

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН



## Построение опорного углового движения спутника ДЗЗ

Я.В. Маштаков  
С.С. Ткачев

VII Научно-техническая конференция молодых ученых  
и специалистов центра управления полетами

# Дистанционное зондирование Земли

Задачи, решаемые при помощи ДЗЗ

- прогноза погоды
- мониторинга окружающей среды
- построения карт
- слежения за объектами инфраструктуры



# Спутники ДЗЗ



Ресурс-П (ЦСКБ «Прогресс»)

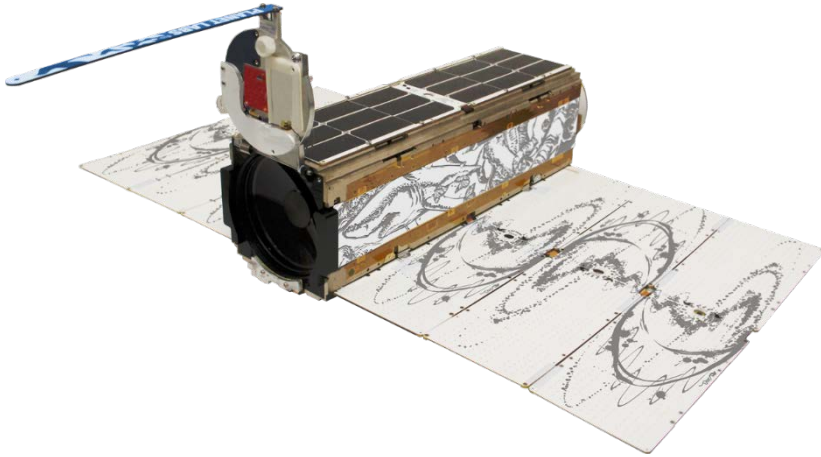
Высота орбиты, км	470-480
Наклонение, градус	97.28
Периодичность наблюдения, сутки	Не более 3
Фокусное расстояние, м	4
Угол поля зрения, градус	5.3
Разрешение в панхроматическом диапазоне, м	1.0
Разрешение в узких спектральных диапазонах, м	3.0-4.0
Полоса захвата, км	38



WorldView-3  
(Ball Aerospace  
and  
Technologies)

Высота орбиты, км	618-621
Наклонение, градус	97.98
Периодичность наблюдения, сутки	Не более 1
Фокусное расстояние, м	13.3
Угол поля зрения, градус	1.28
Разрешение в панхроматическом диапазоне, м	0.31
Разрешение в узких спектральных диапазонах, м	1.0-4.0
Полоса захвата, км	13.1

