



58-я научная конференция МФТИ
28 ноября 2015 года



Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе

Динамика и управление движением космических аппаратов

Стратегия и оценка эффективности удержания космического аппарата около лунных точек либрации в случае нештатной задержки коррекции

М.Г. Ширококов¹, С.П. Трофимов²

¹Институт Прикладной Математики им. М.В. Келдыша РАН

²Московский Физико-Технический Институт

Содержание

- Мотивация
- Постановка задачи
- Динамика вокруг точек либрации
- Модельная задача: гало орбиты вокруг L1/L2 системы Земля—Луна
- Заключение

Особенности периодического движения вокруг точек либрации

Неустойчивость движения требует применения техник поддержания орбит и их составных частей:

- Точное определение орбиты
- Регулярные обновления закона управления

В среднем, требуется 2-12 м/с в год

Любая задержка коррекции, вызванная возможным отказом двигателя¹ или потерей связи с КА может привести к существенному отклонению КА от номинальной периодической орбиты

¹Отказ двигателя – самая распространенная нештатная ситуация бортовой системы управления, см. Tafazoli [2009] “A Study of On-Orbit Spacecraft Failures”, *Acta Astronautica*

Проблема нештатных ситуаций

Если двигатель выходит из строя, то обычно управление передается:

- двигателям управления ориентацией, или
- запасному маршевому двигателю

Большинство публикаций по проблеме относится к избеганию столкновения во время стыковки. Проблема же спасения миссии вокруг точки либрации до сих пор не ставилась

Постановка задачи

Основные предположения:

- пропущен запланированный маневр коррекции
- главный маршевый двигатель не производит тягу
- управление становится доступным с некоторой задержкой

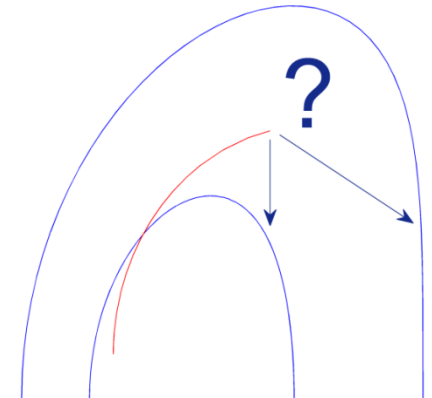
Возврат к исходной периодической орбите может быть слишком затратным:

- неустойчивая динамика приводит к быстрому отклонению от номинальной траектории
- время жизни КА пропорционально остатку топлива после возврата

Стратегии по спасению миссии

Две стратегии были предложены ранее¹:

- нацеливание на периодическую орбиту
- нацеливание на устойчивое многообразие



В каждом случае целью является поиск периодической орбиты, двухимпульсный перелет на которую был бы оптимальным в терминах затрат характеристической скорости. Время задержки в работе двигателя предполагается фиксированной величиной

¹Shirobokov, M.G., Trofimov, S.P.: Thruster failure recovery strategies for libration point missions. In: 2nd IAA Conference on Dynamics and Control of Space Systems. Paper AAS 14-589 (2014) 6/24

Модельная задача в данном исследовании

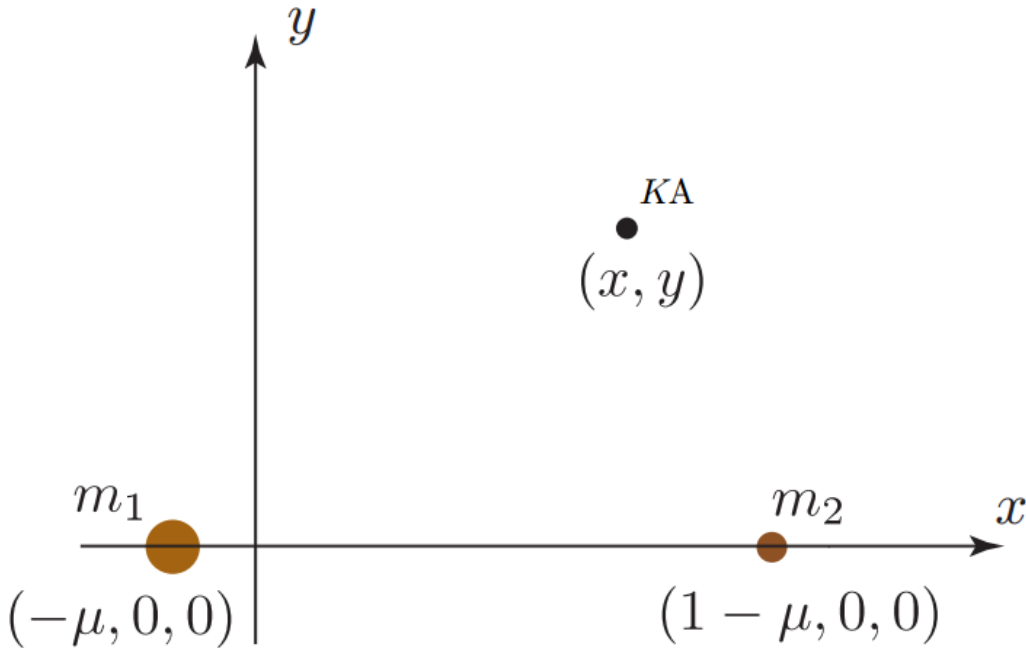
- Точки либрации: Земля—Луна L1/L2
- Тип орбит: гало
- Стратегия: нацеливание на гало орбиту

Круговая ограниченная задача трех тел

Изучается круговая ограниченная задача трех тел:

- КА пренебрежимо малой массы движется в поле притяжения двух тел: m_1 и m_2
- Главные тела движутся по круговым орбитам вокруг их общего центра масс

Система отсчета



Массовый параметр

$$\mu = m_2 / (m_1 + m_2)$$

Безразмерные единицы:

$$m_1 = 1 - \mu \quad x_{m1} = -\mu$$

$$m_2 = \mu \quad x_{m2} = 1 - \mu$$

$$\omega_0 = 1$$

Для системы Земля—Луна

$$\mu = 1.2150668 \cdot 10^{-2}$$

Уравнения движения

Во вращающейся системе координат

$$\ddot{x} - 2\dot{y} = -U_x, \quad \ddot{y} + 2\dot{x} = -U_y, \quad \ddot{z} = -U_z$$

где

$$U(x, y, z) = -\frac{x^2 + y^2}{2} - \frac{1 - \mu}{r_1} - \frac{\mu}{r_2} - \frac{\mu(1 - \mu)}{2},$$

Называется эффективным потенциалом; U_x, U_y, U_z обозначают частные производные по отношению к координатам.

