



58-я научная конференция МФТИ
28 ноября 2015 года



Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе

Динамика и управление движением космических аппаратов

Адаптация траекторий перелета в окрестность Луны к эфемеридной модели движения Солнечной системы

О.В.Загидуллина, студентка 5 курса ФУПМ

Научный консультант: М.Г. Ширококов, аспирант 3 года ФУПМ

Содержание

- Мотивация
- Математические модели
- Постановка задачи
- Численные методы
- Результаты

Миссии к точкам либраций

Название	Дата старта	Точка либрации	Тип орбиты
ISEE-3	12.08.1978	Солнце - Земля L_1, L_2	Гало
WIND	01.11.1994	Солнце - Земля L_1	Квази-гало
SOHO	02.12.1995	Солнце - Земля L_1	Гало
ACE	25.08.1997	Солнце - Земля L_1	Лиссажу
WMAP	30.06.2001	Солнце - Земля L_2	Лиссажу
Genesis	08.08.2001	Солнце - Земля L_1	Квази-гало
ARTEMIS	17.02.2007	Земля – Луна L_1, L_2	Квази-гало
Herschel	14.05.2009	Солнце - Земля L_2	Гало
Planck	14.05.2009	Солнце - Земля L_2	Лиссажу
Chang'e 2	01.10.2010	Солнце - Земля L_2	Лиссажу
GAIA	19.12.2013	Солнце - Земля L_2	Лиссажу
DSCOVR	11.02.2015	Солнце - Земля L_1	Лиссажу

Российские миссии

Космический телескоп “Спектр-РГ”

Дата старта: запланирована на середину 2017 г.

Прямой перелёт на квазипериодическую орбиту малой амплитуды в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце-Земля

Научные задачи: сканирование пространства в рентгеновском и гамма диапазонах, исследование возможности навигации по рентгеновским лучам

Космический телескоп “Миллиметрон”

Дата старта: запланирована на 2019-2023 г.

Прямой перелёт на квази-гало орбиту с большим выходом из плоскости эклиптики в окрестности точки либрации L_2 системы Солнце-Земля

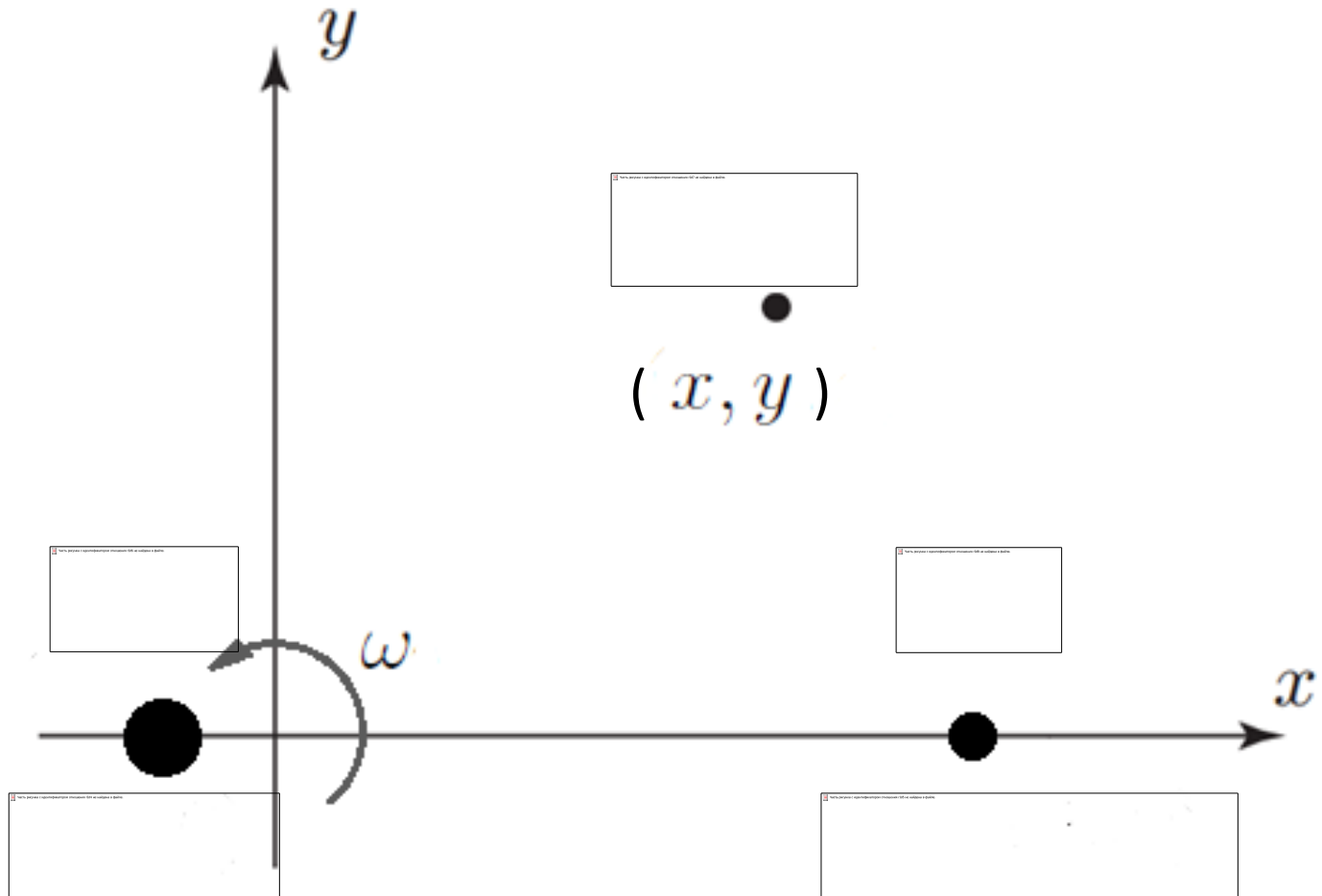
Научные задачи: сканирование пространства в миллиметровом, субмиллиметровом и инфракрасном диапазонах. Двенадцатиметровое зеркало телескопа будет охлаждаться до 4К для обеспечения уникальной чувствительности

