Метод роя частиц в задачах оптимальной ориентации спутников

А.В. Пичужкина, Д.С. Ролдугин

Московский физико-технический институт

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Оптимальное управление угловым движением

- Изучено намного слабее, чем оптимальные орбитальные перелеты
- Экономия топлива или экзотические задачи (орбитальный телескоп)
- «Магнитная» идея В.И. Пенькова:

Обеспечить выполнение требований по точности ориентации в среднем по орбите, выходя за пределы в некоторые моменты

Подходы к построению управления

- Прямые и непрямые методы (принцип максимума)
- Принцип максимума
  - Точен, быстр, требует «разумного» функционала, решения краевой задачи
- Прямые методы
  - Медленные, менее точные, любой функционал, надежная сходимость
- Идеальный вариант: прямой метод, затем принцип максимума

Метод роя частиц

- Стая птиц ищет лучшее состояние
- Факторы, влияющие на направление движения частицы
  - Текущая скорость (инерция)
  - Знание о собственном лучшем состоянии (когнитивная компонента)
  - Знание о лучшем состоянии от всего роя или ближайших соседей (социальная компонента)

Ядро алгоритма

- Перемещение i-й частицы в k-й момент времени

$$\mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{v}_i(k+1)$$

$$\mathbf{v}_i(k+1) = c_{in}\mathbf{v}_i(k) + c_{cog}U(0,1)\left[\boldsymbol{\rho}_i(k) - \mathbf{x}_i(k)\right] + c_{soc}U(0,1)\left[\mathbf{r}_i(k) - \mathbf{x}_i(k)\right]$$

- Играют роль скорость прошлого шага и удаление от собственного и общего лучших состояний

Вклад трех слагаемых Инерционная компонента

- Отвечает за поиск новых лучших положений
- Со временем может уменьшаться (0.9→0.4)

$$c_{in}(k) = \left(c_{in}^{low} - c_{in}^{up}\right)\frac{k}{N} + c_{in}^{up}$$

- Случайная величина

$$c_{in} = \left(1 + U(0,1)\right)/2, \qquad c_{in} = N(0.72, \sigma)$$

Вклад трех слагаемых Когнитивная и социальная компоненты

- Отвечают за исследование окрестностей уже найденных хороших положений
- Чаще всего выбираются постоянными
- Увеличение/уменьшение

$$c_{cog} = \left(c_{cog}^{low} - c_{cog}^{up}\right)\frac{k}{N} + c_{cog}^{up}, \qquad c_{soc} = \left(c_{soc}^{up} - c_{soc}^{low}\right)\frac{k}{N} + c_{soc}^{low}$$

- Сначала частицы активно изучают собственные достижения, затем переходят к улучшению общего результата

Общение внутри роя

- Глобальный метод роя – частица знает лучшее положение среди всего роя
  - Быстрая сходимость
  - Опасность локального минимума
- Локальный метод – информация о нескольких частицах в окрестности
  - Медленнее сходится
  - Локальные минимумы отбрасываются
- Размер окрестности может увеличиваться по ходу поиска

Модельный пример

- Поворот сферически симметричного спутника вокруг одной оси
$$\alpha,\beta,\gamma:(1.1,0,0)\to(0,0,0);\boldsymbol{\omega}(0)=\boldsymbol{\omega}(T)=\mathbf{0}$$
- Минимизация затрат топлива
$$J_0=\frac{1}{2}\int_0^T\left(M_1^2+M_2^2+M_3^2\right)dt$$

