



61-я научная конференция МФТИ
19 ноября 2018 года



Актуальные проблемы фундаментальных
и прикладных наук в современном информационном обществе

Динамика и управление движением космических аппаратов

Расположение двигателей коррекции с учетом ограничений на изменение импульса в плоскости локального горизонта

Охитина А.С.

Маштаков Я.В.

Ткачев С.С.

Шестаков С.А.

Содержание

- Введение
- Постановка задачи
- Методика поиска минимально необходимого количества двигателей
- Оптимизация расстановки двигателей
- Выход из строя одного двигателя

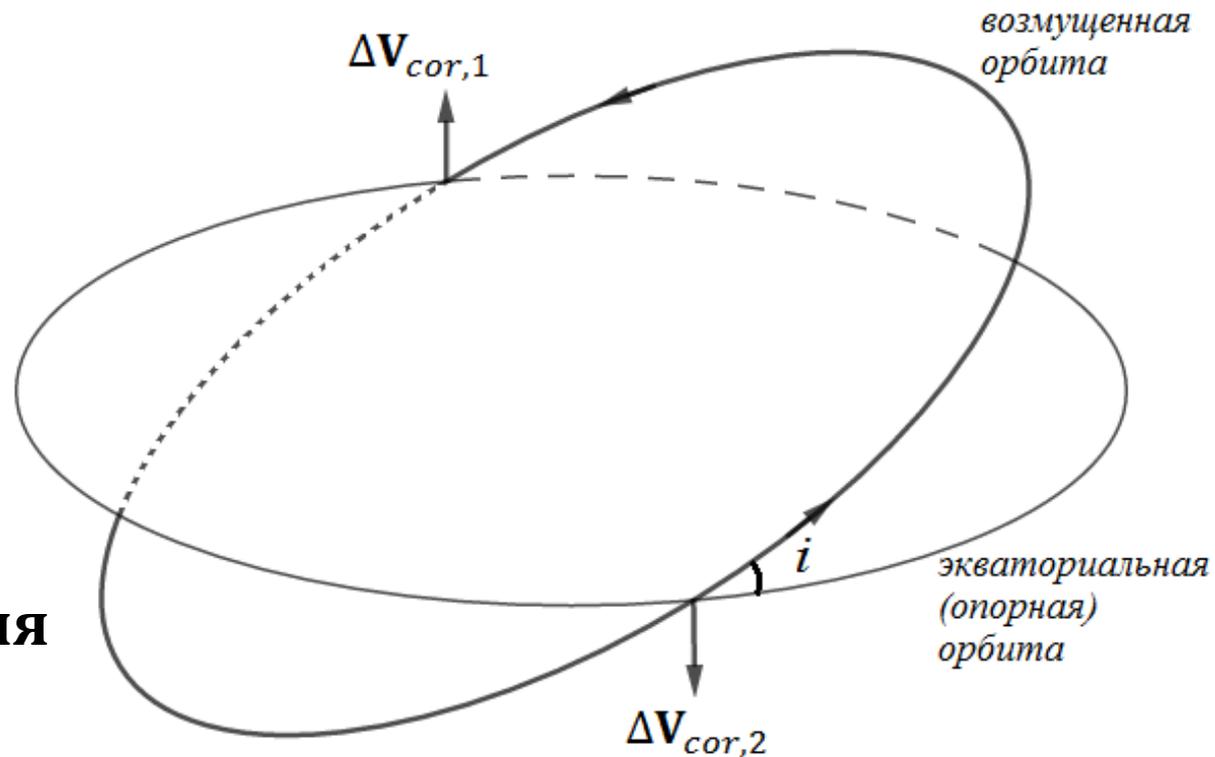
Введение

Спутник на геостационарной орбите:

