



XLIII Академические чтения по космонавтике,
МГТУ им. Н.Э. Баумана

ФОРМИРОВАНИЕ ГРУППЫ МАЛЫХ СПУТНИКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ ОРИЕНТАЦИИ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ

Ульяна Монахова, Данил Иванов

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН



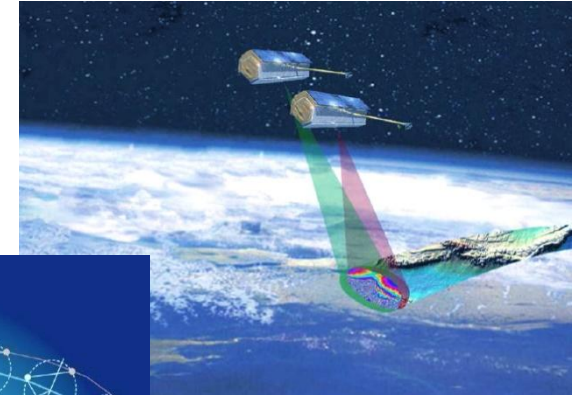
Содержание работы

- Введение
- Постановка задачи
- Уравнения движения
- Результаты моделирования
- Заключение

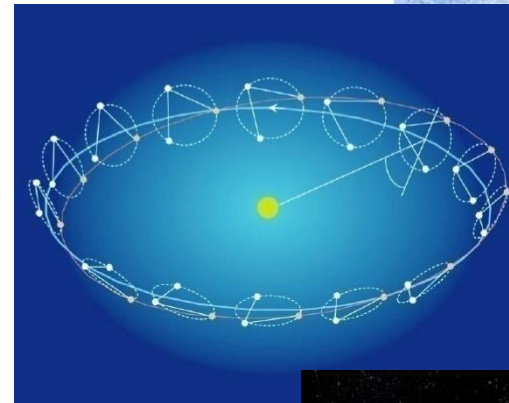


Задачи группового полета

- Зондирование Земли с использованием интерферометрических измерений
- Измерение гравитационных волн
- Обслуживание на орбите
- Точные измерения солнечной активности
- Увод космического мусора



Миссия TanDEM-X



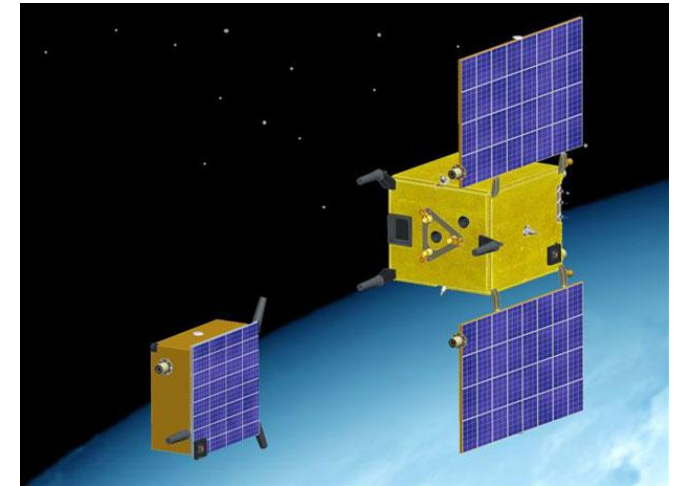
Миссия LISA



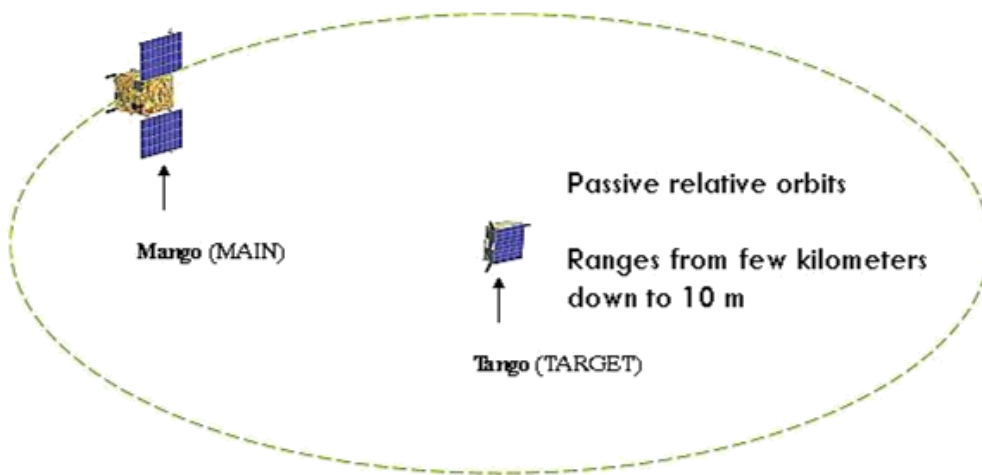


Способы управления относительным движением

- Двигатели малой тяги
 - Ионные
 - Плазменные
- Подходы без использования топлива
 - Аэродинамика
 - Электромагнитное взаимодействие
 - Солнечное давление
 - ...



