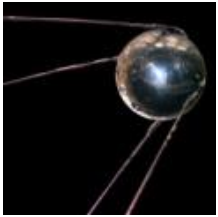


# **Кафедра прикладной математики & Актуальные задачи динамики КОСМИЧЕСКОГО ПОЛЕТА**

**Овчинников Михаил Юрьевич**  
зав.сектором в Институте прикладной математики  
им. М.В. Келдыша РАН  
профессор кафедры прикладной математики МФТИ  
*ovchinni@keldysh.ru*

Немного истории:  
**12 апреля – День космонавтики**

# Основные вехи в освоении космоса (СССР и США)

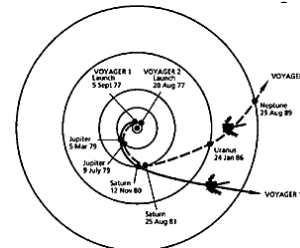
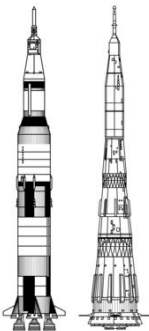


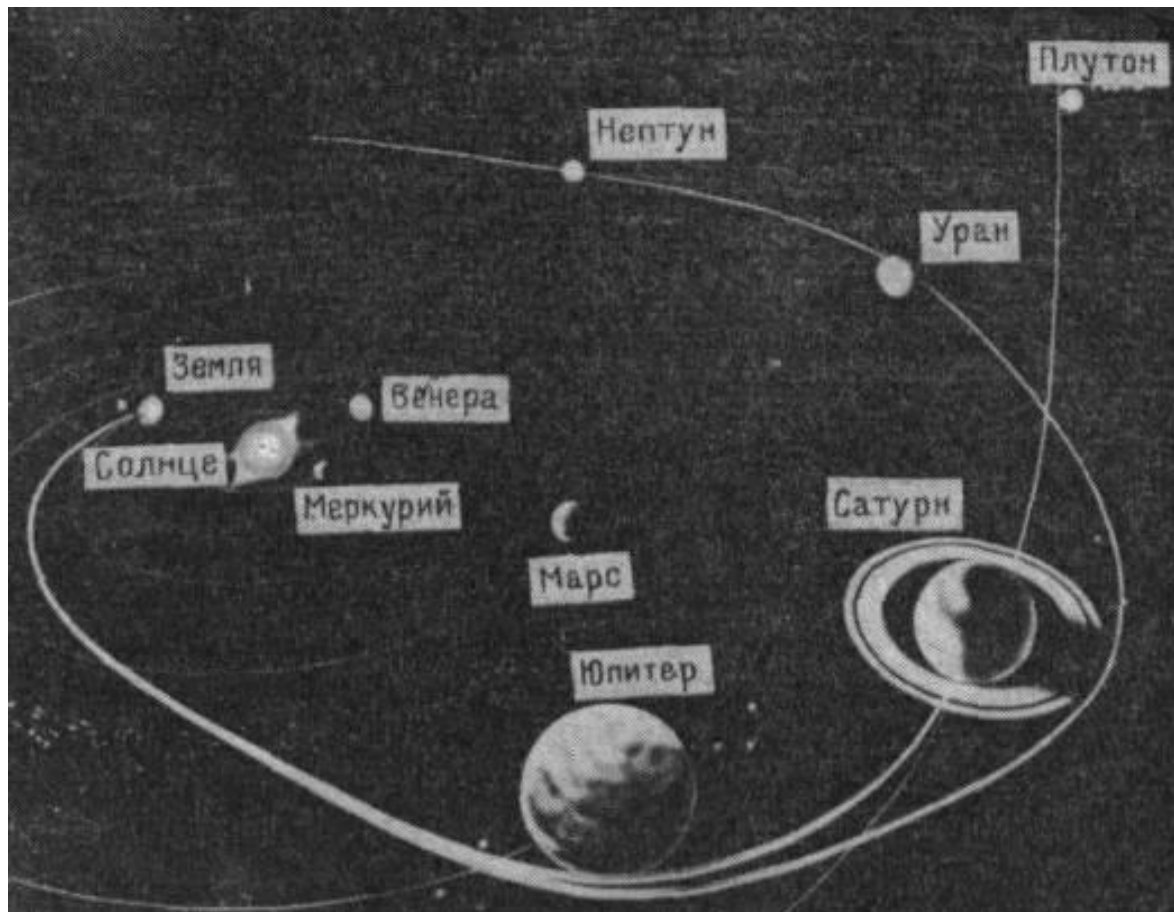
Сергей Королев & Мстислав  
Келдыш

- *Первый ИСЗ – 4 октября 1957 (Спутник-1)*
- Луна-1 (январь, 1959), Луна-3 (4 октября 1959)
- *Первый человек на орбите (Ю.Гагарин) – 12 апреля 1961*
- Первый выход человека в космос (А.Леонов) – март, 1965
- Посадка на Венеру (Венера-7) - 1970
- Посадка на Марс (Марс-3) – 1970
- Первая пилотируемая ОС (Салют-1) – 1971
- ОС МИР (1986-2001)

Вернер фон Браун

- Первый ИСЗ – 31 января 1958 (Explorer-1)
- Первый спутник связи – 1958
- Первый метеоспутник – 1959
- Первый человек на суборбите – 5 мая 1961
- *Первый человек на Луне (Нил Армстронг) – 21 июля 1969*
- Выход за пределы Солнечной системы (Пионер-10) -1972
- *Voyager-1, -2 - 1977*
- Многоразовая транспортная система Space Shuttle – 1981
- МКС (1998-....)





Первоначальная схема проекта "Большой тур"  
(Website Л. В. Ксанфомалити )

# Voyager-1, -2 - 1977



Айдас-9М



ВЭФ-202



Москвич-412

БЭСМ-6

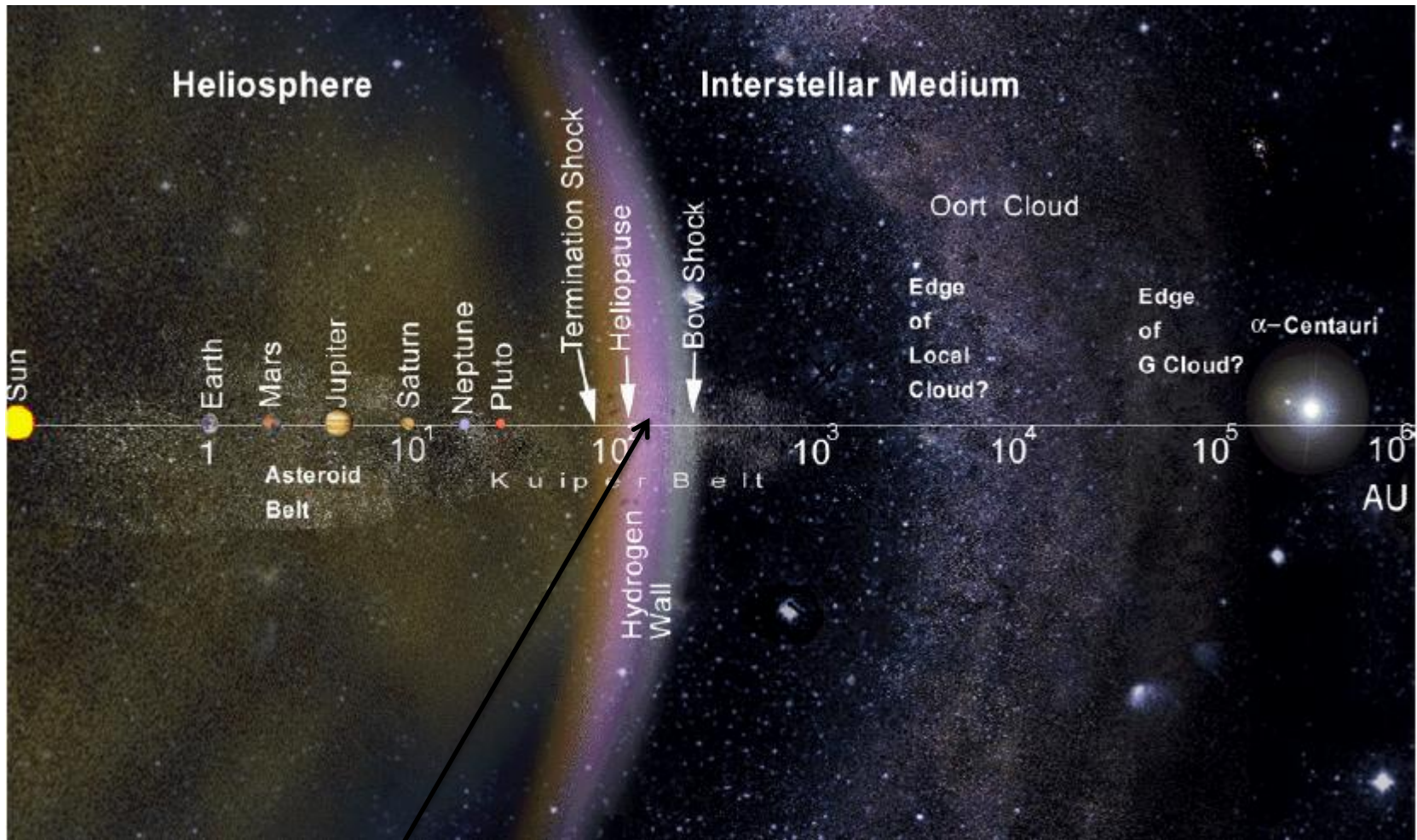


- Энергии в радиоизотопных термоэлектрических батареях хватит для работы аппарата по минимальной программе примерно **до 2025 г.**
- Топливо не будет представлять проблемы, а коррекции траектории в межзвездной фазе полета не предусмотрены. Проблемой может стать возможная потеря Солнца солнечным датчиком, так как с большого расстояния Солнце становится все более тусклым. Это может произойти **около 2030 г.**
- Инженеров беспокоит, что основная генераторная лампа свой ресурс уже выработала, передатчик перешел на резервную. Замены для нее уже нет.

А дальше... В 8571 г. аппарат будет на расстоянии 0,42 светового года от Солнца и в 4 световых годах от Звезды Барнарда. В 20319 г. он пройдет на минимальном расстоянии, 3,5 световых года от звезды Проксима Центавра. В 296036 г. "Вояджер-2" подойдет к Сириусу на расстояние 4,3 световых года. Почти через миллион лет он уйдет от Солнца на расстояние 47,4 световых года...

(Website Л. В. Ксанфомалити)





Voyager'ы сейчас здесь

NASA credit

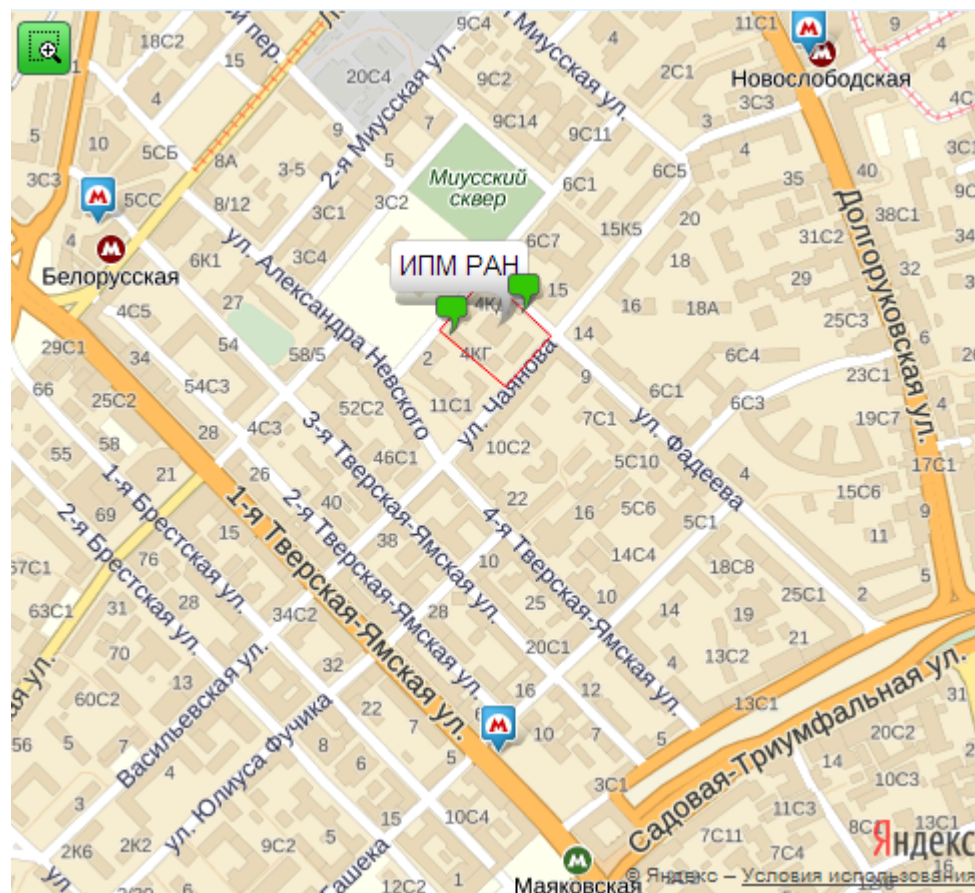
# Институт прикладной математики имени М.В.Келдыша РАН ([www.keldysh.ru](http://www.keldysh.ru))