- СВЯЗЬ
- телевидение
- прогноз погоды

Внешние возмущения

- Луна
- Солнце
- Нецентральность гравитационного поля Земли



Введение

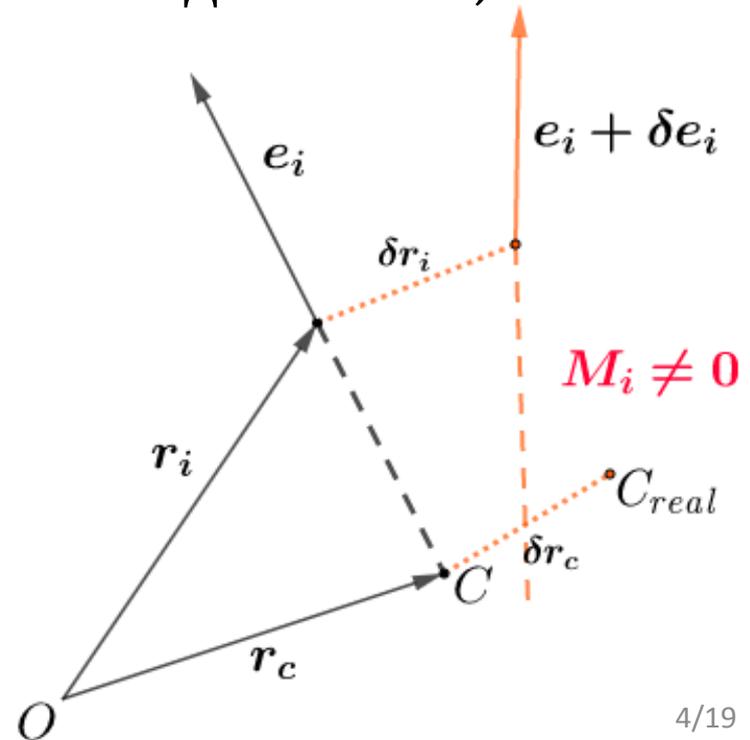
Для поддержания орбиты используются коррекции двигатели – создают корректирующие импульсы в узлах орбиты.

Двигатели будут **создавать дополнительные моменты сил**, то есть влиять на угловое движение, помимо орбитального

$$\mathbf{M}_i = \mathbf{r}_{ic} \times \mathbf{e}_i f \neq 0$$

Идея:

использовать эти моменты для **разгрузки избыточного кинетического момента**, накопленного маховиками



Основная цель

Одновременно корректировать орбиту и разгружать

маховики

Для этого необходимо:

- Определить минимально необходимое количество двигателей коррекции
- Выбрать оптимальное расположение двигателей коррекции и направление их осей тяги

