

Гашение вибраций в больших космических структурах

А.И.Шестопёров

Научный руководитель

к.ф.-м.н. *С.С.Ткачёв*

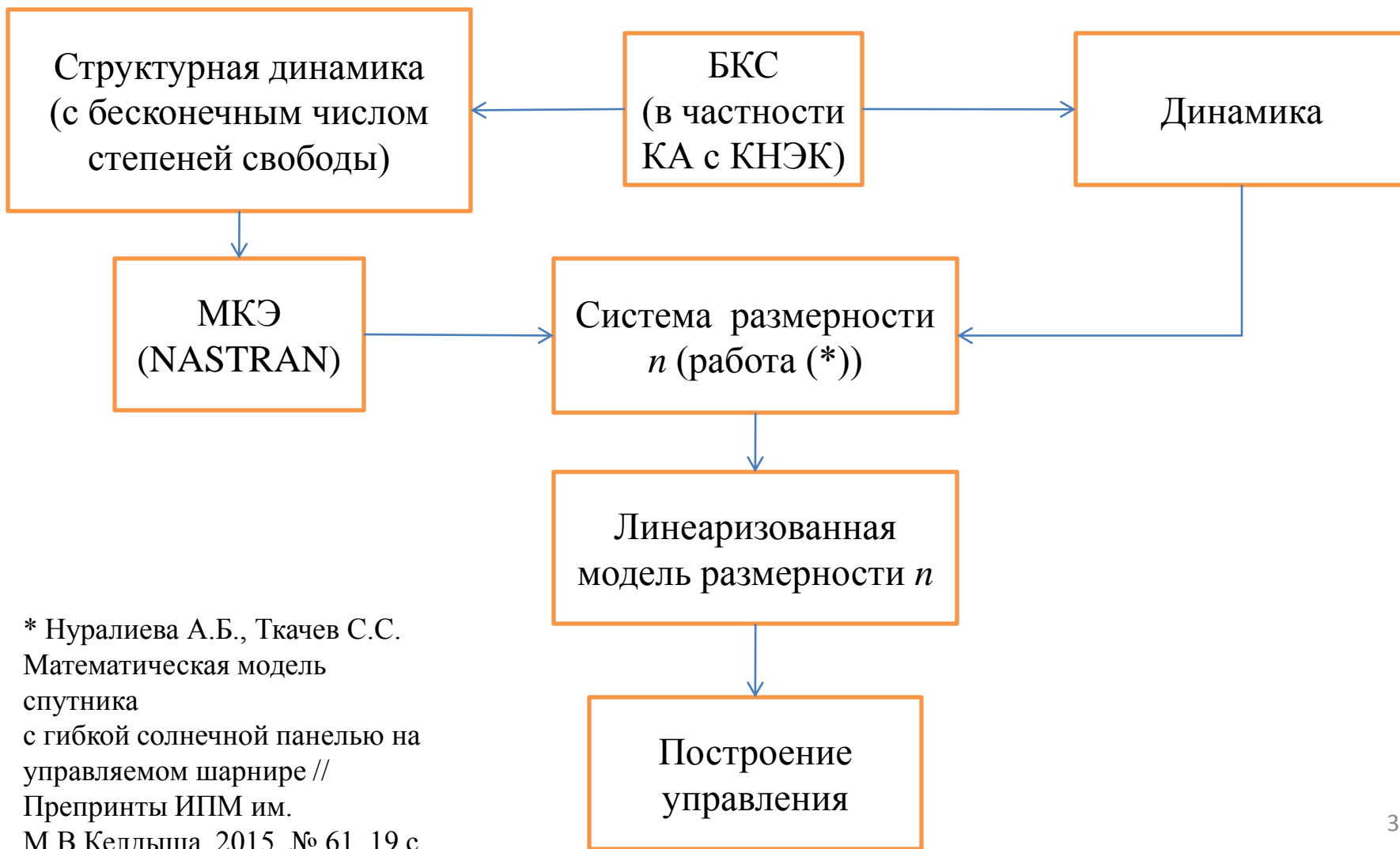
2015г



Содержание

- Построение модели управления БКС
- Процесс разработки управления БКС
- Особенности построения управляющих воздействий для БКС
- Линейный квадратичный гауссов регулятор (LQG).
- Построение управления с обратной связью БКС
- Сокращение модели системы и перетекание энергии в остаточные моды
- Модификации LQG регулятора, ограничивающие перетекание энергии в остаточные моды
- Упрощение УУ на примере метода оптимального проектирования