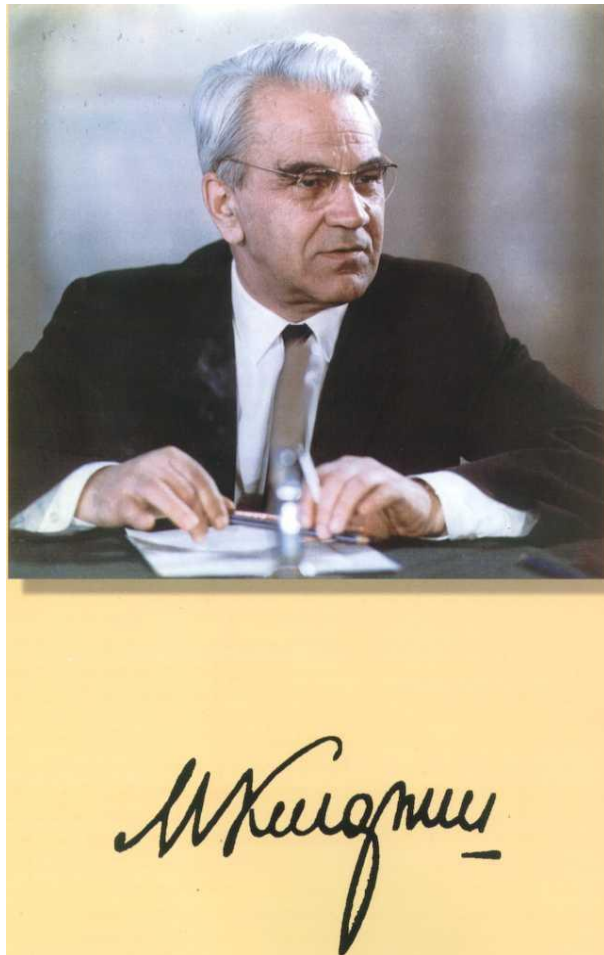
Институт был образован в 1953 году на базе Отделения прикладной математики Математического института АН СССР для решения математических проблем, связанных с созданием ракетно-ядерного щита страны, прежде всего задач ядерной физики и ракетно-космической техники



# Расположение Института



# Основатель Института



- Академик Мстислав Келдыш – первый директор (1953-1978)
- В 60-х года был известен как Главный Теоретик советской космонавтики



# Основные направления деятельности Института

- Математическая физика
  - Физика плазмы, ядерная физика, сильные взаимодействия, нанотехнология, синергетика, численные методы
- Механика и управление
  - Баллистика КА, космический мусор, навигация
  - *Динамика и управление угловым и орбитальным движением малых КА, тросовые системы*
  - *Робототехника, мобильные аппараты*
- Компьютеры и программирование
  - Системное и прикладное ПО, многопроцессорные машины и комплексы, компьютерная графика

# История кафедры прикладной математики

- В Институте прикладной математики базовая кафедра прикладной математики МФТИ организована в 1969 году одновременно с созданием ФУПМ. Первый заведующий кафедрой – академик А.А.Самарский, ныне – член-корр. РАН Ю.П.Попов
- Обучение студентов на кафедре организовано в рамках трех специализаций:
  - прикладная математика (магистерская программа 511653),
  - управление динамическими системами (магистерская программа 511654),
  - синергетика и нелинейные процессы (магистерская программа 511655)

# Прикладная математика:

доцент Левченко Вадим Дмитриевич

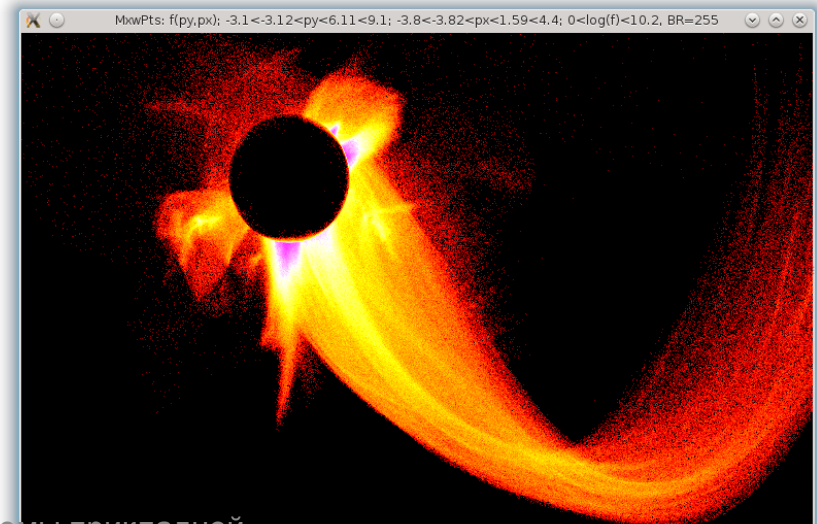
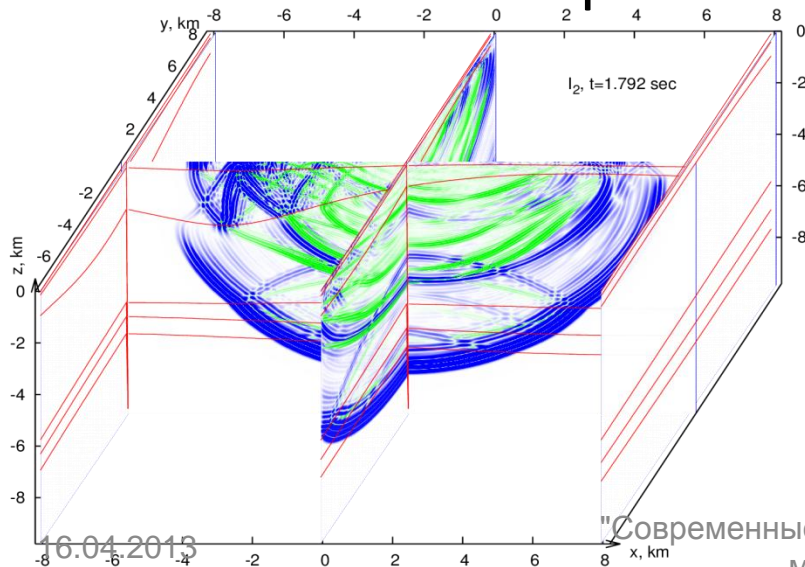
Разработка *высокоэффективных алгоритмов*;

их приложения в задачах моделирования сложных физических сред и систем, не поддающихся

"традиционным" подходам, – задачи нанооптики, сейсморазведки, гидродинамики, кинетики плазмы,

напыления пленок, магнетиков, спинтроники,

возникновения пористости.





# Прикладная математика (Cntd)

Коды с применением алгоритмов LRnLA позволяют проводить вычисления с экстремально высокой производительностью.

А также:

- Участие в международных конференциях
- Программирование под Linux на C++, Python, Cuda, OpenCL
- Использование кластеров и графических процессоров в задачах моделирования и представления результатов.



16.04.2013

Подробнее на <https://sites.google.com/site/kiam81k>

"Современные проблемы прикладной математики"

# Синергетика и нелинейные процессы: проф. Малинецкий Георгий Геннадьевич

- качественный анализ моделей самоорганизации и теории хаоса
- прикладные проблемы нелинейной динамики
- математическое моделирование в социальных и поведенческих науках
- управление риском

# Управление и механика космического полета: проф. Овчинников Михаил Юрьевич

- небесная механика и механика космического полета
- навигация и управление полетом космических аппаратов
- системы ориентации искусственных спутников
- робототехнические системы с адаптивным управлением
- системы технического зрения
- системы имитационного моделирования

# Актуальные проблемы механики космического полета

# Большие и маленькие

## Пилотируемая космонавтика

- МКС
- Союз & Прогресс
- Space Shuttle
- Перспективные КА для межпланетных экспедиций

## Большие КА (от тонны)

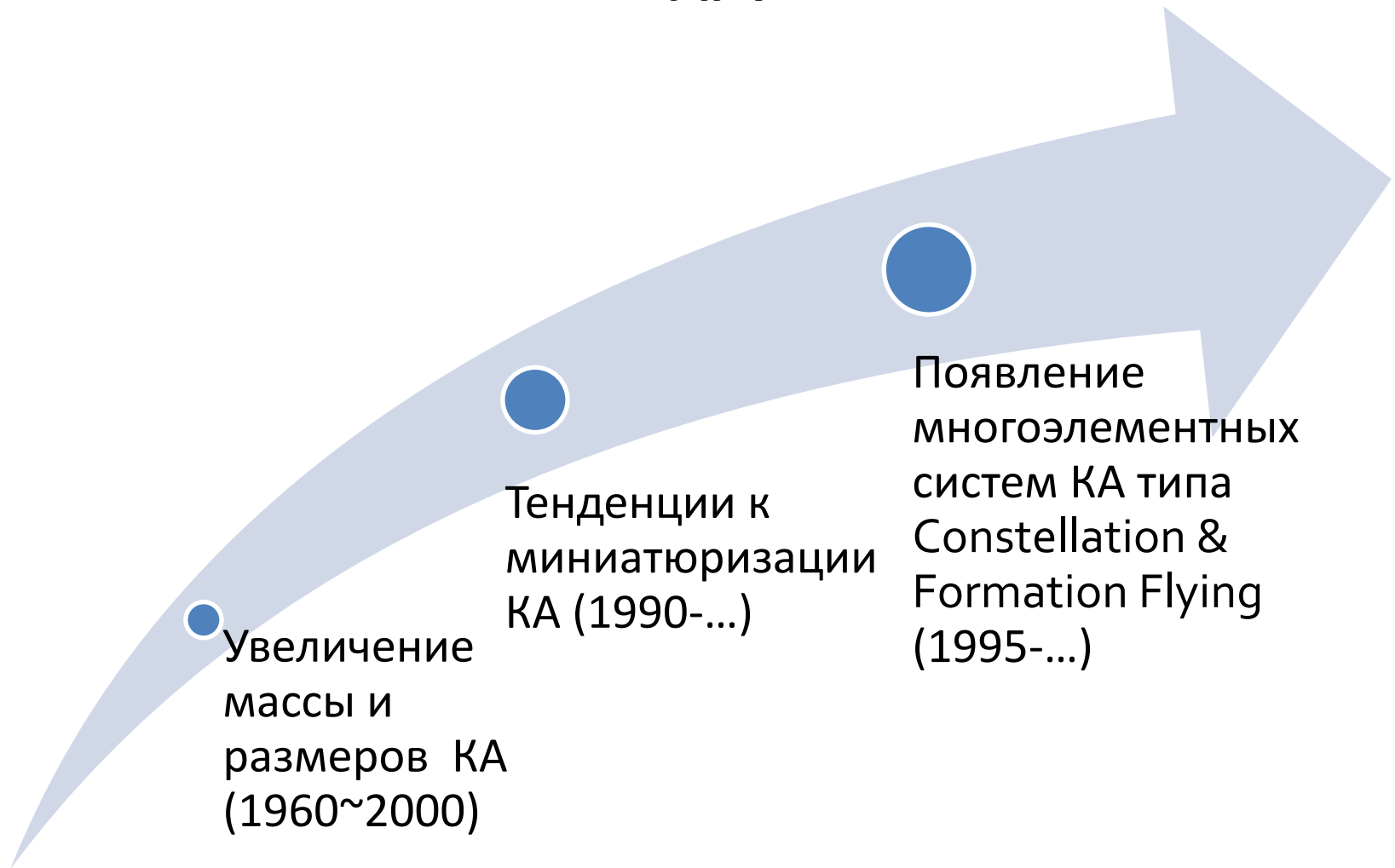
- КА связи
- КА метеорологические
- Навигационные КА
- *КА для наблюдения Земли*
- *КА для межпланетных исследований*

## Малые спутники

- Мини (500-100 кг)
- Микро (10-100 кг)
- Нано (1-10 кг)
- Пико (0.1-1 кг)
- Фемто (0-0.1 кг)



# Основные тенденции по классам КА

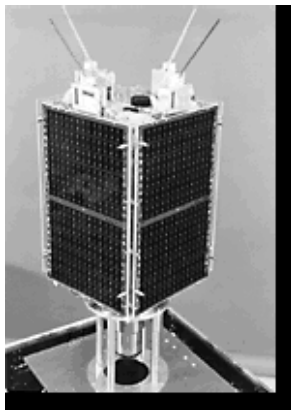


# Перспективные проекты на базе миниатюрных спутников

# Примеры классификации (кг)

Micro

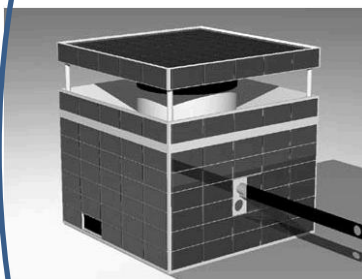
100-10



UoSAT  
(~50 kg)

Nano

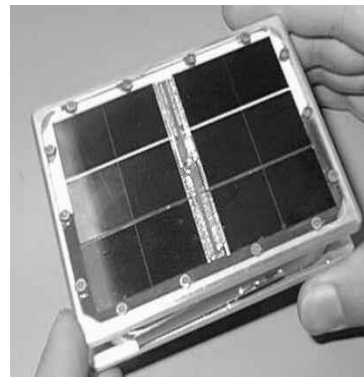
10-1



*Munin*  
(~6 kg)

Pico

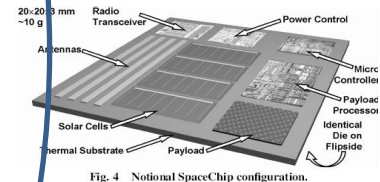
1-0.1



*Stensat*  
(~0.23 kg)

Femto

0.1-0



*SpaceChip*  
(~10 g!)