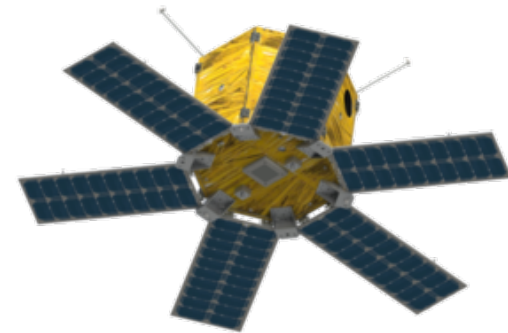
# Спутники ДЗЗ



Высота орбиты, км	620
Наклонение	97.9
Разрешение, м	15
Масса, кг	26

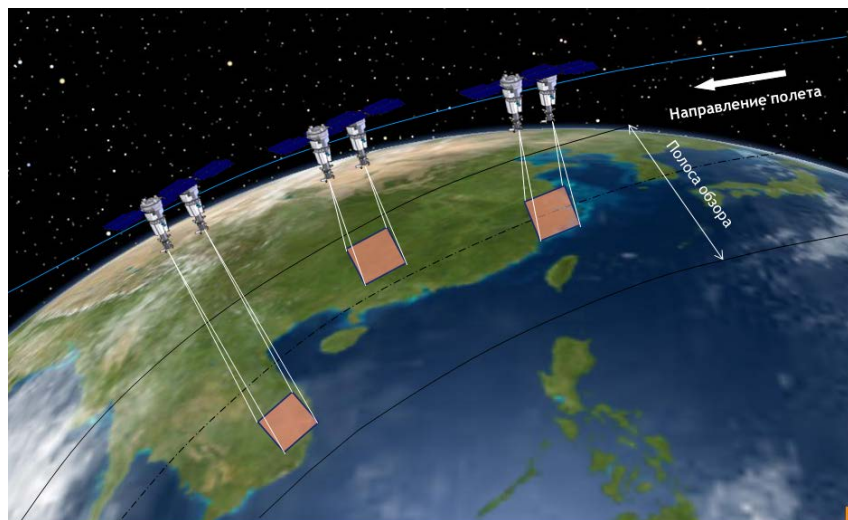
## Flock-1 (PlanetLabs)

Высота орбиты, км	400
Наклонение	52
Разрешение, м	3-5
Масса, кг	5



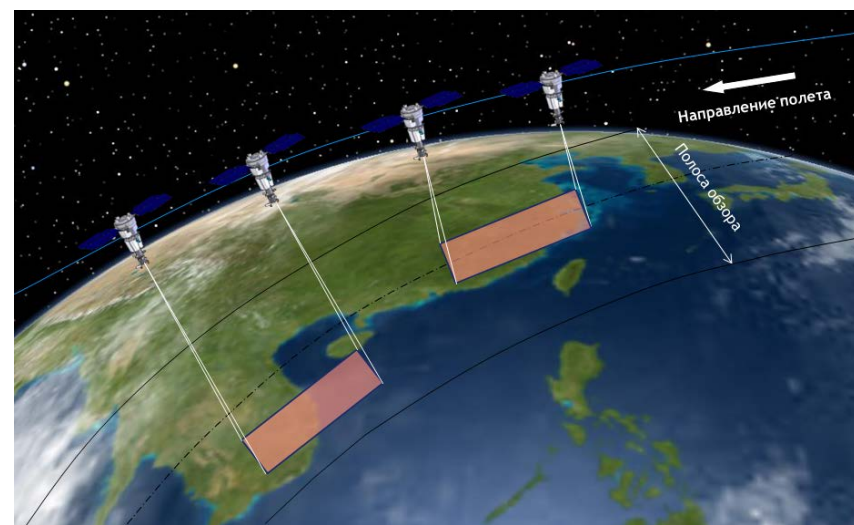
## ТаблетСАТ Аврора (ООО «Спутникс»)

