Метод роя частиц в задачах оптимальной ориентации спутников

А.В. Пичужкина, Д.С. Ролдугин

Московский физико-технический институт

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Оптимальное управление угловым движением

- Изучено намного слабее, чем оптимальные орбитальные перелеты
- Экономия топлива или экзотические задачи (орбитальный телескоп)

Метод роя частиц

- Стая птиц ищет лучшее состояние
- Факторы, влияющие на направление движения частицы
  - Текущая скорость (инерция)
  - Знание о собственном лучшем состоянии (когнитивная компонента)
  - Знание о лучшем состоянии от всего роя или ближайших соседей (социальная компонента)

Ядро алгоритма

- Перемещение i-й частицы в k-й момент времени

$$\mathbf{x}_i\left(k+1\right)=\mathbf{x}_i\left(k\right)+\mathbf{v}_i\left(k+1\right)$$

$$\mathbf{v}_i\left(k+1\right)=c_{in}\mathbf{v}_i\left(k\right)+c_{cog}U\left(0,1\right)\left[\boldsymbol{\rho}_i\left(k\right)-\mathbf{x}_i\left(k\right)\right]+c_{soc}U\left(0,1\right)\left[\mathbf{r}_i\left(k\right)-\mathbf{x}_i\left(k\right)\right]$$

- Играют роль скорость прошлого шага и удаление от собственного и общего лучших состояний

Вклад трех слагаемых

- *Инерционная компонента*

(отвечает за поиск новых лучших положений)

- *Когнитивная и социальная компоненты*

(отвечают за исследование окрестностей уже найденных хороших положений)

Модельный пример

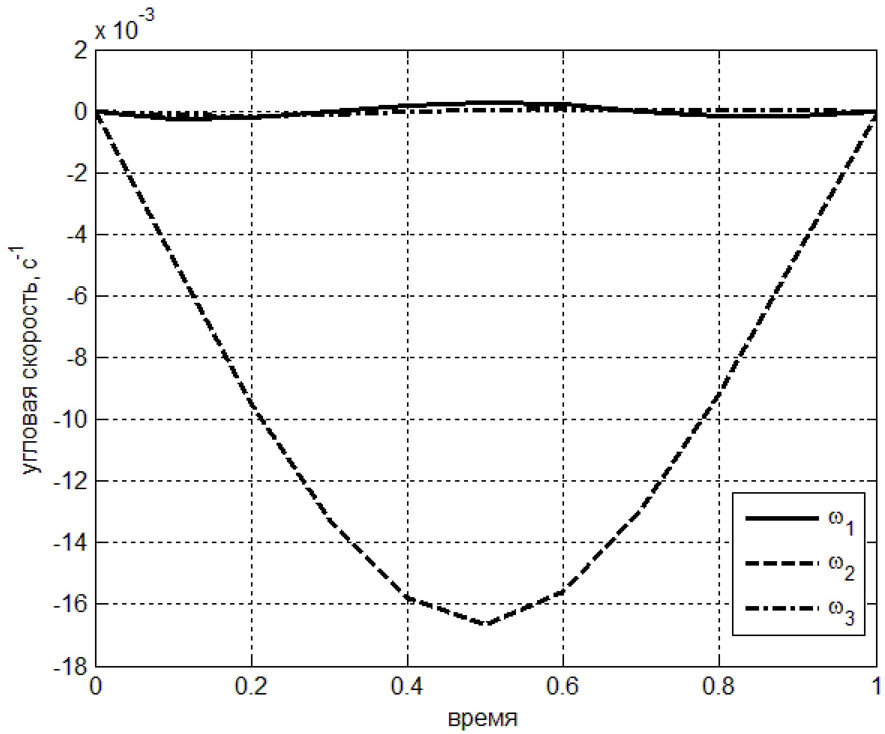
- Поворот сферически симметричного спутника вокруг одной оси
$$\alpha,\beta,\gamma:(1.1,0,0)\to(0,0,0);\boldsymbol{\omega}(0)=\boldsymbol{\omega}(T)=\mathbf{0}$$
- Минимизация затрат топлива
$$J_0=\frac{1}{2}\int_0^T\left(M_1^2+M_2^2+M_3^2\right)dt$$