# SpaceChip

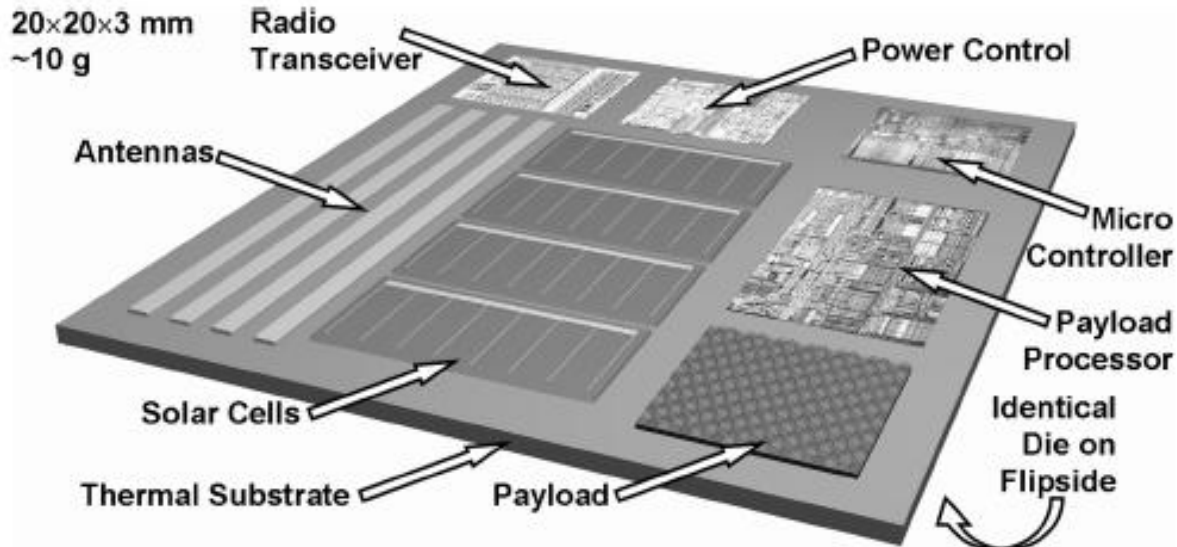


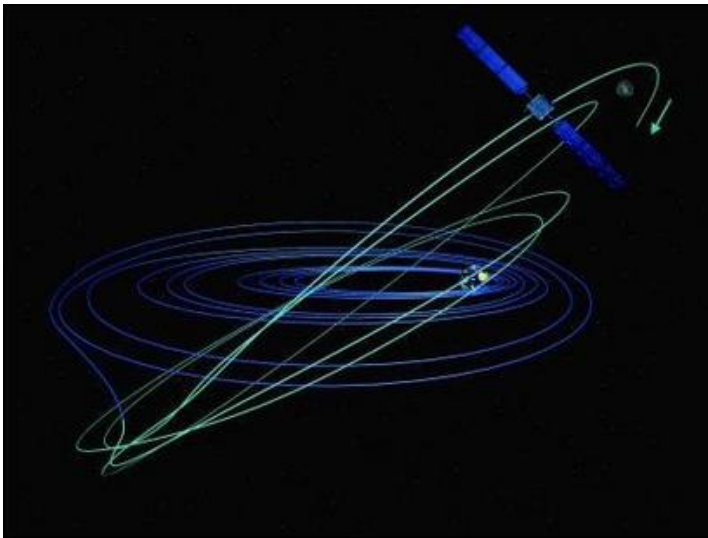
Table 6 SpaceChip power budget

System	Typical [50]	Design	Units
Payload	40%	80	$\mu$ W
EPS	20%	40	$\mu$ W
DH	10%	20	$\mu$ W
Comm	30%	1	mW
ADCS	0%	0	
Propulsion	0%	0	
Thermal	0%	0	
Structure	0%	0	
Total	100%	1.14	mW

# Межпланетные миссии



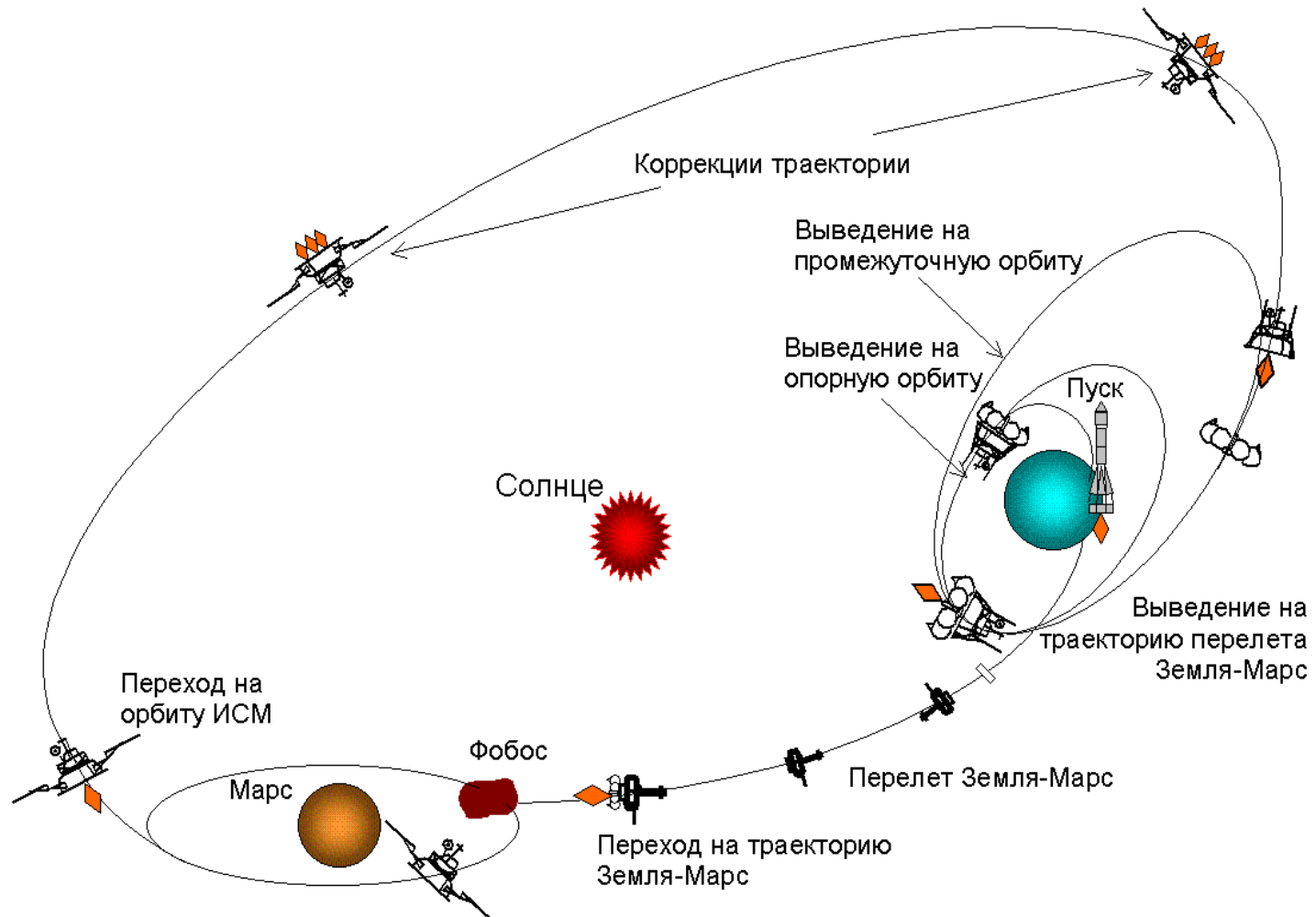
# SMART-1



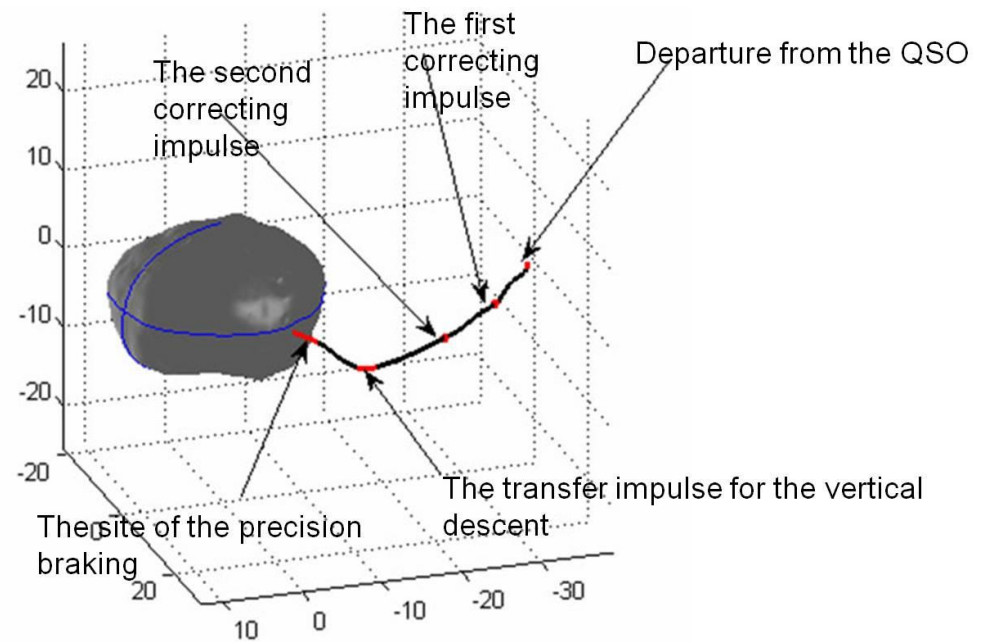
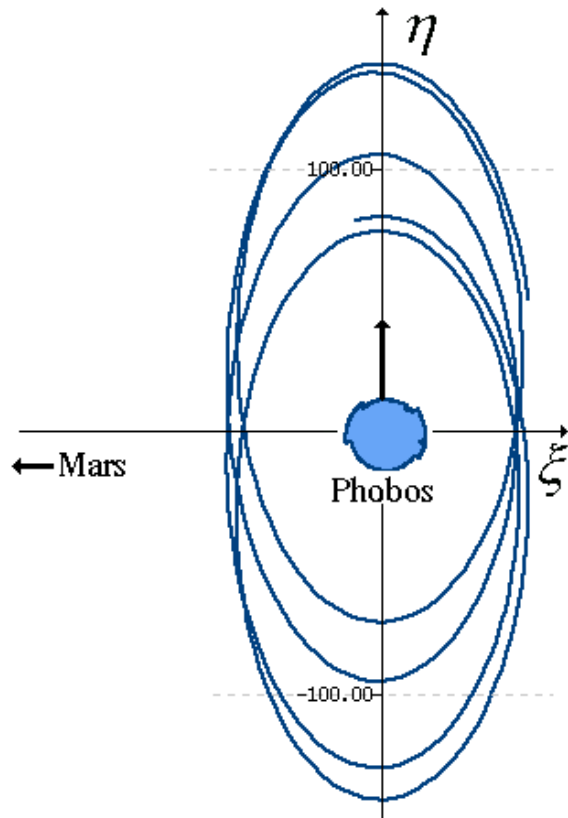
- ESA
- 27.09.2003-27.01.2005
- 370 кг (из них 83 кг ксенона – топливо для ионного двигателя малой тяги)
- Стоимость миссии \$85 млн
- Тяга = 70mN
- Удельный импульс  $>1600s$

(Ограниченная задача трех тел)