Миссия PRISMA

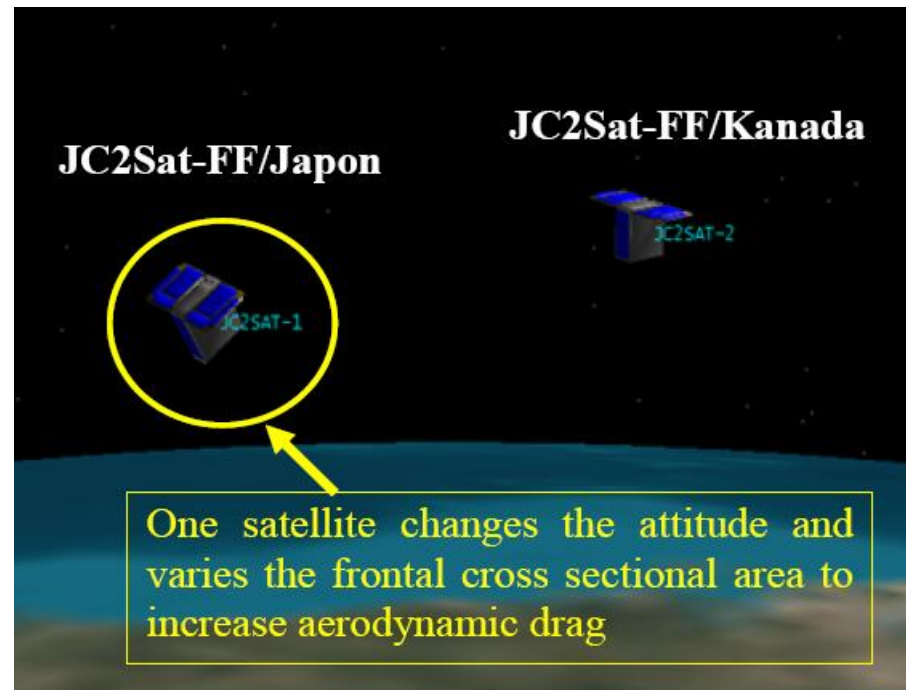


Двигатель Mango



Управление с помощью аэродинамики

- Особенности:
 - Низкая околоземная орбита
 - Спутники с переменной площадью сечения
 - Короткий срок службы
 - Управление ориентацией:
 - Маховики
 - Магнитные катушки

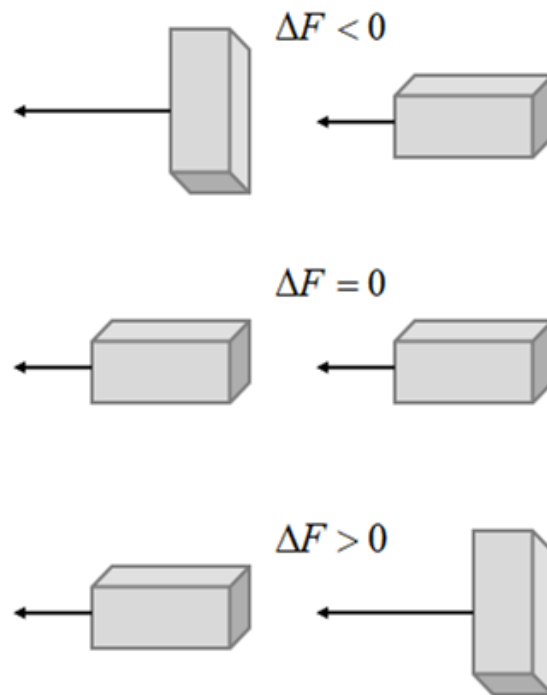


Миссия JC2Sat



Постановка задачи

- Построение группового полета двух спутников (3U CubeSats) после их отделения от ракеты-носителя, то есть обеспечить замкнутые относительные траектории аппаратов
- Каждый спутник оснащен тремя магнитными катушками для управления ориентацией и магнитометром для определения ориентации
- Управление производится с помощью аэродинамической силы