Построение модели управления БКС

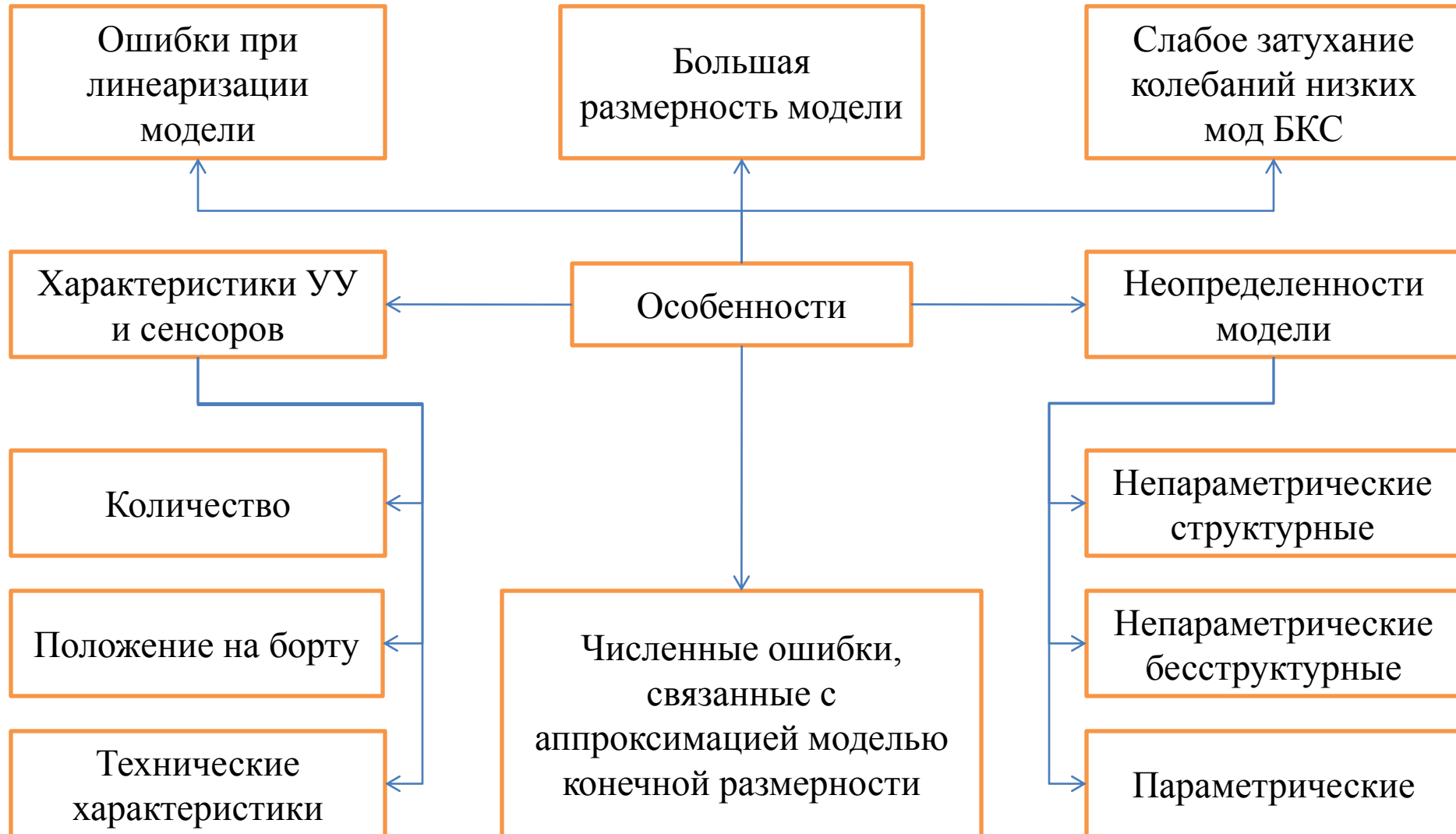


* Нуралиева А.Б., Ткачев С.С.
Математическая модель
спутника
с гибкой солнечной панелью на
управляемом шарнире //
Препринты ИПМ им.
М.В.Келдыша. 2015. № 61. 19 с.