Плоская круговая ограниченная задача трех тел

- Система Земля-Луна
- КА движется в плоскости орбиты Луны вокруг Земли
- Орбита Луны – круговая
- КА не оказывает влияния на движение Земли и Луны

$$(m_{S/c} \ll m_M < m_E)$$

Система координат



Система единиц

$$M \rightarrow \frac{M}{m_E + m_M}$$

$$R \rightarrow \frac{R}{R_{EM}}$$

$$T \rightarrow \frac{T \cdot 2\pi}{T_0}$$

Уравнения движения

$$\ddot{x} - 2\dot{y} = \Omega_x, \quad \ddot{y} + 2\dot{x} = \Omega_y$$

где эффективный потенциал:

$$\Omega(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{2} + \frac{1 - \mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2},$$

и расстояния от КА до главных тел:

$$r_1 = \sqrt{(x + \mu)^2 + y^2} \quad r_2 = \sqrt{(x - 1 + \mu)^2 + y^2}$$

Точки либрации

Точки либрации (положения равновесия) находятся из уравнений:

$$\Omega_x = \Omega_y = 0$$

Коллинеарные точки либрации

$$x_{L_1} \approx 1 - r_H + \frac{1}{3} r_H^2 - \frac{26}{9} r_H^3$$

$$x_{L_2} \approx 1 + r_H + \frac{1}{3} r_H^2 - \frac{28}{9} r_H^3$$

$$x_{L_3} \approx -1 - \frac{5}{12} \mu + \frac{23 \cdot 49}{12^4} \mu^3$$

$$r_H = (\mu/3)^{1/3}$$

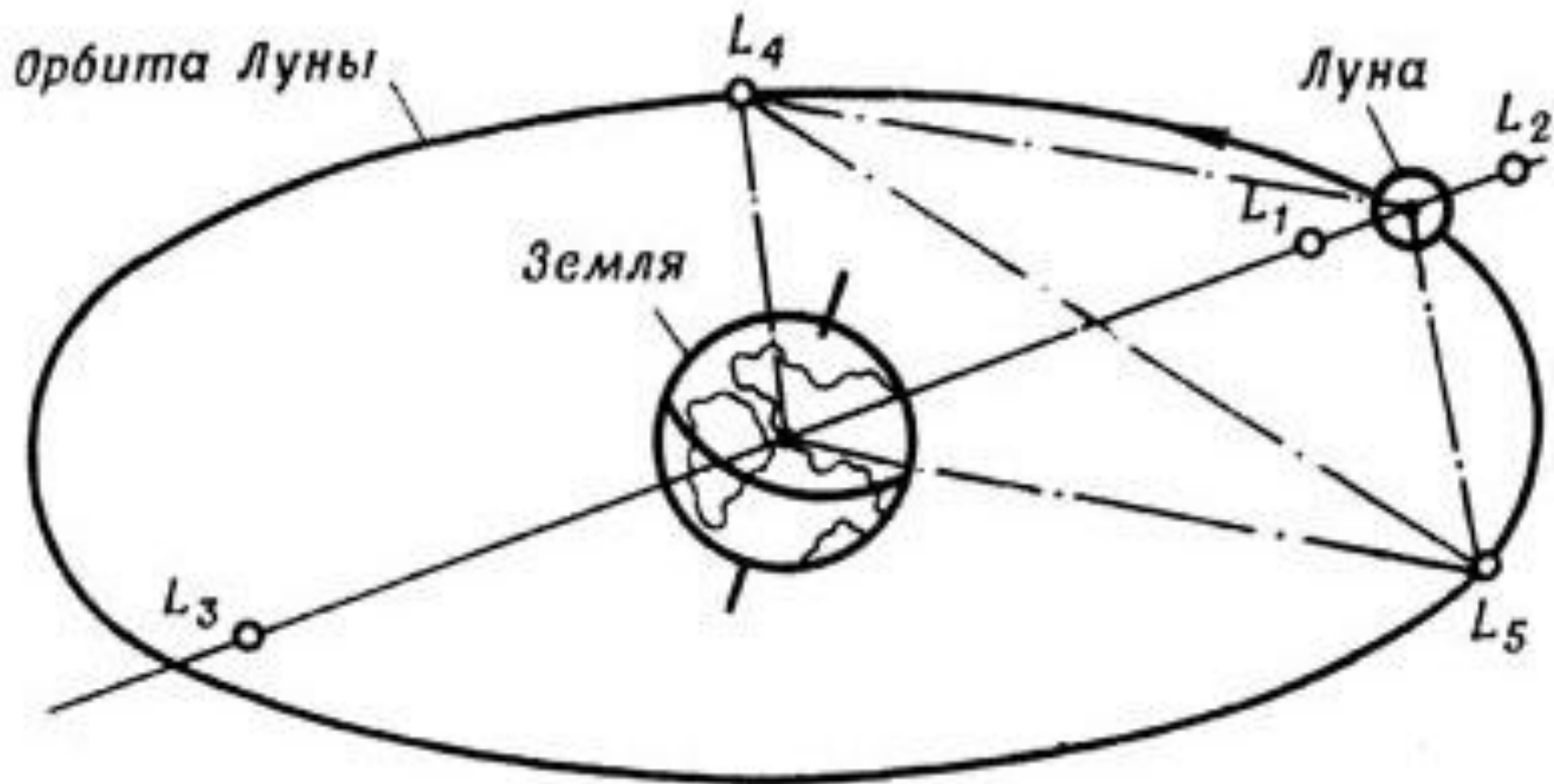
Система Земля-Луна

$$x_{L_1} \approx 0.83691$$