Основная цель

Одновременно корректировать орбиту и разгружать

маховики

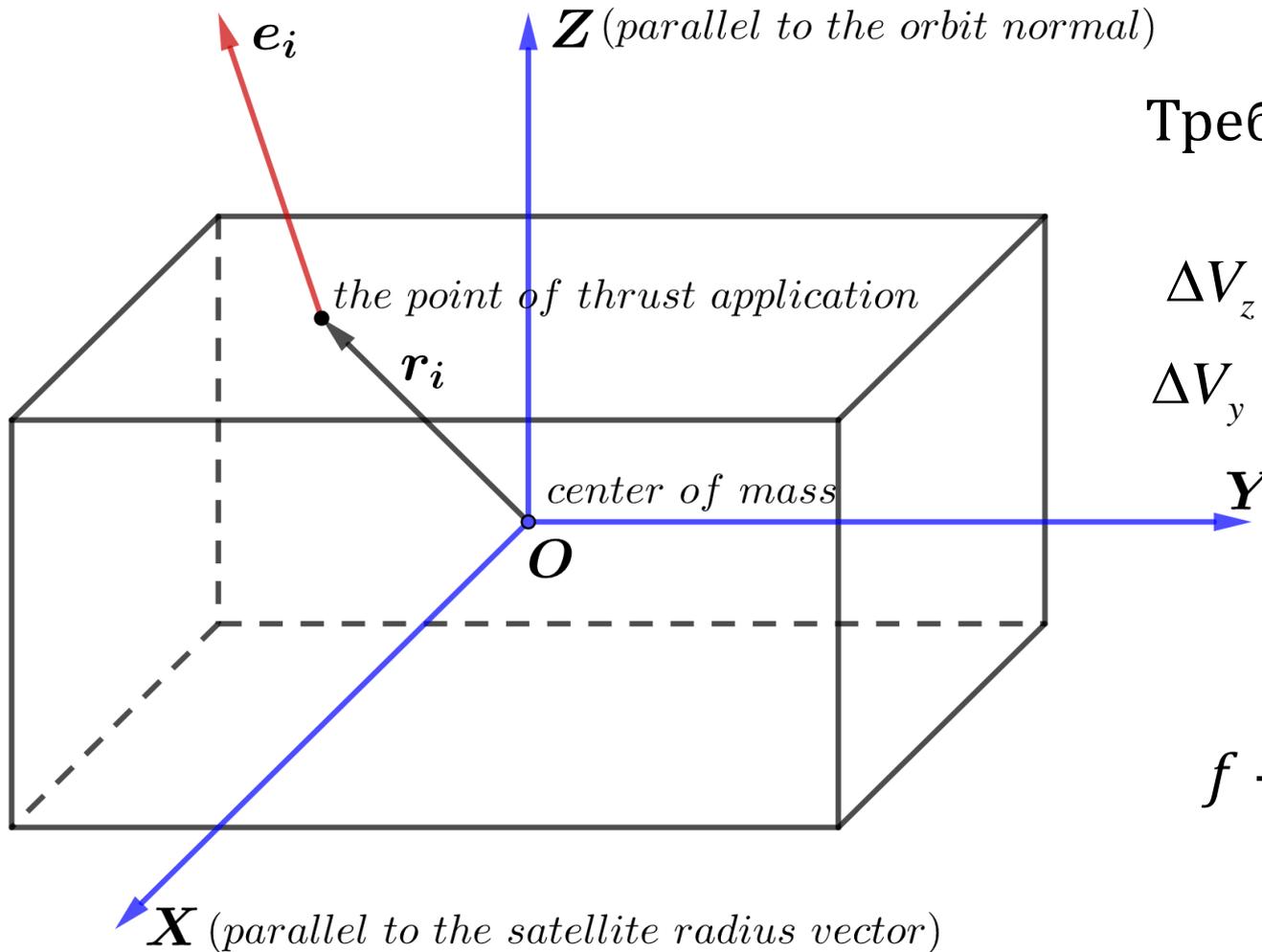
Для этого необходимо:

- Определить минимально необходимое количество двигателей коррекции
- Выбрать оптимальное расположение двигателей коррекции и направление их осей тяги

Система должна оставаться работоспособной даже в случае выхода из строя одного из двигателей!

Постановка задачи

Orbital Frame



Требуемое изменение скорости

ΔV_z – фиксированное

$$\Delta V_y \in [-V_{y,\max 1}, V_{y,\max 2}]$$

$$\mathbf{m}_i = \mathbf{r}_i \times \mathbf{e}_i f$$

f – величина тяги

Постановка задачи

Необходимые уравнения и заданные ограничения на изменение скорости:

$$\sum_{i=1}^k \mathbf{m}_i t_i = \Delta \mathbf{h}_\Sigma, \quad (t_i \geq 0 - \text{время работы двигателей})$$

$$\sum_{i=1}^k e_{i,z} t_i = \frac{\Delta V_z m_s}{f}$$

$$\sum_{i=1}^k e_{i,y} t_i = \frac{\Delta V_y m_s}{f}$$

$\Delta \mathbf{h}_\Sigma$ – изменение кинетического момента

m_s – масса спутника

$\Delta V_y, \Delta V_z$ – ограничения на изменение скорости

$$\Delta V_y \in \left[-V_{y,\max 1}, V_{y,\max 2} \right]$$

f – величина тяги

Минимально необходимое количество двигателей

Замена $\frac{e_{i,z} f}{\Delta V_z m_s} t_i = \tau_i$

($\tau_i \geq 0$ – нормированное значение времени работы двигателей)