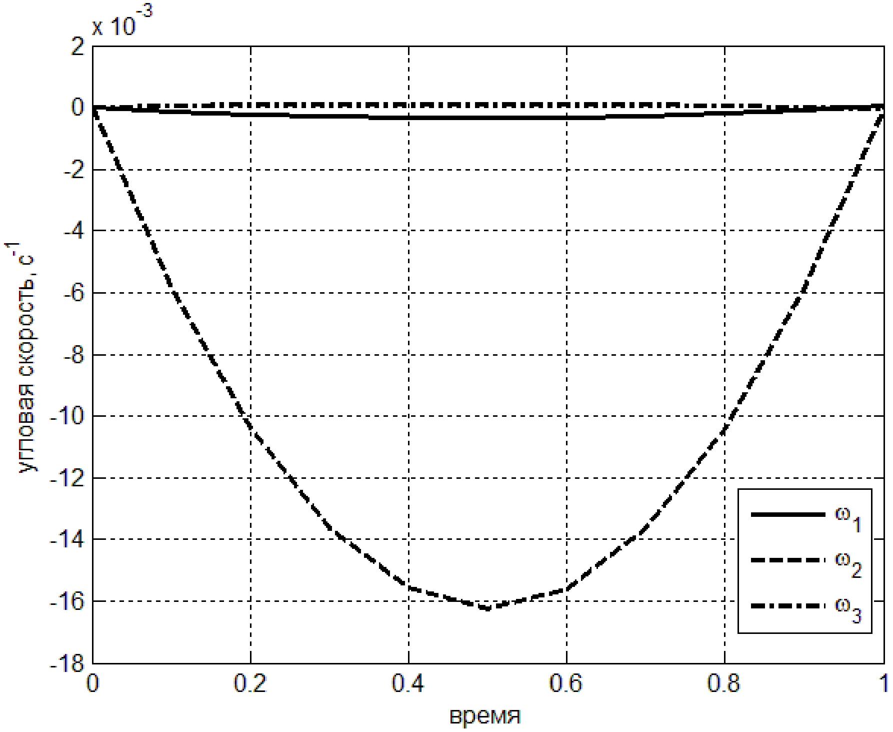
Вопросы реализации

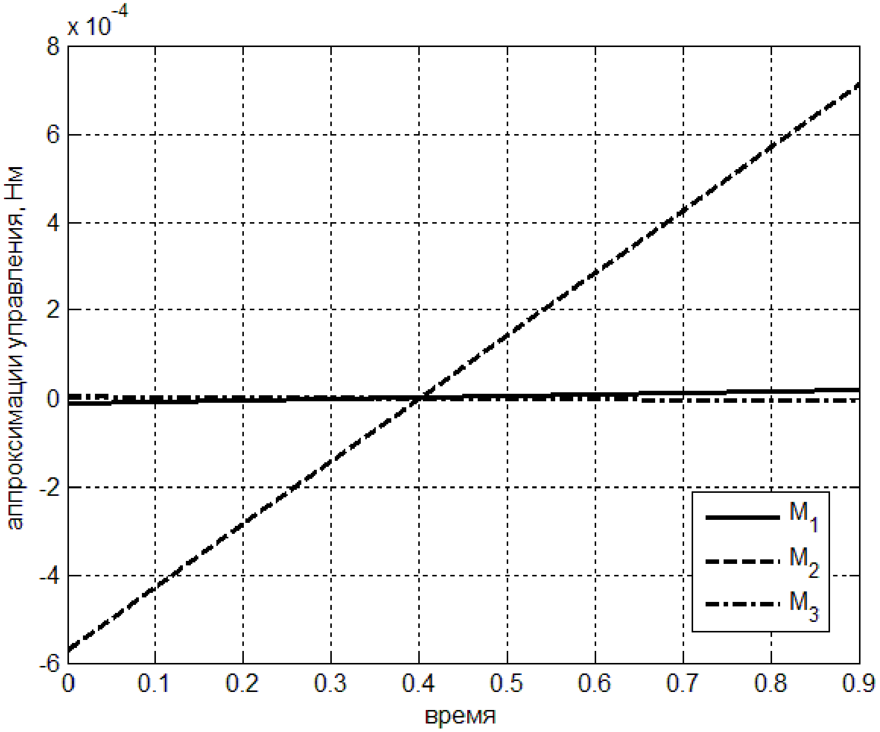
- Предположение о структуре управления
  - Полиномы
  - Сплайны
  - Координаты частиц роя – параметры полиномов
- Штрафные функции граничных условий

$$J = J_0 + k_\omega \max\left(0, \left|\omega(T) - \delta\omega\right|\right) + k_q \max\left(0, \left|1 - q_0 - \delta q\right|\right)$$