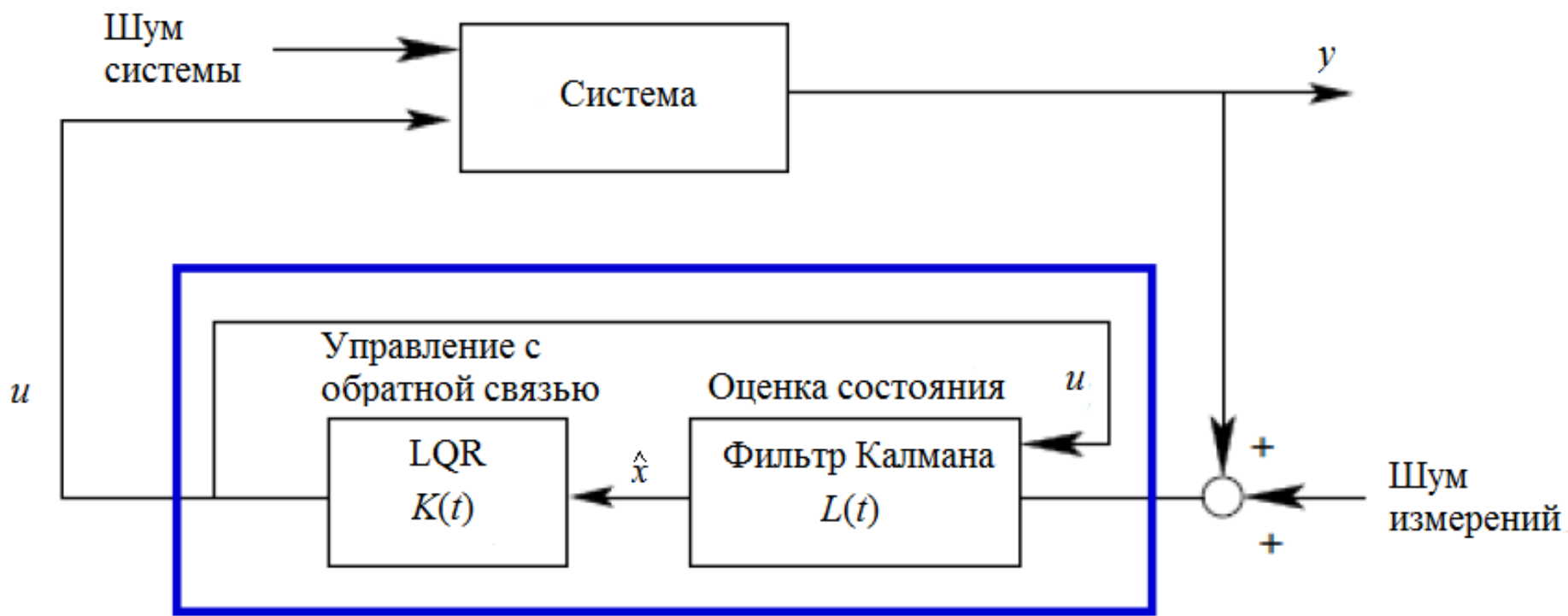
Процесс разработки управления



Особенности построения управляющих воздействий для БКС



Линейный квадратичный гауссов регулятор (LQG). Схема



Линейно-квадратичный гауссов регулятор

Линейный квадратичный гауссов регулятор (LQG).