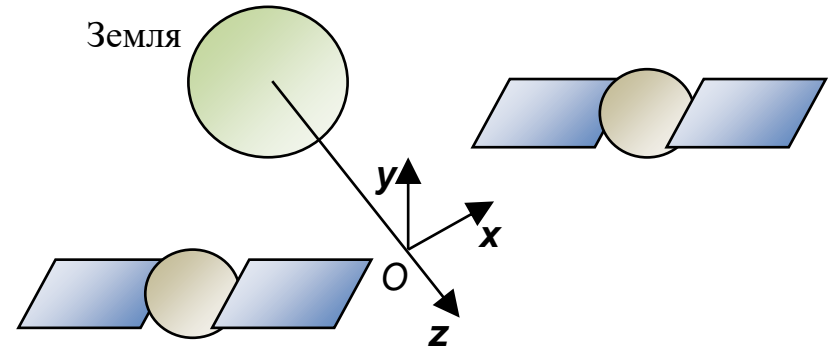
Принцип управления



Уравнения относительного ДВИЖЕНИЯ

Уравнения Хилла-Клохесси-Уилтшира:

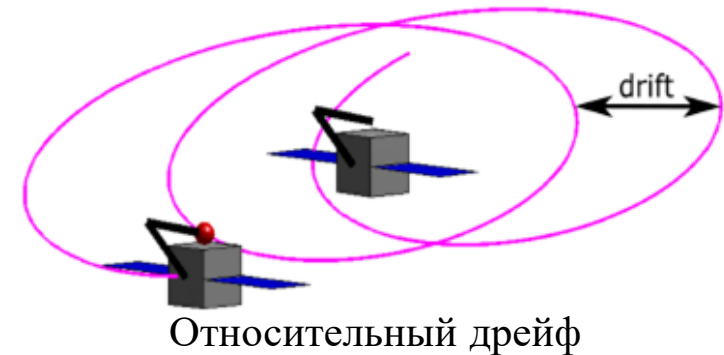
$$\begin{cases} \ddot{x} + 2\omega\dot{z} = 0 \\ \ddot{y} + \omega^2 y = 0 \\ \ddot{z} - 2\omega\dot{x} - 3\omega^2 z = 0 \end{cases}$$



Их решение:

$$\begin{cases} x = -3C_1\omega t + 2C_2 \cos \omega t - 2C_3 \sin \omega t + C_4 \\ y = C_5 \sin \omega t + C_6 \cos \omega t \\ z = 2C_1 + C_2 \sin \omega t + C_3 \cos \omega t \end{cases}$$

Слагаемое, отвечающее за дрейф: $-3C_1\omega t$



Относительный дрейф



Управляемое движение

Модель аэродинамической силы:

$$f = f_2 - f_1 = -\frac{1}{2} C_a \rho V^2 \Delta S (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1)$$

$$\max |f| = \frac{1}{2} C_a \rho V^2 \Delta S$$

Уравнения относительного движения с учетом аэродинамической силы :

$$\begin{cases} x(t) = -3C_1 \omega t + 2C_2 \cos(\omega t) - 2C_3 \sin(\omega t) + C_4 + \frac{4u}{\omega^2} - \frac{3t^2 u}{2}, \\ y(t) = C_5 \sin(\omega t) + C_6 \cos(\omega t), \\ z(t) = 2C_1 + C_2 \sin(\omega t) + C_3 \cos(\omega t) + \frac{2tu}{\omega}. \end{cases}$$

Чтобы относительный дрейф был равен нулю: $u = \frac{-\omega C_1}{\Delta T}$,

где ΔT продолжительность управления



Фильтр Калмана

Модель движения спутника

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{q}_k,$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}_k) = 0, \mathbf{M}(\mathbf{q}_k \mathbf{q}_k^T) = \mathbf{Q}_k,$$

Модель измерений

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, t) + \mathbf{r}_k.$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}_k) = 0, \mathbf{M}(\mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T) = \mathbf{R}_k.$$

Линеаризация

$$\mathbf{F}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^-}, \mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^-}$$

$$\Phi_k = \mathbf{E} + \mathbf{F}_k (t_k - t_{k-1}).$$

Этап прогноза

1. Прогноз вектора состояния

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+, t) dt,$$

2. Прогноз ковариационной матрицы ошибок

$$\mathbf{P}_k^- = \Phi_k \mathbf{P}_{k-1}^+ \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k,$$