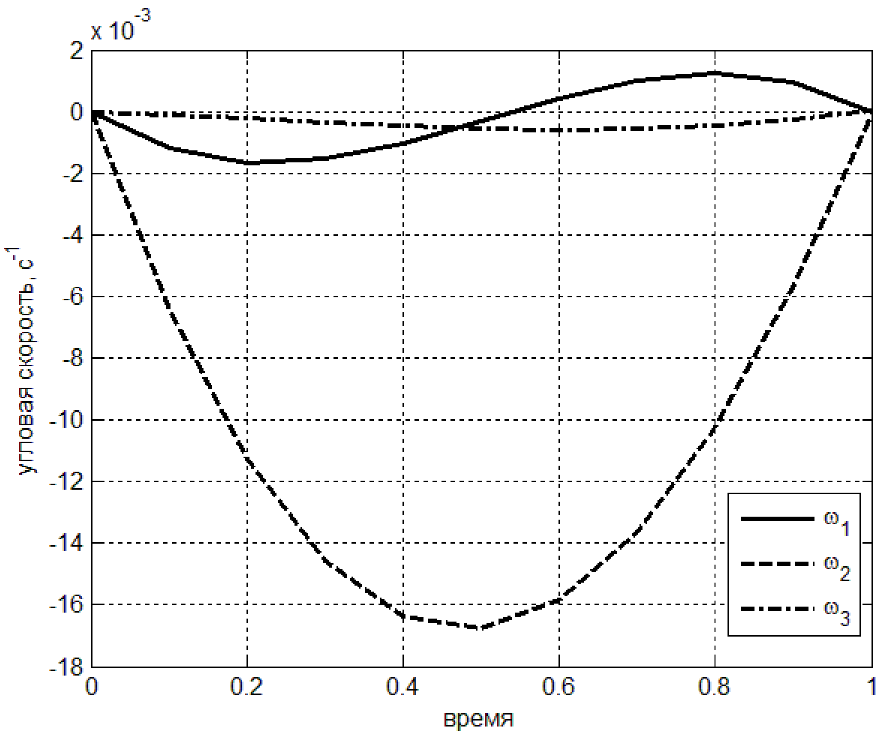
- Условия остановки поиска
  - Стагнация
  - Попадание всех частиц в окрестность одного положения

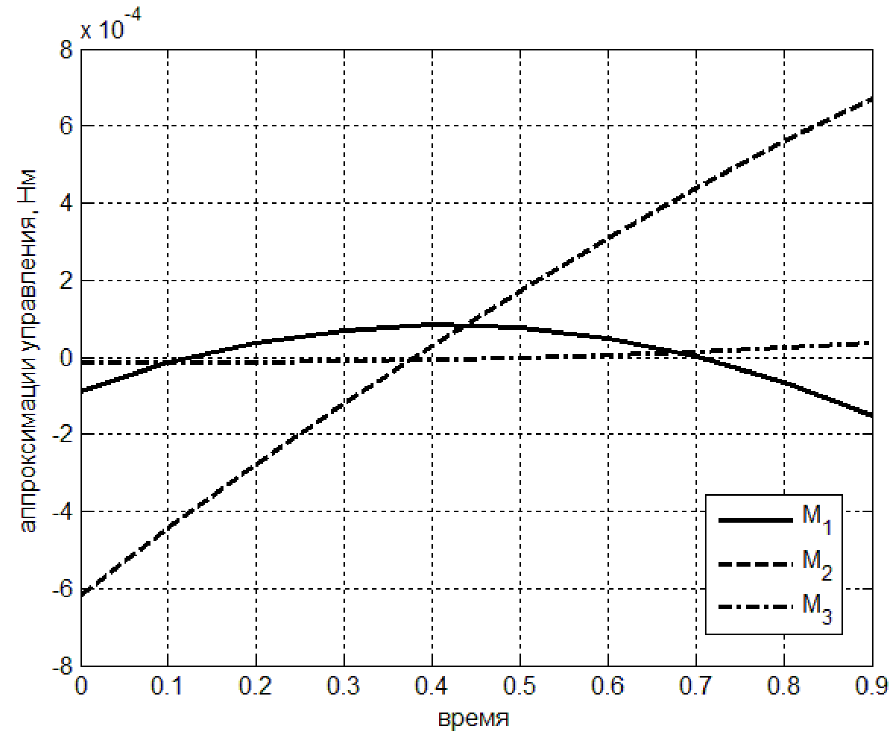
Линейное глобальное управление Шаг интегрирования 10 с