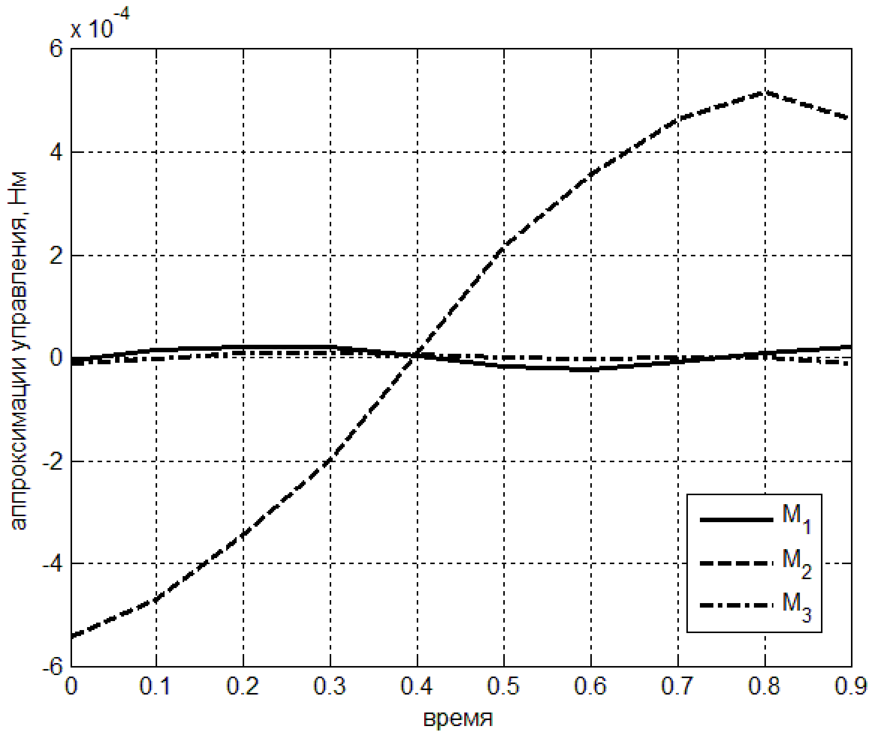
Вопросы реализации

- Предположение о структуре управления
  - Полиномы
  - Сплайны
  - Координаты частиц роя – параметры полиномов
- Штрафные функции граничных условий

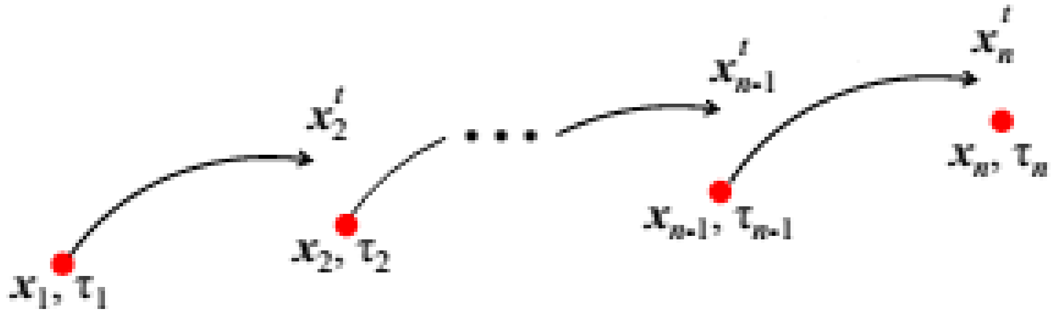
$$J = J_0 + k_\omega \max\left(0, \left|\omega(T) - \delta\omega\right|\right) + k_q \max\left(0, \left|1 - q_0 - \delta q\right|\right)$$

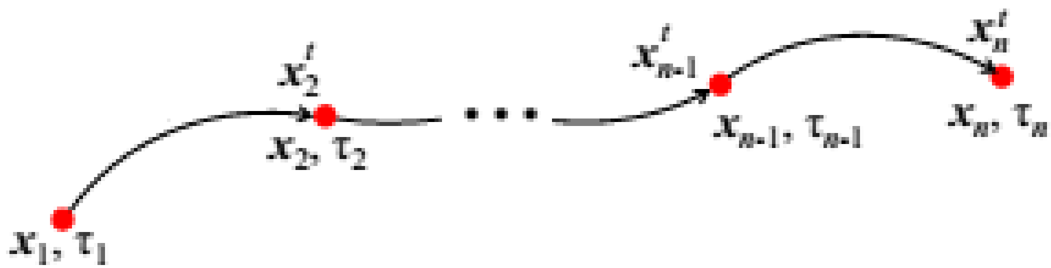
Сплайны Эрмита
Шаг интегрирования 10 с





Метод параллельной пристрелки





Метод параллельной пристрелки

- Функция невязки:

$$\vec{F}(\vec{S}) = 0,$$

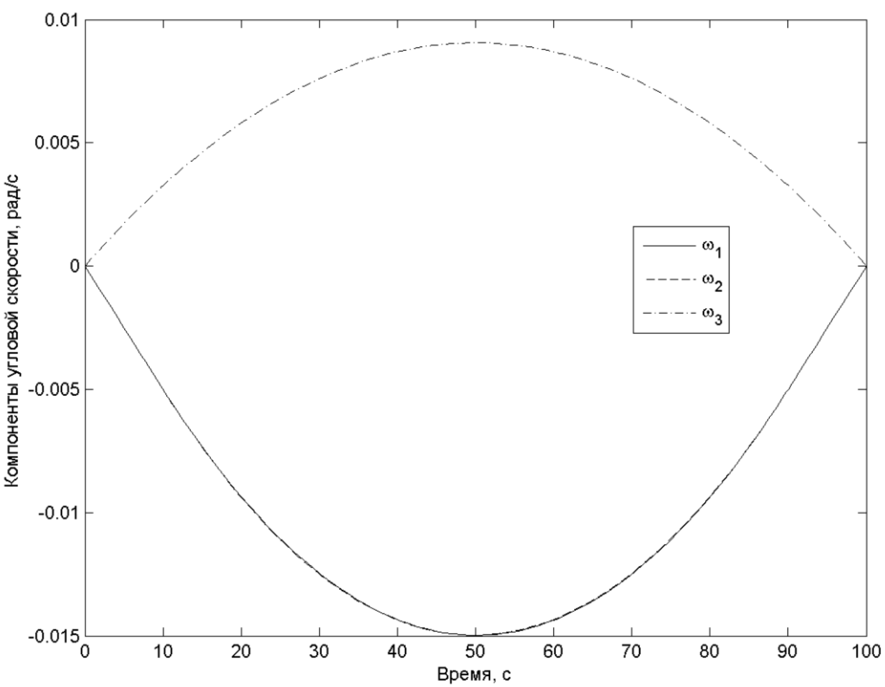
$$\vec{F} = \begin{pmatrix} q_0 - q_0^{точн} \\ \vec{x}_0^{T_1} - \vec{x}_1 \\ \vec{x}_1^{T_2} - \vec{x}_2 \\ \vdots \\ \vec{x}_{n-1}^{T_n} - \vec{x}_n \\ \vec{x}_n - \vec{x}_n^{точн} \\ \sum_{i=1}^{n} T_i = t_f - t_0 \end{pmatrix}, \quad \vec{S} = \begin{pmatrix} \vec{x}_0 \\ \vec{x}_1 \\ \vdots \\ \vec{x}_n \\ T_1 \\ \vdots \\ T_n \end{pmatrix}$$

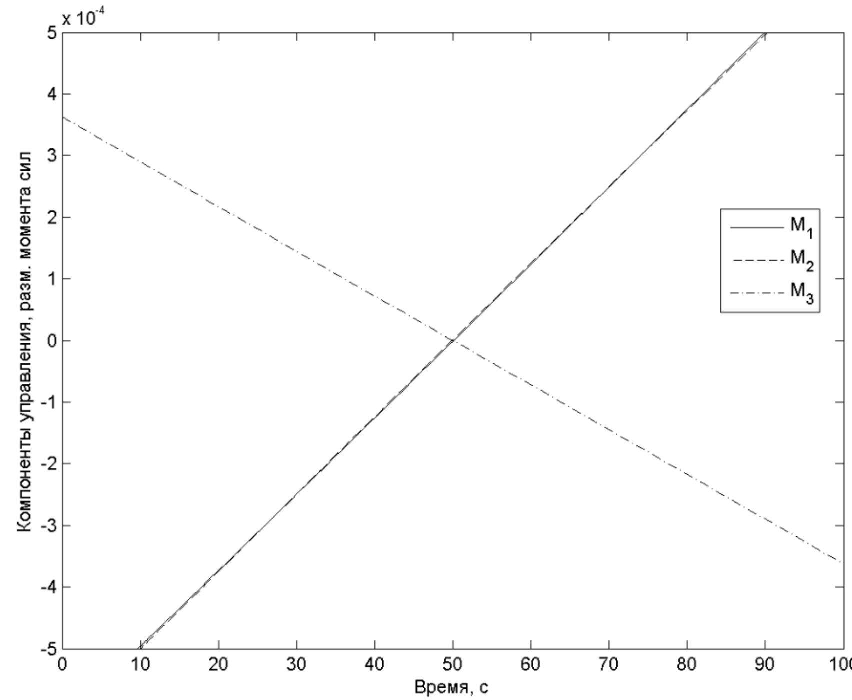
- Ищем решение по формуле:

$$\vec{S}_{k+1} = \vec{S}_k - (J^T J + \lambda E)^{-1} J^T \vec{F}_k$$

Метод параллельной пристрелки и метод роя

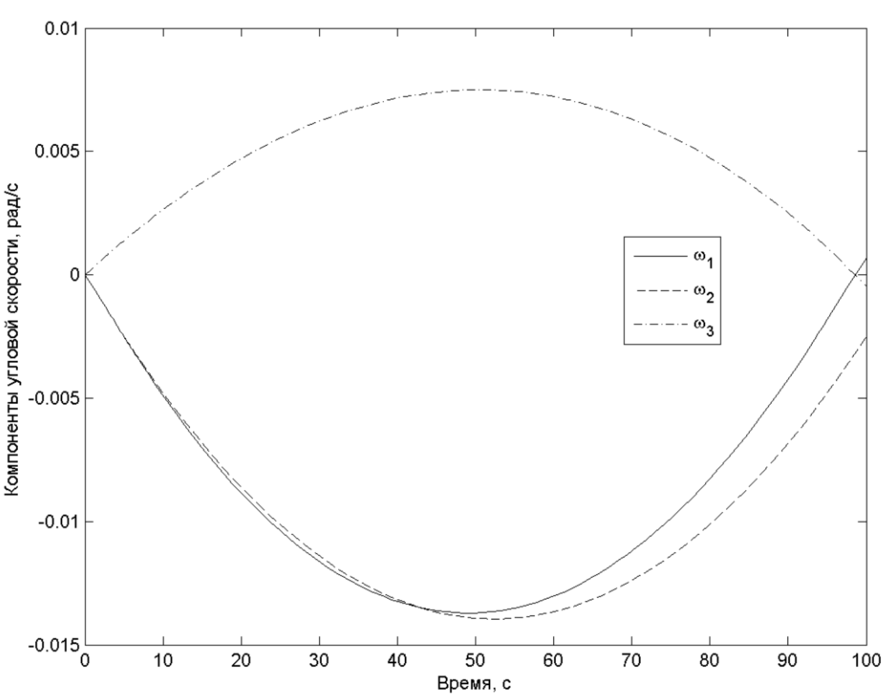
	ω, c^{-1}	α, β, γ
$\mathbf{J} = \mathrm{diag}(1,1,1)$		
$t_0 = 0$	$(0,0,0)$	$1.1, 0, 1.1$
$t_f = 100$	$(0,0,0)$	$0, 0, 0$