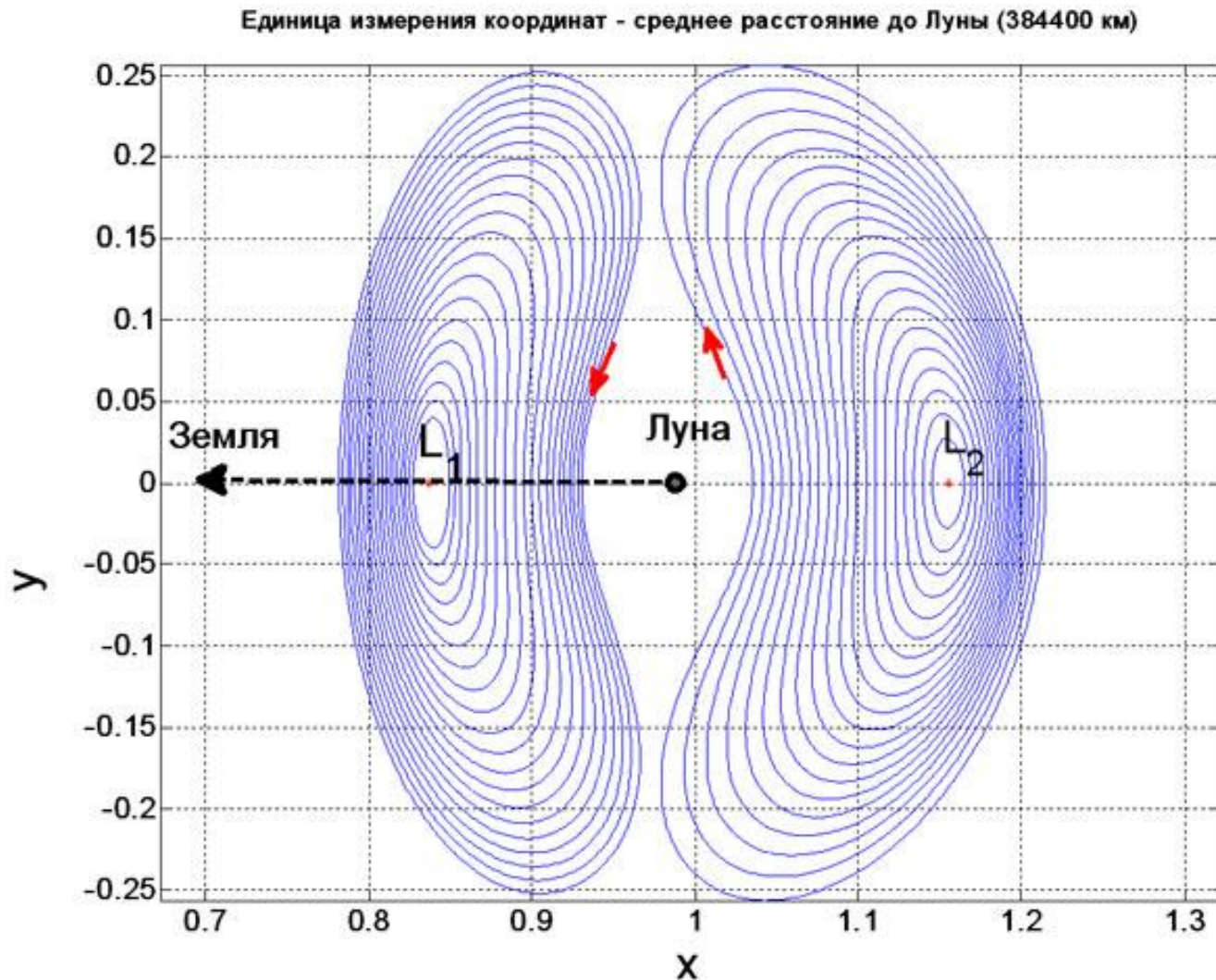
$$x_{L_2} \approx 1.15568$$

$$x_{L_3} \approx -1.00506$$

Точки либрации



Периодические орбиты вокруг точек либраций

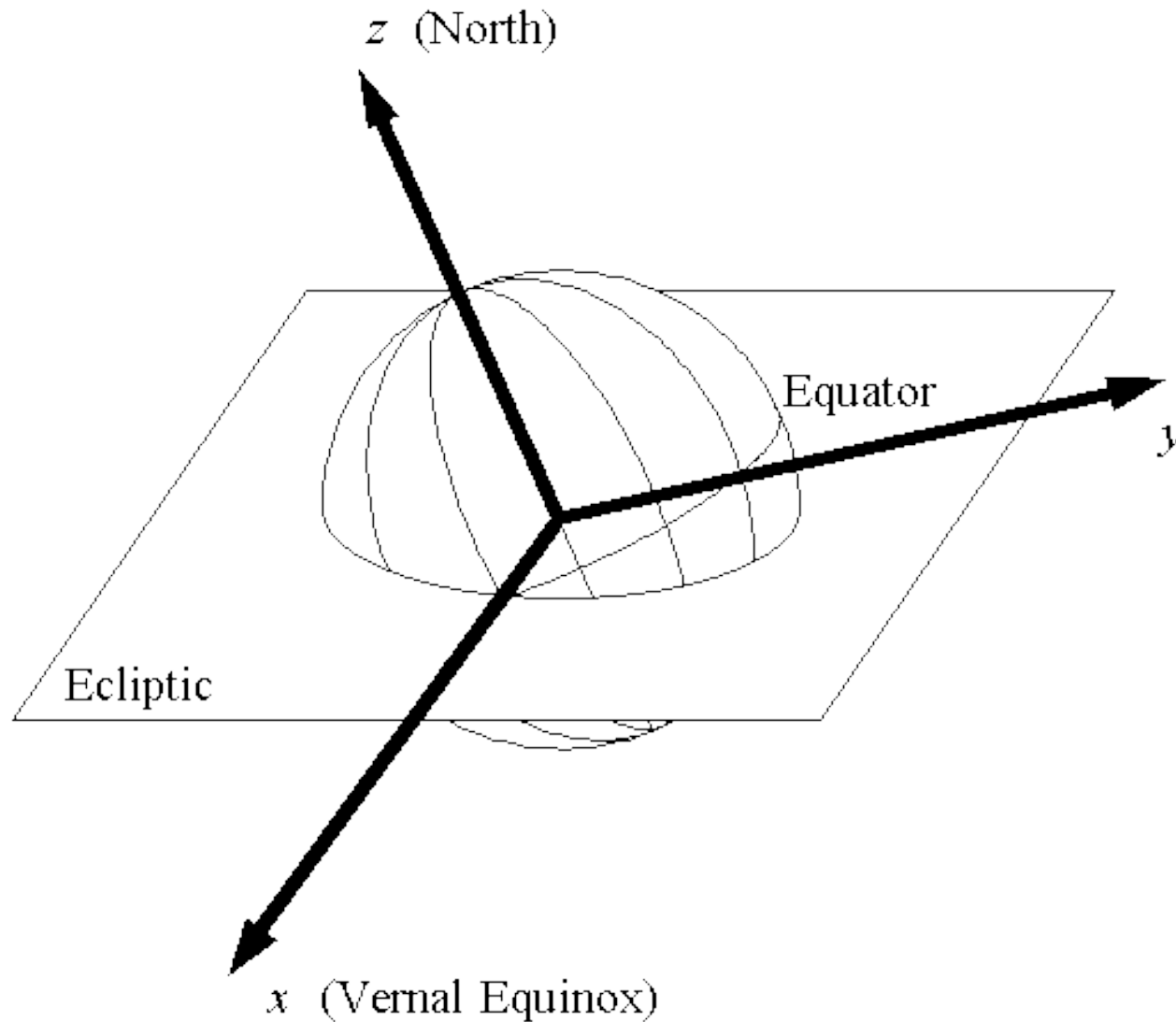


Ограниченная задача четырех тел

- 1) Движение Солнца и Луны определено эфемеридной моделью движения Солнечной системы*
- 2) На систему не действуют другие тела
- 3) КА не влияет на движение других тел системы ($M_S > M_E > M_M \gg m_{S/c}$)

*файл DE421. JPL, NASA

Система координат



Уравнения движения в полной модели

$$\ddot{\mathbf{r}} = \underbrace{-(1-\mu) \frac{\mathbf{r}}{r^3}}_{\text{притяжение к