# Дистанционное зондирование Земли

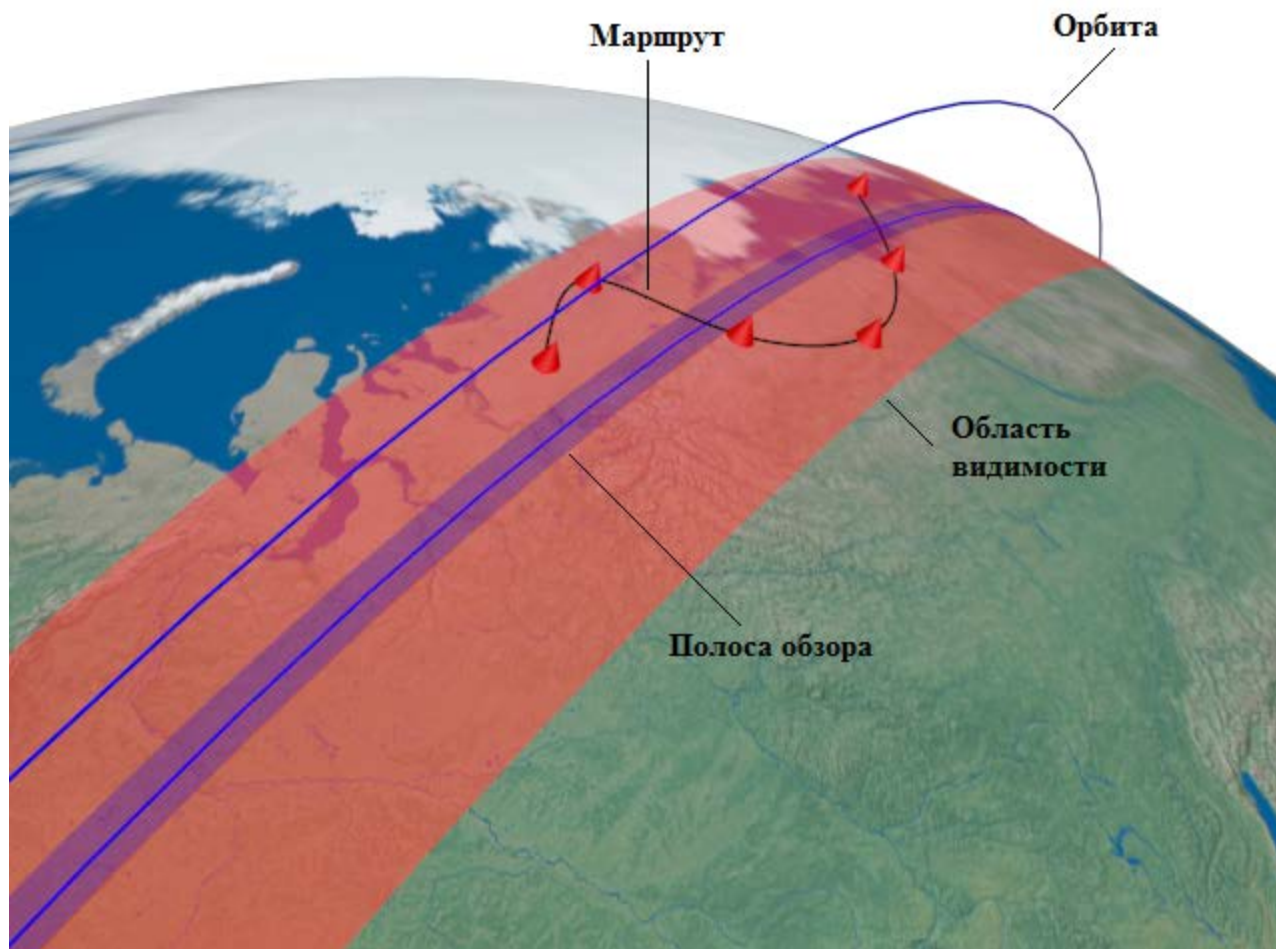


Объектная съемка «Ресурс-П»

Маршрутная съемка «Ресурс-П»



# Маршрутная съемка



Отслеживание сложных маршрутов на поверхности Земли

# Постановка задачи

Что нам известно?

- Орбитальное движение
- Снимаемая траектория (гладкая кривая)
- Параметры спутника

Что хотим получить?

- Угловое движение
- Требуемое управление и влияние возмущений
- Ограничения на траекторию

# Синтез углового движения

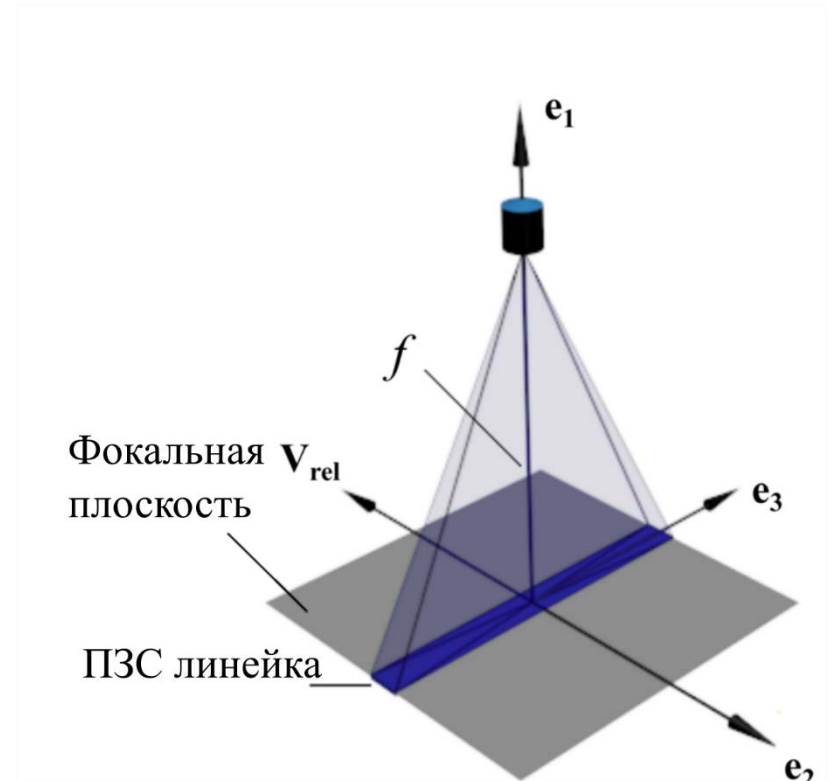
Снимаем ПЗС-линейкой:

$$(\mathbf{V}_{rel}, \mathbf{e}_3) = 0$$

$$(\mathbf{V}_{rel}, \mathbf{e}_2) = -\frac{V\rho}{f}$$

$$\mathbf{V}_{rel} = \boldsymbol{\Omega}_e \times \mathbf{r}_p - \mathbf{V}_s - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_s)$$

$$\rightarrow \begin{cases} \omega_2 = -\frac{(\boldsymbol{\Omega}_e \times \mathbf{r}_p - \mathbf{V}_s, \mathbf{e}_3)}{\rho} \\ \omega_3 = \frac{(\boldsymbol{\Omega}_e \times \mathbf{r}_p - \mathbf{V}_s, \mathbf{e}_2)}{\rho} + \frac{V}{f} \end{cases}$$





# Синтез углового движения

Для поиска  $\omega_1$  используются уравнения для матриц направляющих косинусов

$$\dot{\mathbf{B}} = -[\boldsymbol{\omega}]_{\times} \mathbf{B}, \quad [\boldsymbol{\omega}]_{\times} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\mathbf{B} = (\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_2 \quad \mathbf{e}_3)^T, \quad \dot{\mathbf{B}} = (\dot{\mathbf{e}}_1 \quad \dot{\mathbf{e}}_2 \quad \dot{\mathbf{e}}_3)^T$$

В итоге, можно получить одно уравнение на параметр траектории

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\rho(t, p)V}{f} \frac{1}{(\boldsymbol{\tau}(t, p), \mathbf{e}_2(t, p))}$$

# Построение управления

Для построения управления используется прямой метод Ляпунова

$$\mathbf{M}_{ctrl} = -\mathbf{M}_{ext} + \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{abs} - \mathbf{J}\mathbf{W}_{rel}\mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{J}\mathbf{A}\dot{\boldsymbol{\omega}}_0 - k_a\mathbf{S} - k_\omega\boldsymbol{\omega}_{rel}$$

Уравнения возмущенного относительного движения

$$\begin{aligned}\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{rel} + k_\omega\boldsymbol{\omega}_{rel} + k_a\mathbf{S} &= \mathbf{M}_{dist} \\ \dot{\mathbf{A}} &= -[\boldsymbol{\omega}_{rel}]_\times \mathbf{A}\end{aligned}$$

Линеаризуя вблизи нулевого положения и переходя к углам Эйлера

$$\mathbf{J}\ddot{\boldsymbol{\alpha}} + k_\omega\dot{\boldsymbol{\alpha}} + 2k_a\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{M}_{dist}$$