Постановка задачи

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= A\mathbf{x} + B_u \mathbf{u} + B_w \mathbf{w} \\ \mathbf{y} &= C_y \mathbf{x} + \mathbf{v} \\ \mathbf{w} &\sim N(0, R_{ww}), R_{ww} > 0, \mathbf{v} \sim N(0, R_{vv}), R_{vv} > 0 \end{aligned} \right\} \text{лин. стац. система}$$

1. На основании вектора измерений \mathbf{y} построить

оценку $\hat{\mathbf{x}}$, такую что $E\left[(\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}})(\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}})^T\right] \rightarrow \min$

$$2. J = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(t_f) P_{t_f} \mathbf{x}(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} (\mathbf{x}^T(t) R_{xx} \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) R_{uu} \mathbf{u}(t)) dt$$

–функционал LQR, где $R_{xx} > 0, R_{uu} > 0, P_{t_f} > 0$

3. Построить $\mathbf{u}(t) = -K(t) \hat{\mathbf{x}}(t), t_0 \leq t \leq t_f$, чтобы $J \rightarrow \min$

Линейный квадратичный гауссов регулятор (LQG).

Реализация

1. Построение оценки $\hat{\mathbf{x}}$ по измерениям \mathbf{y} (фильтр Калмана):

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = A\hat{\mathbf{x}} + B_u \mathbf{u} + L(t)(\mathbf{y}(t) - C_y \hat{\mathbf{x}}(t)) \\ \hat{\mathbf{x}}(t_0) = E[\mathbf{x}(t_0)] = \bar{\mathbf{x}}_0, Q(t_0) = Q_0 = E\left[(\mathbf{x}(t_0) - \bar{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}(t_0) - \bar{\mathbf{x}}_0)^T\right], \text{ где } Q: \\ \dot{Q}(t) = A Q(t) + Q(t) A^T + B_w R_{ww} B_w^T - Q(t) C_v^T R_{vv}^{-1} C_y Q(t) \\ \text{Матрица усиления фильтра Калмана: } L(t) = Q(t) C_y^T R_{vv}^{-1} \end{array} \right.$$

2. Линейный квадратичный регулятор:

$$\mathbf{u}(t) = -K(t) \hat{\mathbf{x}}(t), \text{ где матрица усиления } LQR: K(t) = R_{uu}^{-1} B_u^T P(t)$$

$$-\dot{P}(t) = A^T P(t) + P(t) A + R_{xx} - P(t) B_u R_{uu}^{-1} B_u^T P(t), P(t_f) = P_{t_f}$$

$$\left. \begin{array}{l} \dot{\mathbf{x}}_c = A_c \mathbf{x}_c + B_c \mathbf{u} \\ \mathbf{u} = -C_c \mathbf{x}_c, \mathbf{x}_c \equiv \hat{\mathbf{x}} \\ A_c = A - B_u K(t) - L(t) C_y, B_c = L(t), C_c = K(t) \end{array} \right\} \text{конечный вид } LQG$$

