



УПРАВЛЕНИЕ УГЛОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ СПУТНИКА ПРИ ИЗМЕРЕНИЯХ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

Я. В. Маштаков¹

Б. Риверс²

М. Лист²

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН¹
Центр прикладных космических технологий и микрогравитации (ZARM)²

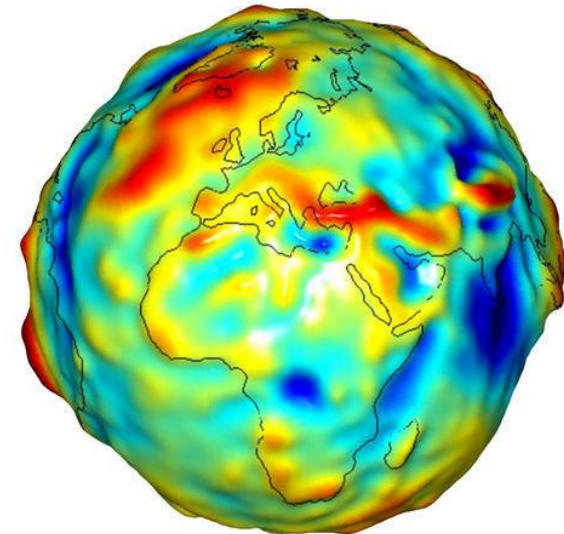


Введение



Миссия GRACE:

- Запущена 17 марта 2002
- Два спутника на околокруговых полярных орбитах
- Проводят измерения гравитационного поля Земли
- Данные используются в океанологии, отслеживании ледовой обстановки и других
- 22 мая 2018 запущена GRACE-FO – спутники оснащены более точными приборами





Введение



- Используется микроволновый передатчик
- Необходимо, чтобы спутники точно «смотрели» друг на друга
- Гироскопические системы слишком «шумят»
- Для управления ориентацией можем использовать магнитные катушки и газовые двигатели





Постановка задачи



Известно:

- Орбитальное движение каждого спутника
- Расстояние между ними 100-200 км
- Параметры каждого из аппаратов

Необходимо:

- Обеспечить отслеживание линии между аппаратами с высокой точностью
- Солнечные панели не должны быть направлены на Землю



Опорное движение



- Условие выполнения целевой задачи:

$$\mathbf{e}_1 = \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\|}$$

- Условие на солнечные панели:

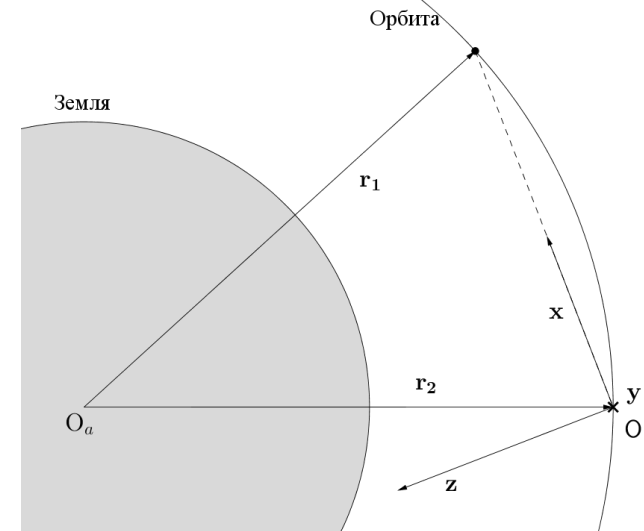
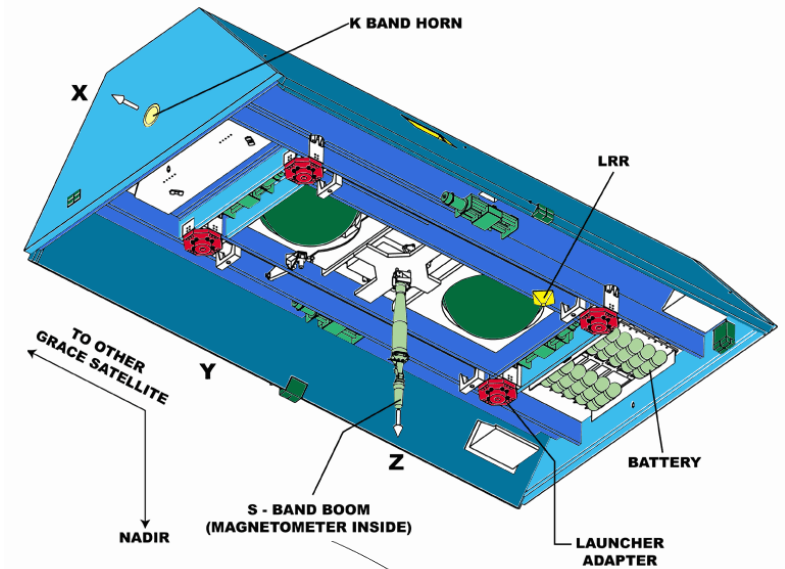
$$\mathbf{e}_3 = \frac{\mathbf{e}_1(\mathbf{e}_1, \mathbf{r}_2) - \mathbf{r}_2}{\|\mathbf{r}_2 - \mathbf{e}_1(\mathbf{e}_1, \mathbf{r}_2)\|}$$