$$\sum_{i=1}^k \mathbf{m}_i \tau_i = \Delta \mathbf{h}_\Sigma$$

$$\sum_{i=1}^k e_i \tau_i = \frac{\Delta V_y m_s}{f}$$

$$\sum_{i=1}^k \tau_i = 1, \quad \tau_i \geq 0$$

Минимально необходимое количество двигателей

Замена $\frac{e_{i,z} f}{\Delta V_z m_s} t_i = \tau_i$

($\tau_i \geq 0$ – нормированное значение времени работы двигателей)

$$\sum_{i=1}^k \mathbf{m}_i \tau_i = \Delta \mathbf{h}_\Sigma$$

$$\sum_{i=1}^k e_i \tau_i = \frac{\Delta V_y m_s}{f}$$

$$\sum_{i=1}^k \tau_i = 1, \quad \tau_i \geq 0$$

Вводим 4-мерные вектора

$$\Psi_i = (m_{i,x}, m_{i,y}, m_{i,z}, e_i)^T, \quad i = \overline{1, k}$$

Минимально необходимое количество двигателей

Замена $\frac{e_{i,z} f}{\Delta V_z m_s} t_i = \tau_i$

($\tau_i \geq 0$ – нормированное значение времени работы двигателей)

$$\sum_{i=1}^k \mathbf{m}_i \tau_i = \Delta \mathbf{h}_\Sigma$$

$$\sum_{i=1}^k e_i \tau_i = \frac{\Delta V_y m_s}{f}$$

$$\sum_{i=1}^k \tau_i = 1, \tau_i \geq 0$$

← Выпуклая оболочка векторов Ψ_i

Вводим 4-мерные вектора

$$\Psi_i = (m_{i,x}, m_{i,y}, m_{i,z}, e_i)^T, \quad i = \overline{1, k}$$

Оптимизация расположения двигателей

$$\sum_{i=1}^k \mathbf{m}_i \tau_i = \Delta \mathbf{h}_\Sigma$$

$$\sum_{i=1}^k e_i \tau_i = \frac{\Delta V_y m_s}{f}$$

$$\sum_{i=1}^k \tau_i = 1, \tau_i \geq 0$$

$$\boldsymbol{\psi}_i = (m_{i,x}, m_{i,y}, m_{i,z}, e_i)^T, \quad i = \overline{1, 5}:$$

- обеспечить возможность выдавать $\Delta \mathbf{h}_\Sigma$ в любом направлении
- $|\Delta \mathbf{h}_\Sigma| \rightarrow \max$

Оптимизация расположения двигателей

$$\sum_{i=1}^k \mathbf{m}_i \tau_i = \Delta \mathbf{h}_\Sigma$$

$$\sum_{i=1}^k e_i \tau_i = \frac{\Delta V_y m_s}{f}$$

$$\sum_{i=1}^k \tau_i = 1, \tau_i \geq 0$$

$$\boldsymbol{\psi}_i = (m_{i,x}, m_{i,y}, m_{i,z}, e_i)^T, \quad i = \overline{1,5}:$$

- обеспечить возможность выдавать $\Delta \mathbf{h}_\Sigma$ в любом направлении
- $|\Delta \mathbf{h}_\Sigma| \rightarrow \max$

Выпуклая оболочка $\boldsymbol{\psi}_i$: $\mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{d}$

+ ограничения на изменение скорости

$$\Delta V_y \in [-V_{y,\max 1}, V_{y,\max 2}]$$

Оптимизация расположения двигателей

Выпуклая оболочка $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{d}$

Для учета ограничений на скорость ищем пересечение выпуклой оболочки и следующих гиперплоскостей:

$$\Omega_\alpha = \left\{ \mathbf{x} \mid x_4 = \frac{-V_{y,\max 1} m_s}{f} = \alpha \right\} - \text{ограничение слева}$$

$$\Omega_\beta = \left\{ \mathbf{x} \mid x_4 = \frac{V_{y,\max 2} m_s}{f} = \beta \right\} - \text{ограничение справа}$$

