



61-я научная конференция МФТИ
19 ноября 2017 года

Динамика и управление движением космических аппаратов

Проектирование низкоэнергетических траекторий перелета между системами Солнце-Земля и Солнце-Венера

В.В. Шипицин, студент 4 курса ФУПМ

Научный руководитель: к.ф.-м.н., М.Г. Широбоков

Содержание

- Краткий обзор
- Постановка задачи
- Решение
 - Переменные оптимизации
 - Подзадачи
- Результаты
- Заключение

Краткий обзор

Проектирование траекторий, используя модель ограниченной задачи трех тел, уже производилось ранее другими авторами:

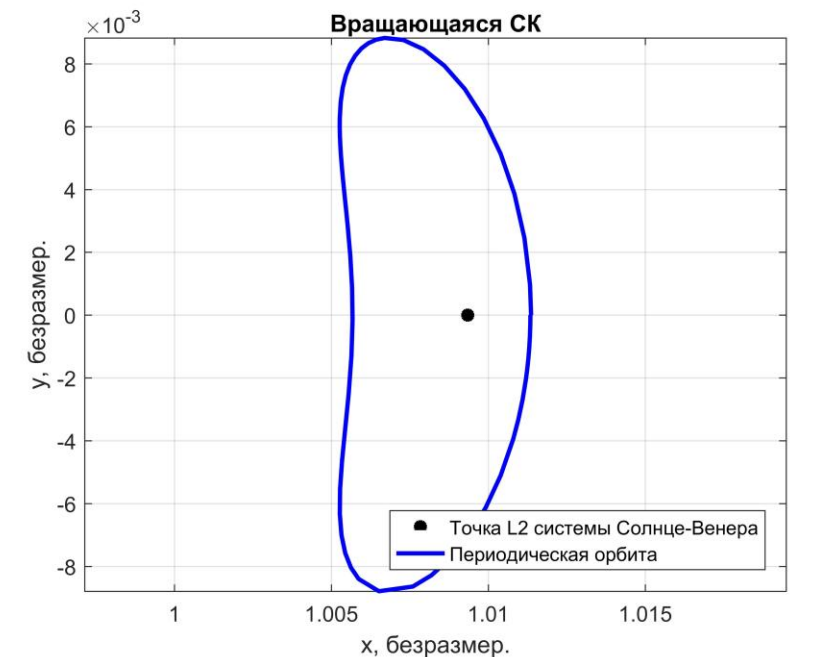
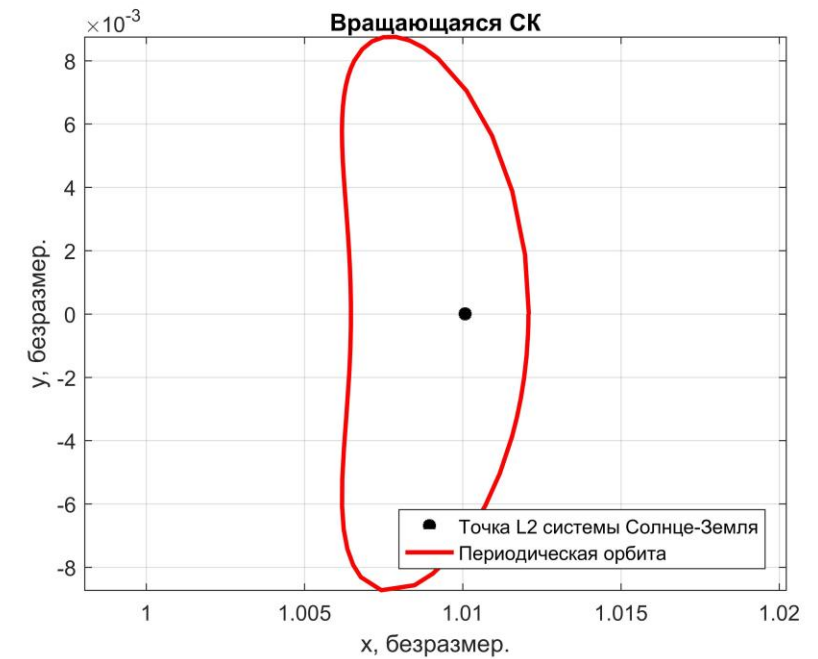
- Проектирование перелета к Марсу рассматривал Alonso G.P. в своей диссертации *The Design of System-to-System Transfer Arcs Using Invariant Manifolds in the Multi-Body Problem*. 2006
- Проектирование перелета к Венере рассматривал Finocchietti C. в работе *Venus Transfer Design by Combining Invariant Manifolds and Low-Thrust Arcs*. 2014