- Опорное угловое движение задается в виде матрицы:

$$\mathbf{D} = (\mathbf{e}_1 \ \mathbf{e}_2 \ \mathbf{e}_3)^T$$

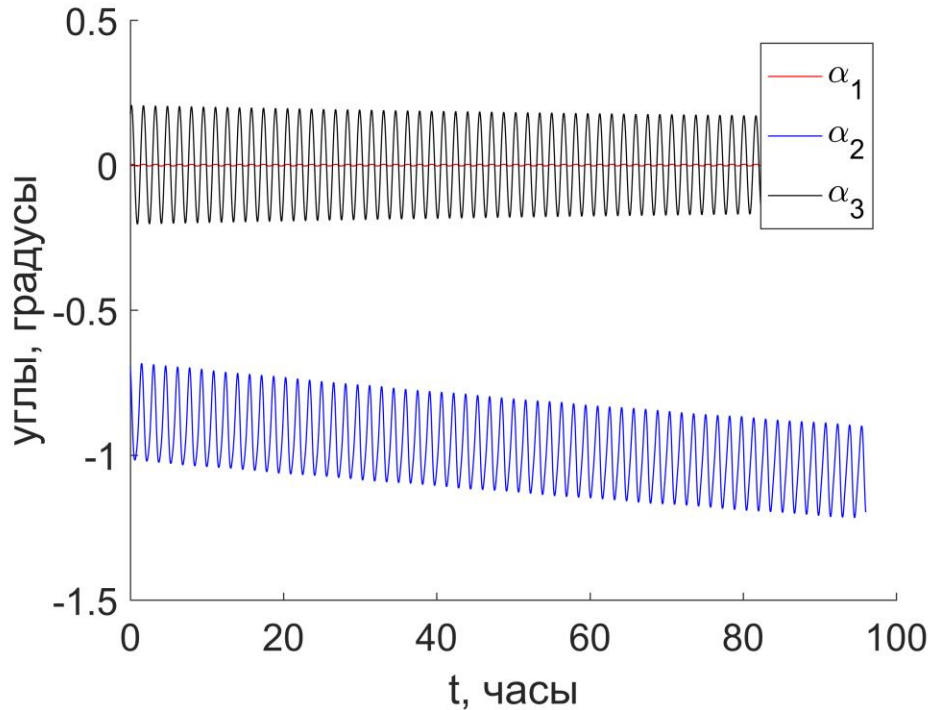
- Опорная угловая скорость из соотношений Пуассона:

$$[\boldsymbol{\omega}]_x = -\dot{\mathbf{D}}\mathbf{D}$$





Орбитальная СК



Разница между опорной и орбитальной СК

- Орбитальная СК:

$$\mathbf{j}_3 = -\frac{\mathbf{r}_2}{\|\mathbf{r}_2\|}$$

$$\mathbf{j}_1 = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{j}_3(\mathbf{j}_3, \mathbf{v}_2)}{\|\mathbf{v}_2 - \mathbf{j}_3(\mathbf{j}_3, \mathbf{v}_2)\|}$$

$$\mathbf{j}_2 = \mathbf{j}_3 \times \mathbf{j}_1$$

- Опорная и орбитальная системы практически совпадают
- Задача похожа на стабилизацию в орбитальных осях