Линейный квадратичный гауссов регулятор (LQG). Сравнительный анализ

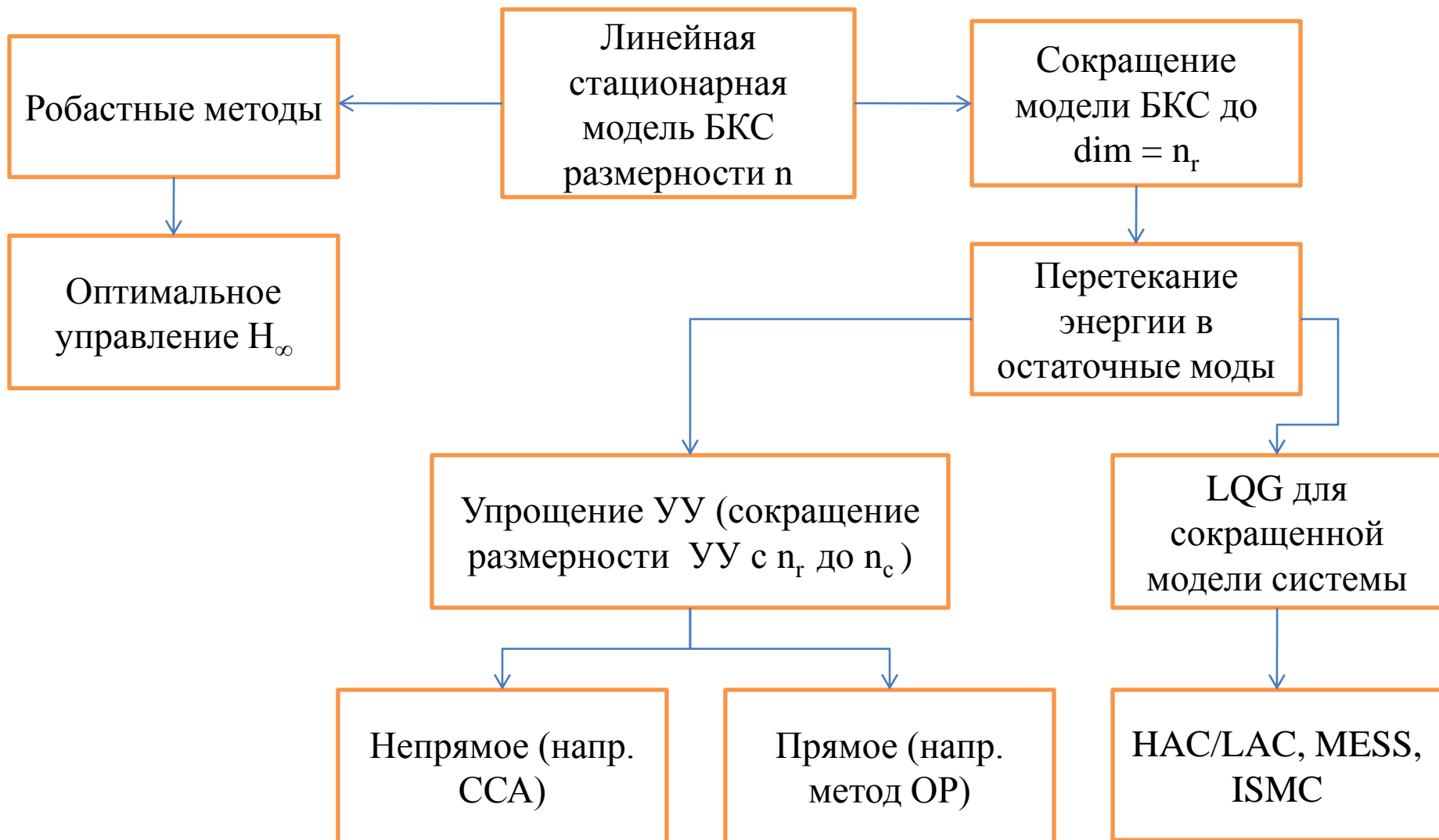
Плюсы

- Работает в условиях ограниченной точности сенсоров
- Учитывает шумы сенсоров и УУ
- Работает в условиях ограниченной мощности и выходной силы УУ

Минусы

- Не учитывает ограничений на точность модели, т.е. отсутствует робастная устойчивость
- Слабая производительность, связанная с тем, что размерность УУ совпадает с размерностью модели. Не допускает расчетов в режиме РВ

Построение управления с обратной связью БКС



Сокращение модели системы и перетекание энергии в остаточные моды

$$\left. \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} + \mathbf{w} \\ \mathbf{y} = C\mathbf{x} + \mathbf{v} \end{cases} \right\} \text{описание модели}$$

Разбиение системы на управляемые и остаточные моды :

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_c \\ \dot{\mathbf{x}}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c & 0 \\ 0 & A_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_c \\ \mathbf{x}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_c \\ B_s \end{bmatrix} \mathbf{u}$$