Для решения используется метод Пуанкаре разложения в ряды

# Ошибки стабилизации

Для решений могут быть получены оценки:

$$|\delta\alpha_i| \leq \begin{cases} \frac{1}{2k_a} M_{max}, & k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} \geq 0 \\ \frac{1}{2k_a} M_{max} \coth\left(\frac{\pi k_\omega}{2\sqrt{8k_a J_{ii} - k_\omega^2}}\right), & k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} < 0 \end{cases}$$

$$|\delta\omega_i| \leq \begin{cases} \frac{2M_{max}}{\sqrt{2J_{ii}k_a}} \left(\frac{k_\omega + \sqrt{k_\omega^2 - 8k_a J_{ii}}}{k_\omega - \sqrt{k_\omega^2 - 8k_a J_{ii}}}\right)^{-\frac{k_\omega}{2\sqrt{k_\omega^2 - 8k_a J_{ii}}}}, & k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} \geq 0 \\ \frac{2M_{max}}{\sqrt{2J_{ii}k_a}} \exp\left(-\frac{k_\omega}{\sqrt{8k_a J_{ii} - k_\omega^2}} \arccos\left(\frac{k_\omega}{\sqrt{8k_a J_{ii}}}\right)\right) \times \\ \times \left(1 + \coth\left(\frac{\pi k_\omega}{2\sqrt{8k_a J_{ii} - k_\omega^2}}\right)\right), & k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} < 0 \end{cases}$$

# Ошибки и качество съемки

Качество съемки:

$\delta \mathbf{r}_p$  – ошибка направления на точку обзора (съемка не того, что нужно)

$\delta \mathbf{V}_{отн}$  – ошибка скорость бега изображения («смаз» снимка)

$\begin{pmatrix} \delta \alpha \\ \delta \omega \\ \delta \mathbf{r}_s \\ \delta \mathbf{V}_s \end{pmatrix}$  – угловая ошибка (ошибки идентификации + стабилизации)  
– ошибка по угловой скорости (идентификация + стабилизация)  
– ошибка по орбитальному положению (идентификация)  
– ошибка по орбитальной скорости (идентификация)

$\begin{pmatrix} \delta \alpha \\ \delta \omega \end{pmatrix}$  – характеризуют качество работы системы ориентации

# Качество съёмки

В случае съёмки достаточно близко к надиру, получаем простые выражения для ошибок:

$$\begin{aligned}\delta r_p &\approx \rho |\delta \alpha|, \\ \delta V_3 &\approx f |\delta \alpha| (|\omega| + |\Omega_E|) + f |\delta \omega| + V |\delta \alpha|, \\ \delta V_2 &\approx f |\delta \alpha| (|\omega| + |\Omega_E|) + f |\delta \omega|.\end{aligned}$$

# Ограничения на траекторию

Управляющий момент ограничен, следовательно ограничена максимальная угловая скорость:

$$|\omega_{max}| \approx \sqrt{\frac{M_0}{\max_{i,j} |J_{ii} - J_{jj}|}}$$

Это накладывает ограничения на максимальную кривизну траектории:

$$\kappa \leq f 3\sqrt{3} \frac{(\omega_{max} - 2\Omega_E)}{8\rho V}$$

# Микроспутник TabletSat

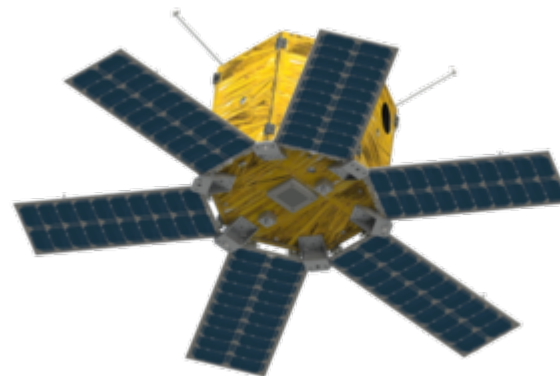
Масса: 26 кг

Перигей: 586.5 км

Апогей: 622.6 км

Разрешение: 15м

Запуск: 19 июня 2014



# Моделирование



Кривизна:

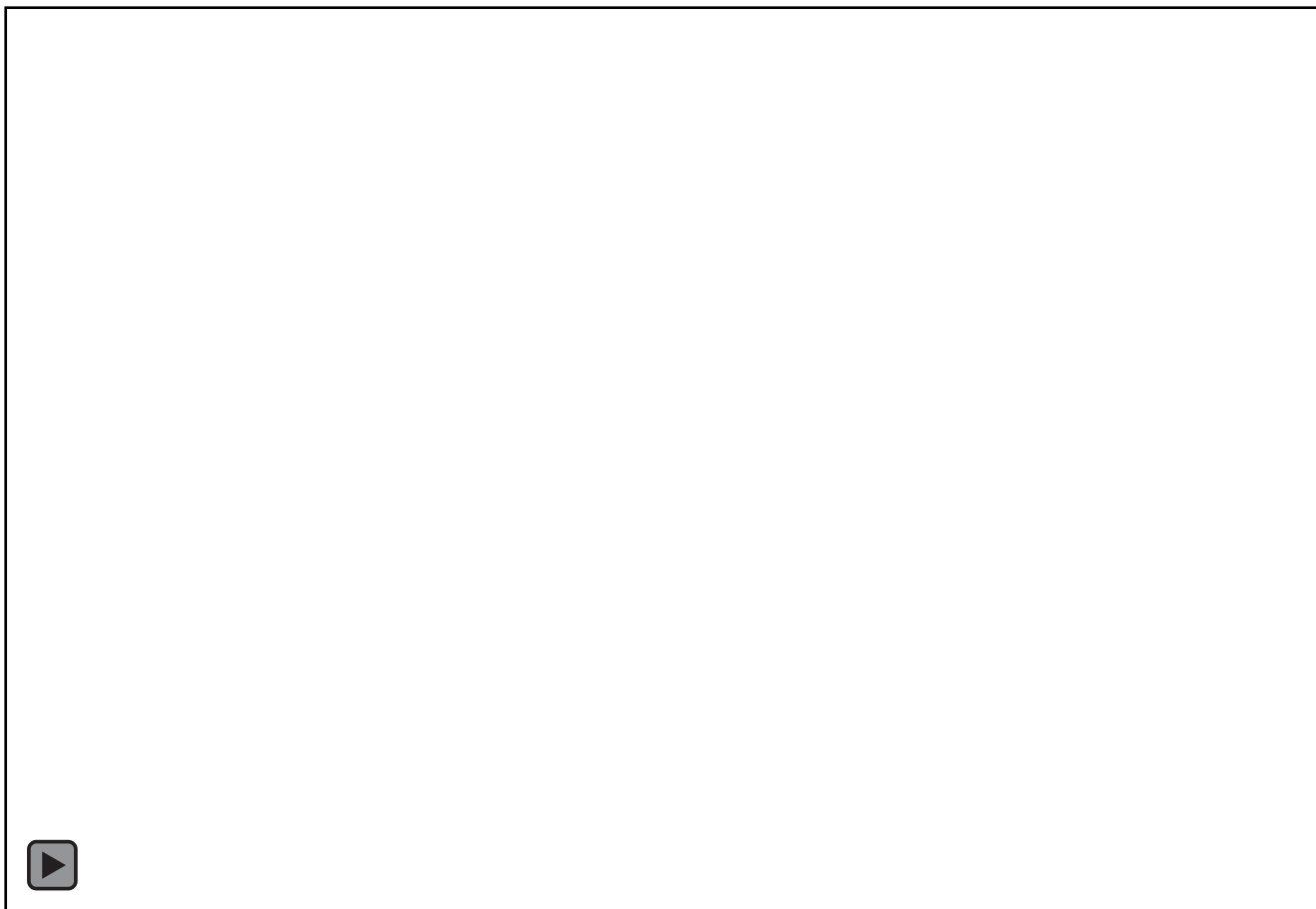
$$\kappa < 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^{-1}$$

Управление:

$$M_{ctrl} < 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}$$



# Моделирование



Кривизна:

$$\kappa < 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^{-1}$$

Управление:

$$M_{ctrl} < 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}$$

# Заключение

- Предложен алгоритм построения углового движения спутника ДЗЗ
- Получены оценки влияния внешних возмущений на точность стабилизации при использовании ляпуновского управления
- Исследовано влияние ошибок определения ориентации и стабилизации на снимаемое изображение
- Получены как упрощенные, так и более точные уравнения, связывающие внешние возмущения, точность ориентации и качество снимаемого изображения