Уравнения движения



- Движение под действием гравитационного и магнитного моментов

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{abs} + \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{abs} = 3\frac{\mu_E}{r^5} \mathbf{r} \times \mathbf{J}\mathbf{r} + \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

$$\dot{\mathbf{Q}} = \frac{1}{2} \mathbf{Q} \circ \boldsymbol{\omega}_{abs}$$

- Спутники движутся по круговым орбитам с орбитальной угловой скоростью ω_0
- Движение вблизи положения равновесия в орбитальной СК
- Переходим к переменным относительного движения, линеаризуем
- Важно: положение равновесия – неустойчиво (для минимизации влияния атмосферы на орбитальное движение)



Линеаризация

- Линеаризованные уравнения:

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{\omega}$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{A}_{\alpha} \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{A}_{\omega} \boldsymbol{\omega} - \mathbf{J}^{-1} [\mathbf{B}]_{\times} \mathbf{m}$$

- $[\mathbf{B}]_{\times}$ – матрица векторного произведения

$$\mathbf{A}_{\alpha} = \text{diag} \left(4\omega_0^2 \frac{C-B}{A}, 3\omega_0^2 \frac{C-A}{B}, \omega_0^2 \frac{A-B}{C} \right)$$

$$\mathbf{A}_{\omega} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \omega_0 \frac{C+A-B}{A} \\ 0 & 0 & 0 \\ \omega_0 \frac{B-C-A}{C} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



Управление



Линейно-квадратичный регулятор

Преимущества:

- Учитывает особенности магнитного управления
- Оптимизирует в том числе и ресурсы управления

Недостатки:

- Требуется точное знание магнитного поля
- Необходимо решать дифференциальное уравнение Риккати

Ляпуновское управление

Преимущества:

- Простое для реализации управление
- Обеспечивает асимптотическую устойчивость

Недостатки:

- Не учитывает особенностей магнитного управления
- Необходимо правильно выбрать коэффициенты управления



Ляпуновское управление



- Рассмотрим функцию

$$V = (\boldsymbol{\omega}, \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}) + k_s (1 - s_0)$$

- $\boldsymbol{\omega}$ – относительная угловая скорость, s_0 – скалярная часть относительного кватерниона
- При помощи управления сделаем ее удовлетворяющей теореме Барбашина-Красовского
- Закон управления

$$\mathbf{M}_{ideal} = \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{abs} - \mathbf{M}_{ext} - \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega}_{ref}) + \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ref} - k_s \mathbf{s} - k_\omega \boldsymbol{\omega}$$

- $\boldsymbol{\omega}_{ref}$ – опорная угловая скорость, \mathbf{M}_{ext} – моменты внешних сил
- Требуется трехосное управление



Ляпуновское управление



- При помощи катушек реализуем то управление, которое можем:

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{B} \times \mathbf{M}_{ideal}}{\|\mathbf{B}\|^2}$$

- Итоговое управляющее воздействие:

$$\mathbf{M}_{ctrl} = \mathbf{M}_{ideal} - \mathbf{e}_B (\mathbf{e}_B, \mathbf{M}_{ideal}) = -[\mathbf{e}_B]_{\times} [\mathbf{e}_B]_{\times} \mathbf{M}_{ideal}, \quad \mathbf{e}_B = \frac{\mathbf{B}}{\|\mathbf{B}\|}$$

- Линеаризованные уравнения относительного движения:

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{\omega}$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{A}_{\alpha} \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{A}_{\omega} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{J}^{-1} [\mathbf{e}_B]_{\times} [\mathbf{e}_B]_{\times} (\mathbf{J} \mathbf{A}_{\alpha} \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{J} \mathbf{A}_{\omega} \boldsymbol{\omega} + k_{\alpha} \boldsymbol{\alpha} + k_{\omega} \boldsymbol{\omega})$$

- Можно ли обеспечить асимптотическую устойчивость нулевого положения равновесия?