Фиксируем 4-ую компоненту: $\Psi_i = (m_{i,x}, m_{i,y}, m_{i,z}, \alpha)^T$

Переписываем систему неравенств: $\left(\frac{\mathbf{a}_i}{\|\mathbf{a}_i\|}, \mathbf{x} \right) \leq \frac{d_i}{\|\mathbf{a}_i\|}$

Расстояние от начала координат до i -ой плоскости: $R_i = \frac{|d_i|}{\|\mathbf{a}_i\|}$

$$R_\alpha = \min(R_1, R_2, R_3, \dots)$$

Оптимизация расположения двигателей

Оптимизационная задача: $\Phi = \min(R_\alpha, R_\beta) \rightarrow \max$

Ограничения: $\varphi_i \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \right] \cup \left[\frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right], \theta_i \in \left[0, \frac{\pi}{3} \right]$

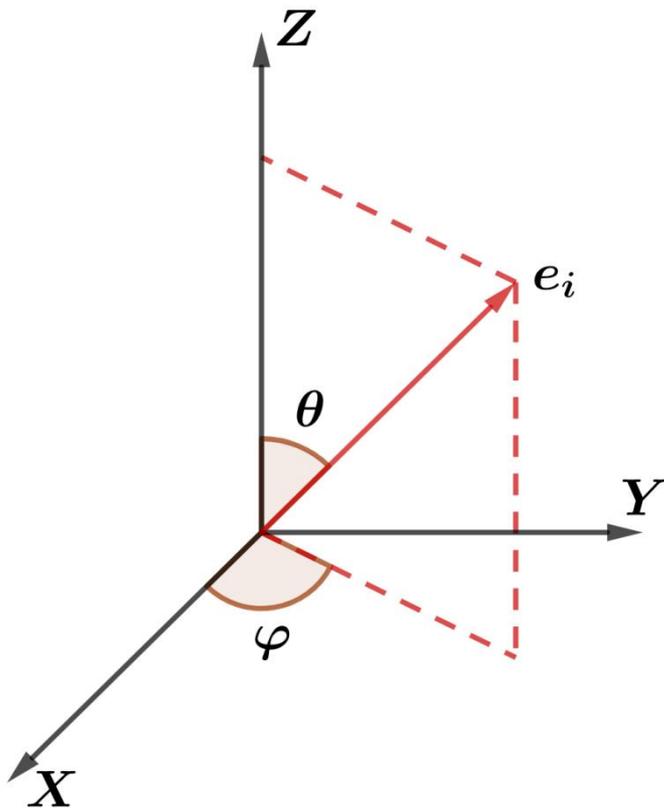
$$|r_{i,x}|, |r_{i,y}| < 0.5 \text{ м}, \quad r_{i,z} = 0.5 \text{ м}, \quad i = \overline{1,5}$$