Цель же данной работы – повторить полученные результаты, используя модель, описанную ниже.

Постановка задачи

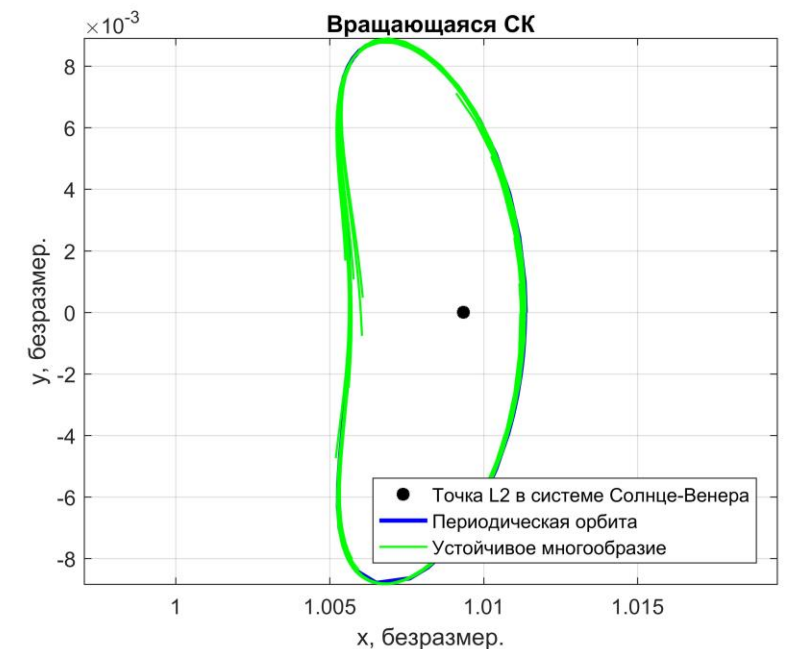
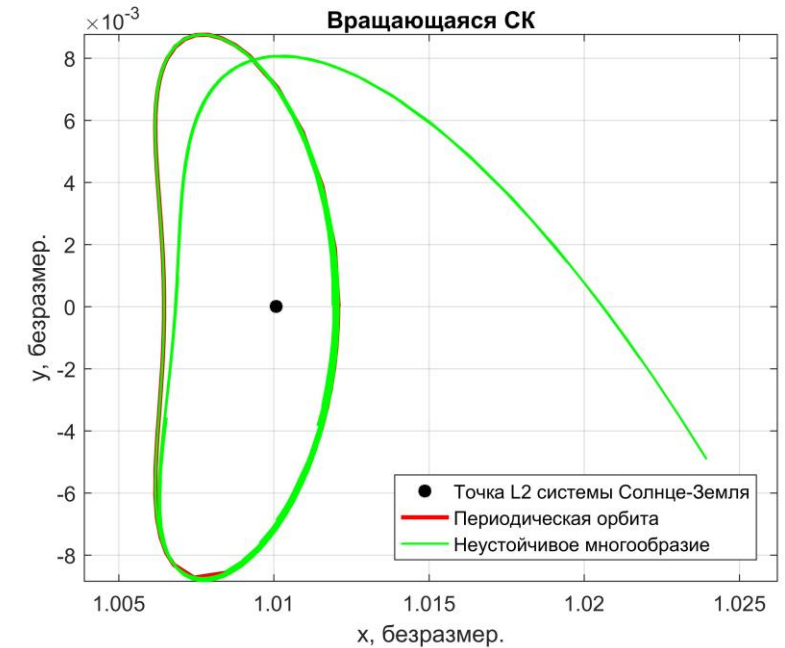
Дано:

- Плоские периодические орбиты вокруг коллинеарных точек либрации в системах Солнце-Земля и Солнце-Венера с амплитудами по оси Ox равными 299200 км
- Неустойчивое многообразие в системе Солнце-Земля
- Устойчивое многообразие в системе Солнце-Венера



Постановка задачи

- Двухимпульсный перелет между точками данных многообразий, который находится с помощью решения задачи Ламберта
- Начальное состояние системы в момент $t = 0$: Солнце, Земля и Венера находятся на одной оси
- Плоскости орбит Земли и Венеры считаются совпадающими



Постановка задачи

В модели сопряженных круговой ограниченной задачи трех тел и задачи двух тел с описанными выше упрощениями найти оптимальную по сумме характеристических скоростей траекторию перелета КА* между плоскими периодическими орбитами вокруг коллинеарных точек либрации Систем Солнце-Земля и Солнце-Венера.

Другими словами, решить задачу оптимизации

$$J = |V_{1corr} - V_1| + |V_{2corr} - V_2| \rightarrow \min,$$

где V_1 и V_2 - скорости КА на неустойчивом и устойчивом многообразии, а V_{1corr} и V_{2corr} получены из решения задачи Ламберта.

Решение. Переменные оптимизации

Переменные оптимизации:

- ϕ - параметр, характеризующий точку на орбите Солнце-Земля,
- t_1 - время полета по ветви неустойчивого многообразия для этой орбиты;
- ψ - параметр, характеризующий точку на орбите Солнце-Венера,
- t_2 - время полета по ветви устойчивого многообразия для этой орбиты;
- T - время двухимпульсного перелета

Решение. Подзадачи

- 1. Выбор коллинеарных точек и построение плоских периодических орбит в системах трех тел во вращающейся СК согласно модели CR3BP***
2. Построение устойчивых и неустойчивых инвариантных многообразий для полученных орбит во вращающейся СК согласно модели CR3BP*
3. Реализация перехода из вращающейся СК в инерциальную СК, связанную с Солнцем
4. Построение оптимального в терминах затрат характеристической скорости двухимпульсного перелета в инерциальной СК согласно модели задачи двух тел

*CR3BP – Круговая ограниченная задача трех тел

Построение плоских периодических орбит

- a. Вводим безразмерную систему единиц
- b. Выбираем коллинеарную точку либрации
- c. Из движения в линейном приближении получаем начальное значение для уравнений движения
- d. Интегрируем их на полупериоде с условиями получения плоской орбиты
- e. Получаем начальное приближение для фазового вектора и период плоской периодической орбиты
- f. Интегрируем уравнения движения в модели CR3BP и получаем плоскую периодическую орбиту вокруг точки либрации

Решение. Подзадачи

1. Выбор коллинеарных точек и построение плоских периодических орбит в системах трех тел во вращающейся СК согласно модели CR3BP*
- 2. Построение устойчивых и неустойчивых инвариантных многообразий для полученных орбит во вращающейся СК согласно модели CR3BP***
3. Реализация перехода из вращающейся СК в инерциальную СК, связанную с Солнцем
4. Построение оптимального в терминах затрат характеристической скорости двухимпульсного перелета в инерциальной СК согласно модели задачи двух тел