Подбор коэффициентов



- Система линейная и явно зависит от времени (магнитное поле в орбитальной СК меняется)
- Для подбора коэффициентов используем модель прямого диполя
- Система становится периодической
- Можно использовать теорию Флоке для исследования устойчивости в зависимости от параметров управления k_α, k_ω

$$\dot{\alpha} = \omega$$

$$\dot{\omega} = \mathbf{A}_\alpha \alpha + \mathbf{A}_\omega \omega + \mathbf{J}^{-1} [\mathbf{e}_B]_\times [\mathbf{e}_B]_\times (\mathbf{J} \mathbf{A}_\alpha \alpha + \mathbf{J} \mathbf{A}_\omega \omega + k_\alpha \alpha + k_\omega \omega)$$

- Для лучшей сходимости заменим скалярные коэффициенты на диагональные матрицы – управление будет зависеть от шести параметров



Теория Флоке

- Для шести параметров управления строится матрица монодромии
- Находим ее собственные значения ρ_k
- Для асимптотической устойчивости достаточно

$$\max_k \left(\operatorname{Re}(\ln \rho_k) \right) < 0$$

- $\max_k \left(\operatorname{Re}(\ln \rho_k) \right)$ соответствует скорости сходимости к нулю
- Получаем оптимизационную задачу

$$\max_k \left(\operatorname{Re}(\ln \rho_k) \right) \rightarrow \min$$

- Численно решаем, находим оптимальный набор коэффициентов управления



Газовые двигатели



- Высокие требования по точности – магнитные катушки не всегда способны ее обеспечить
- Дополнительно используются газовые двигатели
- Они включаются когда спутник достигает границ допустимых ошибок ориентации
- Обозначим $\omega_{des,k} = -s_k \gamma_k$, $\gamma_k(t_k) = f(t_k, t_{k-1}) \gamma_k(t_{k-1})$

$$f(t_k, t_k) = \begin{cases} 1, & \text{если } (t_k - t_{k-1}) > T \\ 1 + a(T - (t_k - t_{k-1})), & \text{если включение в ту же сторону} \\ 1 - a(T - (t_k - t_{k-1})), & \text{если включение в другую сторону} \end{cases}$$

- $M_{ctrl,k}^{thr} = \frac{1}{\Delta t_{thr}} J_{ii} (\omega_{des,k} - \omega_{rel,k})$

