ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ДВИЖЕНИЯ СПУТНИКА С АКТИВНОЙ МАГНИТНОЙ СИСТЕМОЙ ОРИЕНТАЦИИ

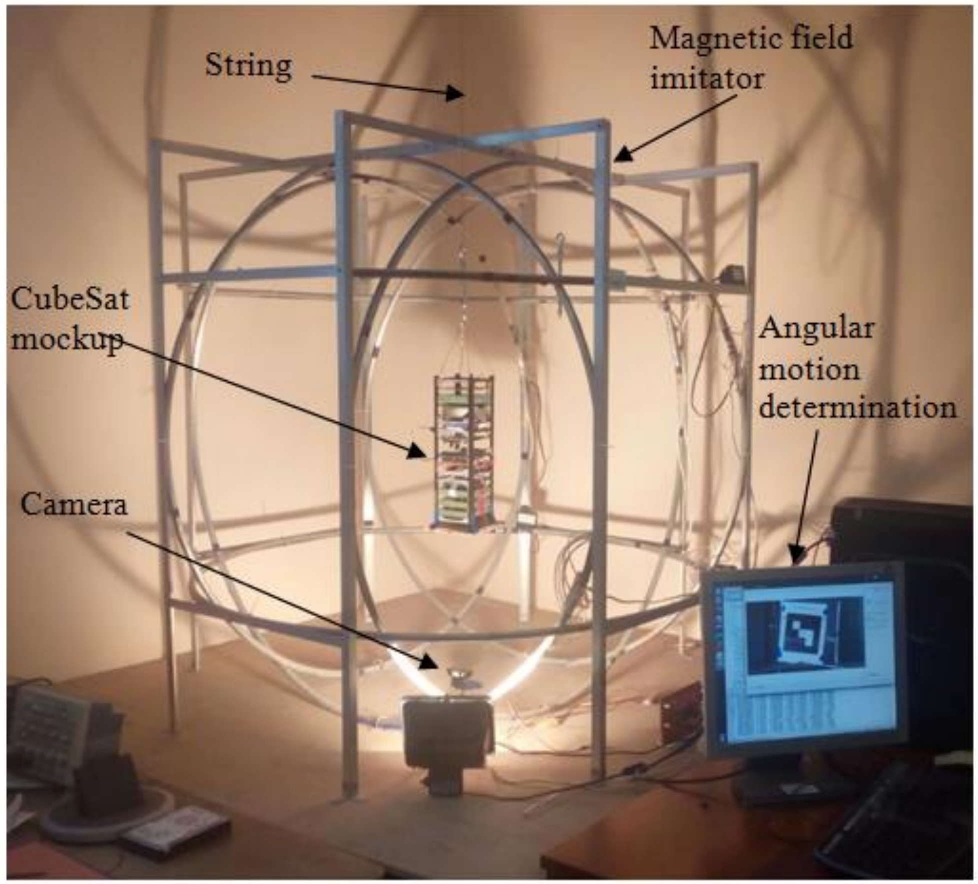
Д.С. Ролдугин, М.Ю. Овчинников, В.И. Пеньков

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Требования миссии

- Спутник – кубсат с ограниченным временем на разработку, большая часть систем готова
- Средство связи – спутники Iridium
- Точность ориентации не важна
- Только магнитная система ориентации
- Требуемая ориентация: на спутник связи → по вектору скорости → по направлению магнитного поля

Проверка работы катушек, магнитометра, БВМ



Постановка задачи

- Спутник – твердое тело на круговой орбите
- Движение в магнитном поле
  - Управляющий момент превалирует над гравитационным
  - Движение в полях упрощенного и прямого диполя
- Постоянный магнит и простое магнитное демпфирование

Движение в упрощенном дипольном поле

- Опорная магнитная система координат вращается равномерно
- Скорость вращения спутника вокруг оси симметрии постоянная и ось симметрии находится на постоянном расстоянии от вектора геомагнитной индукции
- Прецессия устойчива

Движение в дипольном поле

- Неравномерное движение вектора индукции нарушает прецессию
  – Добавляются нутационные колебания
  – Возникает опасность резонанса
- Нутационные колебания не представляют угрозы для рассматриваемого аппарата
- Резонанс может разрушить ориентацию или слишком сильно ухудшить точность