*CR3BP – Круговая ограниченная задача трех тел

Построение инвариантных многообразий

- a. Выбираем точку на периодической орбите
- b. Интегрируем расширенные уравнения движения (с уравнениями в вариациях) на периоде орбиты; в конечной точке получаем матрицу монодромии
- c. Направления на устойчивое и неустойчивое инвариантные многообразия направлены по собственным векторам, отвечающим наибольшему и наименьшему собственным значениям соответственно
- d. Данные направления рассматриваем как локальные приближения к направлениям вдоль многообразий
- e. Интегрирование вперед/назад во времени дает траекторию неустойчивого/устойчивого многообразия

Решение. Подзадачи

1. Выбор коллинеарных точек и построение плоских периодических орбит в системах трех тел во вращающейся СК согласно модели CR3BP*
2. Построение устойчивых и неустойчивых инвариантных многообразий для полученных орбит во вращающейся СК согласно модели CR3BP*
- 3. Реализация перехода из вращающейся СК в инерциальную СК, связанную с Солнцем**
4. Построение оптимального в терминах затрат характеристической скорости двухимпульсного перелета в инерциальной СК согласно модели задачи двух тел

*CR3BP – Круговая ограниченная задача трех тел

Переход из вращающейся СК в инерциальную СК

- a. Преобразуем фазовые векторы траекторий
- b. В инерциальной системе Солнце-Земля в безразмерных единицах учитываем разное положение и частоту обращения Венеры относительно Земли вокруг Солнца

Решение. Подзадачи

1. Выбор коллинеарных точек и построение плоских периодических орбит в системах трех тел во вращающейся СК согласно модели CR3BP*
2. Построение устойчивых и неустойчивых инвариантных многообразий для полученных орбит во вращающейся СК согласно модели CR3BP*
3. Реализация перехода из вращающейся СК в инерциальную СК, связанную с Солнцем
4. **Построение оптимального в терминах затрат характеристической скорости двухимпульсного перелета в инерциальной СК согласно модели задачи двух тел**