Земле}} - \underbrace{\mu \left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_M}{|r_{M \rightarrow sc}^3} + \frac{\mathbf{r}_M}{r_M^3} \right)}_{\text{притяжение к эфемеридной Луне}} -$$

$$- \underbrace{\mu_S \left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_S}{|r_{S \rightarrow sc}^3} + \frac{\mathbf{r}_S}{r_S^3} \right)}_{\text{притяжение к эфемеридному Солнцу}}$$

Переход из вращающейся системы координат в геоцентрическую

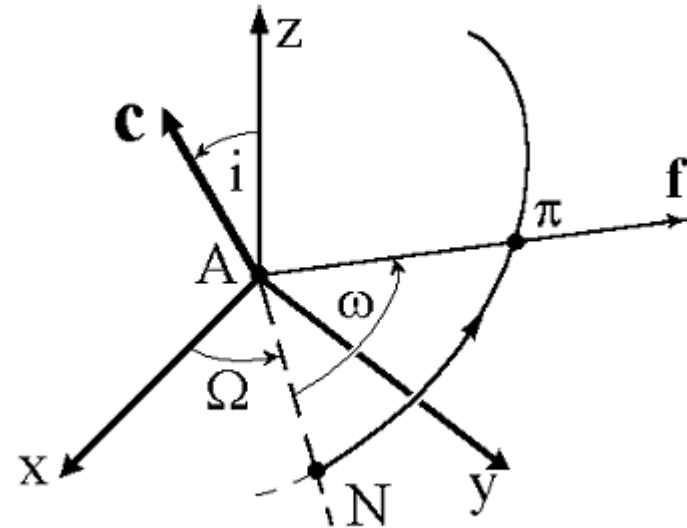
Перевод фазового вектора:

- 1) Смещение вращающейся системы координат вдоль оси x на μ
- 2) Три поворота на углы φ, i, Ω (углы Эйлера)