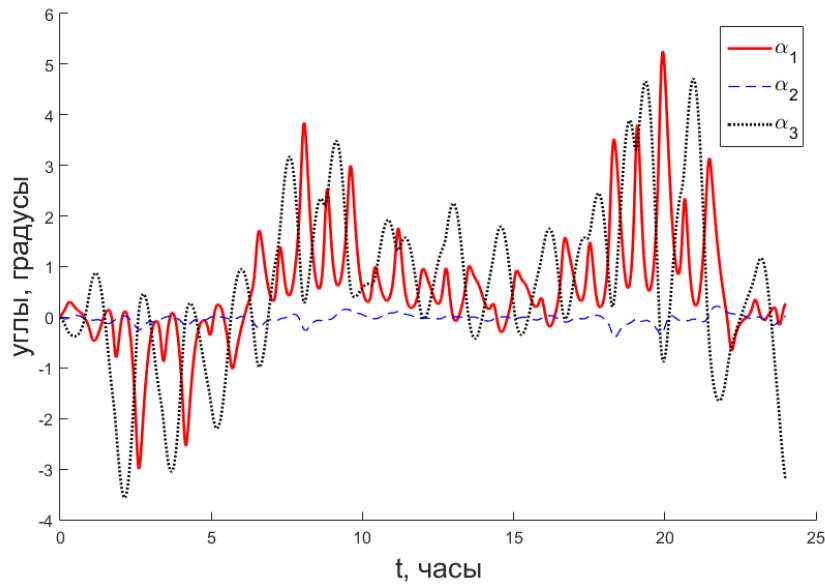


Моделирование

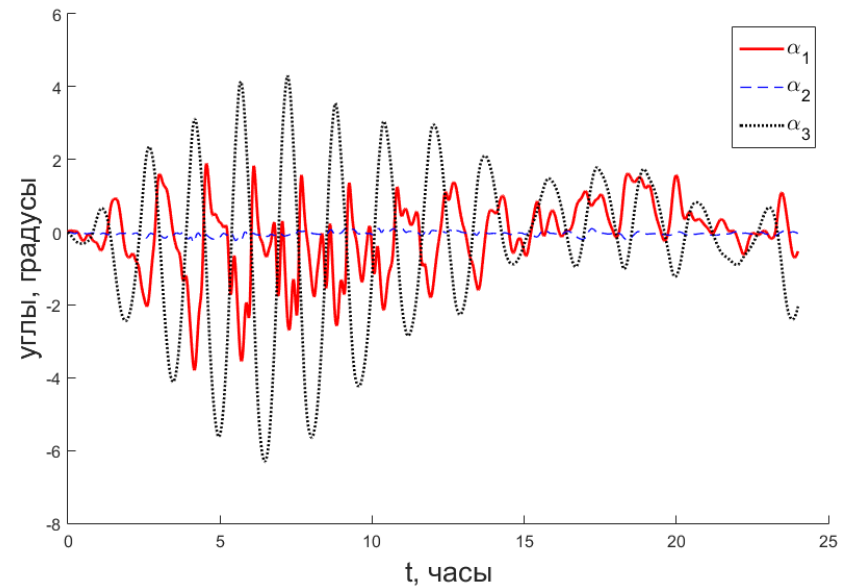


- Орбитальное движение соответствует реальному движению спутников (полярная орбита с высотой около 500 км)
- При моделировании углового движения учитываем атмосферу, солнечное давление, гравитационный момент, магнитный момент
- Учитывается неточность знания ориентации (фильтр Калмана для ДУС и звездного датчика) и магнитного поля
- Различные сценарии: только магнитное управление, использование движков для требований GRACE, использование движков для требований GRACE-FO

