

4-я Всероссийская научно-техническая конференция  
**Современные проблемы ориентации и навигации  
космических аппаратов**

**ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ  
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИИ ДЛЯ  
МИКРОСПУТНИКОВ СЕРИИ "ТАБЛЕТСАТ"**

Иванов Д.С.

Институт прикладной математики им.М.В.Келдыша РАН

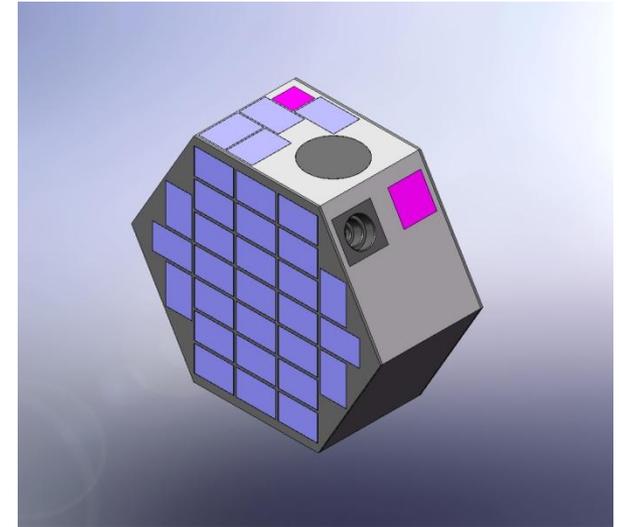
Ивлев Н.А., Карпенко С.О.

ООО «Спутникс»



# Микроспутники ТаблетСат

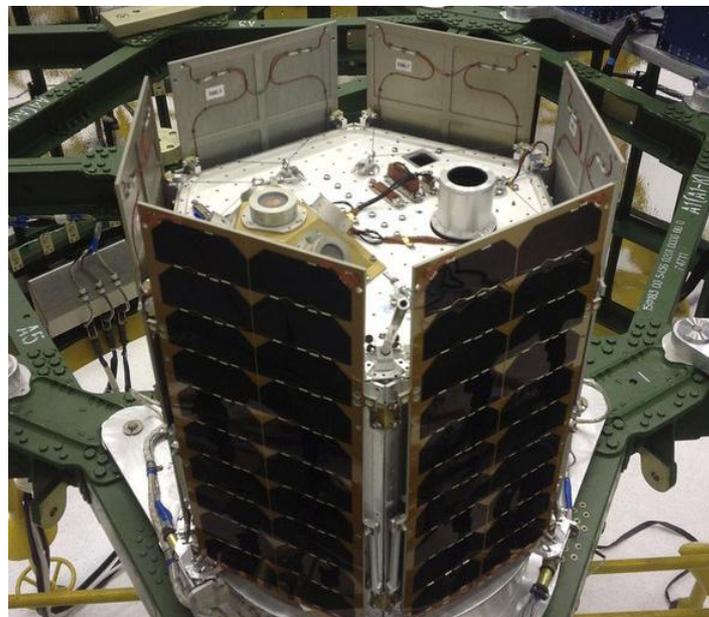
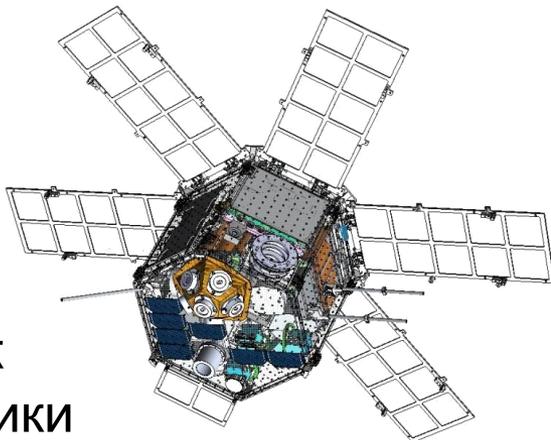
- Форма – гексагональная призма
- 1 модуль - 10 кг
- Модульный принцип сборки
- Микроспутник состоит из унифицированных элементов
- Архитектура Plug-n-Play для механических, электрических и информационных интерфейсов
- В зависимости от требований миссии выбирается определенный набор датчиков и актюаторов для системы ориентации.
- Подробности - [sputnix.ru](http://sputnix.ru)