Требуется : $J_{cont} = \int_0^{\infty} [\mathbf{u}^T R_c \mathbf{u} + \mathbf{x}_c^T Q_c \mathbf{x}_c] dt \rightarrow \min$, при условии $\dot{\mathbf{x}}_c = A_c \mathbf{x}_c + B_c \mathbf{u}$

Используя управление с обратной связью $\mathbf{u} = -K_c \mathbf{x}$, получаем :

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_c \\ \dot{\mathbf{x}}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c - B_c K_c & 0 \\ -B_s K_c & A_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_c \\ \mathbf{x}_s \end{bmatrix}$$

Если $B_s \mathbf{u}$ или $B_s K_c \neq 0$ – перетекание энергии в остаточные моды

Необходимо добиться $B_s K_c \equiv 0$

Model Error Sensitivity suppression (MESS)

В основе MESS лежит прямое расширение функционала, за счет члена $B_s \mathbf{u}$, который отвечает за перетекание энергии.

Преобразованный функционал :

$$J_{red} = \int_0^{\infty} \left(\mathbf{x}_c^T Q_c \mathbf{x}_c + \mathbf{u}^T \left[R_c + B_s^T Q_s B_s \right] \mathbf{u} \right) dt =$$
$$\equiv \int_0^{\infty} \left(\mathbf{x}_c^T Q_c \mathbf{x}_c + \mathbf{u}^T R_s \mathbf{u} \right) dt \rightarrow \min$$

при условии $\dot{\mathbf{x}}_c = A_c \mathbf{x}_c + B_c \mathbf{u}$, где Q_c, R_c, Q_s – задаем сами K_c получается в результате применения LQR с модифицированным функционалом. Ограничения :

1. $B_s K_c = 0$

2. $(B_s)_i \neq \gamma (B_c)_i \Rightarrow (B_s K_c)_i \neq (B_c K_c)_i$

Индивидуальное управление в пространстве мод (ISMC)

$$Lq(P,t) + M(P) \frac{\partial^2 q(P,t)}{\partial t^2} = f(P,t) - \text{система с распределенными параметрами}$$

$$L\phi_r = \lambda_r M \phi_r, r = \overline{1, \infty}, B_i \phi_r = 0, i = \overline{1, p}, r = \overline{1, \infty} - \text{задача на собств. зн.}$$

$$\int_D M \phi_r \phi_s dD = \delta_{rs}, \int_D \phi_r L \phi_r dD = \lambda_r \delta_{rs} - \text{нормировка}$$

$$q(P,t) = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r(P) q_r(t) - \text{разложение по собственным функциям}$$

$$\ddot{q}_r(t) + \omega_r^2 q_r(t) = f_r(t), r = \overline{1, \infty}, \text{ где } \lambda_r = \omega_r^2 - \text{преобразованные ур. движ. системы}$$

$$f_r(t) = \int_D \phi_r(P) f(P,t) dD, r = \overline{1, \infty} - \text{распределенные модальные силы}$$

$$f(P,t) = \sum_{j=1}^m F_j(t) \delta(P - P_j), r = \overline{1, \infty} - \text{реальные силы (m УУ)}$$

$$f_r(t) = \sum_{j=1}^m \phi_r(P_j) F_j(t), r = \overline{1, \infty} - \text{модальные силы (m УУ)}$$

Индивидуальное управление в пространстве мод (ISMC)

$f_r = f_r(q_1, \dot{q}_1, \dots, q_n, \dot{q}_n), r = \overline{1, n}$ – связанное управление

$f_r = f_r(q_r, \dot{q}_r), r = \overline{1, n}$ – индивидуальное управление

$$\mathbf{q}_c(t) = [q_1(t) \dots q_n(t)]^T$$

$$\mathbf{f}(t) = [f_1(t) \dots f_n(t)]^T, \mathbf{F}(t) = [F_1(t) \dots F_m(t)]^T$$

$$\Lambda_c = \text{diag}(\omega_1^2, \dots, \omega_n^2), B = [\phi_i(P_j)], i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$$