Использование только магнитных катушек



Ляпуновское управление

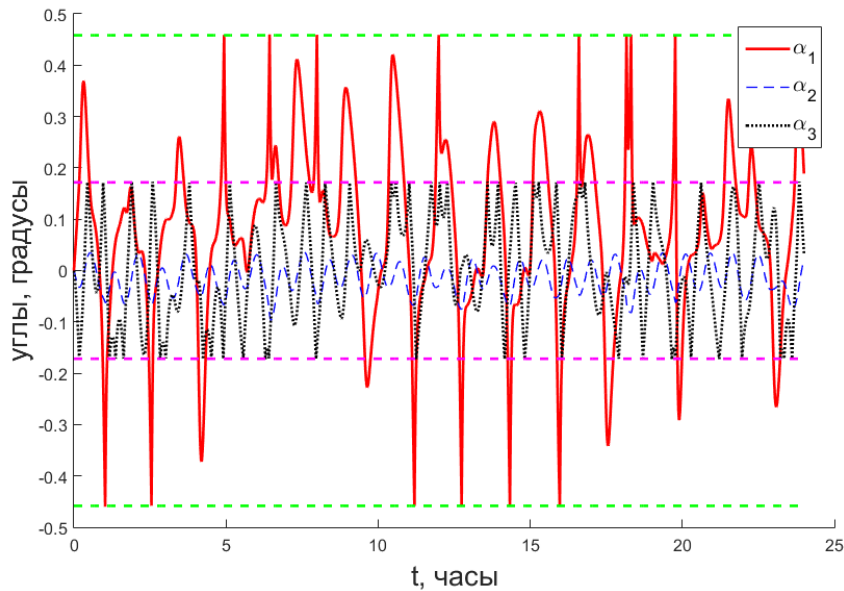


Линейно-квадратичный регулятор

Результаты

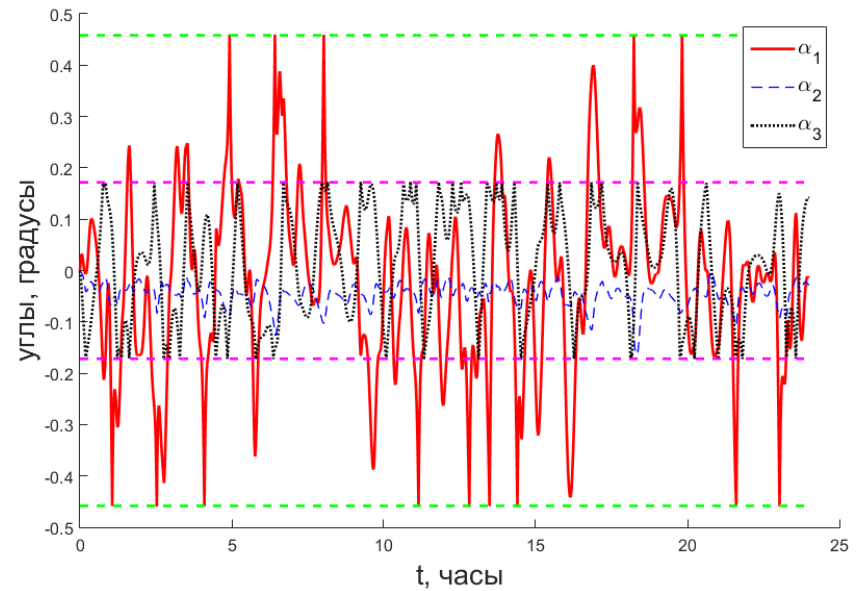
Магнитные катушки и газовые двигатели

Миссия GRACE, требования по точности: 0.46 градусов, 0.17 градусов



Ляпуновское управление

Количество включений за сутки:
20, 0, 50



Линейно-квадратичный регулятор

Количество включений за сутки:
20, 0, 50



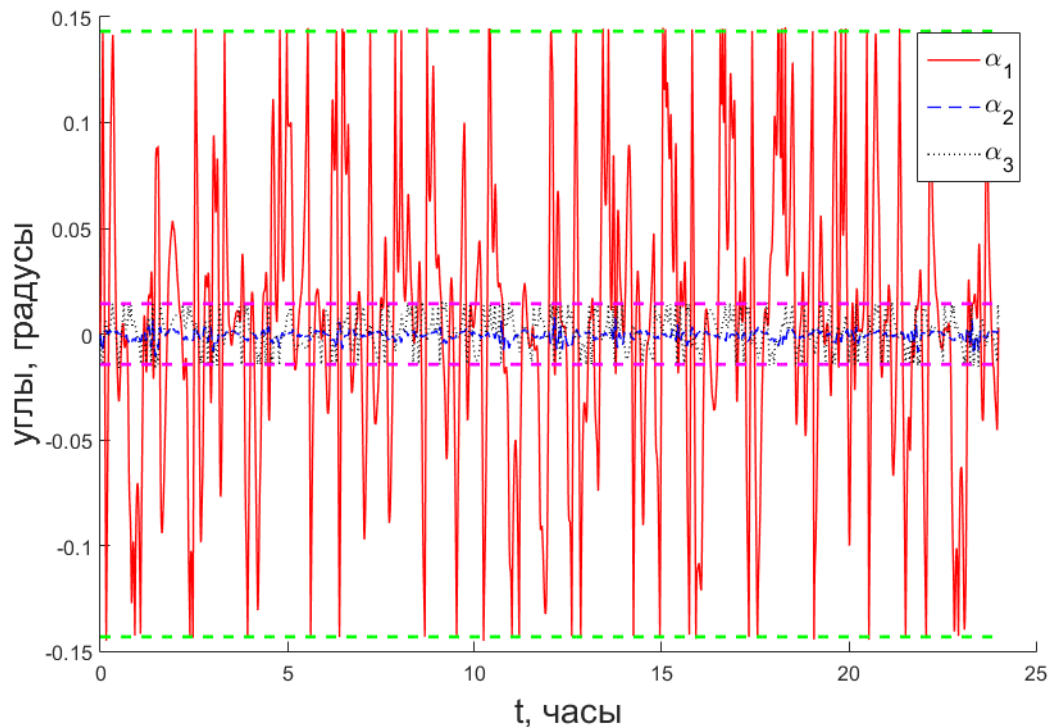
Результаты

Магнитные катушки и газовые двигатели

Миссия GRACE-FO, требования по точности: 0.14 градусов, 0.014 градусов

ЛКР уже не справляется

Требуется дополнительная настройка коэффициентов ляпуновского управления



Количество включений за сутки:
60, 0, 150



Заключение



- Рассмотрена задача управления ориентацией спутника при помощи магнитных катушек и газовых двигателей
- Для ее решения использовались два алгоритма: линейно-квадратичный регулятор и ляпуновское
- Для подбора коэффициентов управления используется теория Флоке
- Результаты ЛКР и ляпуновского управления получаются практически идентичными
- В случае точностей, необходимых для реализации GRACE-FO, ни один из алгоритмов не дает удовлетворительных результатов
- «Ручная» настройка ляпуновского управления позволяет справиться с поставленной задачей

Работа поддержана грантом РФФ-17-71-20117