Расстояния от КА до главных тел равны

$$r_1 = \sqrt{(x + \mu)^2 + y^2 + z^2} \quad r_2 = \sqrt{(x - 1 + \mu)^2 + y^2 + z^2}$$

Точки либрации

Точки равновесия (либрации) находятся из уравнений

$$U_x = U_y = U_z = 0$$

Коллинеарные точки либрации

Система Земля—Луна

$$x_{L_1} \approx 1 - r_H + \frac{1}{3} r_H^2 - \frac{26}{9} r_H^3$$

$$x_{L_1} \approx 0.8369147$$

$$x_{L_2} \approx 1 + r_H + \frac{1}{3} r_H^2 - \frac{28}{9} r_H^3$$

$$x_{L_2} \approx 1.1556825$$

$$x_{L_3} \approx -1 - \frac{5}{12} \mu + \frac{23 \cdot 49}{12^4} \mu^3$$

$$x_{L_3} \approx -1.0050627$$

$$r_H = (\mu/3)^{1/3}$$

Аппроксимация периодических орбит

Периодические орбиты сначала представляются в виде рядов согласно методу Линдштедта-Пуанкаре¹:

$$\begin{aligned}x(t) &= \sum_{i,j=1}^{+\infty} \left(\sum_{|k|\leq i+j} x_{ijk} \cos k\theta \right) \alpha^i \beta^j & \omega &= \omega_p \left(1 + \sum_{i,j=1}^{\infty} d_{ij} \alpha^i \beta^j \right) \\y(t) &= \sum_{i,j=1}^{+\infty} \left(\sum_{|k|\leq i+j} y_{ijk} \sin k\theta \right) \alpha^i \beta^j & \sum_{i,j=1}^{\infty} f_{ij} \alpha^i \beta^j &= \omega_p^2 - \omega_v^2 \\z(t) &= \sum_{i,j=1}^{+\infty} \left(\sum_{|k|\leq i+j} z_{ijk} \cos k\theta \right) \alpha^i \beta^j & \theta &= \omega t + \varphi\end{aligned}$$

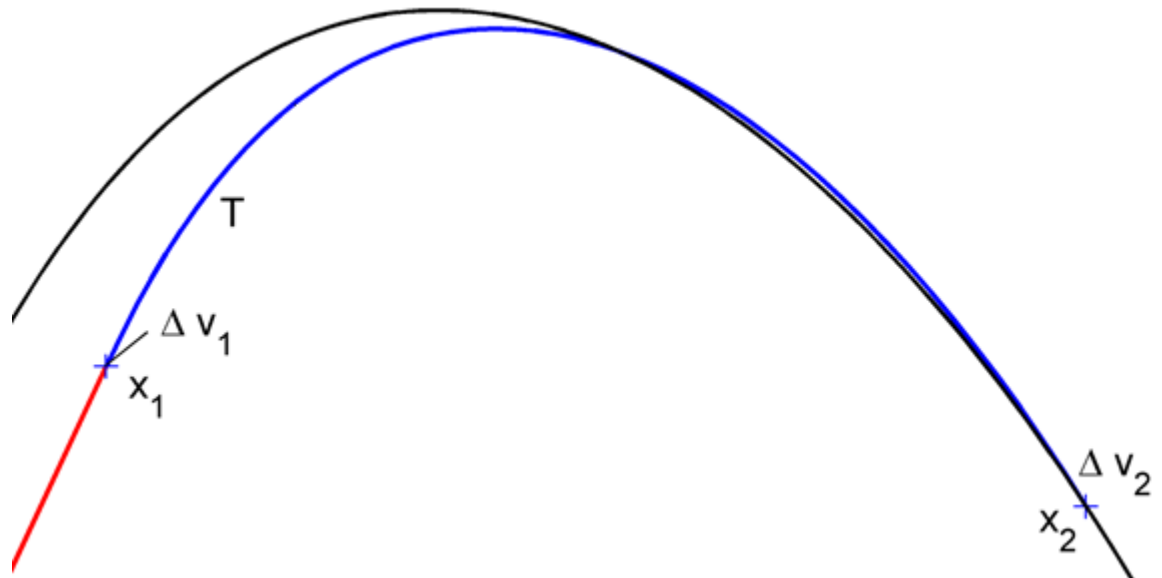
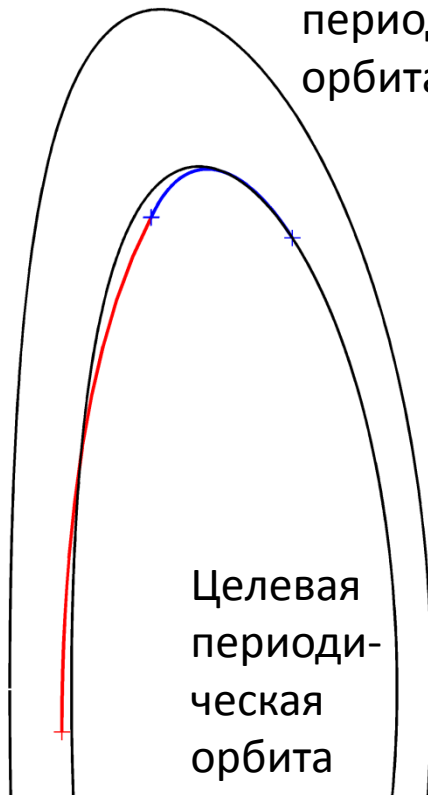
Приближенные решения затем уточняются с помощью метода дифференциальной коррекции¹

¹Koon, W. S., Lo, M. W., Marsden, J. E., and Ross, S. D., Dynamical Systems, the Three-body Problem and Space Mission Design, Springer, 2008.