$$m_s = 5000 \text{ кг}, \quad f = 0.1 \text{ Н},$$

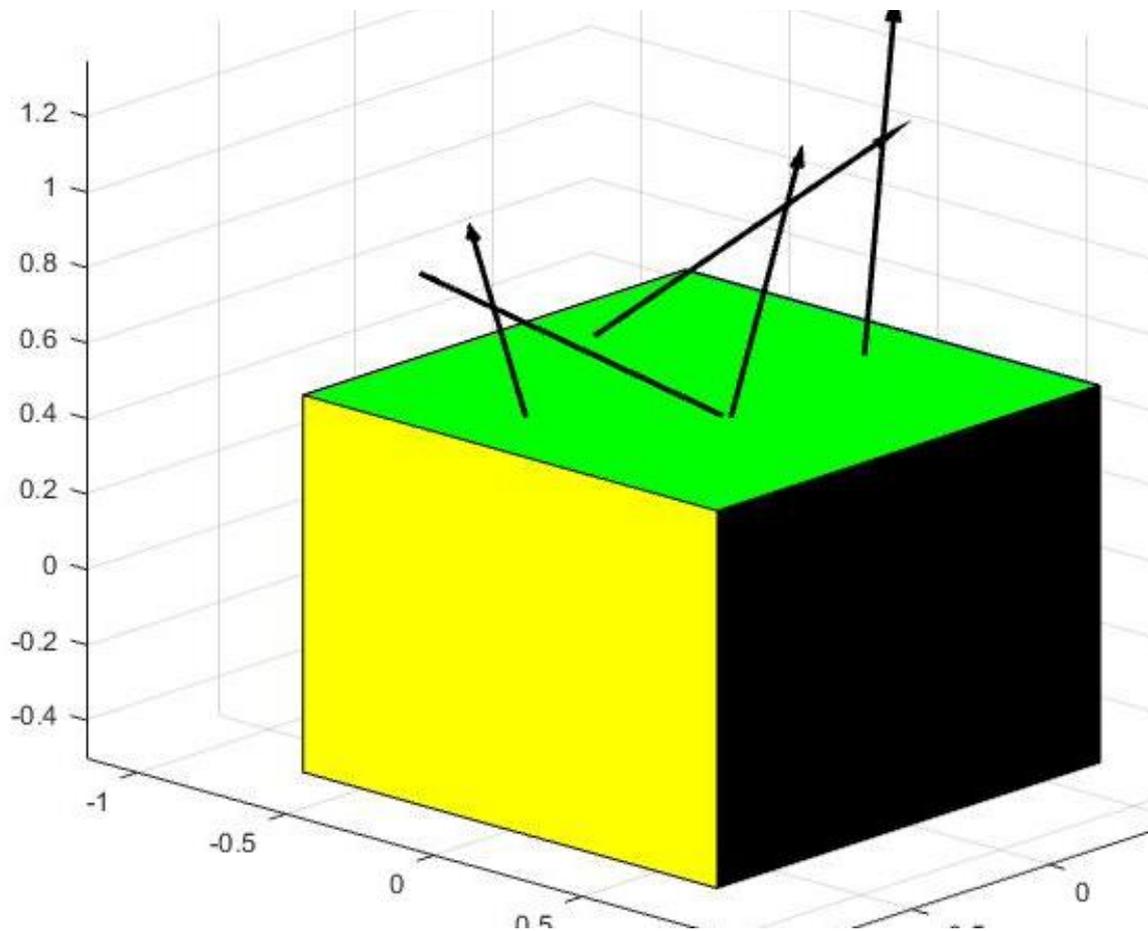
$$\Delta V_z = 0.03 \frac{\text{М}}{\text{с}}, \quad V_{y,\max 1} = V_{y,\max 2} = 0.003 \frac{\text{М}}{\text{с}},$$

