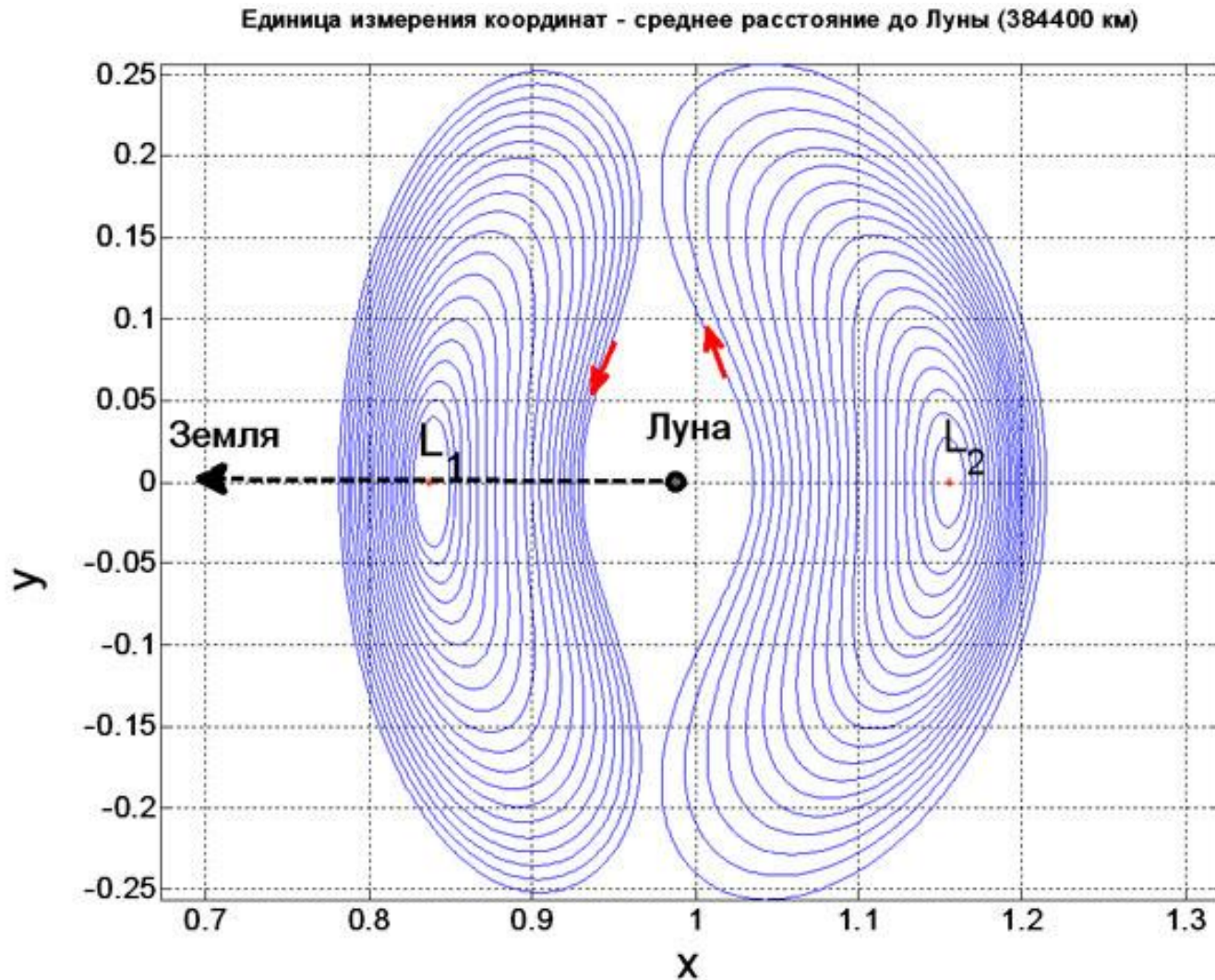
Метод параллельной пристрелки



Точки либрации



Периодические орбиты

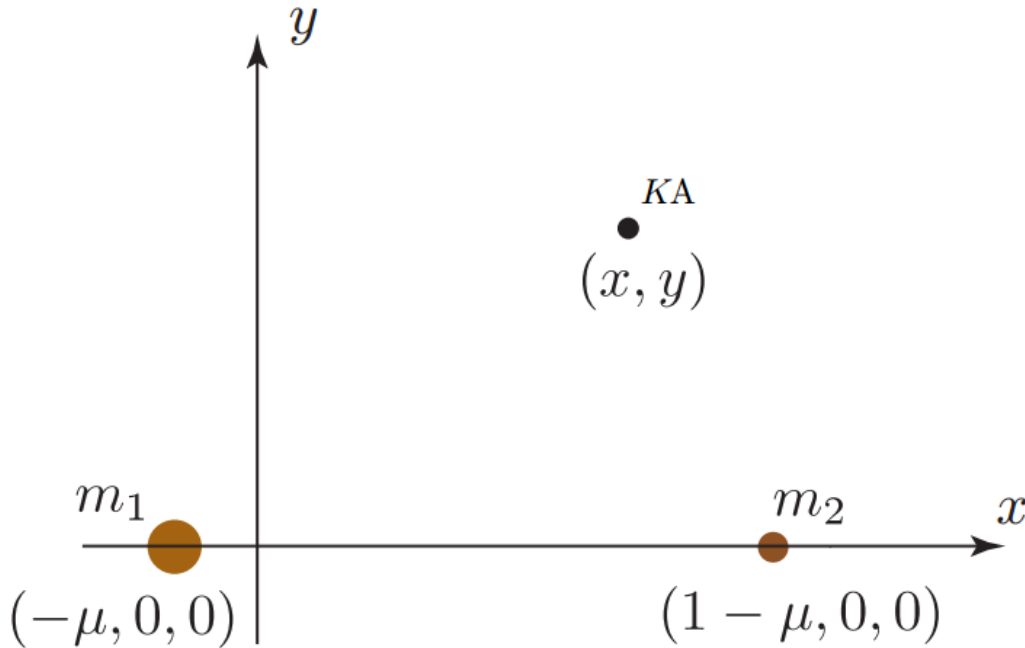


Модель движения

Рассматривается движение КА в рамках плоской ограниченной круговой задачи трех тел:

- Два тела движутся по круговым орбитам вокруг их общего центра масс
- КА совершает двухимпульсный перелет
- Все три тела движутся в инерциальном пространстве в одной плоскости

Система отсчета



Массовый параметр

$$\mu = m_2 / (m_1 + m_2)$$

Переход от безразмерных величин к размерным

$$(x, y) \rightarrow (\bar{R}x, \bar{R}y) \quad (\dot{x}, \dot{y}) \rightarrow (\bar{R}\omega_0\dot{x}, \bar{R}\omega_0\dot{y}) \quad t \rightarrow \omega_0^{-1}t$$

Уравнения движения в простой модели

$$x'' - 2y' = -\frac{1-\mu}{\rho_{31}^3}(x+\mu) - \frac{\mu}{\rho_{32}^3}(x+\mu-1) + x$$
$$y'' + 2x' = -\frac{1-\mu}{\rho_{31}^3}y - \frac{\mu}{\rho_{32}^3}y + y$$

где $\rho_{31} = \sqrt{(x+\mu)^2 + y^2}$

$$\rho_{32} = \sqrt{(x+\mu-1)^2 + y^2}$$

Уравнения движения

Уравнение движения КА относительно барицентра в «системе отсчета Солнца»:

$$\ddot{\mathbf{p}} = \ddot{\mathbf{p}}_{s/c} - \ddot{\mathbf{p}}_C = -m_E G \frac{\mathbf{p}_{s/c} - \mathbf{p}_E}{|\mathbf{p}_{s/c} - \mathbf{p}_E|^3} - m_M G \frac{\mathbf{p}_{s/c} - \mathbf{p}_M}{|\mathbf{p}_{s/c} - \mathbf{p}_M|^3} - m_S G \frac{\mathbf{p}_{s/c}}{|\mathbf{p}_{s/c}|^3} - \frac{m_E \ddot{\mathbf{p}}_E + m_M \ddot{\mathbf{p}}_M}{m_E + m_M}$$

$$\ddot{\mathbf{p}}_E = -m_M G \frac{\mathbf{p}_E - \mathbf{p}_M}{|\mathbf{p}_E - \mathbf{p}_M|^3} - m_S G \frac{\mathbf{p}_E - \mathbf{p}_S}{|\mathbf{p}_E - \mathbf{p}_S|^3}$$

$$\ddot{\mathbf{p}}_M = -m_E G \frac{\mathbf{p}_M - \mathbf{p}_E}{|\mathbf{p}_M - \mathbf{p}_E|^3} - m_S G \frac{\mathbf{p}_M - \mathbf{p}_S}{|\mathbf{p}_M - \mathbf{p}_S|^3}$$

Уравнение движения в полной модели

Учитываем влияние солнца и солнечное давление:

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = (1 - \mu) \frac{\rho_{s/c} - \rho_E}{|\rho_{s/c} - \rho_E|^3} - \mu \frac{\rho_{\frac{s}{c}} - \rho_M}{|\rho_{\frac{s}{c}} - \rho_M|^3} + \begin{pmatrix} 2y' + x \\ y - 2x' \end{pmatrix} +$$

$$+\beta * ((\mu_2 - 1) \left(-\frac{\rho_{\frac{s}{c}} - \rho_S}{|\rho_{\frac{s}{c}} - \rho_S|^3} + (1 - \mu) \frac{\rho_E - \rho_S}{|\rho_E - \rho_S|^3} + \mu \frac{\rho_M - \rho_S}{|\rho_M - \rho_S|^3} \right) + P \frac{S}{m} \frac{\rho_{\frac{s}{c}}}{|\rho_{\frac{s}{c}}|^3})$$