Нацеливание на периодическую орбиту

Исходная
периодическая
орбита

$$J(y) = \Delta v_1 + \Delta v_2 \rightarrow \min$$
$$y = (A_x, T, \varphi)$$



Эффективность стратегии

Эффективность стратегии будет характеризоваться величиной

$$\rho = \frac{\Delta V_{\text{ref}} - \Delta V_{\text{best}}}{\Delta V_{\text{ref}}} \cdot 100\%$$

ΔV_{ref} – затраты при перелете на исходную орбиту

ΔV_{best} – затраты при перелете на оптимальную орбиту

Две опции выбора вектора отклонения

- Вдоль неустойчивого многообразия на поверхности наиболее вероятного эллипсоида рассеяния
- Отклонение моделируется как случайный вектор с распределением $N(\mathbf{0}, \Sigma)$,
производится серия испытаний Монте Карло

Первая опция

Направим вектор \mathbf{e} вдоль вектора неустойчивого многообразия \mathbf{u}_u ,

$$\mathbf{e} = k\mathbf{u}_u$$

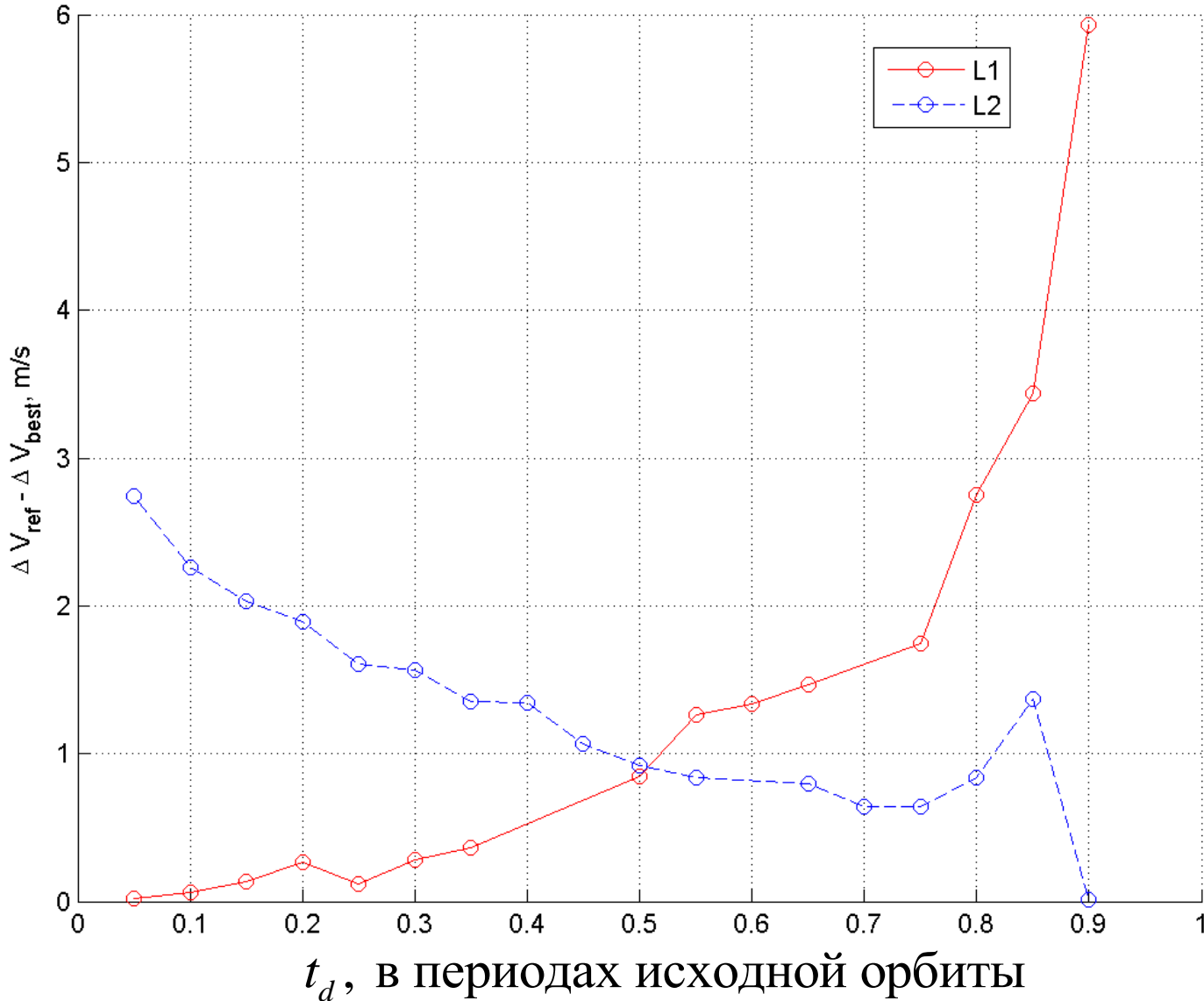
Множитель k подберем так, чтобы вектор лежал на эллипсоиде рассеяния

$$E_c = \{\mathbf{x} : \mathbf{x}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{x} \leq c\} \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_r^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \sigma_v^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{pmatrix}$$