# Фобос-Грунт



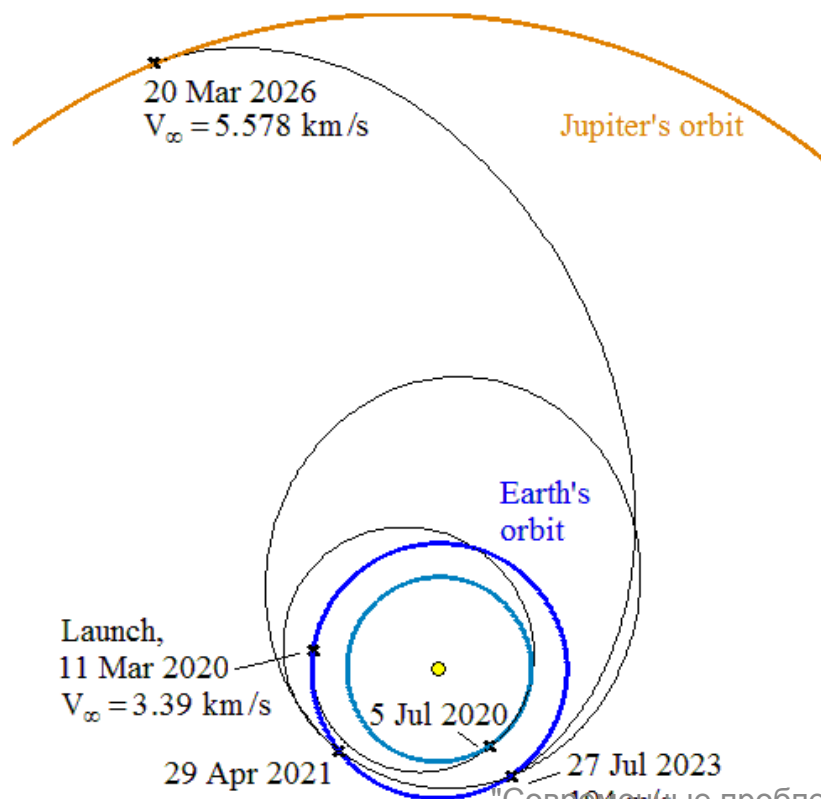
# The quasi-synchronous orbit (QSO)



## The landing on Phobos

# Гравитационные маневры в межпланетных миссиях

По разработанному в нашей группе *методу виртуальных траекторий* для расчета межпланетных миссии получена траектория (EVEEJ), аналогичная траектории будущей миссии на Ганимед

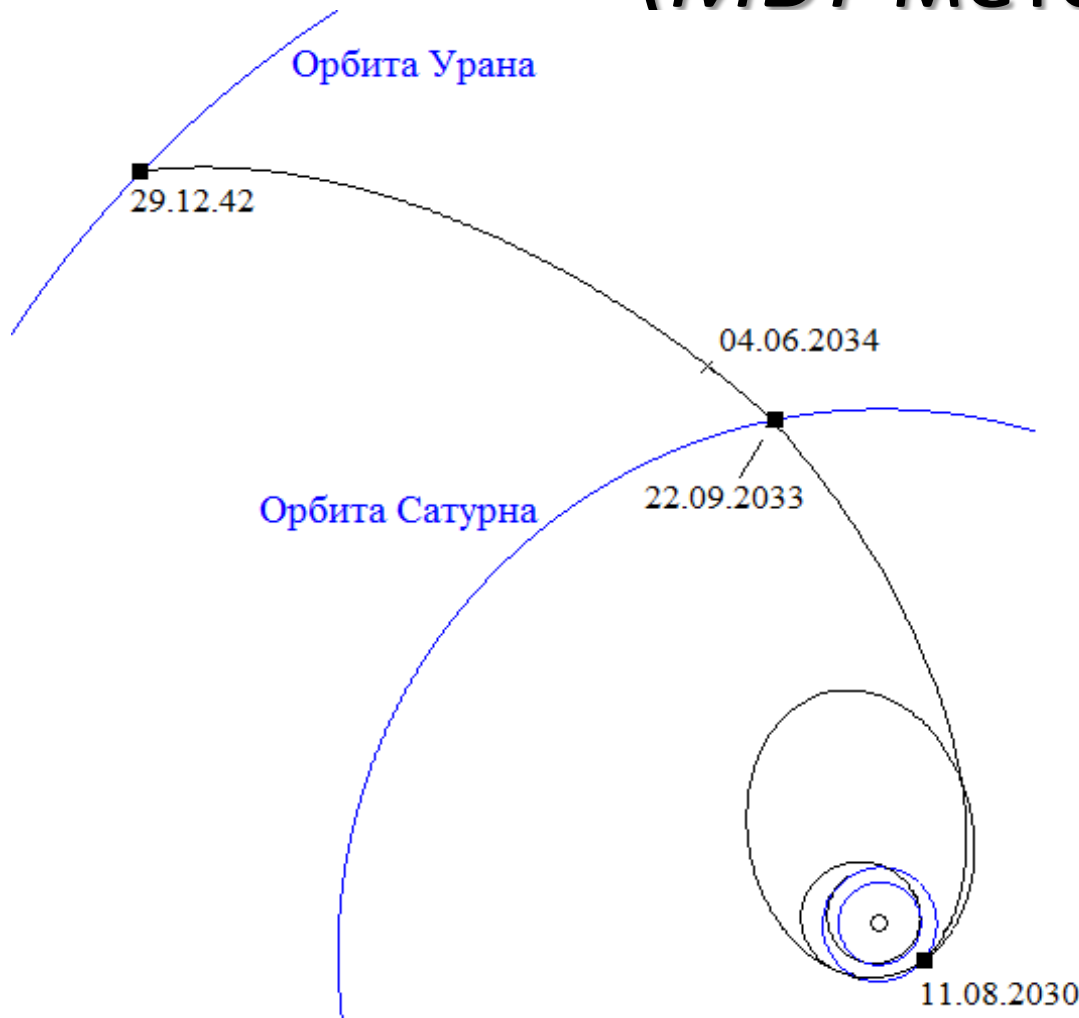


$$\Delta V_{\Sigma} = 194 \text{ m/s}$$

$$T_{flight} = 6.02 \text{ yrs}$$

$$t_{launch} = 11 / 03 / 2020$$

# Новый маршрут на Уран (EVEESU), (МВТ метод)

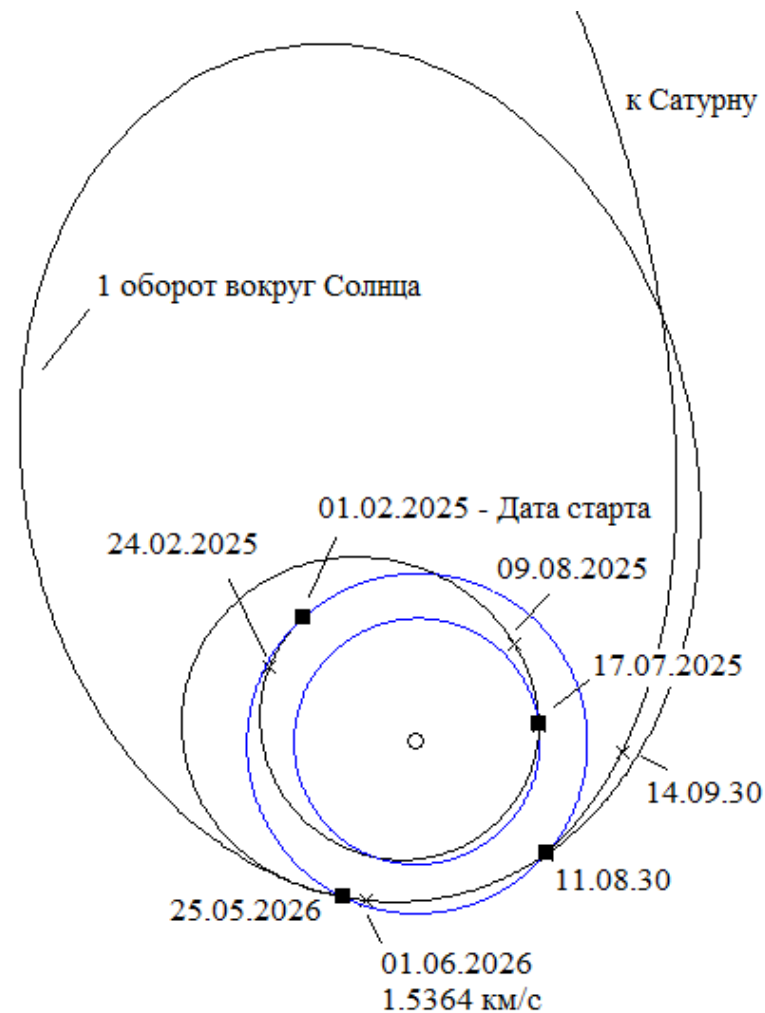


$$\Delta V = 1.538 \text{ км/с}$$

$$T = 17.91 \text{ лет}$$

$$T_{\text{start}} = 01.02.2025$$

# Крупным планом участок маршрута на Уран (EVEE)





# Миссии, связанные с освоением точек либрации

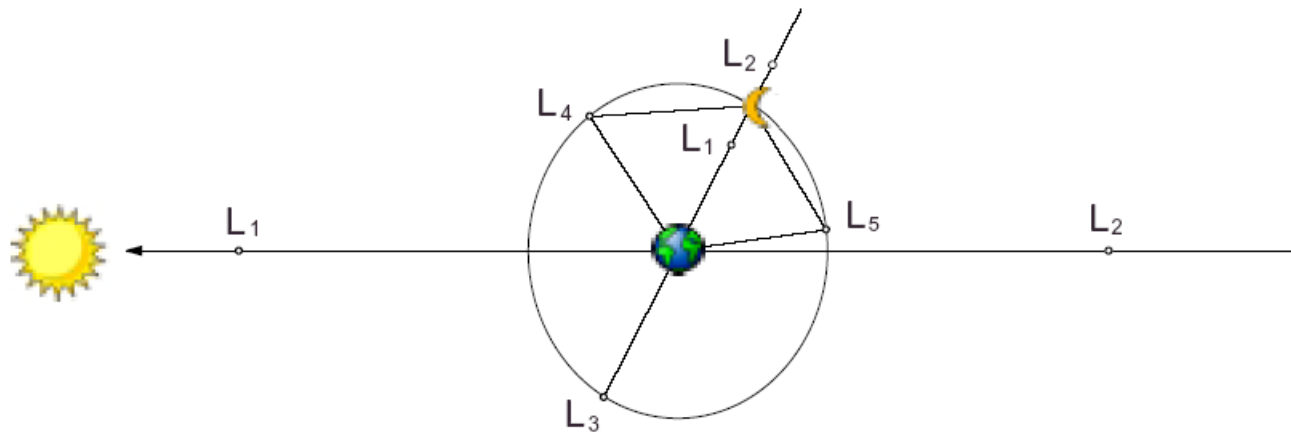
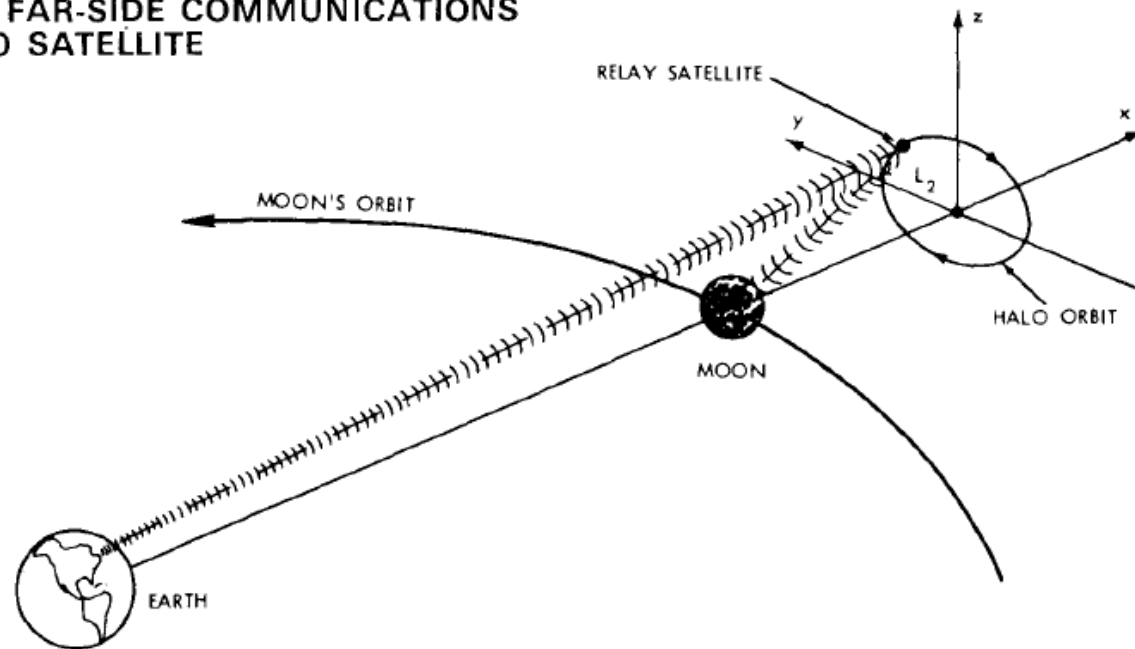


Figure 1: Two restricted three-body problems.