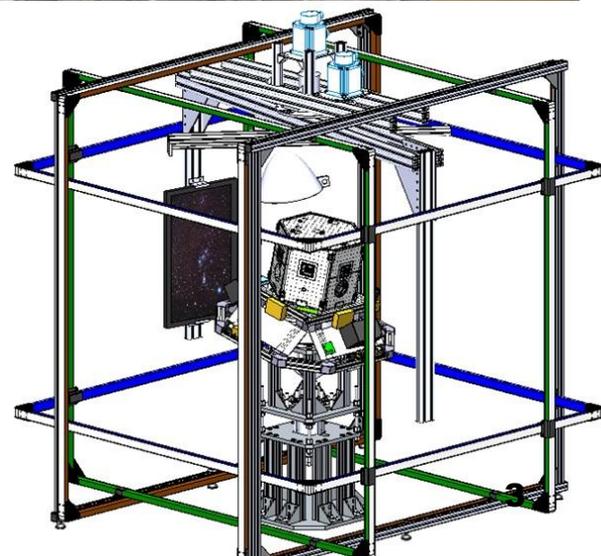
# Микроспутник ТаблетСат-Аврора

- Технологический демонстратор
- Успешно запущен 20 июня 2014
- Масса около 26 кг.
- Трехосная СО:
  - Маховики
  - Гиросдины
- Датчики:
  - Звездный датчик
  - Солнечные датчики
  - Магнитометр
  - Датчик угловой скорости



## Параметры датчиков

Parameter	Магнитометр	Солнечный	ДУС	Звездный
Диапазон измерений	$\pm 200\,000$ нТ	$\pm 45$ град	$\pm 250$ град/с	—
СКО	250 нТ	0.1 град	0.005 град/с	0.001 град





# Задачи

- Разработать банк алгоритмов определения движения, из которого можно выбрать подходящий набор, удовлетворяющий требованиям миссии.
- Выбрать параметры алгоритмов для получения наилучшей точности определения движения при заданных неучтенных в модели движения возмущениях и сравнить их.
- Построить алгоритмы, позволяющие оценивать смещение нуля датчиков.



# Расширенный фильтр Калмана

Модель движения КА

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{q}_k,$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}_k) = 0, \mathbf{M}(\mathbf{q}_k \mathbf{q}_k^T) = \mathbf{Q}_k,$$

Модель измерений

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, t) + \mathbf{r}_k.$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}_k) = 0, \mathbf{M}(\mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T) = \mathbf{R}_k.$$

Линеаризация

$$\mathbf{F}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^-}, \mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^-}$$

$$\Phi_k = \mathbf{E} + \mathbf{F}_k (t_k - t_{k-1}).$$

**Этап прогноза** (интегрирование)

1. Прогноз вектора состояния

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) dt,$$

2. Прогноз матрицы ошибок

$$\mathbf{P}_k^- = \Phi_k \mathbf{P}_{k-1}^+ \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k,$$

**Этап коррекции** (обработка измерения)

1. Вычисление весовой матрицы

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1},$$

2. Коррекция  $\hat{\mathbf{x}}_k^-$  с использованием  $\mathbf{z}_k$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k [\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, t)],$$

3. Усечение матрицы ошибок

$$\mathbf{P}_k^+ = [\mathbf{E} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_k^-.$$

Начальный вектор состояния  $\mathbf{x}_0$ ,

Начальная матрица ошибок  $\mathbf{P}_0$



# Уравнения углового движения

Динамические уравнения:

$$J\dot{\omega} = -\dot{\mathbf{h}} + \frac{3\mu}{R^3}(\boldsymbol{\eta} \times J\boldsymbol{\eta}) - \boldsymbol{\omega} \times (J\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}).$$

Изменение кин. момента маховиков:

$$\dot{\mathbf{h}} = K_{\alpha} \boldsymbol{\lambda}_{rel} + K_{\omega} (\tilde{\boldsymbol{\omega}} - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0) - \boldsymbol{\omega} \times (J\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}).$$

Кинематические уравнения:

$$\dot{\Lambda} = \frac{1}{2} \Omega \Lambda,$$

где

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & \tilde{\omega}_z & -\tilde{\omega}_y & \tilde{\omega}_x \\ -\tilde{\omega}_z & 0 & \tilde{\omega}_x & \tilde{\omega}_y \\ \tilde{\omega}_y & -\tilde{\omega}_x & 0 & \tilde{\omega}_z \\ -\tilde{\omega}_x & -\tilde{\omega}_y & -\tilde{\omega}_z & 0 \end{pmatrix}.$$



# Пример линеаризации моделей для фильтра Калмана

Вектор состояния:  $\mathbf{x} = [\boldsymbol{\lambda}^T \ \boldsymbol{\omega}^T]^T$

Линеаризованные  
уравнения движения:  $\delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\delta\mathbf{x}, \mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} -\mathbf{W} & \frac{1}{2}\mathbf{E} \\ \mathbf{J}^{-1}(2k\mathbf{F}_g(t) - k_\alpha\mathbf{E}) & -\mathbf{J}^{-1}k_\omega \end{bmatrix}$

Модель измерений:  $\mathbf{z} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_{meas} \\ \mathbf{s}_{meas} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(\boldsymbol{\lambda})\mathbf{b}_o \\ A(\boldsymbol{\lambda})\mathbf{s}_o \end{pmatrix} + \mathbf{v}$

Линеаризованная модель  
измерений (Маг+СД):  $\delta\mathbf{z} = \mathbf{H}\delta\mathbf{x}, \mathbf{H} = \begin{pmatrix} W_{\hat{\mathbf{b}}} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ W_{\hat{\mathbf{s}}} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{pmatrix}, \hat{\mathbf{b}} = A(\hat{\Lambda}_k^-)\mathbf{b}_o, \hat{\mathbf{s}} = A(\hat{\Lambda}_k^-)\mathbf{s}_o$