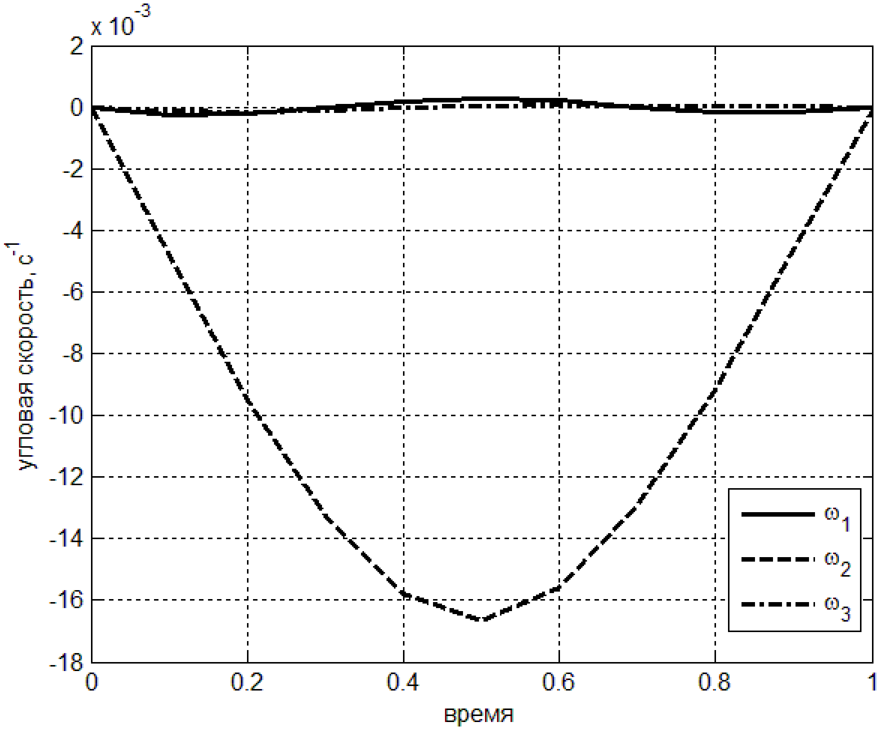


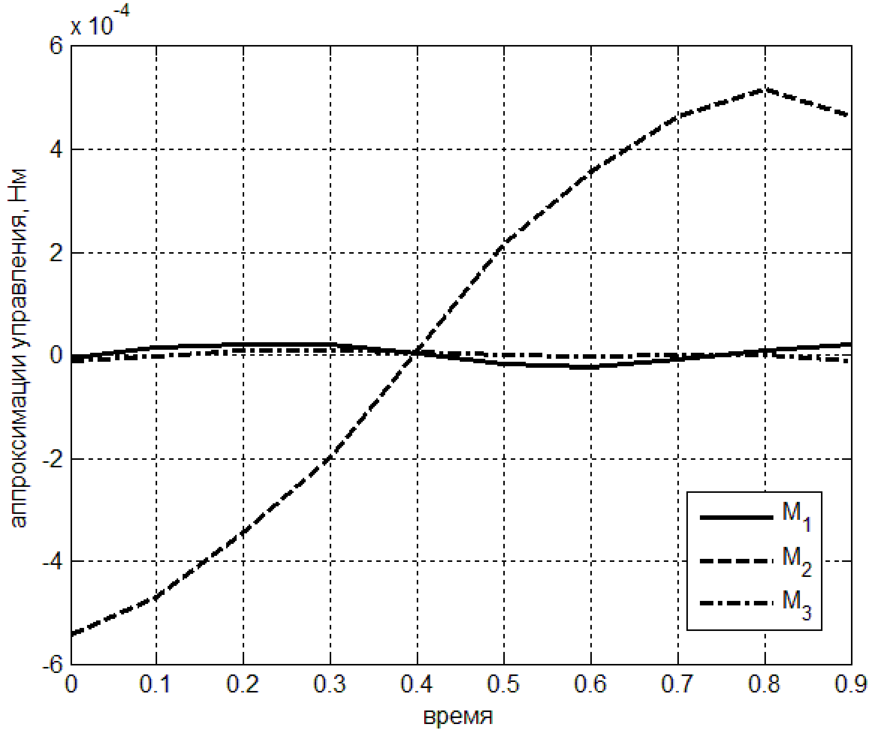
Полиномы второй степени
Шаг интегрирования 10 с





Сплайны Эрмита
Шаг интегрирования 10 с





Результаты

- Метод роя позволяет найти близкое к оптимальному решение – *первое приближение* для решения краевой задачи принципа максимума
- Для неудобного функционала можно продолжить поиск роем, улучшив предположения о структуре решения и области поиска