φ - аргумент широты

i - наклонение орбиты Луны на эпоху JD0

Ω - долгота восходящего узла на эпоху JD0

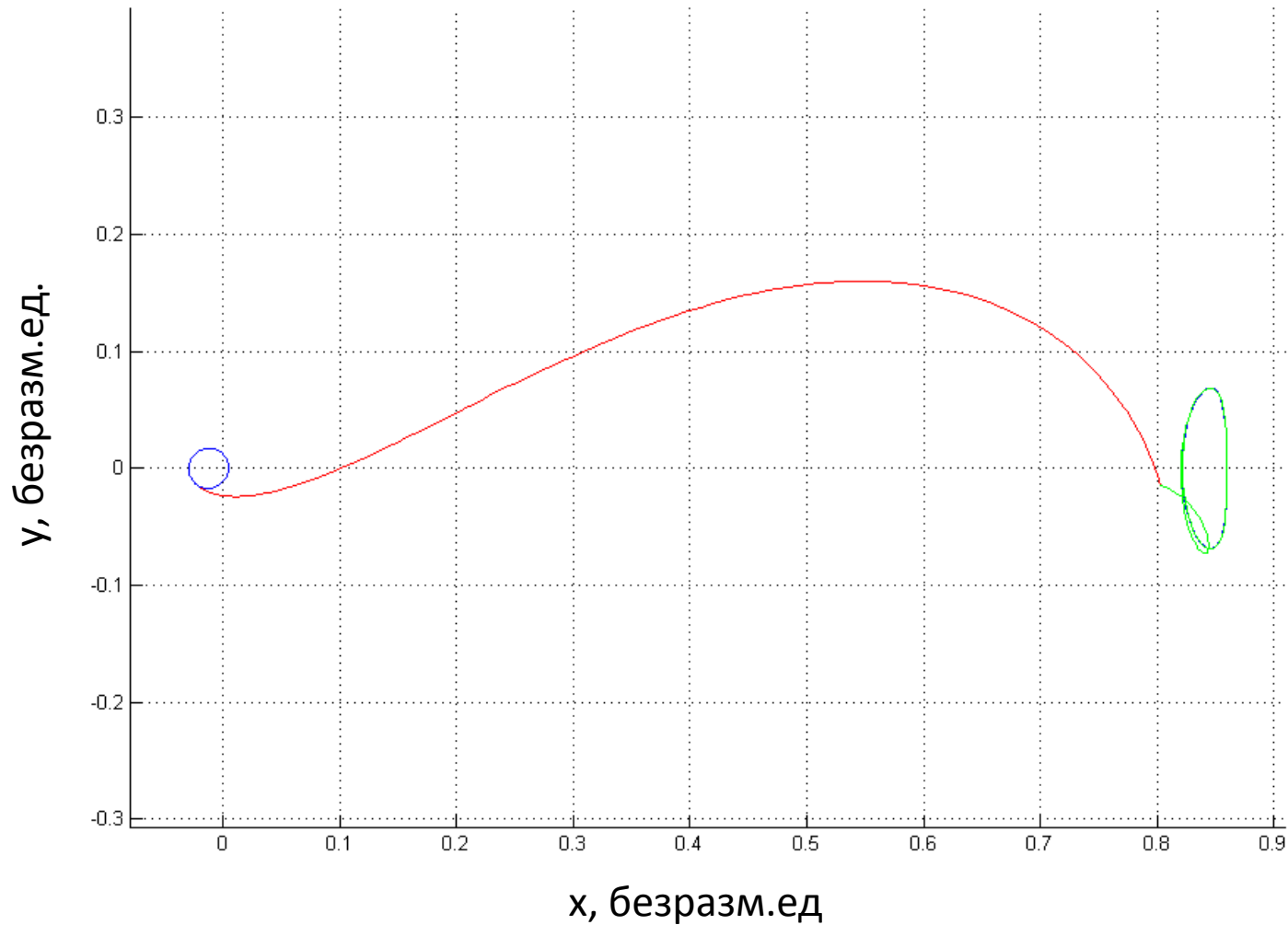


Постановка задачи

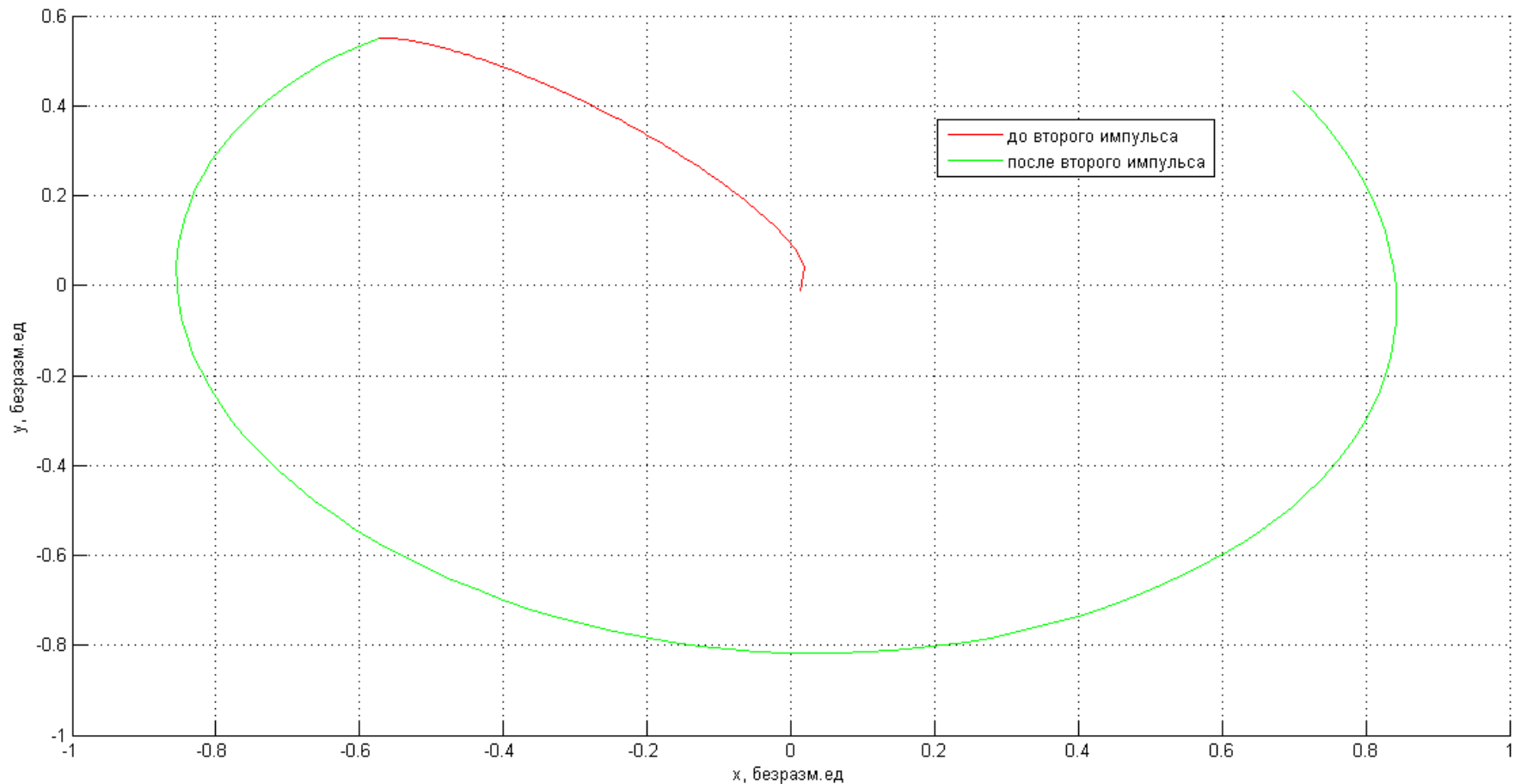
1. Дана круговая околоземная орбита и плоская периодическая орбита вокруг L_1 системы Земля-Луна
2. Дана траектория с околоземной орбиты на периодическую орбиту