Параметры алгоритма  $\mathbf{Q} = \text{diag}(q_\lambda^2, q_\lambda^2, q_\lambda^2, q_\omega^2, q_\omega^2, q_\omega^2)$



# Исследование точности

## при квазистационарном движении

Линейная система:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{\Phi}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{q}_k, \quad M(\mathbf{q}_k) = 0, \quad M(\mathbf{q}_k \mathbf{q}_k^T) = \mathbf{Q}_k,$$

Модель измерений:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{r}_k, \quad M(\mathbf{r}_k) = 0, \quad M(\mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T) = \mathbf{R}_k$$

Для стационарной системы:

$$\mathbf{\Phi}_k = \mathbf{\Phi} = const, \quad \mathbf{H}_k = \mathbf{H} = const, \quad \mathbf{Q}_k = \mathbf{Q} = const, \quad \mathbf{R}_k = \mathbf{R} = const,$$

в случае наблюдаемости существует матрица ошибок  $\mathbf{P}_\infty$  ( $\mathbf{P}_k = M[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T]$ )

определяемая соотношением :

$$\mathbf{P}_\infty = \left\{ \mathbf{E} - (\mathbf{\Phi} \mathbf{P}_\infty \mathbf{\Phi}^T + \mathbf{Q}) \mathbf{H}^T \left[ \mathbf{H} (\mathbf{\Phi} \mathbf{P}_\infty \mathbf{\Phi}^T + \mathbf{Q}) \mathbf{H}^T + \mathbf{R} \right]^{-1} \mathbf{H} \right\} (\mathbf{\Phi} \mathbf{P}_\infty \mathbf{\Phi}^T + \mathbf{Q}),$$

**Предположения :**

- Движение медленное, матрицы  $\mathbf{\Phi}$ ,  $\mathbf{H}$  изменяются медленно или измерения приходят с достаточно большой частотой.
- Алгоритм успевает сойтись, так что в каждый момент времени можно найти  $\mathbf{P}_\infty$ .



# Настройка алгоритма:

## магнитометр и солнечный датчик

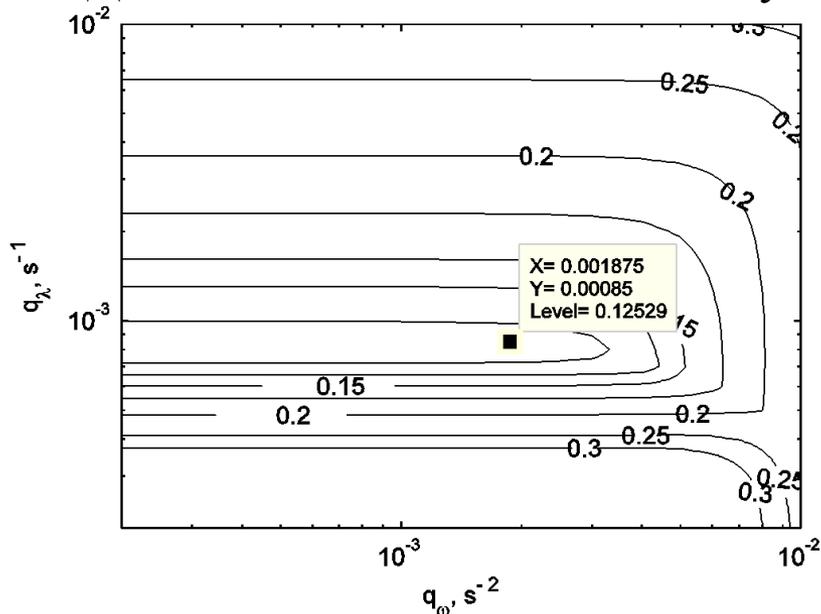
- Предположим, что на аппарат действует постоянное неучтенное возмущение

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi_k \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\chi}_k, \quad \boldsymbol{\chi}_{k+1} = E \boldsymbol{\chi}_k + \boldsymbol{\theta}_k,$$