Этап коррекции

1. Вычисление весовой матрицы

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1},$$

2. Коррекция оценки via \mathbf{z}_k

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k [\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, t)],$$

3. Коррекция матрицы ошибок

$$\mathbf{P}_k^+ = [\mathbf{E} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_k^-.$$

Начальный вектор состояния \mathbf{x}_0 ,

Начальные ковариационные ошибки $\mathbf{P}_0, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$



Фильтр Калмана, использующий измерения магнитометра

Вектор состояния: $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{q}(t) \ \boldsymbol{\omega}(t)]$

Модель движения: $\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} + 3\omega_0^2 \mathbf{A}\mathbf{e}_1 \times \mathbf{J}\mathbf{A}\mathbf{e}_1 - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}$

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{q}_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \mathbf{C} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ q_0 \end{pmatrix},$$

Линеаризованные уравнения: $\frac{d}{dt} \delta \mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t) \delta \mathbf{x}(t), \mathbf{F}(t) = \begin{pmatrix} -\mathbf{W} & \frac{1}{2} \mathbf{E} \\ \mathbf{J}^{-1} (6\omega_0^2 \mathbf{F}_{grav} + 2\mathbf{W}_m \mathbf{W}_{\hat{\mathbf{B}}}) & \mathbf{J}^{-1} \mathbf{F}_{gir} \end{pmatrix}$

Модель измерений: $\mathbf{z} = \mathbf{A}\mathbf{B}_{orb} + \boldsymbol{\eta}_B,$

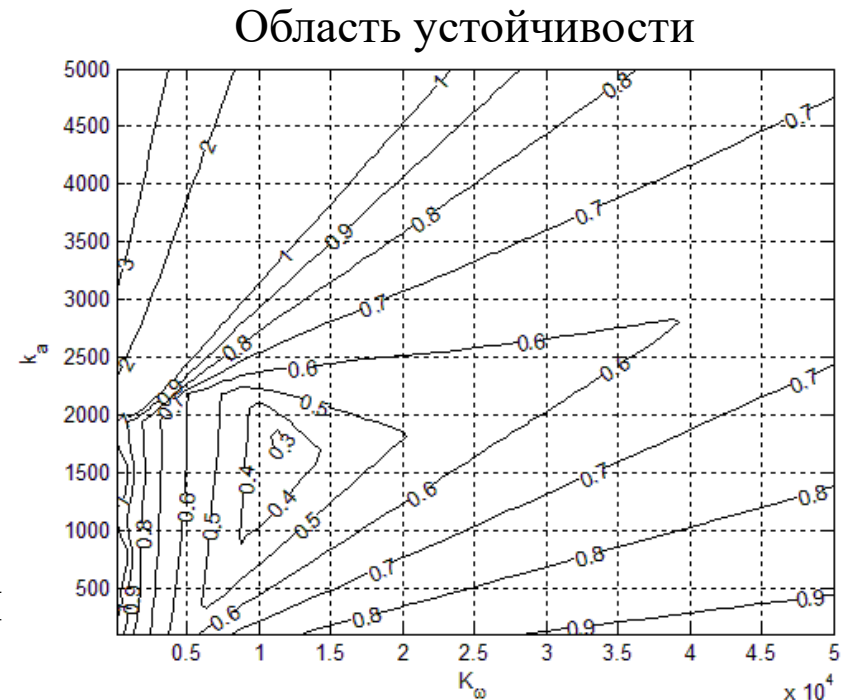
Линеаризованная модель измерений: $\delta \mathbf{z} = 2\mathbf{W}_{\delta \mathbf{q}} \hat{\mathbf{B}} = 2\mathbf{W}_{\hat{\mathbf{B}}} \delta \mathbf{q}, \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 2\mathbf{W}_{\hat{\mathbf{B}}} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}.$



Ляпуновское управление

- Дипольный управляющий момент
МОМЕНТ
$$\mathbf{m} = -k_{\omega} \mathbf{B} \times \boldsymbol{\omega} - k_a \mathbf{B} \times \mathbf{S},$$

$$\mathbf{S} = (a_{23} - a_{32}, a_{31} - a_{13}, a_{12} - a_{21})$$
- Магнитные катушки обеспечивают управляющий момент перпендикулярный геомагнитной индукции
- Используется теория Флоке для выбора коэффициентов управления