$$\alpha = \frac{-V_{y,\max 1} m_s}{f} = -150 \text{ с},$$

$$\beta = \frac{V_{y,\max 2} m_s}{f} = 150 \text{ с}.$$



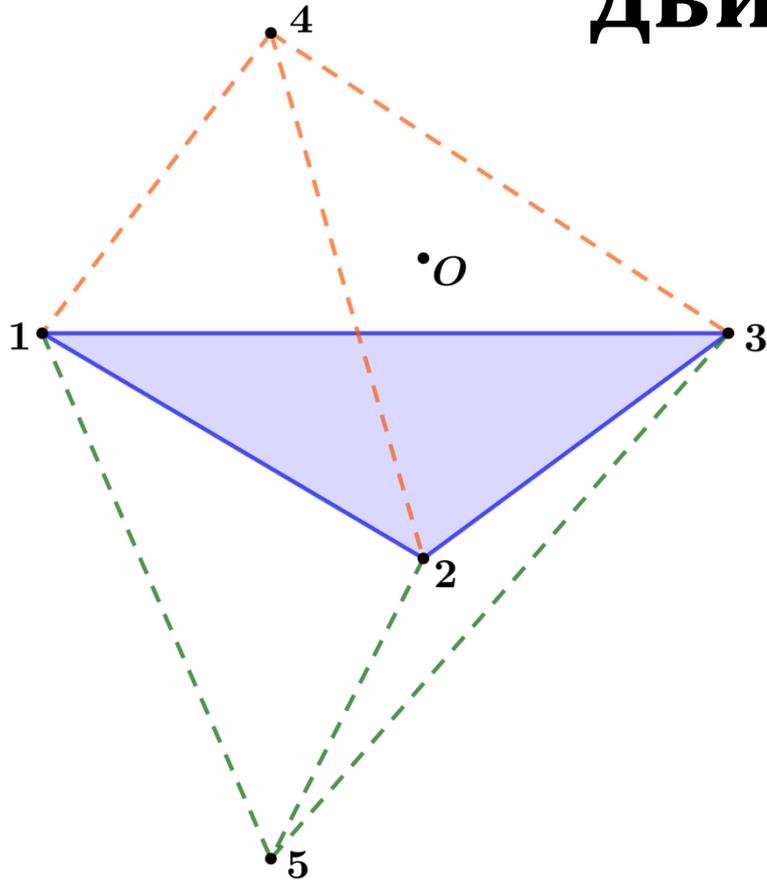
№	φ (deg)	θ (deg)	\tilde{r}_x (m)	\tilde{r}_y (m)	\tilde{r}_z (m)
1	62.24	57.29	-0.5	0.157	0.5
2	120	57.29	0.193	-0.098	
3	118.44	20.07	0.089	0.5	
4	240.74	57.29	0.172	-0.115	
5	299.4	40.97	-0.185	-0.445	



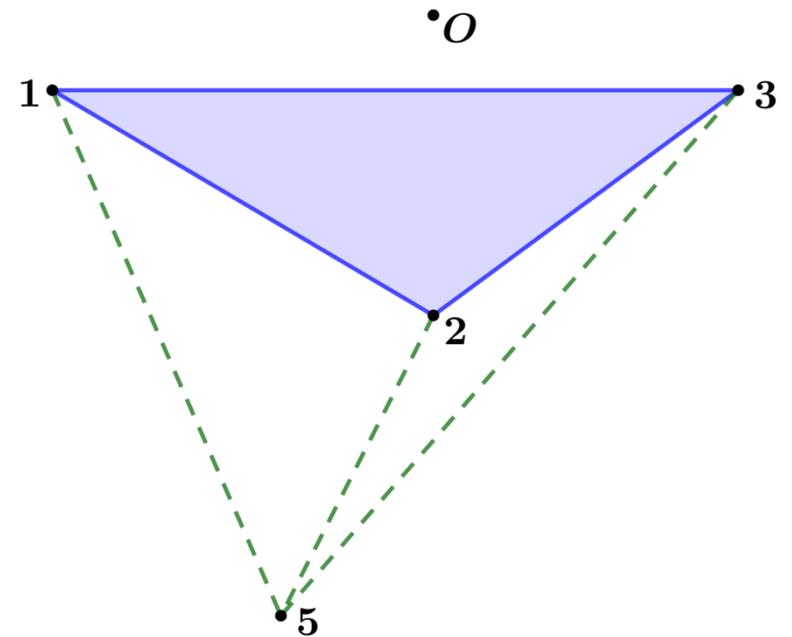
Наибольшее
ВОЗМОЖНОЕ ИЗМЕНЕНИЕ
КИНЕТИЧЕСКОГО
МОМЕНТА

$$|\Delta \mathbf{h}_{\Sigma}| = 23.09 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$$