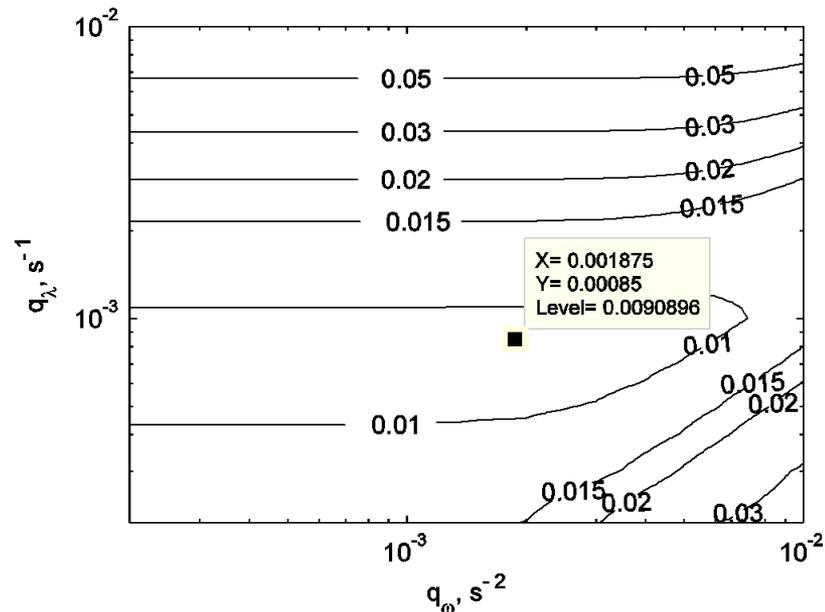
- Пусть постоянный вектор возмущения  $\boldsymbol{\chi}$  равен

$$\boldsymbol{\chi} = \left[ d\Delta t^2 / 2 \quad d\Delta t^2 / 2 \quad d\Delta t^2 / 2 \quad d\Delta t \quad d\Delta t \quad d\Delta t \right]^T.$$

- Для ТаблетСата оценка максимума возмущения порядка  $d = 10^{-6} \text{ c}^{-2}$ .



Ошибка определения ориентации, град



Ошибка определения угловой скорости, град/с

# Моделирование работы фильтра: магнитометр и солнечный датчик

- Наилучшая точность достигается при  $q_\lambda = 8 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$  и  $q_\omega = 2 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-2}$ .
- Точность составляет  $\sigma_\alpha = 0.12$  град and  $\sigma_\omega = 0.009$  град/с