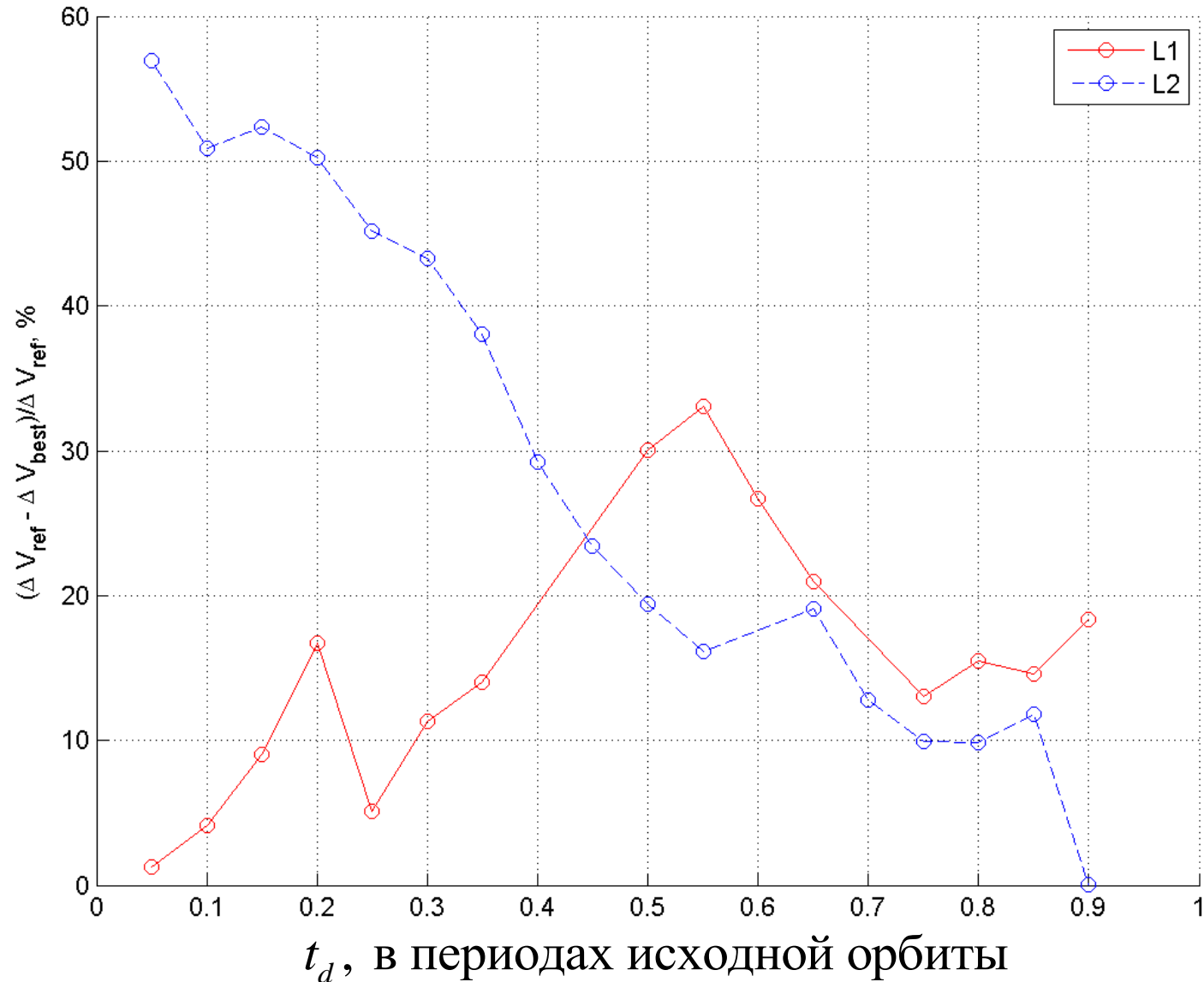
Размеры эллипсоида c выберем так, чтобы максимизировать плотность вероятности величины $\mathbf{X}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{X}$ для \mathbf{X} из $\mathbf{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma})$. Можно получить, что

$$\mathbf{e} = \frac{2}{\sqrt{\mathbf{u}_u^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{u}_u}} \mathbf{u}_u$$

Выигрыш ΔV , первая опция



Эффективность стратегии, первая опция



Вторая опция

Вектор отклонения моделируется как случайный вектор с распределением

$$N(\mathbf{0}, \Sigma)$$

Матрица ковариации

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_r^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \sigma_v^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{pmatrix}$$

Для каждой точки либрации и интервала времени задержки было проведено 2000 испытаний Монте Карло