Движение в плоскости орбиты

- Существует движение в плоскости, описываемое хорошо известными уравнениями

$$\dot{\beta} = \omega_3 - 3\frac{1+\sin^2 u}{1+3\sin^2 u},$$

$$\dot{\omega}_3 = -\mu\sqrt{1+3\sin^2 u}\,\cancel{\sin}\,\beta - \varepsilon\left(1+3\sin^2 u\right)\omega_3.$$

- Имеет смысл линеаризовать уравнения, значительно упростив исследование

Резонансные значения величины постоянного магнита

- Демпфирующая компонента на порядок или два меньше постоянного магнита

$$\ddot{\beta} + \mu g(u)\beta = -\dot{f},$$

$$g(u) = \sqrt{1 + 3\sin^2 u} = c_0 + \sum_{n=1} c_{2n} \cos 2nu,$$

$$f(u) = 3\frac{1 + \sin^2 u}{1 + 3\sin^2 u} = b_0 + \sum_{n=1} b_{2n} \cos 2nu$$

- Выбросив c_i, можно максимально упростить задачу и найти резонансные значения постоянного магнита

Амплитуды колебаний вблизи резонанса (1)

- Рассмотрение гармонических компонент в g и демпфирующей части необходимо для выяснения амплитуды колебаний, также можно ввести величину отклонения от резонансного значения магнита

$$\ddot{\beta}_0+\lambda\ddot{\beta}_1+\lambda^2\ddot{\beta}_2+\left(4n^2+\lambda c_0 a\right)\left(1-\lambda\sum_{m=1}\overline{c}_{2m}\cos 2mu\right)\times$$

$$\left(\beta_0+\lambda\beta_1+\lambda^2\beta_2\right)+\lambda\varepsilon'\left(d_0+d_2\cos 2u\right)\times$$

$$\left(\dot{\beta}_0+\lambda\dot{\beta}_1+\lambda^2\dot{\beta}_2+b_0+\lambda\sum_{m=1}\frac{\overline{b}_{2m}}{2m}\cos 2mu\right)-\lambda\sum_{m=1}\overline{b}_{2m}\sin 2mu=0.$$

Амплитуды колебаний вблизи резонанса (2)

- Порождающее уравнение имеет периодическое решение
$$\beta_0 = M_0 \cos 2nu + N_0 \sin 2nu$$
- Постоянные ищем из условия существования периодического решения первого приближения
- Необходимо рассмотреть второе приближение, так как параметр $\lambda \approx 0.3$

Амплитуды колебаний вблизи резонанса (3)

- Первое приближение дает

$$-18M_0\overline{c}_{12} + c_0 a M_0 + 6\varepsilon' d_0 N_0 = 0,$$

$$18N_0\overline{c}_{12} + c_0 a N_0 - 6\varepsilon' d_0 M_0 = \overline{b}_6.$$

- Из второго приближения

$$c_0 a N_1 - 6\varepsilon' d_0 M_1 = 18\frac{\overline{b}_4 + 3\varepsilon' d_2 M_0 + 18N_0}{20} - 18\frac{3\varepsilon' d_2 M_0 + 18N_0}{28} + 18\overline{c}_4\frac{\overline{b}_2 + 18\overline{c}_4 N_0}{32} -$$

$$18\overline{c}_4\frac{18\overline{c}_4 N_0}{64} + 2\varepsilon' d_2\frac{18M_0 - 3\varepsilon' d_2 b_0}{20} - 4\varepsilon' d_2\frac{18M_0 - 3\varepsilon' d_2 b_0}{28},$$