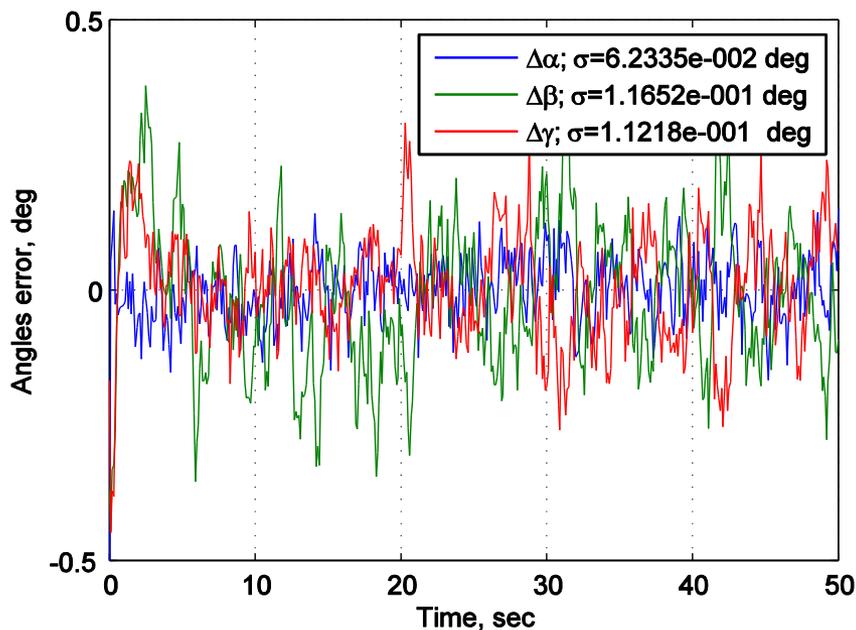


График разности оценок углов ориентации и их реального значения

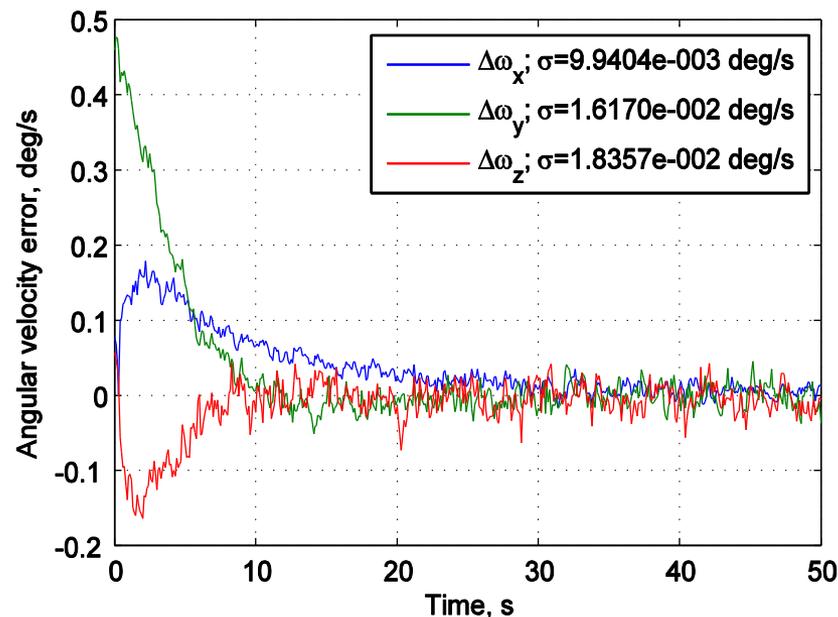
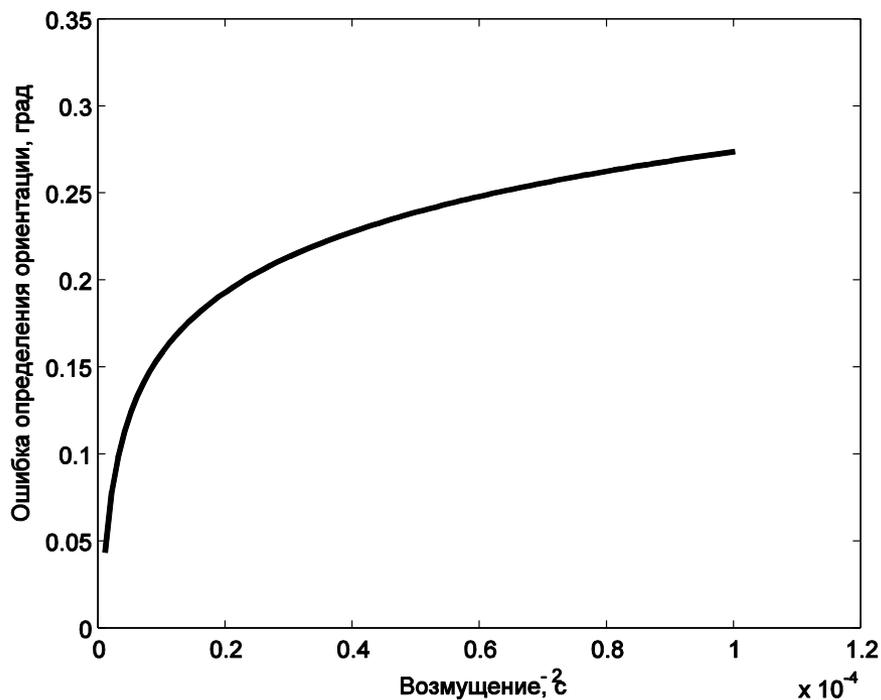


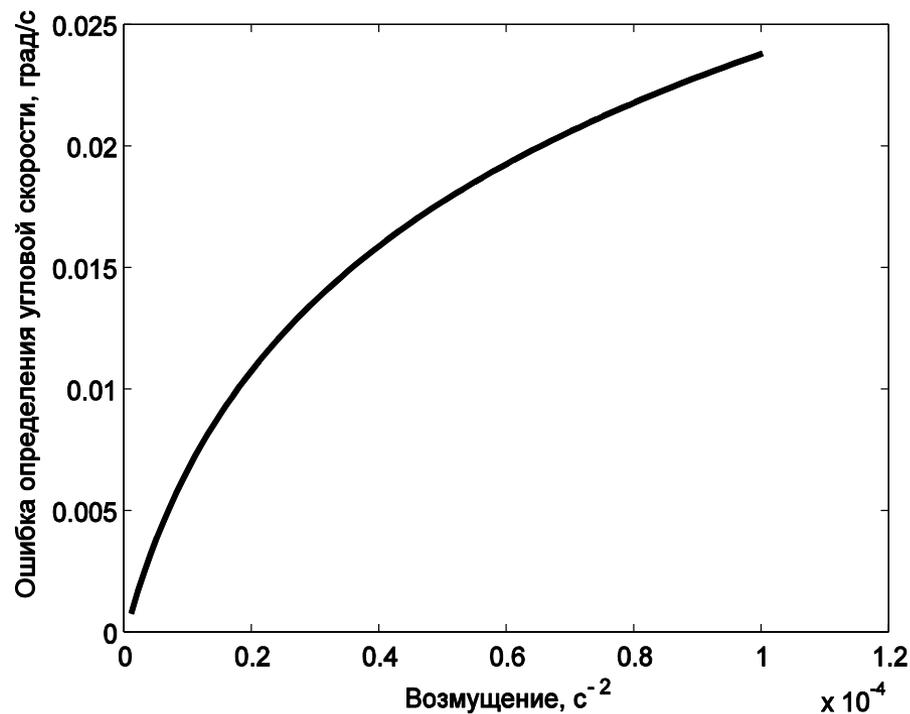
График разности оценок компонент угловой скорости и их реального значения