Применение управления

Параметры моделирования:

Интервал между запусками, $\Delta t = 10 \text{ с}$

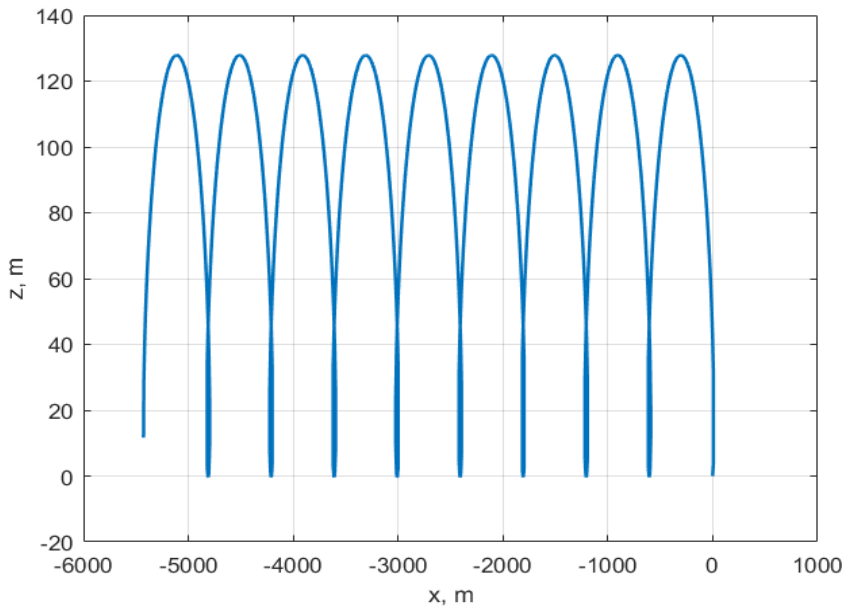
Скорость отделения, $V_e = 0.5 \text{ м / с}$