Диаграмма размаха, EM L1, интервал 0.05—0.90T_{ho}

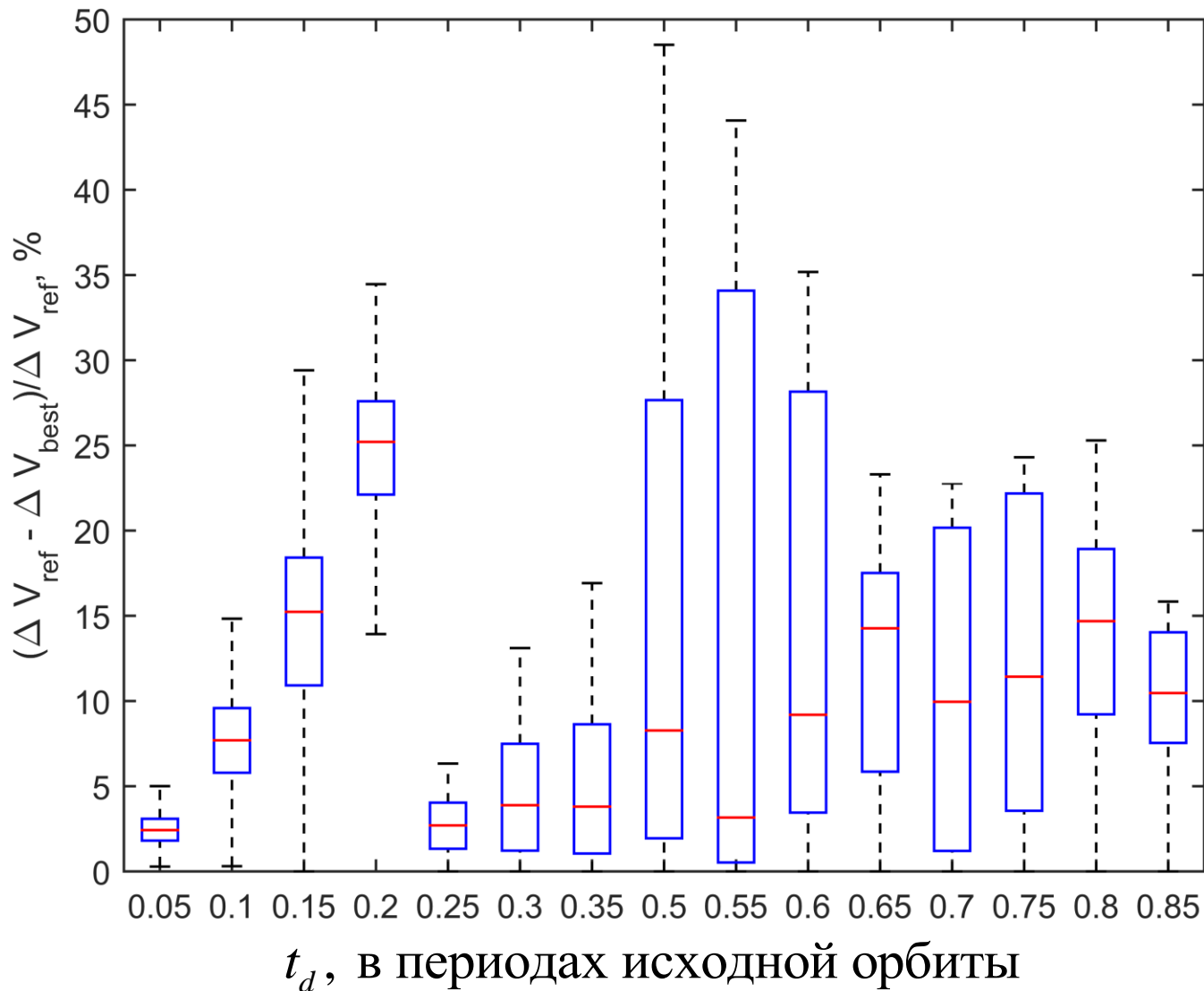


Диаграмма размаха, EM L2, интервал 0.05—0.90 T_{ho}