Выход из строя одного из двигателей



3-мерное пространство



4-ый двигатель вышел из строя

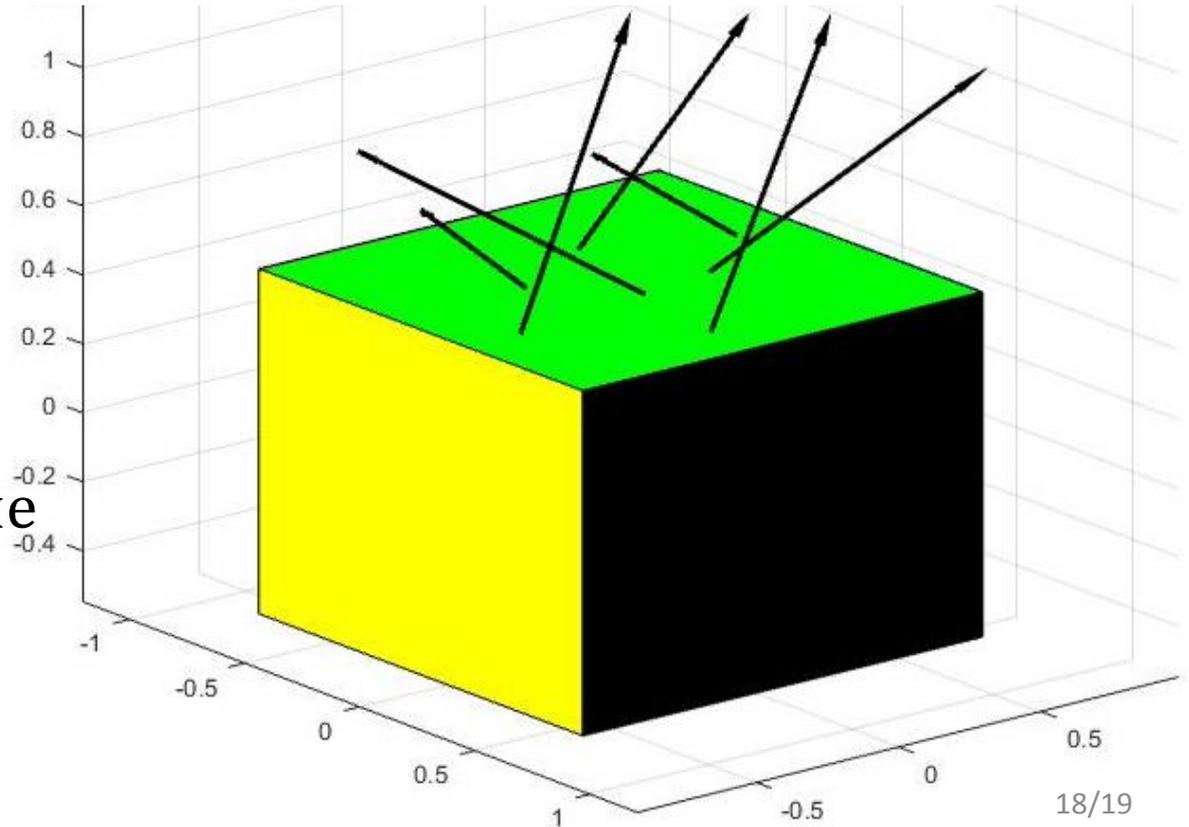
Точка O лежит вне выпуклой оболочки оставшихся двигателей

№	φ (deg)	θ (deg)	\tilde{r}_x (m)	\tilde{r}_y (m)	\tilde{r}_z (m)
1	106.02	60	-0.295	0.095	0.5
2	98.07	30.71	0.499	-0.087	
3	73.3	58.99	0.089	0.243	
4	240.53	60	0.126	-0.025	
5	300	59.62	-0.118	-0.24	
6	291.52	59.96	-0.125	0.499	
7	97.78	27.78	0.187	-0.499	

Локальное
оптимальное
распределение

Наибольшее
возможное изменение
кинетического
момента

$$|\Delta \mathbf{h}_\Sigma| = 2.703 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$$



Заключение

- Предложена методика поиска минимально необходимого количества двигателей
- Решена задача рациональной расстановки двигателей
- Рассмотрен случай выхода из строя одного из двигателей

Охитина Анна Сергеевна, anna.ohitina@mail.ru

Работа поддержана грантом Российского Научного Фонда (№ 17-71-20117).