# Halo-orbits

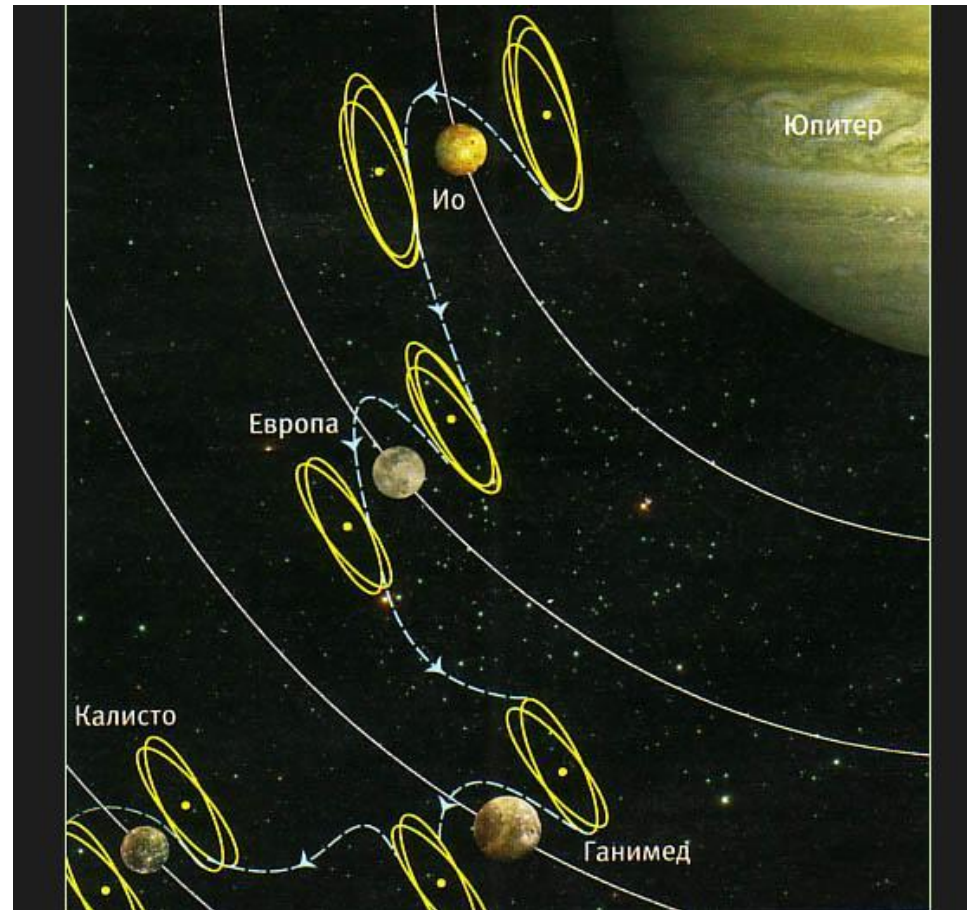
**F-1 LUNAR FAR-SIDE COMMUNICATIONS  
WITH HALO SATELLITE**  
(Not to scale.)



## MEAN DISTANCES

EARTH - MOON	: 384,400 km
MOON - L <sub>2</sub>	: 64,500 km
HALO RADIUS	: 3,500 km

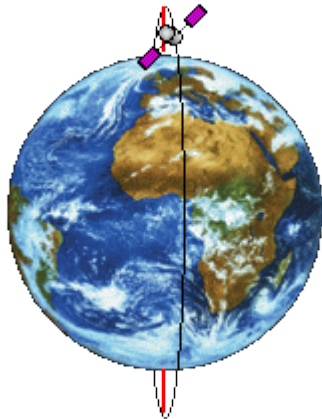
# “Лестница Лагранжа” (Проект ЛОМ, NASA)



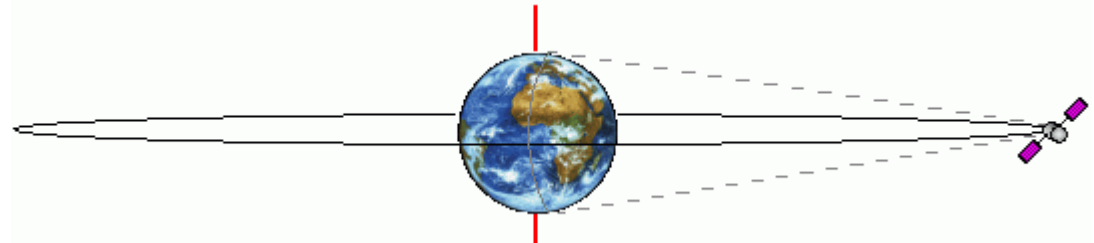
# Genesis (NASA)



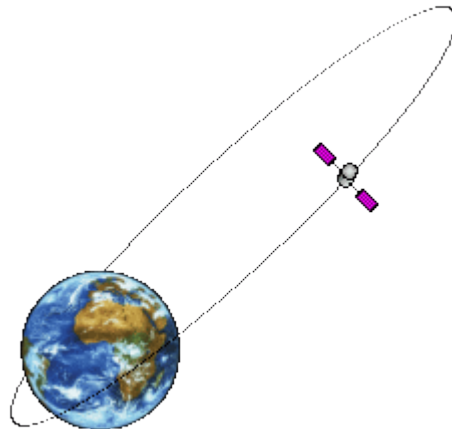
# Орбиты, необходимые для решения околоземных задач



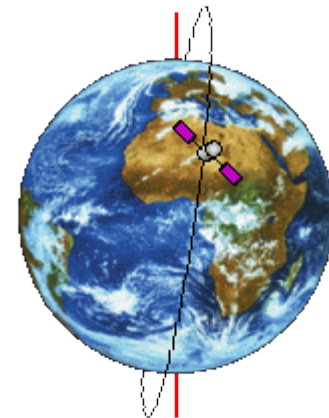
*Полярная орбита*



Геостационарная орбита

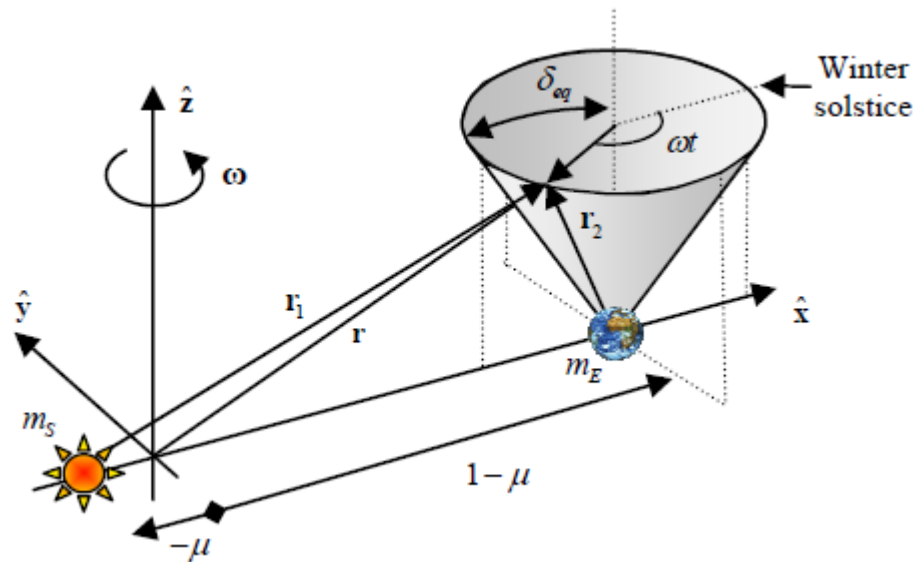


*Высокоэллиптическая орбита*



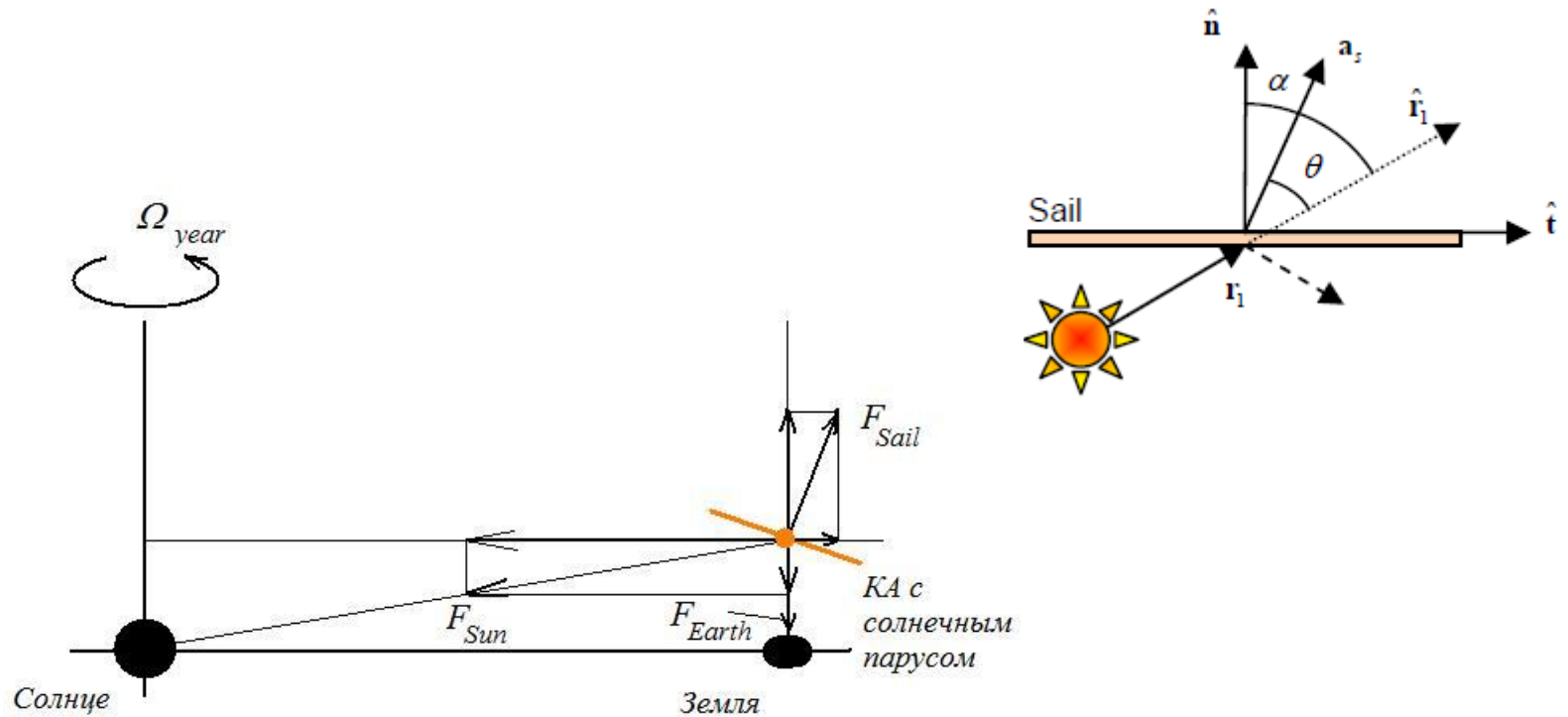
*Солнечно-синхронная орбита*

# Pole-Sitter Mission (idea)



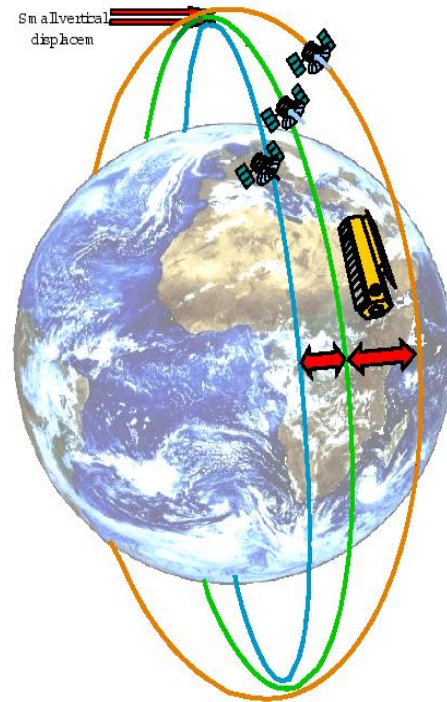
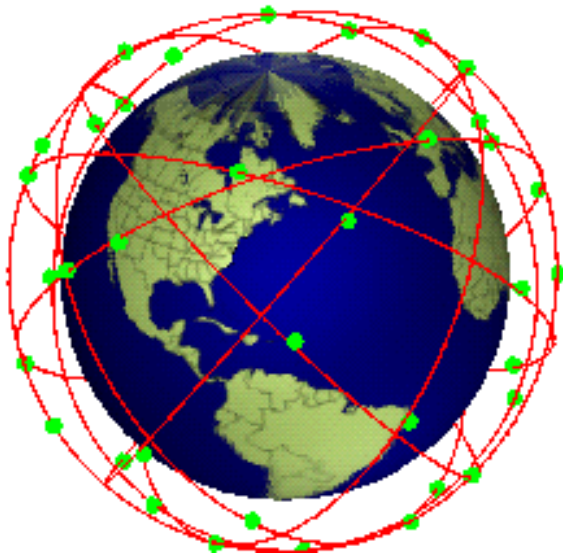
Restricted three-body problem and pole-sitter reference