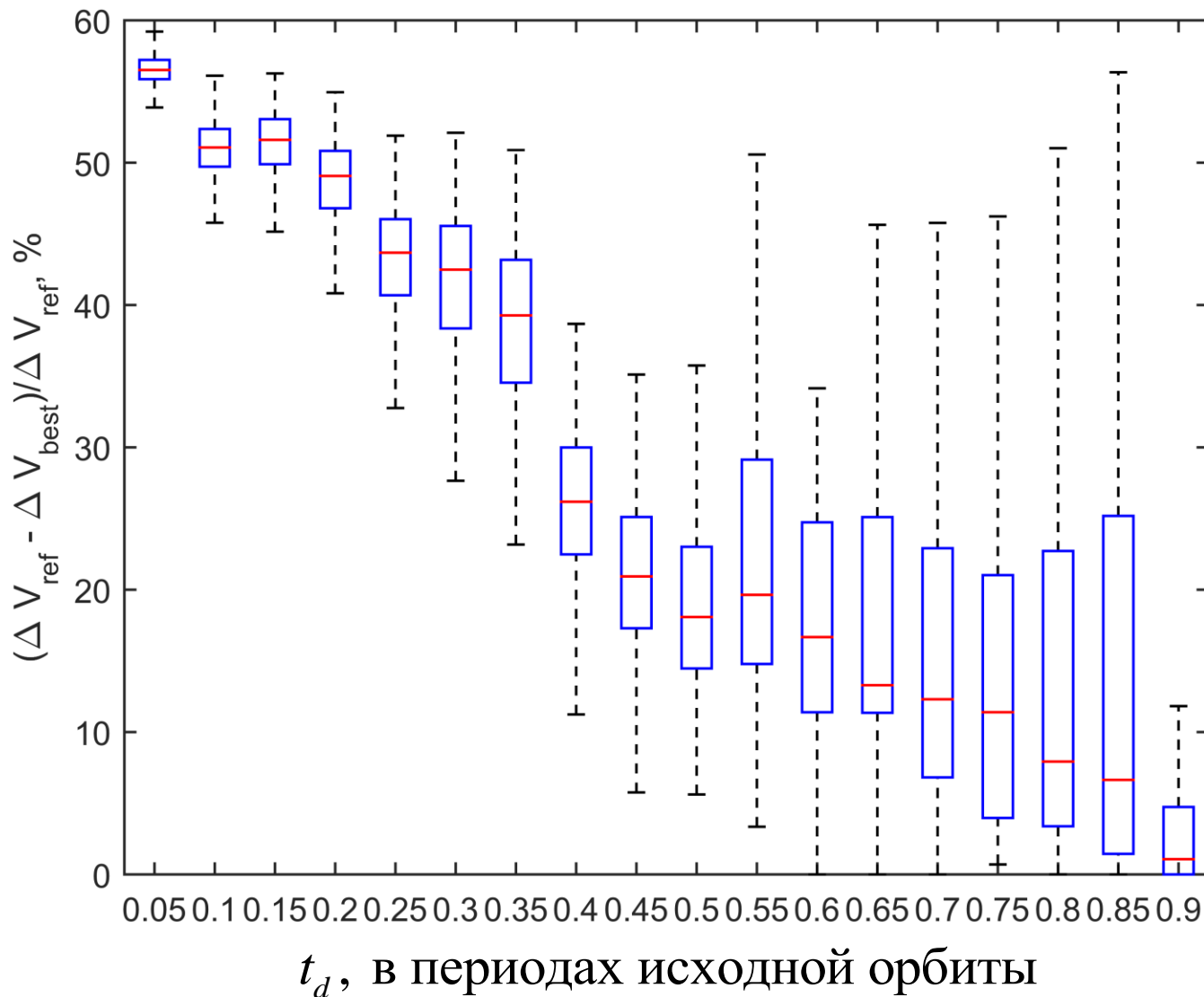


Диаграмма размаха, EM L1, интервал $0.95 - 1.80T_{ho}$

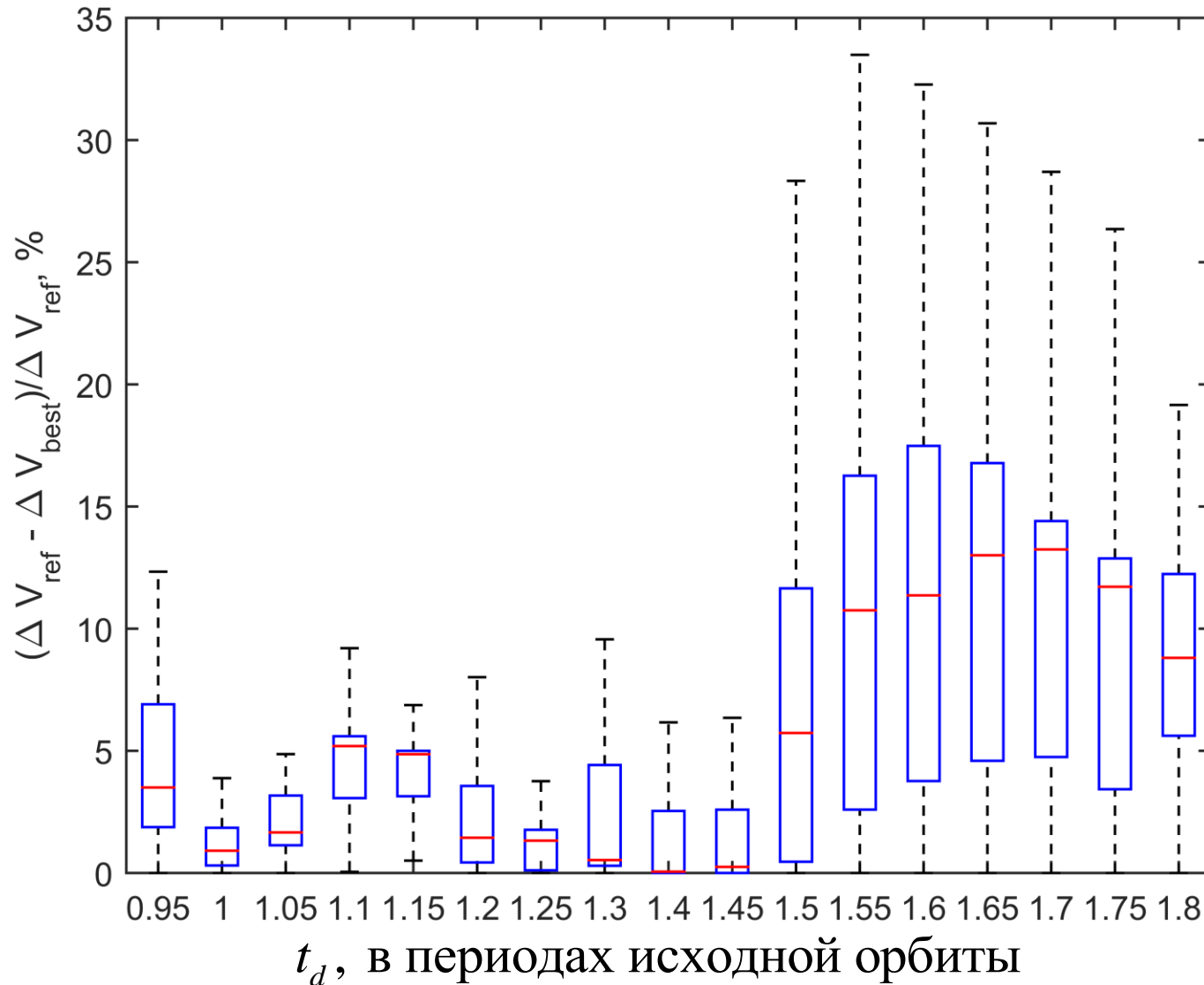
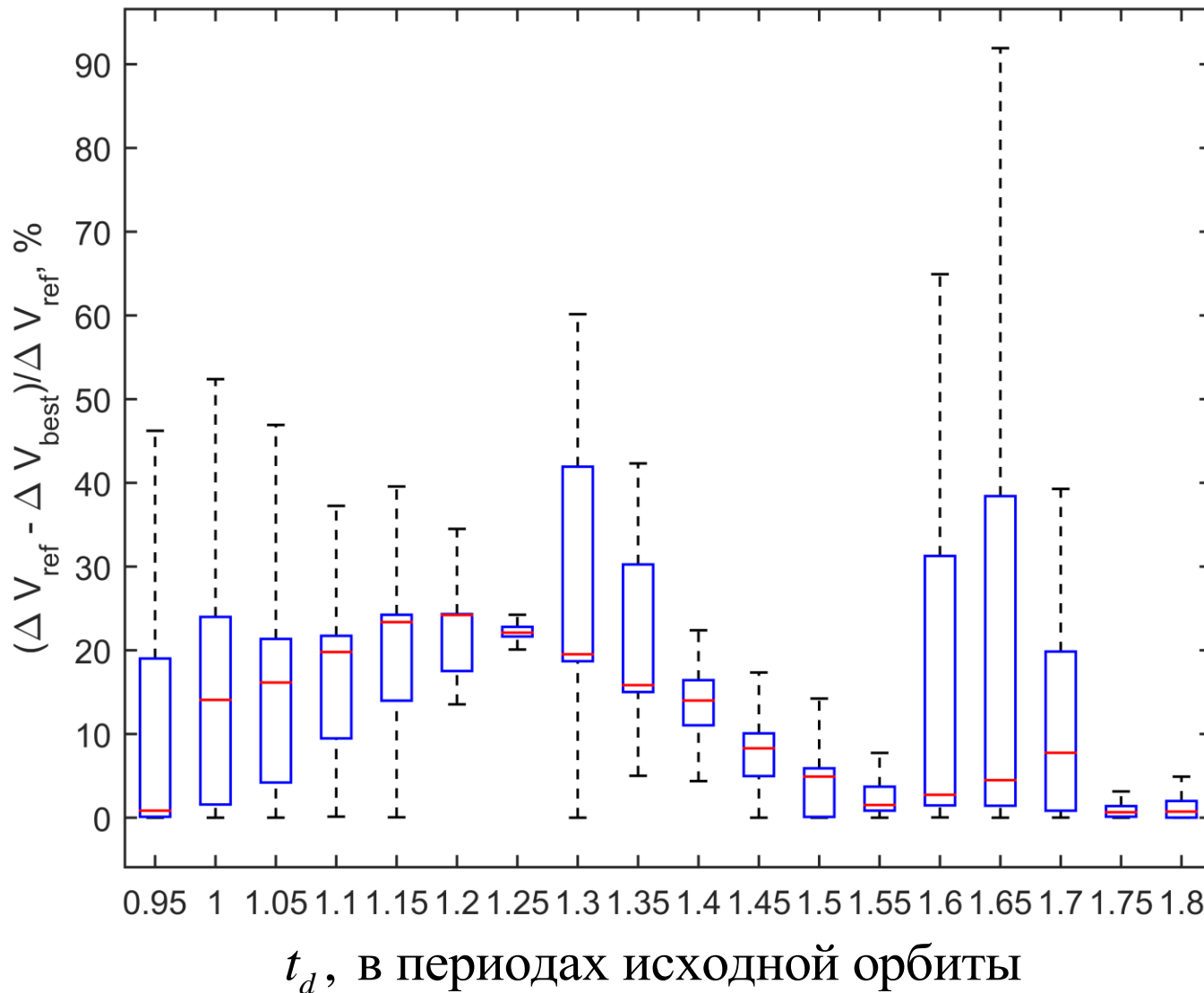