# Зависимость наилучшей точности определения углового движения от возмущающего ускорения



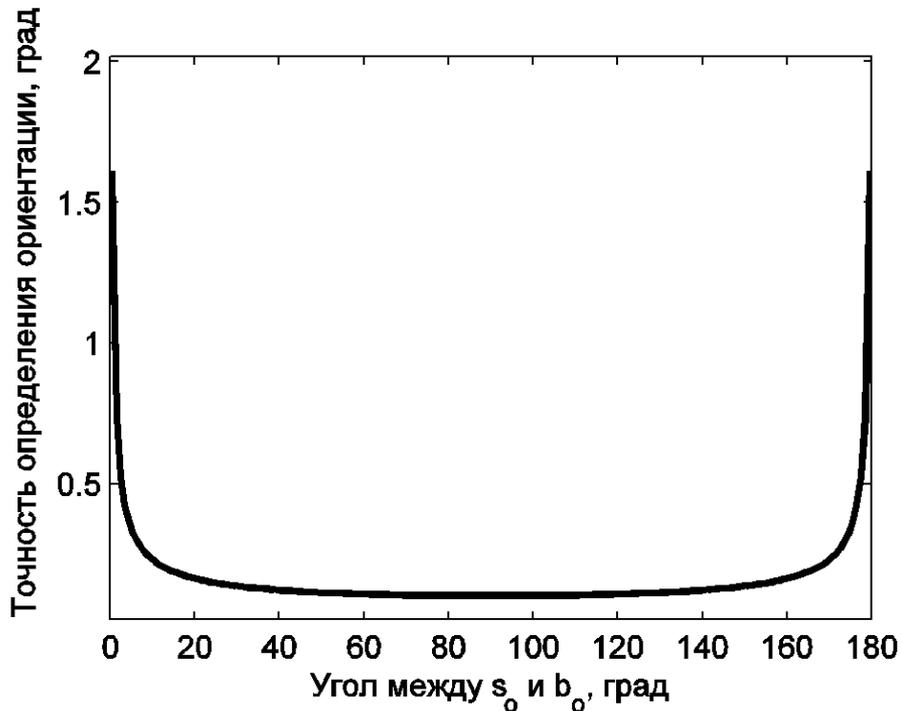
Зависимость наилучшей точности определения ориентации от возмущающего ускорения при  $\mathbf{b}_o \perp \mathbf{s}_o$



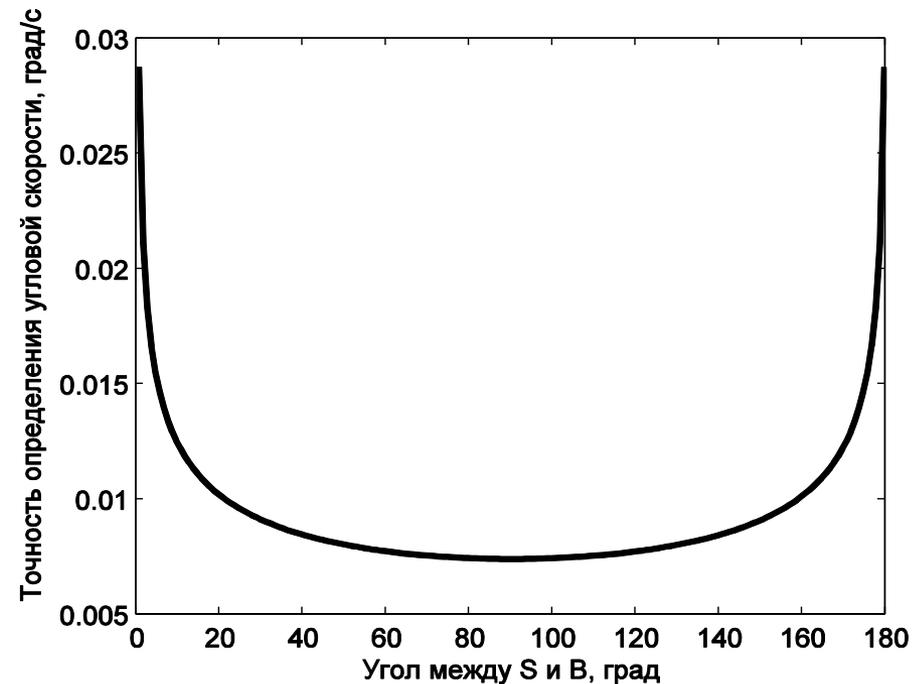
Зависимость наилучшей точности определения угловой скорости от возмущающего ускорения при  $\mathbf{b}_o \perp \mathbf{s}_o$

# Точность определения движения в зависимости от угла между S и B

Уровень возмущений  $10^{-6}$  Н·м, параметры из области наивысшей точности



Ошибка определения ориентации, град



Ошибка определения угловой скорости, град/с



# Фильтры Калмана с оценкой смещения поля датчика угловой скорости

Вектор состояния:  $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{q}(t) \ \boldsymbol{\beta}(t)]^T$

Уравнения движения:  $\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{si} = \mathbf{N}_{ctrl} + \mathbf{N}_{gg} + \mathbf{N}_{dist} - [\boldsymbol{\omega}_{si} \times](\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{si} + \mathbf{h})$

$$\dot{\mathbf{q}}_{so} = \frac{1}{2} \mathbf{q}_{so} \circ \boldsymbol{\omega}_{so},$$