# Solar-Sail Control for Pole-sitter





# Constellation & Formation Flying



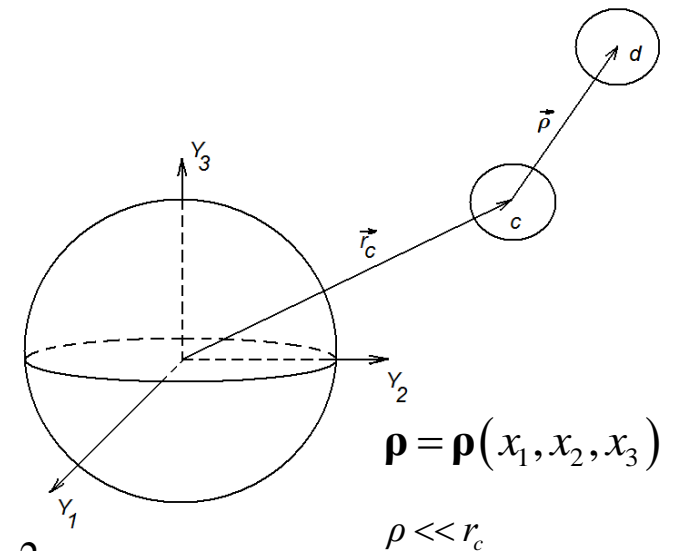
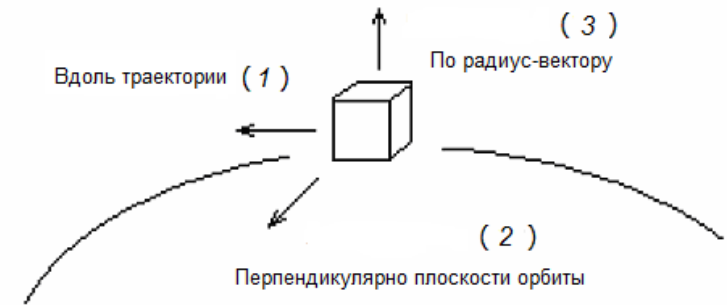
# Уравнения относительного движения

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + 2\omega_0 \dot{x}_3 = 0 \\ \ddot{x}_2 + \omega_0^2 x_2 = 0 \\ \ddot{x}_3 - 2\omega_0 \dot{x}_1 - 3\omega_0^2 x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = C_4 - 3C_1\omega_0 t + 2C_2 \cos \omega_0 t - 2C_3 \sin \omega_0 t \\ x_2 = C_5 \sin \omega_0 t + C_6 \cos \omega_0 t \\ x_3 = 2C_1 + C_2 \sin \omega_0 t + C_3 \cos \omega_0 t \end{cases}$$

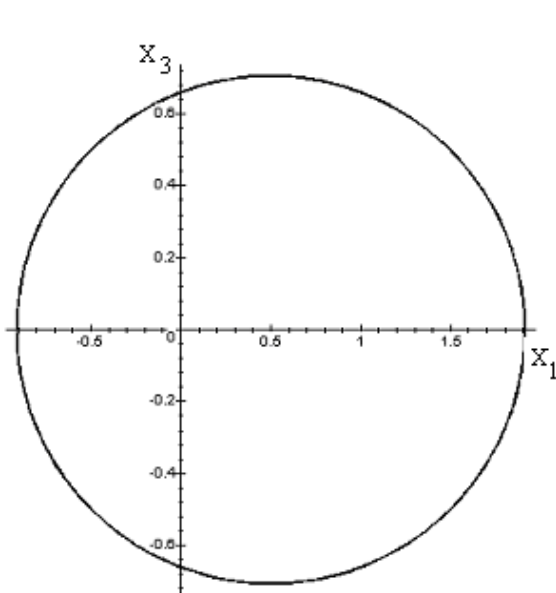
В.В.Белецкий, «Очерки о движении космических тел»,  
Москва, 1-е издание, 1972, 360с.

$$\frac{(x_3 - 2c_1)^2}{c_2^2 + c_3^2} + \frac{[x_1 - (c_4 - 3c_1\omega_0 t)]^2}{4(c_2^2 + c_3^2)} = 1$$

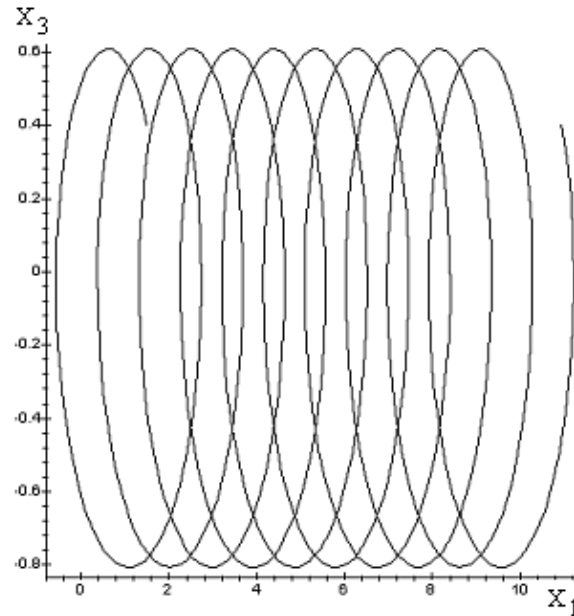


# Примеры относительных траекторий в модели Хилла при различных начальных условиях

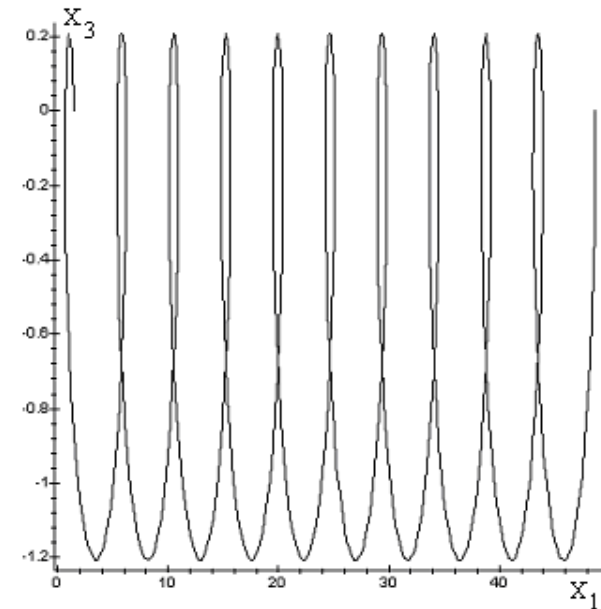
проекция на плоскость орбиты: условие периодичности:  $-2\omega_0 x_3(0) = \dot{x}_1(0)$



$c_1 = 0$



$c_1 = -0.05$



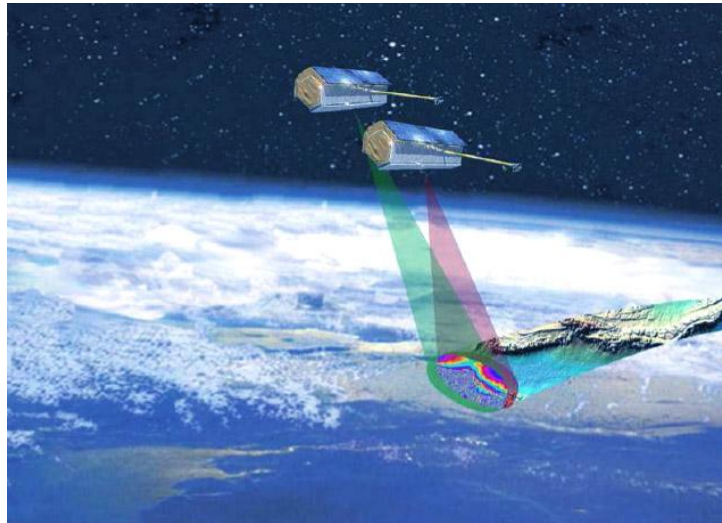
$c_1 = -0.25$

перпендикулярно плоскости:  $x_2 = C_5 \sin \omega_0 t + C_6 \cos \omega_0 t$

# Задачи, решаемые в рамках модели Хилла

- Устранение относительного ухода траектории дочернего спутника из-за отличия в начальных условиях от условия периодичности:
  - При помощи импульсного управления;
- Получение периодических траекторий, отличных от траекторий в неуправляемой задаче в линейном приближении:
  - При помощи непрерывного управления;

# Миссии Formation Flying

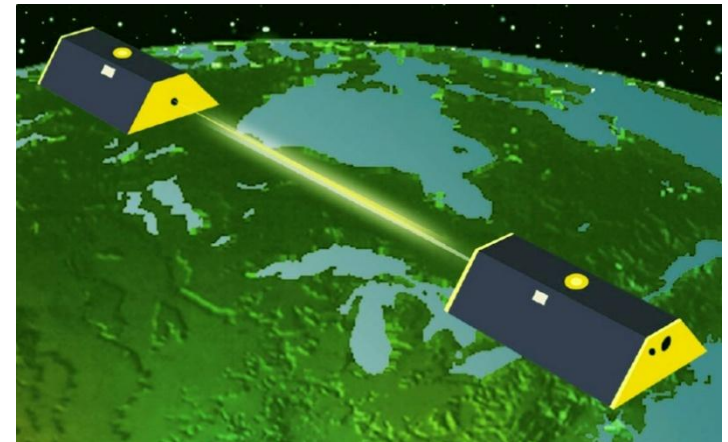


TanDEX-X

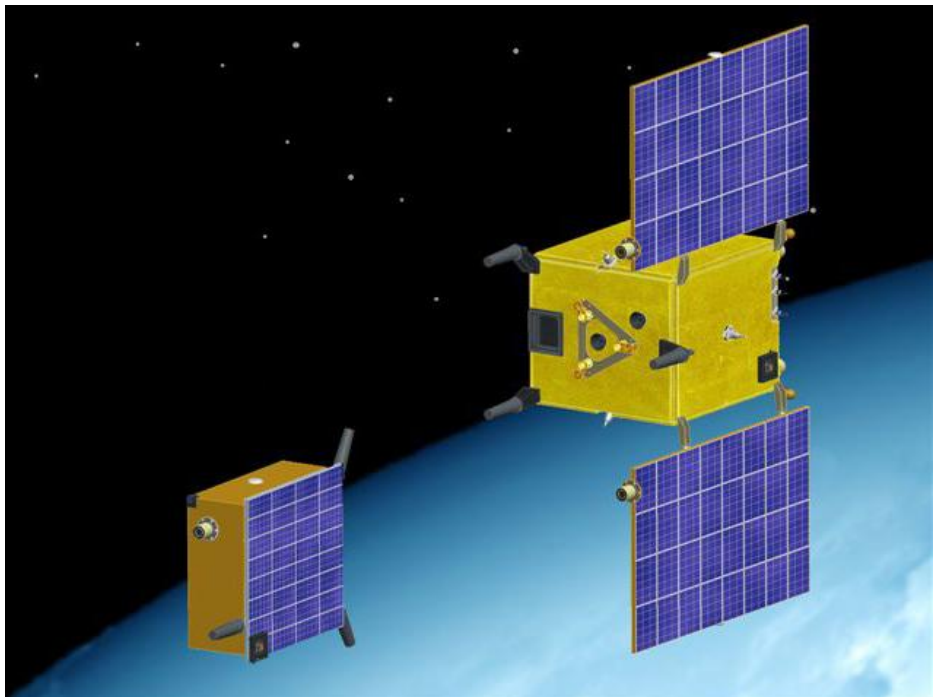
## GRACE

Цель – составление гравитационной карты Земли.