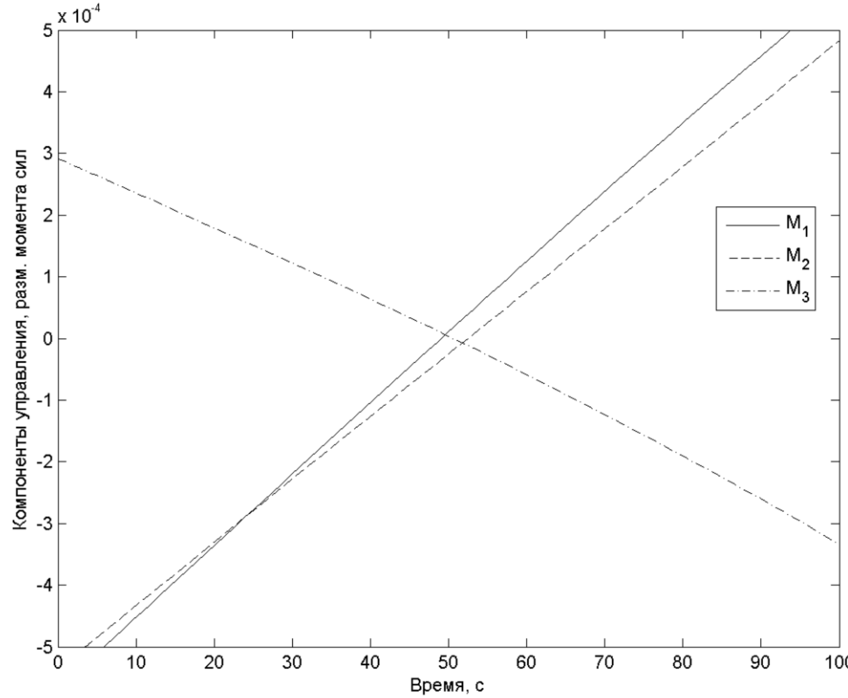




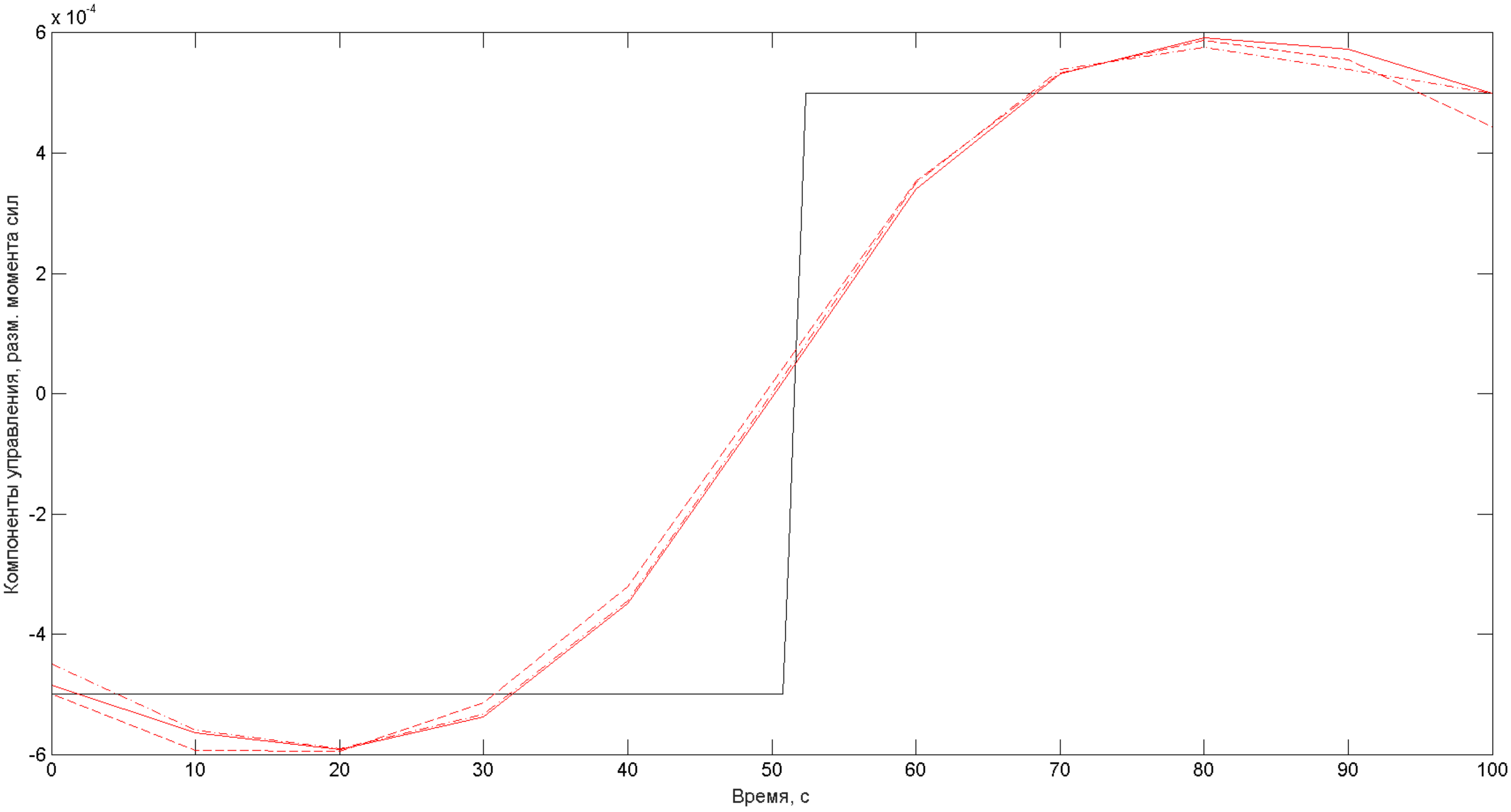
Метод параллельной пристрелки и метод роя

$\mathbf{J} = \mathrm{diag}(1,1,1)$	ω, c^{-1}	α, β, γ
$t_0 = 0$	$(0,0,0)$	$1,0,1$
$t_f = 100$	$(0,0,0)$	$0,0,0$





Ограничение управления



Результаты

- Метод роя позволяет найти близкое к оптимальному решение – *первое приближение* для решения краевой задачи принципа максимума
- Метод параллельной пристрелки позволяет уточнить результат, полученный методом роя