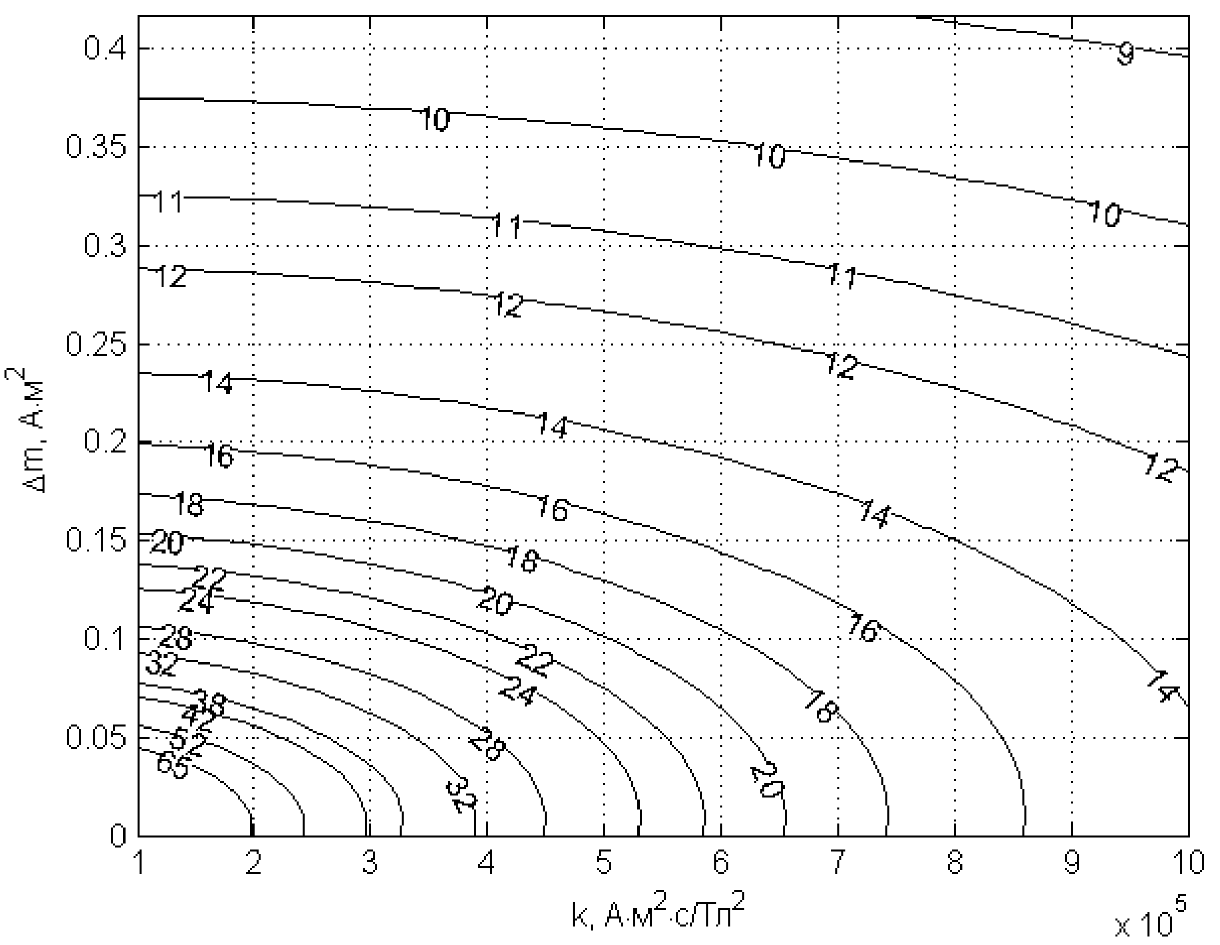
$$6\varepsilon' d_0 N_1 + c_0 a M_1 = 18\frac{18M_0 - 3\varepsilon' d_2 N_0}{20} - 18\frac{18M_0 - 3\varepsilon' d_2 N_0}{28} + 18\overline{c}_4\frac{18M_0\overline{c}_4 - \varepsilon' d_0 b_0}{32} -$$

$$18\overline{c}_4\frac{18M_0\overline{c}_4}{64} - \frac{1}{6}\varepsilon' d_0\overline{b}_6 + \frac{1}{8}\varepsilon' d_2\overline{b}_4 - 2\varepsilon' d_2\frac{\overline{b}_4 + 3\varepsilon' d_2 M_0 + 18N_0}{20} + 4\varepsilon' d_2\frac{3\varepsilon' d_2 M_0 + 18N_0}{28}.$$