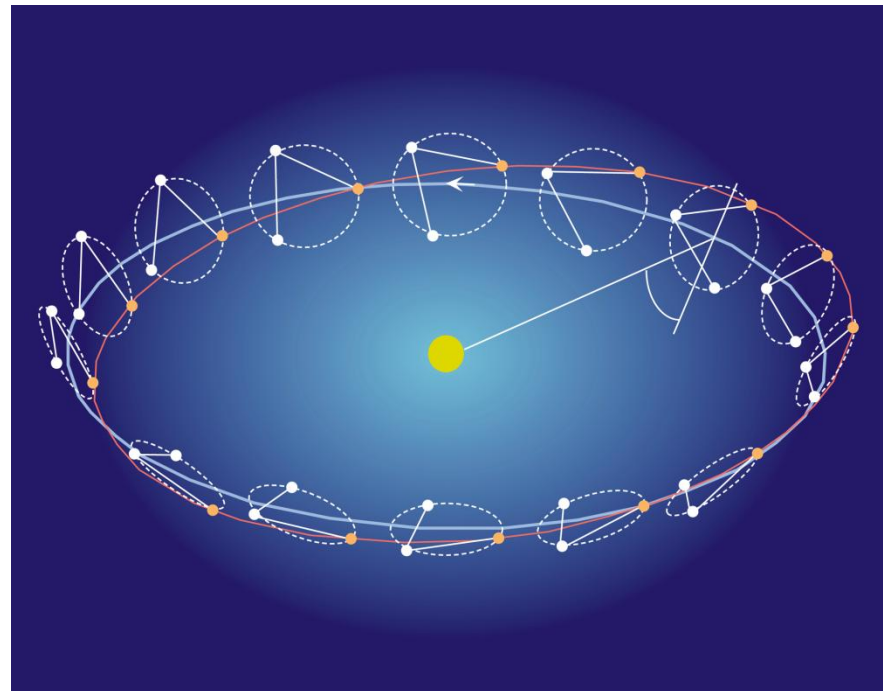
Вывод в 2001 г. на высоту 500 км с наклоном  $89^\circ$  на расстоянии около 220 км друг от друга,



# Formation Flying (cntd)



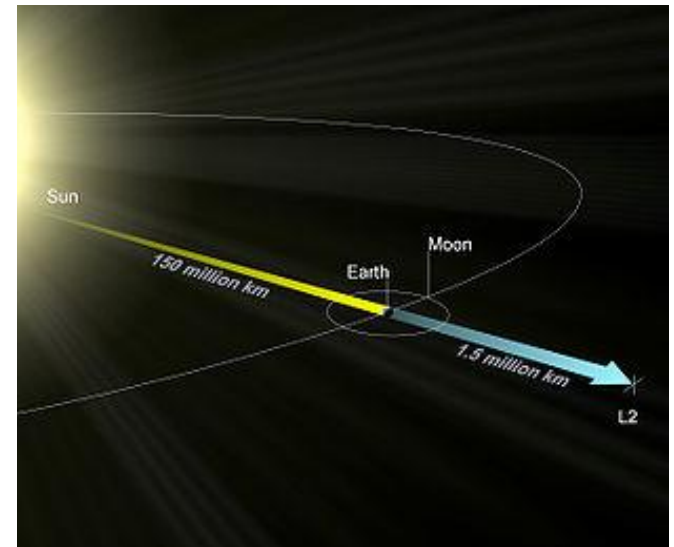
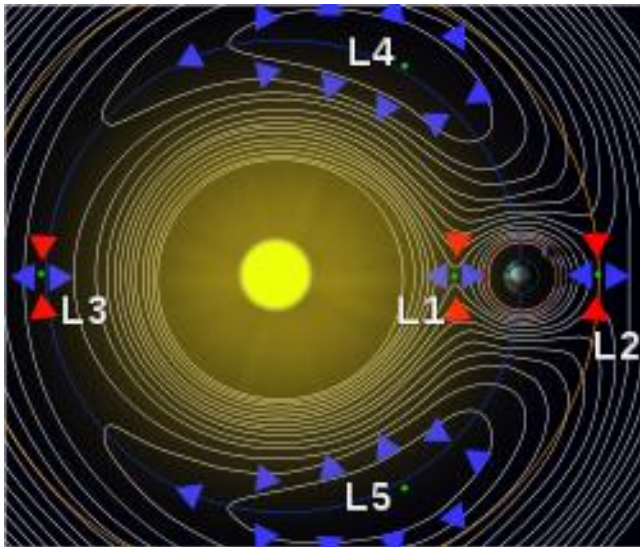
Самая удачная миссия Prisma:  
-CNES и SSC, Июнь 2009;  
-Солнечно-синхронная орбита,  $H = 600$  км;  
-Тестирование новых методов, оборудования и тд (для проекта DARWIN);



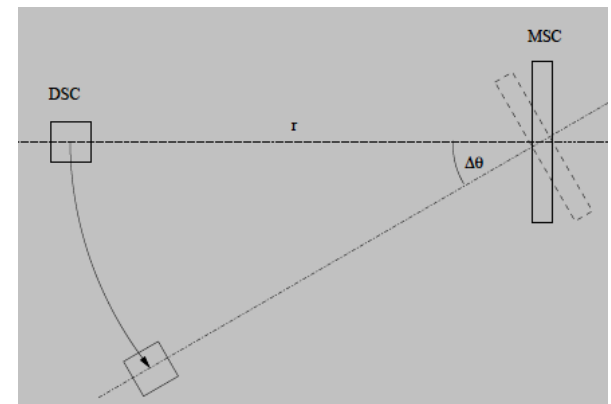
*LISA* (Laser Interferometer Space Antenna, 2018)  
-ESA  
-Слабо эллиптическая гелиоцентрическая орбита,  $T = 1$  год,  
-Удаление спутников  $d \sim 5$  млн км  
-Изучение Дальнего Космоса



# ESA's two-piece X-ray telescope



Requirements on relative station keeping are :  $\pm 1$  mm in location and  $\pm 60$  arcsec in attitude perpendicular to the optical axis, 0.3mm in location and 1deg in attitude parallel to the optical axis





# Космический мусор !!!



**... и другие задачи**

# Лирическое отступление

- Ю.П.Иванилов (Все – в гусары, Ньютон – в физики, все в физики, мы - ...)
- Продавать акции надо на растущим рынке, покупать – на падающем.
- На подготовку инженера и научного работника требуется до 5-10 лет (что будет тогда актуальным?)
- Не забывать об интересе
- Занятие наукой – удовлетворение любопытства за государственный счет. А вот здесь только все и начинается ...

# Как мы участвуем в космических исследованиях и какие цели преследуем

# Начало цепочки

2-ой курс

- Отбор студентов в рамках семинарских занятий по теоретической механики

3-ий курс

- Отбор студентов в рамках лекционного вводного курса “Динамика космического полета”

2 - 4 курсы

- Курс по выбору “Динамика и управление механическими системами”

# ... ее продолжение

## 3-й – 6-ой курсы

- Лекционные специальные курсы на базовой кафедре “Прикладная математика”

## Бакалавриат- магистратура- аспирантура

- НИР на базовой кафедре “Прикладная математика”
- НИР по индивидуальному плану на кафедре “Теоретическая механика”

## Трудоустройство

- На “базе”
- В дружественную организацию по нашему профилю
- В постдокторантуру (в России или за рубежом)

Важнейшим фактором становится  
**мотивация** студента к научной  
работе вообще и к работе в нашей  
области, в частности



# Для мотивации используется участие студентов и аспирантов...

- в отечественных и зарубежных поисковых исследовательских работах (РФФИ, ФЦП, FP7, ...)
- в прикладных НИР и ОКР совместно с организациями промышленности и университетами (ОАО РКС, Газком, РКК Энергия, ООО Спутникс, СГАУ им.С.П.Королева, зарубежные партнеры)
- в образовательном процессе (работа на кафедрах МФТИ, в Erasmus Mundus Program)

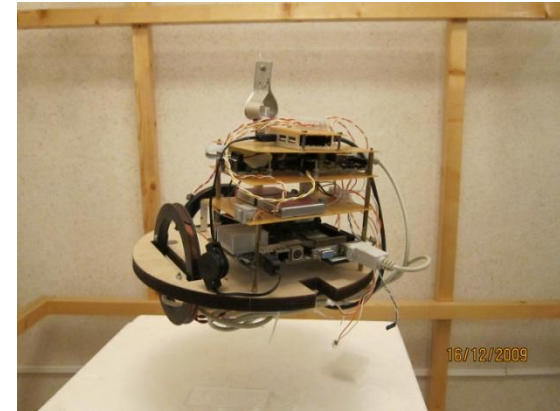
## (cntd)

- Подготовка докладов и участие в работе отечественных конференций, международных симпозиумов и конгрессов (вплоть до IAC и симпозиумов IAA)
- Подготовка статьи в журналах: от Космических исследований до Acta Astronautics

Для профессиональной ориентации  
младшекурсников в МФТИ образована  
Лаборатория “Управление и динамика сложных  
информационно механических систем”

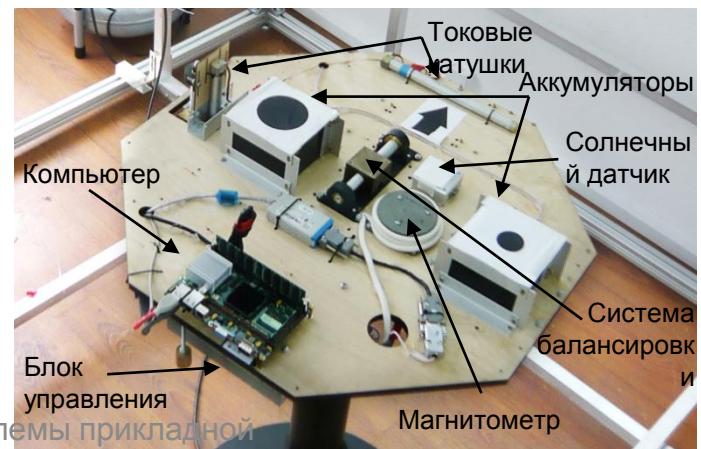
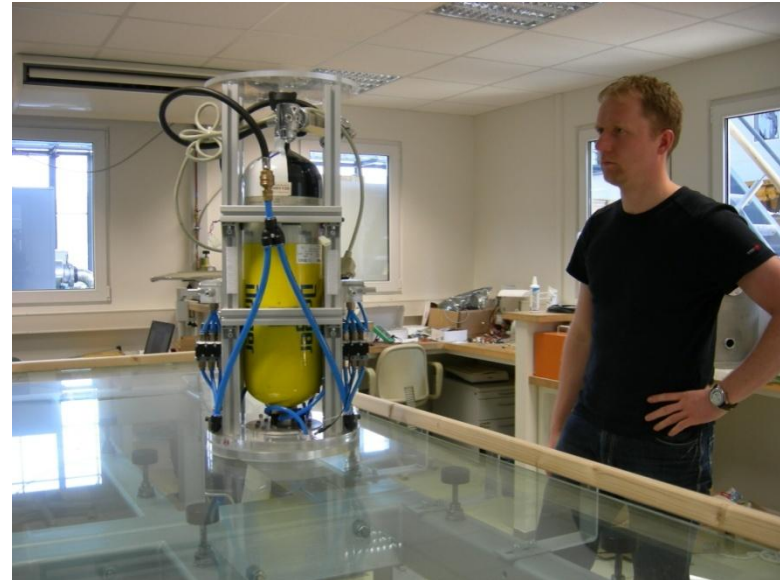
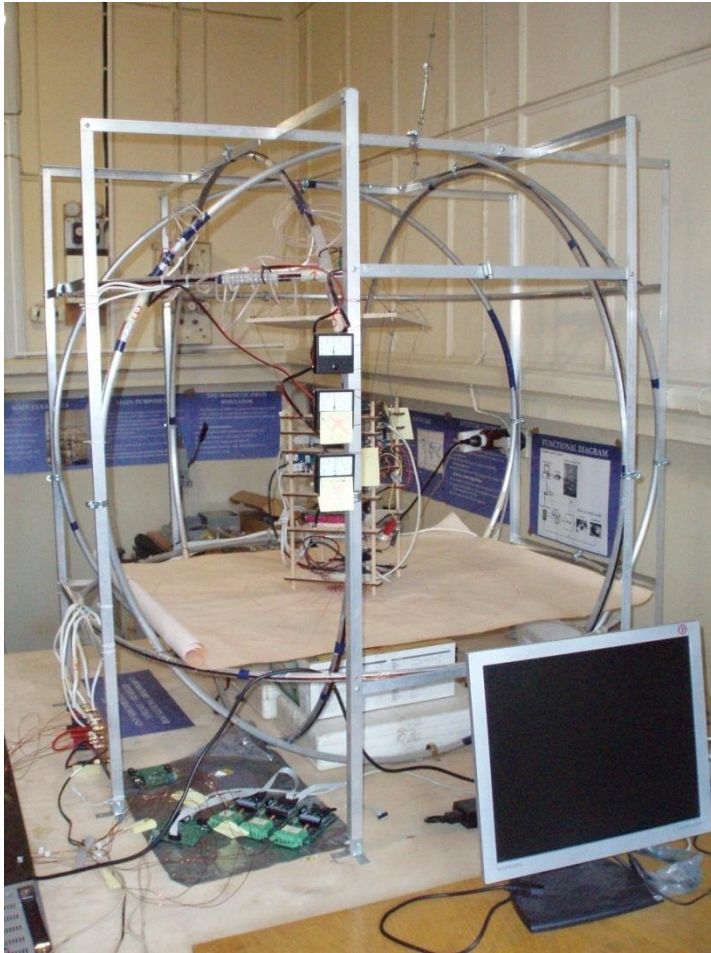