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_{meas} - \boldsymbol{\beta}, \quad \dot{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{\xi}, \quad (\mathbf{M}(\boldsymbol{\xi}) = 0, \mathbf{M}(\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\xi}^T) = \boldsymbol{\Xi})$$

Линеаризованные  
уравнения движения

$$\delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F} \delta\mathbf{x}, \quad \mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} -[\hat{\boldsymbol{\omega}}(t) \times]_{3 \times 3} & -\frac{1}{2} \mathbf{E}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

Модель измерений:

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_{meas} \\ \mathbf{s}_{meas} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{so}(\mathbf{q})\mathbf{b}_o \\ A_{so}(\mathbf{q})\mathbf{s}_o \end{pmatrix} + \mathbf{v}$$

Линеаризованная модель  
измерений:

$$\delta\mathbf{z} = \mathbf{H} \delta\mathbf{x}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 \mathbf{b}_o & h_2 \mathbf{b}_o & h_3 \mathbf{b}_o & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ h_1 \mathbf{s}_o & h_2 \mathbf{s}_o & h_3 \mathbf{s}_o & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{6 \times 6}, \quad h_i = \left[ \frac{\partial A(q_k)}{\partial q_{k,i}} \right]$$

# Фильтры с калибровкой: примеры

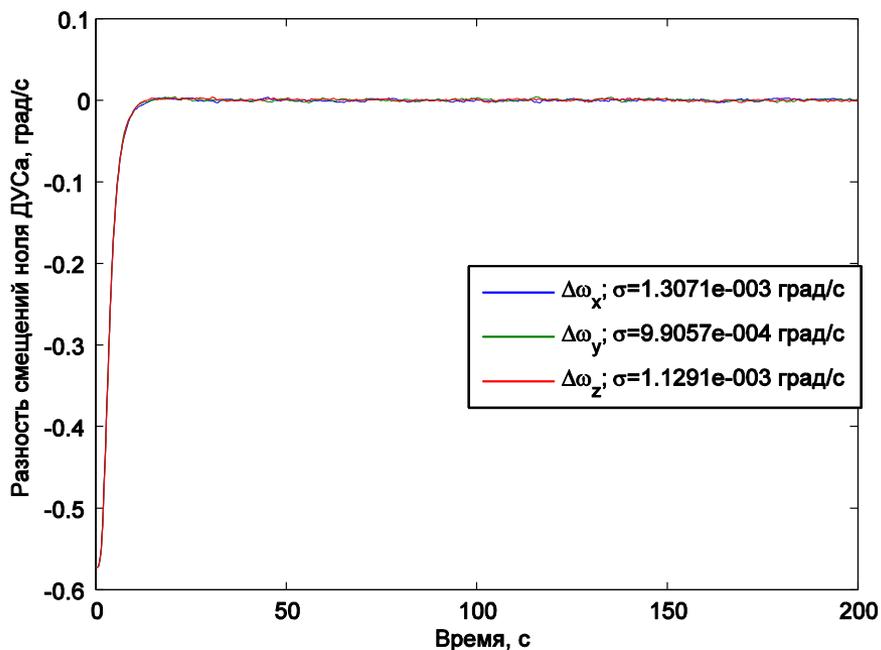


График разности оценок компонент смещения поля датчика угловой скорости и их реального значения

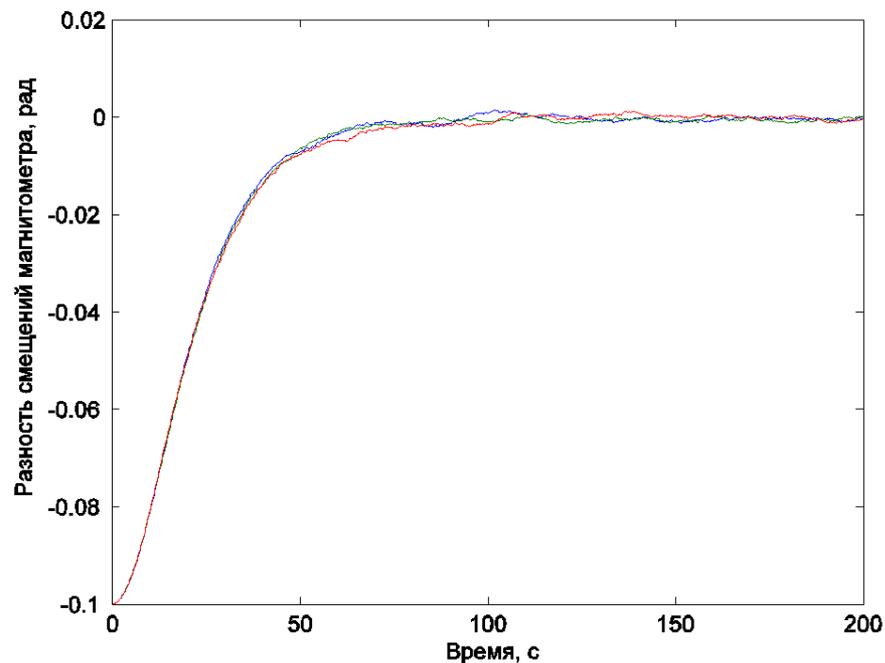


График разности оценок компонент смещения поля магнитометра и их реального значения