После преобразования система развязывается:

$$\ddot{\mathbf{q}}_c(t) + \Lambda_c \mathbf{q}_c = \mathbf{f}(t)$$

$$\mathbf{f}(t) = B\mathbf{F}(t) \rightarrow \mathbf{F}(t) = B^\dagger \mathbf{f}(t) \rightarrow n = m \rightarrow \mathbf{F}(t) = B^{-1} \mathbf{f}(t)$$

Индивидуальное управление в пространстве мод (ISMC)

Плюсы

- Предотвращает перетекания энергии в остаточные моды
- Делает доступными многие техники управления системой.
- Требуется меньших вычислительных затраты.

Минусы

- Требуется большого числа используемых исполнительных устройств, необходимых для обеспечения свойства управляемости

High authority control/Low authority control (НАС/LАС)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Динамика : } \dot{x} = Fx + Gu \\ \text{Измерения : } y = Hx \\ \text{Управление : } u = Cy \end{array} \right\} \Rightarrow \dot{x} = (F + GCH)x$$

1я ступень управления – НАС – LQG регулятор

2я ступень управления – ЛАС – калибровка. Пусть C мала.

Тогда $GCH \equiv dF \Rightarrow \dot{x} = (F + dF)x$

λ_n – n -ый корень F , L_n, R_n – левый и правый собственные вектора F :

$$F^T L_n = \lambda_n L_n, FR_n = \lambda_n R_n, L_n^T R_n = 1$$

Формула Якоби : $d\lambda_n \cong L_n^T dFR_n \equiv L_n^T GCHR_n \equiv (\phi_n^A) C (\phi_n^R)$, где

$\phi_n^A = L_n^T G$ – обобщенные моды УУ, $\phi_n^R = HR_n$ – обобщенные моды сенсора

$$d\lambda_n \cong \sum_{a,r} C_{ar} \phi_{an}^A \phi_{rn}^R, a = \overline{1, N_a}, b = \overline{1, N_r}$$

a и b – индексы, описывающие положения УУ и сенсоров соответственно

High authority control/Low authority control (НАС/LАС)

Пусть пары сенсор / УУ 1) физически совмещенные, 2) сопряженные

$$\text{Тогда : } H = G^T \Rightarrow \phi_n^A = G^T L_n = HR_n = \phi_n^R \equiv \phi_n$$

$$\text{Основная формула : } d\lambda_n \cong \sum_{a,r} C_{ar} \phi_{an} \phi_{rn}$$

$(d\lambda_n)_p$ – спрогнозированные сдвиги корней, описываемые основной формулой

$(d\lambda_n)_d$ – требуемые сдвиги корней, навязанные ЛАС

$$J(C) = \sum_n W_n \left((d\lambda_n)_p - (d\lambda_n)_d \right)^2 + \sum_{a,r} C_{ar}^2 \rightarrow \min$$

$$C_{ar} \text{ находятся из условия : } \frac{\partial J}{\partial C} = 0$$

$$C = \left[\left[\Phi^{(2)} \right]^T W \Phi^{(2)} + I \right]^{-1} \left[\Phi^{(2)} \right]^T W d, \text{ где}$$

$$W = \text{diag} \|W_n\|, \Phi^{(2)} = \left(\Phi_{n\alpha}^{(2)} \right)_{\alpha=1}^{N_a N_r}, \Phi_{n\alpha}^{(2)} = \sum_{a,r} C_{ar} \phi_{an} \phi_{rn}, \alpha = a \otimes r, a = \overline{1, N_a}, r = \overline{1, N_r}$$

Заключение

- Выявлены основные особенности и проблемы, возникающие при построении управления БКС
- Систематизированы алгоритмы управления с обратной связью, предназначенные для гашения вибраций в БКС
- Описаны алгоритмы, предотвращающие перетекание энергии в остаточные моды БКС