Ошибка скорости отделения, $\sigma_{\delta V} = 0.015 \text{ м / с}$

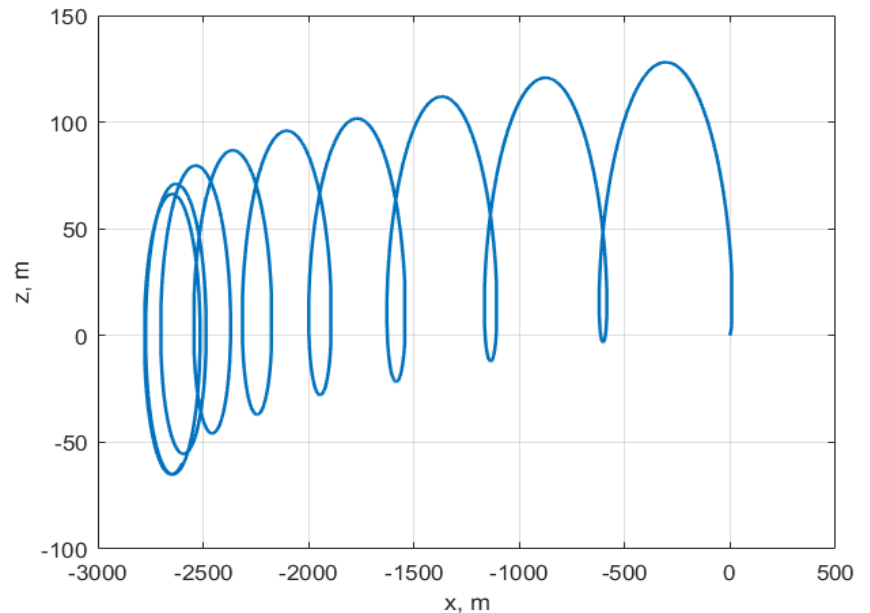
Масса спутника, $m = 3 \text{ кг}$

Плотность атмосферы, $\rho = 2,8 \cdot 10^{-12} \text{ кг / м}^3$

Высота орбиты, $h = 340 \text{ км}$



Без управления

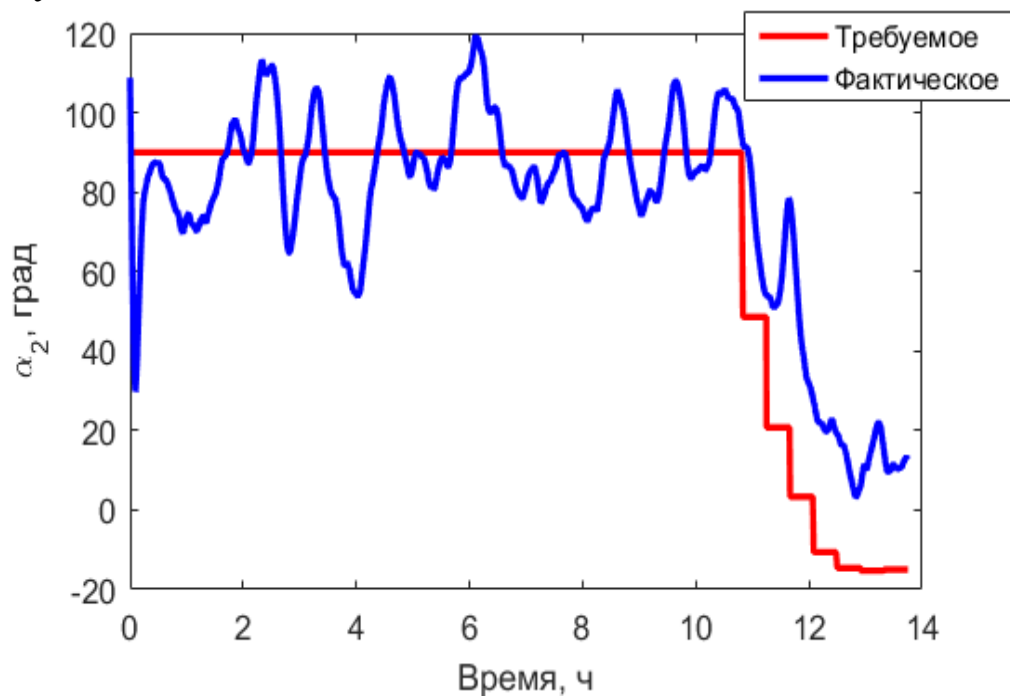
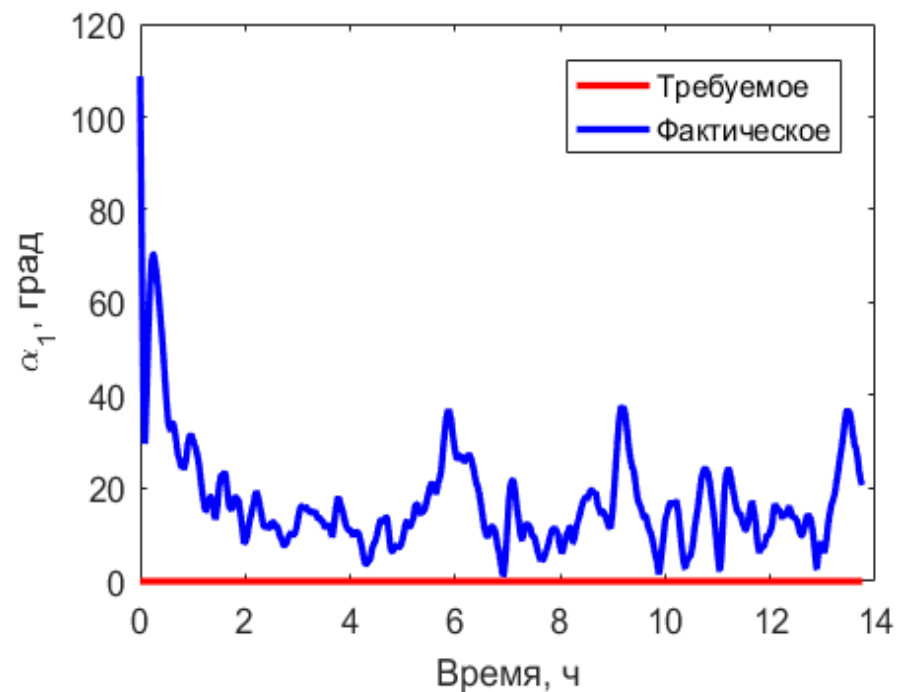