# Открытые системы для экспериментов в МФТИ...





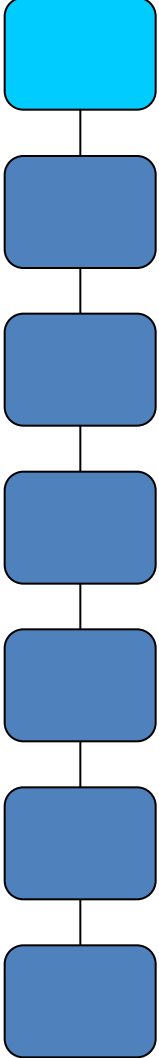
# ... и открытые стенды в ИПМ и ZARM (Бремен)



# Триединая задача

- Математическое моделирование:
  - мат. модель объекта с системой управления, алгоритмы идентификации и управления, ее исследование с использованием асимптотических и численных методов
- Лабораторное моделирование:
  - разработка и создание макетов, методики испытаний и верификации, проведение испытаний, обработка результатов испытаний
- Натурные испытания:
  - Участие в разработке и создании объекта (Mission Design), методики испытаний, обработка результатов испытаний, сравнение с исходными требованиями, предъявляемыми к динамике объекта

# Студенту предлагается:

- 
- постановка задачи, формулировка основных идей
  - математическое описание идеи, построение математической модели
  - аналитическое и численное исследование математической модели
  - подготовка к полунатурным испытаниям
  - проведение полунатурных испытаний
  - проведение натуральных испытаний

# Постановка

Образовательная программа

Теоретическая часть курса:

- лекции по небесной механике

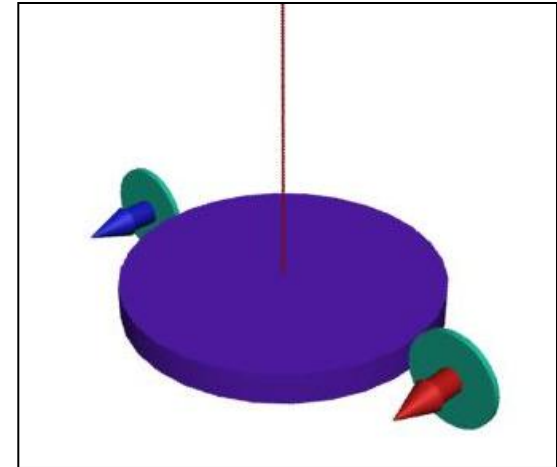
- лекции по теоретической механике

- лекции по теории управления

- лекции по асимптотическим методам

- методы математического моделирования

Пример



Осесимметричное тело

**Органы управления:**

-два лопастных двигателя

**Измерительные органы:**

-оптоволоконный датчик угловой скорости

-МЭМС-датчик угловой скорости

**Задача:**

-управление угловым движением



# Аналитические результаты

Образовательная программа

Получение навыков:

- составления математических моделей реальных систем
- выбора безразмерных параметров
- выделения главных членов составленных дифференциальных уравнений
- исследования дифференциальных уравнений с помощью асимптотических методов

Пример

$$J_\omega \dot{\omega} + \beta\omega + \gamma\alpha = \frac{1}{2} \rho AR (V_e^2 - \omega^2 R^2)$$

$\rho$  – плотность воздуха

$A$  – площадь лопастей

$R$  – расстояние до двигателя

Замена

$$\omega = \frac{V_e}{R} \Omega, \quad t = \frac{R}{V_e} \tau, \quad \varepsilon_1 = \frac{\beta}{J_\omega} \frac{R}{V_e},$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\gamma}{J_\omega} \frac{R^2}{V_e^2}, \quad k = \frac{1}{2} \frac{\rho AR^3}{J_\omega}$$

$$\Omega' + \varepsilon_1 \Omega + \varepsilon_2 \alpha + k \Omega^2 = k$$

В предположении:  $k \gg \varepsilon_1, \varepsilon_2$

$$\omega = \frac{V_e}{R} \frac{1 - C \exp(2kt)}{1 + C \exp(2kt)}$$

# Компьютерное моделирование

Образовательная программа

Пример

Практическая часть:

- изучение численных методов
- получение навыков работы в различных прикладных пакетах
- получение навыков работы со специальными приложениями

Численное исследование созданной математической модели, например:

- определение зависимости от параметров модели
- определение зависимости от начальных условий движения

# Полунатурные испытания

Образовательная программа

Приобретение навыков:

- работы с различными датчиками и исполнительными элементами

- калибровки

- верификации математических моделей

- навыки обработки данных

Пример

Цели:

- определить параметры системы
- подтвердить правильность гипотезы
- проверка работоспособности оборудования

$$\varepsilon_1 = \frac{\beta}{J_\omega} \frac{R}{V_e}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\gamma}{J_\omega} \frac{R^2}{V_e^2}, \quad k = \frac{1}{2} \frac{\rho A R^3}{J_\omega}$$

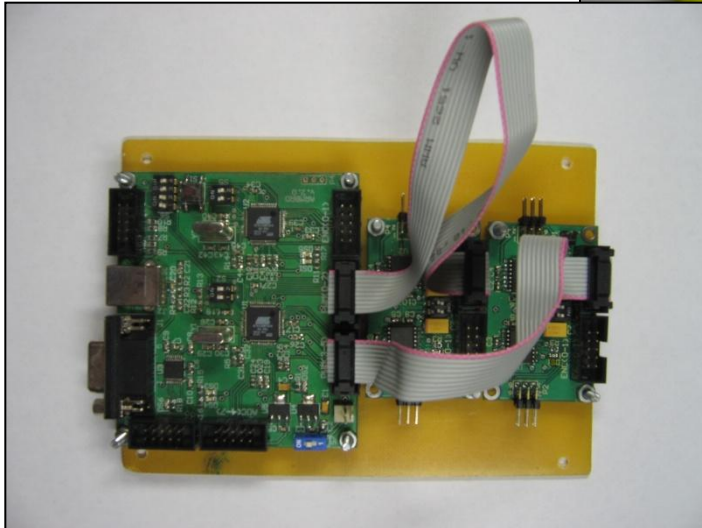
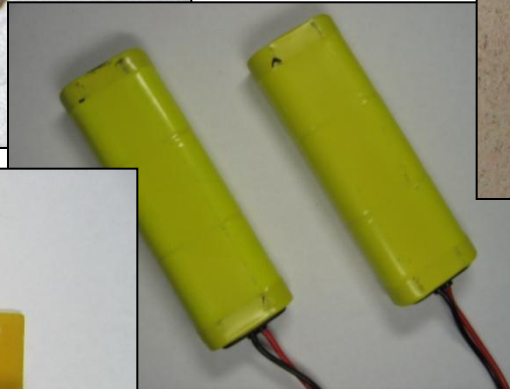
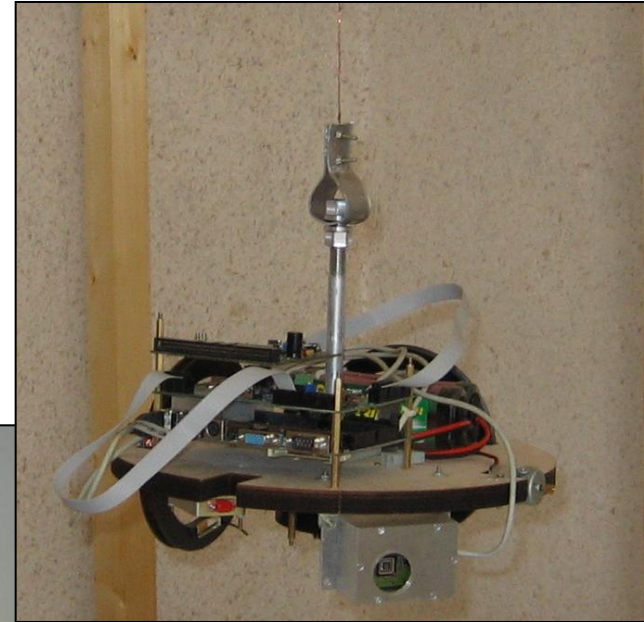
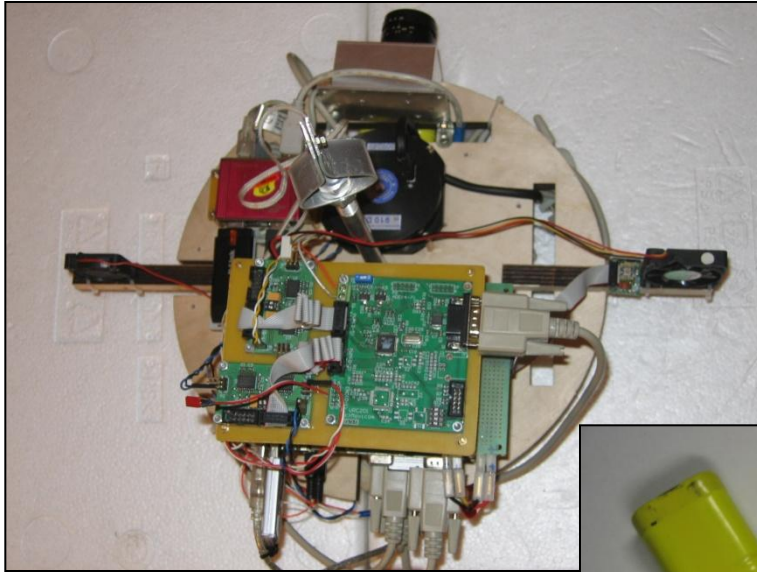
измерения + модель



**МНК**

параметры модели

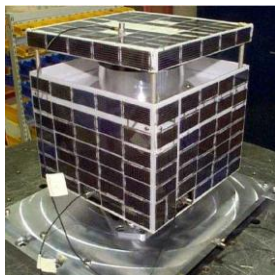
# Полунатурные испытания



Два макета:

- Магнитная система
- “Реактивная” система

# Натурные испытания



Шведский Munin, 2000г, пассивная магнитная система ориентации, 6 кг



Российский REFLECTOR, 2001г., пассивная гравитационная система ориентации, 7 кг (фото НИИ ПП)



Российский TNC-0, 2005г., пассивная магнитная система ориентации 4.5 кг (фото РНИИ КП)



Пакистанский BADR-B, 2001г., полуактивная гравитационная система ориентации (фото SUPARCO), 50 кг



Российский Чибис-М, активная магнитная система ориентации (фото ИКИ РАН), 43 кг



Итальянский UniSat-4, 2004г., пассивная магнитная система ориентации, 12 кг

# Курс по выбору для студентов II-IV курсов МФТИ

- В 421 ГК (кафедра теоретической механики) читается годовой курс по выбору “Управление и динамика сложных информационно-механических систем”.
- Цель курса: повысить базовый уровень знаний, научить студентов решать практические задачи и помочь “найти себя”
- Курс включает в себя: лекции, семинары, лабораторные работы на ПЭВМ, лабораторные работы на стендовом оборудовании и ... практику для будущих преподавателей кафедр теоретической механики и прикладной математики

22-го апреля состоится экскурсия в  
Институт прикладной математики  
им.В.В.Келдыша РАН  
(справки - [mirer@keldysh.ru](mailto:mirer@keldysh.ru))  
Запишитесь предварительно в  
деканате ФУПМа



# Наша “Formation Flying”



16.04.2013

"Современные проблемы прикладной математики"

67



# И немного об успехах “космической” группы в 2012-2013 гг.

- Выиграны четыре трехлетние стипендии Президента РФ для молодых ученых и аспирантов (из 500 на всю Россию!)
- Выигран конкурс РФФИ научных проектов, выполняемых ведущими молодежными коллективами
- Выигран конкурс Минобрнауки на проведение научных исследований целевыми аспирантами
- Опубликовано (за 2012 и начало 2013 гг.) 13 статей в рецензируемых журналах, зарегистрированных в Web of Science и входящих в перечень ВАК. Это не считая многочисленных препринтов ИПМ, докладов, отчетов и т.д.
- Три аспиранта заняли призовые места (два – первых и один второе) на конкурсах на лучший молодежный доклад на международных конференциях, организуемых International Academy of Astronautics
- Кроме того, студенты и аспиранты группы активно участвуют в выполнении Федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры России”, Федеральной космической программы, РФФИ, Программы Президиума РАН, контрактов и грантов с зарубежными организациями, активной представляют свои доклады на отечественных и зарубежных научных мероприятиях