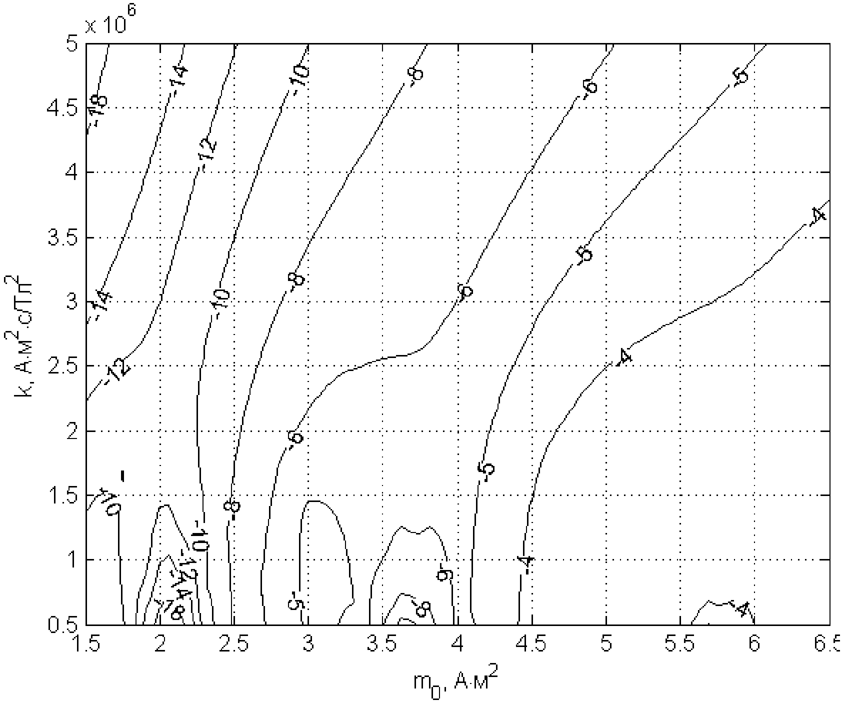
Пример вычисления амплитуды

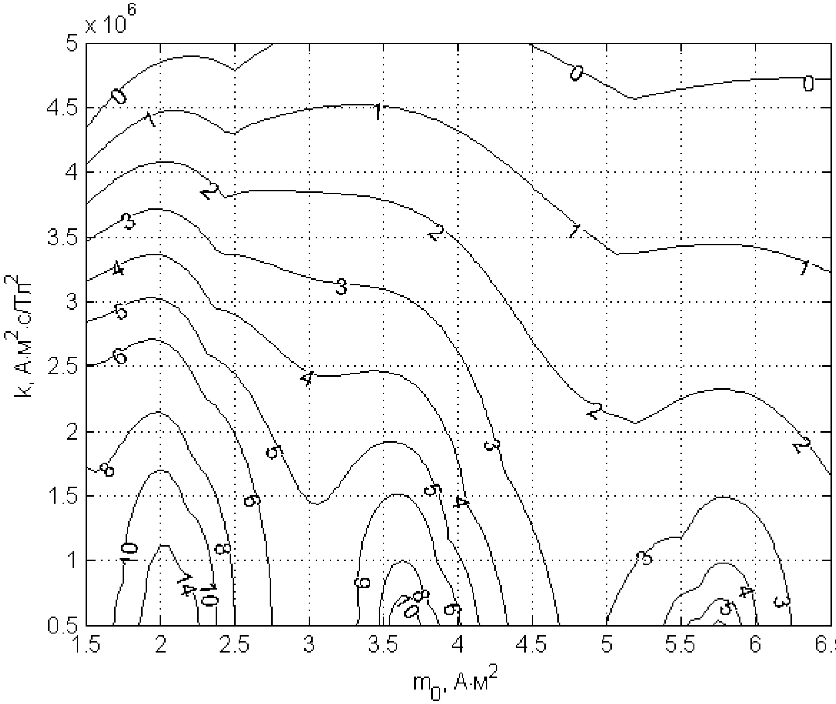
- Спутник с моментами инерции 1.3, 1.3, 1.7 кг·м^2, высота орбиты 750 км, наклонение 60°, величина постоянного магнита 2 А·м^2, коэффициент усиления демпфирования $5 \cdot 10^5$ Н·м·с/Тл
- Без смещения ($a=0$) амплитуда составляет 21.2°, если отбросить в разложениях колебания с малыми амплитудами; 25.3° при учете полного вида аналитического решения; 24.8° в численном моделировании

Амплитуда колебаний вблизи резонанса



Амплитуды периодических решений





Заключение

- Показаны периодические движения оси установки постоянного магнита, близкие к прецессии около направления вектора геомагнитной индукции
- Найдены амплитуды колебаний в плоскости полярной орбиты, в том числе в случае резонансных и близких к резонансным величин постоянного магнита
- Ориентация оси установки постоянного магнита относительно направления вектора геомагнитной индукции возможна с точностью 10-20°

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ, проект 17-71-20117