С применением управления



Результаты моделирования

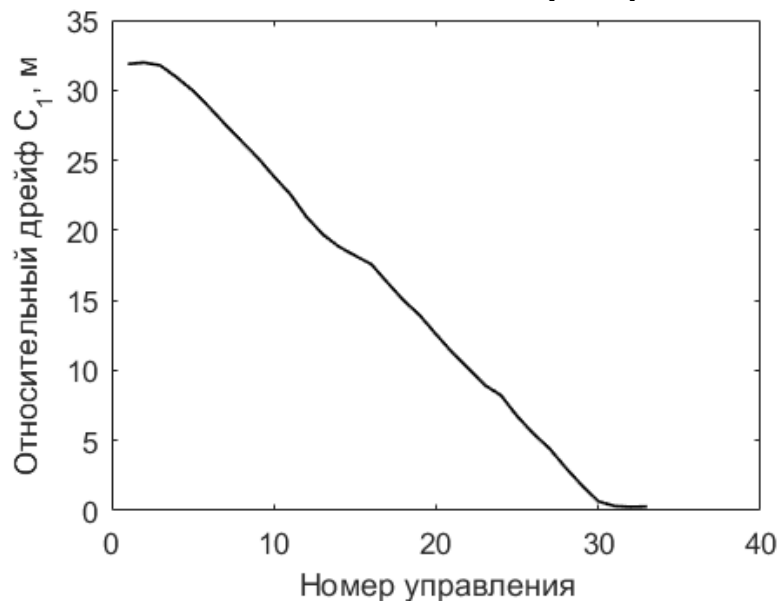
Требуемые и фактические значения углов относительно набегающего потока



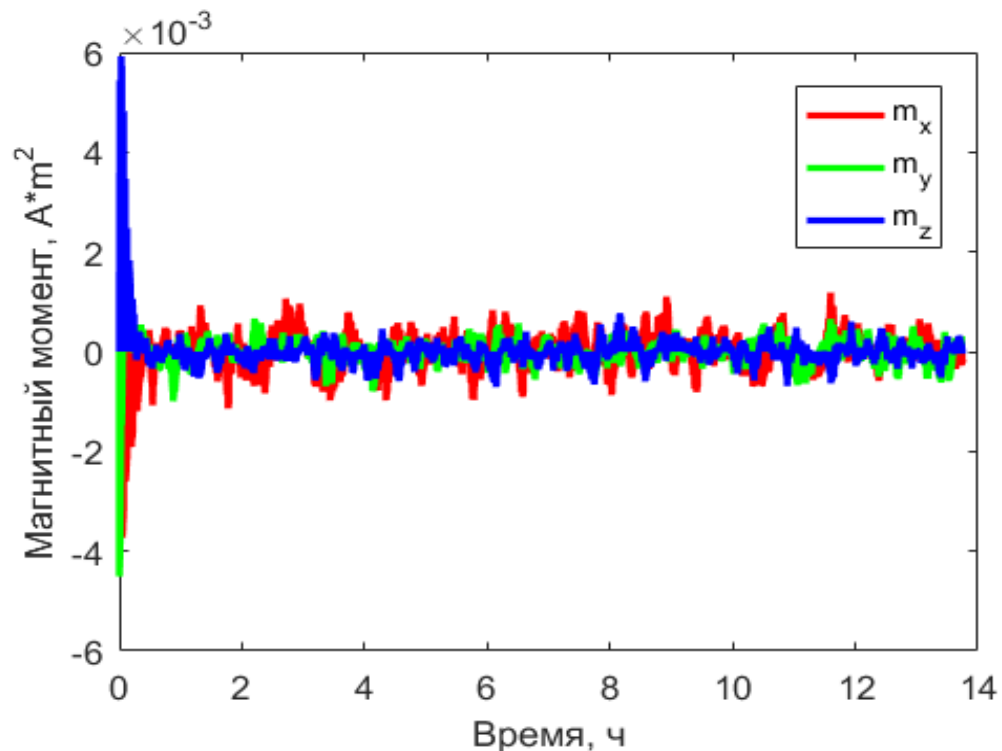


Результаты моделирования

Относительный дрейф



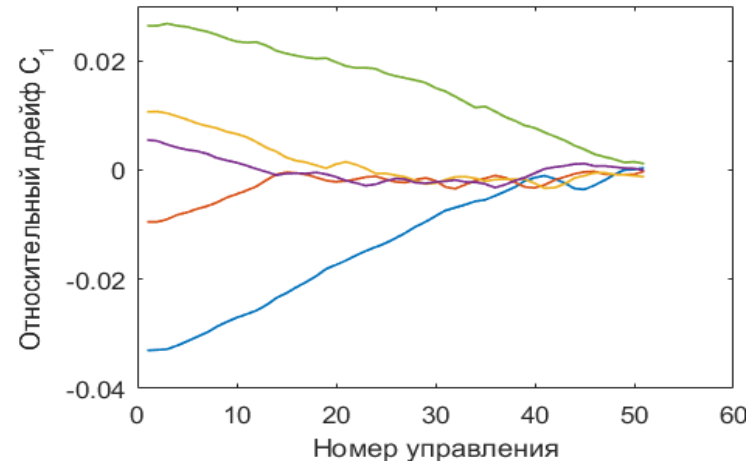
Величина управляющего момента для 2-го спутника