*CR3BP – Круговая ограниченная задача трех тел

Двухимпульсный перелет

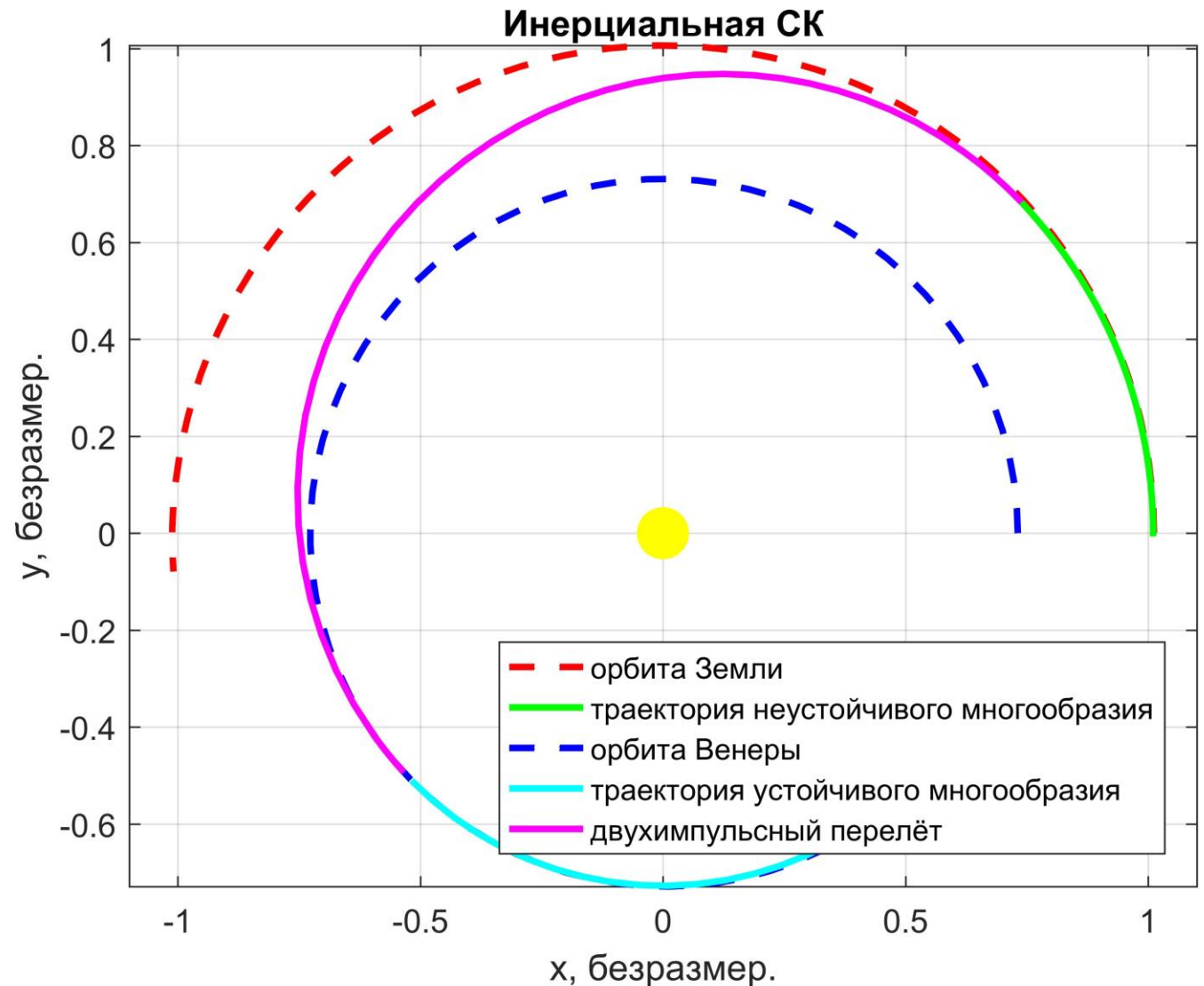
- a. При перелете между многообразиями решаем задачу Ламберта (в основе метода решения лежат уравнения Ламберта, полученные Е. Ланкастером и Р. Бланчардом в 1969 году) между точками на траекториях согласно модели двух тел Солнце-КА
- b. Получаем векторы скоростей в этих точках, а значит и импульсы, которые нужно придать КА
- c. Решаем задачу оптимизации суммы характеристических скоростей в этих точках

Результаты

- Интегрирование уравнений для плоских периодических орбит производилось с разбиением на 1000 отрезков методом Рунге-Кутты, реализованном в функции `ode45`
- Время полета по траектории неустойчивого многообразия составило $t_1 = 45.3$ дней
- Время полета между многообразиями (двухимпульсного перелета) - $T = 145.2$ дней
- Время полета по траектории устойчивого многообразия составило $t_2 = 82.9$ дней
- Задача оптимизации решалась методом внутренней точки, реализованном в функции `fmincon`. Сумма характеристических скоростей $J = 41.86$ км/с

Результаты

- Траектория перелета состоит из трех участков:
 - а. Траектория неустойчивого многообразия в системе Солнце-Земля
 - б. Двухимпульсный перелет
 - с. Траектория устойчивого многообразия в системе Солнце-Венера



Заключение

- Построены плоские периодические орбиты вокруг коллинеарных точек либрации систем трех тел, а также связанные с орбитами устойчивые и неустойчивые многообразия
- Построен двухимпульсный перелет как решение задачи Ламберта между точками на многообразиях
- Поставлена и решена оптимизационная задача в рамках простой модели

Задача Ламберта

Определить орбиту КА между точками пространства с радиус-векторами r_0 и r_1 в моменты времени t_0 и t_1 , соответственно, для заданных времени перелета $T = t_1 - t_0$, направлении перелета и числа полных витков вокруг притягивающего центра.