Диаграмма размаха, EM L2, интервал $0.95 - 1.80 T_{ho}$



Заключение

- Выбор новой номинальной орбиты вокруг коллинеарных точек либрации системы Земля—Луна после нештатной задержки коррекции может приводить к экономии затрат характеристической скорости **более 30%**, это отвечает увеличению времени жизни КА на орбите от **нескольких месяцев до нескольких лет**
- Уровень неопределенности состояния КА по окончании нештатной задержки коррекции определяет вероятность успешного перелета с одной орбиты на другую, и разброс значений параметров перелета оказывается **существенным** в миссиях вокруг точек либрации
- Диаграммы размаха после серии испытаний Монте Карло позволяют определить интервалы задержки коррекции, при которых переход на новую орбиту будет **наиболее эффективен с наибольшей вероятностью** с учетом заданного уровня неопределенности состояния. Эта информация может быть использована разработчиками для разумной оценки шансов на успешное спасение миссии

Диаграмма размаха, SE L1, интервал $0.05—0.90T_{ho}$

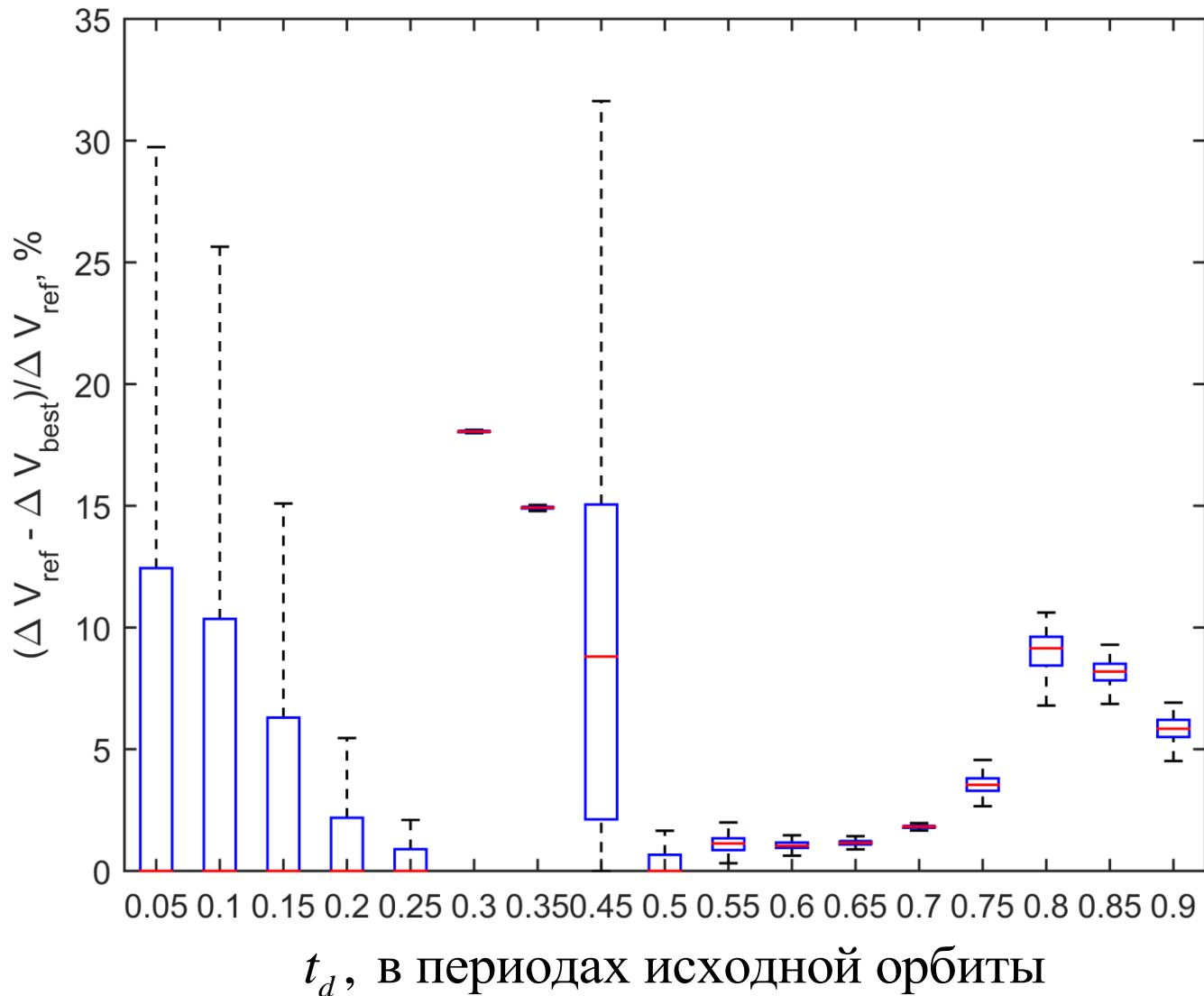


Диаграмма размаха, SE L2, интервал $0.05—0.90T_{ho}$

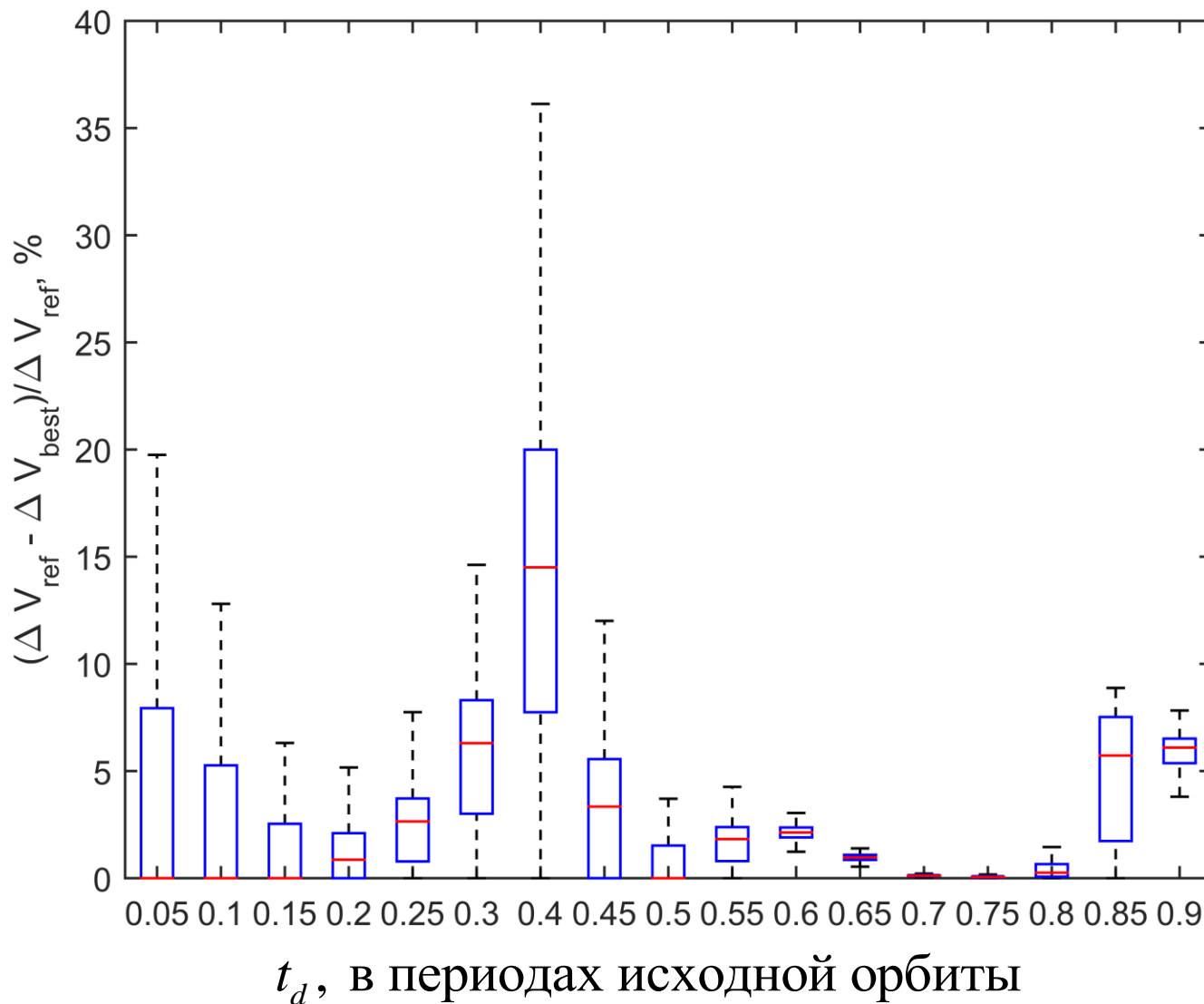


Диаграмма размаха, SE L1, интервал $0.95 - 1.80T_{ho}$

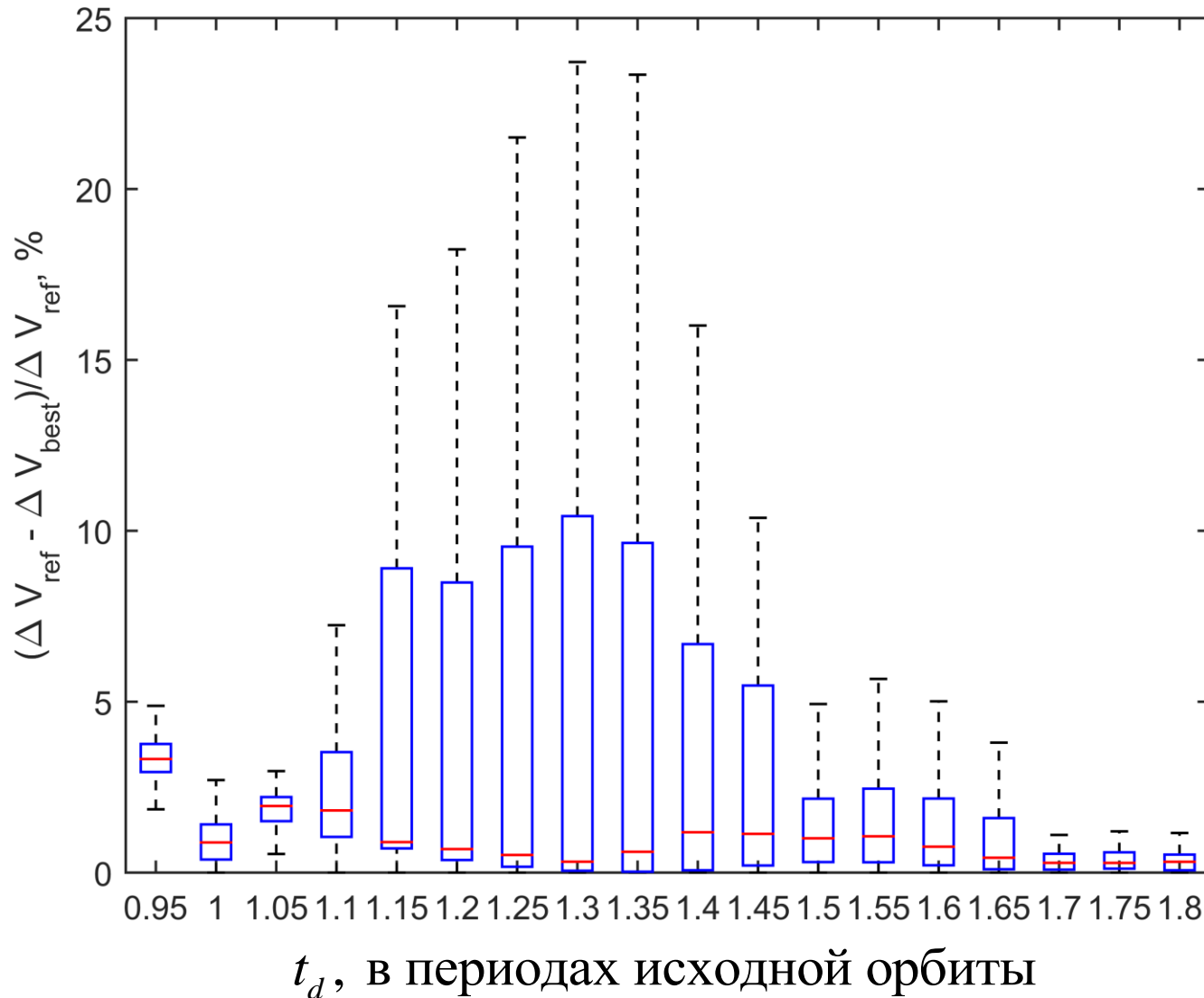


Диаграмма размаха, SE L2, интервал $0.95 - 1.80T_{ho}$