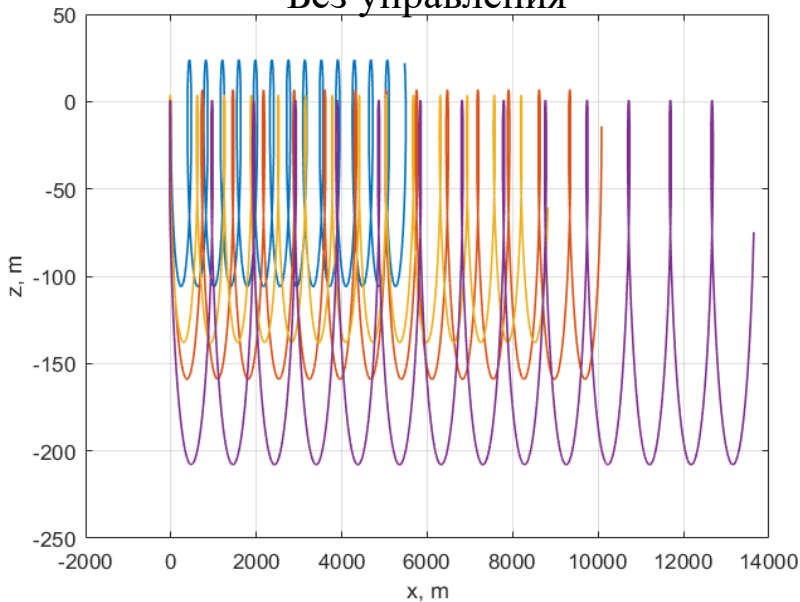


Формирование роя наноспутников

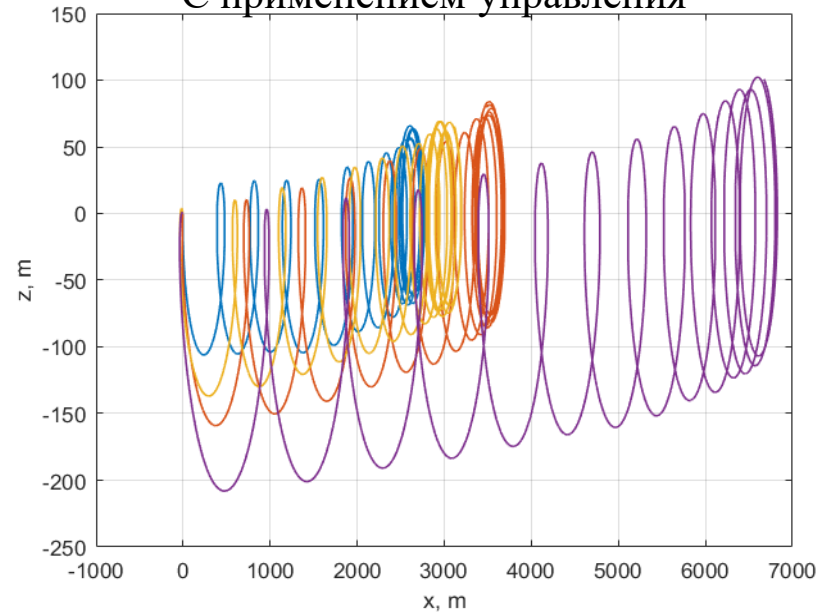
- Рассмотрим 5 спутников, движущихся после отделения от ракеты-носителя
- Каждый аппарат имеет информацию о движении соседей
- Рассчитывается средний относительный дрейф для управления аппаратами



Без управления



С применением управления





Заключение

- Применение управления ориентацией магнитными катушками позволяет сформировать групповой полет спутников после отделения
- Несмотря на низкую точность реализации ориентации спутников, относительный дрейф сходится к нулю
- Управление успешно справляется с задачей формирования роя наноспутников

Работа поддержана грантом РФФИ № 17-01-00449_а.



Спасибо за внимание!