# Характеристики фильтров с использованием звездного датчика

Датчики	Вектор измерений	Вектор состояния	Параметры настройки $q_\lambda [s^{-1}]$ и $q_\omega [s^{-2}]$	Точность определения ориентации и угловой скорости
ЗД+ДУС+Маг+СД	$\begin{pmatrix} \lambda \\ \omega \\ \mathbf{b} \\ s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \lambda \\ \omega \end{pmatrix}$	$1 \cdot 10^{-6},$ $1,2 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-4}$ град, $4 \cdot 10^{-4}$ град/с
ЗД+ДУС+Маг	$\begin{pmatrix} \lambda \\ \omega \\ \mathbf{b} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \lambda \\ \omega \end{pmatrix}$	$1 \cdot 10^{-6},$ $1,2 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-4}$ град, $4 \cdot 10^{-4}$ град/с
ЗД+Маг+СД	$\begin{pmatrix} \lambda \\ \mathbf{b} \\ s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \lambda \\ \omega \end{pmatrix}$	$1 \cdot 10^{-6},$ $1,2 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^{-4}$ град, $6 \cdot 10^{-4}$ град/с
ЗД+Маг	$\begin{pmatrix} \lambda \\ \mathbf{b} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \lambda \\ \omega \\ \Delta \mathbf{b} \end{pmatrix}$	$1 \cdot 10^{-6},$ $1,2 \cdot 10^{-5},$ $1 \cdot 10^{-4} (q_{\Delta b})$	$7 \cdot 10^{-4}$ град, $6 \cdot 10^{-4}$ град/с, 80 нТл ( $\sigma_{\Delta b}$ )
ЗД+ДУС	$\begin{pmatrix} \lambda \\ \omega \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \lambda \\ \omega \end{pmatrix}$	$1 \cdot 10^{-6},$ $1,2 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-4}$ град, $4 \cdot 10^{-4}$ град/с
		$\begin{pmatrix} \lambda \\ \omega \\ \Delta \omega \end{pmatrix}$	$1 \cdot 10^{-6},$ $1,2 \cdot 10^{-5},$ $1 \cdot 10^{-4} (q_{\Delta \omega})$	$5 \cdot 10^{-4}$ град, $4 \cdot 10^{-4}$ град/с, $3 \cdot 10^{-3}$ град/с ( $\sigma_{\Delta \omega}$ )
ЗД	$\lambda$	$\begin{pmatrix} \lambda \\ \omega \end{pmatrix}$	$1 \cdot 10^{-6},$ $1,2 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-4}$ град, $6 \cdot 10^{-4}$ град/с



# Характеристики фильтров с использованием магнитометра

Датчики	Вектор измерений	Вектор состояния	Параметры настройки $q_\lambda[s^{-1}]$ и $q_\omega[s^{-2}]$	Точность определения ориентации и угловой скорости
Маг+СД+ДУС	$\begin{pmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{s} \\ \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \lambda \\ \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix}$	$5 \cdot 10^{-5},$ $5 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-2}$ град, $4 \cdot 10^{-3}$ град/с
		$\begin{pmatrix} \lambda \\ \boldsymbol{\omega} \\ \Delta \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix}$	$1 \cdot 10^{-6},$ $3 \cdot 10^{-3},$ $1 \cdot 10^{-6} (q_{\Delta \omega})$	$2 \cdot 10^{-2}$ град, $4 \cdot 10^{-3}$ град/с, $5 \cdot 10^{-4}$ град/с ( $\sigma_{\Delta \omega}$ )
		$\begin{pmatrix} \lambda \\ \boldsymbol{\omega} \\ \Delta \mathbf{b} \end{pmatrix}$	$5 \cdot 10^{-8},$ $3 \cdot 10^{-3},$ $5 \cdot 10^{-1} (q_{\Delta b})$	$5 \cdot 10^{-2}$ град, $4 \cdot 10^{-3}$ град/с, 400 Т ( $\sigma_{\Delta b}$ )
Маг+СД	$\begin{pmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{s} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \lambda \\ \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix}$	$5 \cdot 10^{-4},$ $2 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-1}$ град, $2 \cdot 10^{-2}$ град/с,
Маг+ДУС	$\begin{pmatrix} \mathbf{b} \\ \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \lambda \\ \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix}$	$1 \cdot 10^{-6},$ $5 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-1}$ град, $5 \cdot 10^{-3}$ град/с,



# Заключение

- Использование измерений магнитометра и солнечного датчика совместно с измерениями звездного датчика имеет смысл только для нахождения смещения поля.
- Исследована зависимость точности определения движения от угла между направлениями на Солнце и магнитным полем для алгоритма, использующего измерения магнитометра и солнечного датчика.
- Получена зависимость точности алгоритмов от неучтенного возмущения.



Спасибо за внимание