3. Траектория рассчитана в модели плоской круговой ограниченной задачи трех тел

Требуется адаптировать данную траекторию к полной модели

Траектория перелета в простой модели



Опорная траектория в геоцентрической системе координат



Метод продолжения по параметру

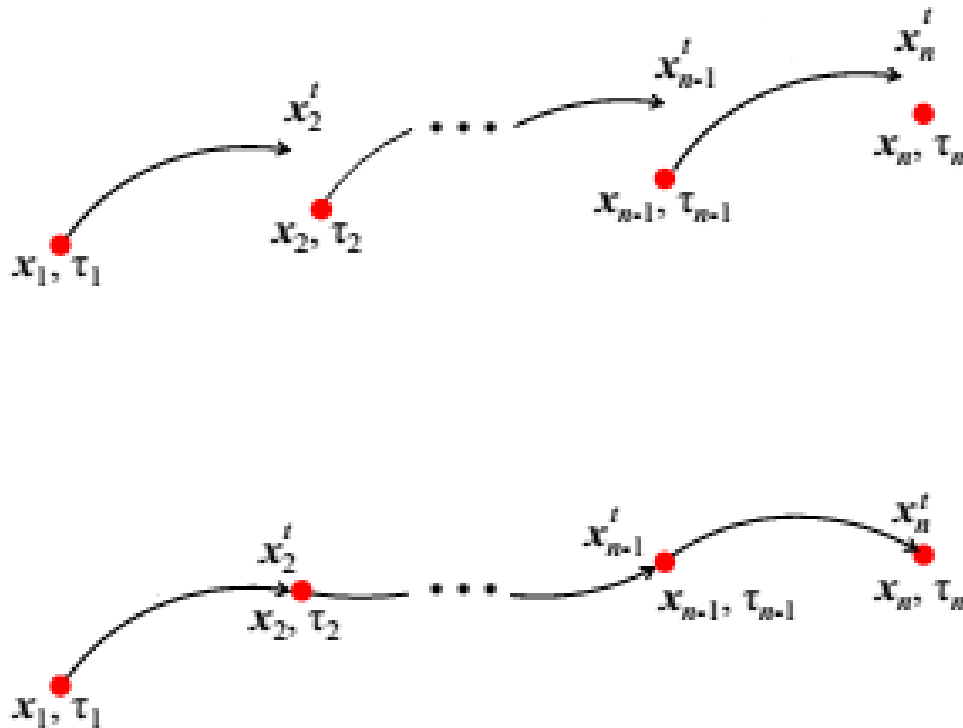
Простая модель:

$$\dot{x} = f(x)$$

Полная модель:

$$\dot{x} = f(x) + \beta \cdot g(x, t)$$

Метод параллельной пристрелки



$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(t, \mathbf{x}), t \in [0, t_f], \\ \mathbf{G}(\mathbf{x}(0), \mathbf{x}(t_f)) = 0, \end{cases}$$



$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(t, \mathbf{x}), t \in [\tau_j, \tau_{j+1}], \\ \mathbf{x}(\tau_j) = \mathbf{x}_j, \end{cases}$$

Метод параллельной пристрелки

$$S = \begin{cases} \mathbf{x}_1 \\ \tau_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \tau_2 \\ \mathbf{x}_3 \\ \tau_3 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \\ \tau_n \end{cases} \quad F = \begin{cases} \mathbf{r}_1 - \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{r}_{n-1}^t - \mathbf{R}_n \\ \mathbf{x}_1^t - \mathbf{x}_2 \\ \mathbf{x}_2^t - \mathbf{x}_3 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{n-1}^t - \mathbf{x}_n \end{cases} = 0$$

Решение уравнений

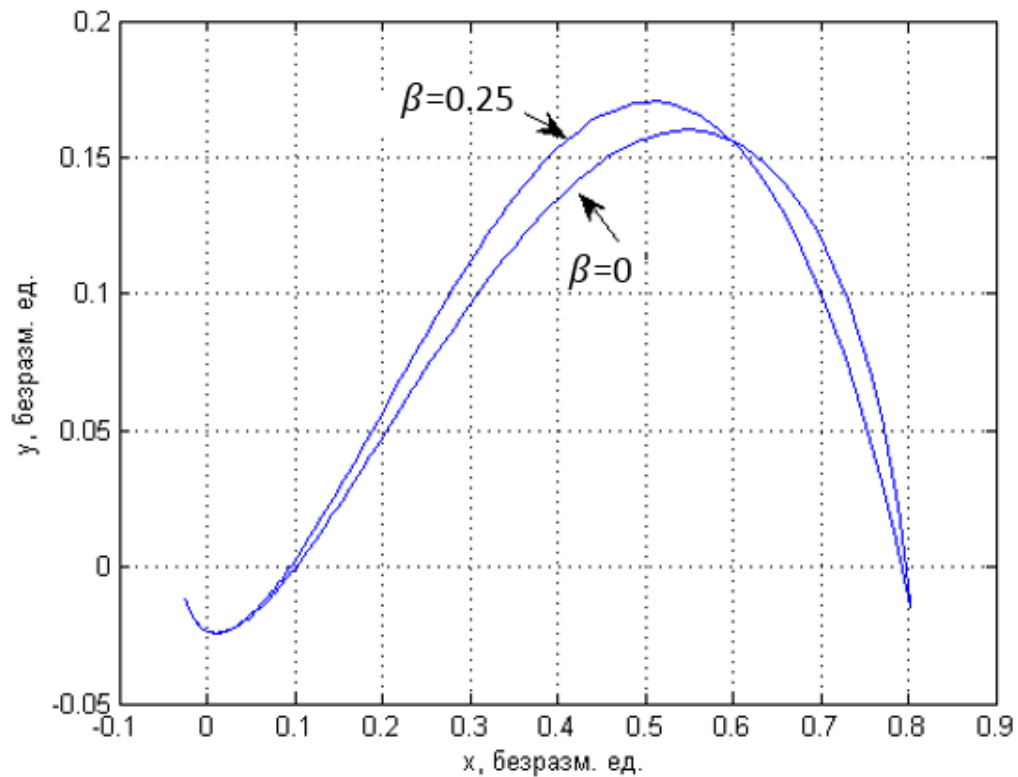
Количество неизвестных: $7n$

Количество уравнений: $6n$

Ищем решение по формуле:

$$\mathbf{s}^{j+1} = \mathbf{s}^i - DF(\mathbf{s}^j)^T \left[DF(\mathbf{s}^j) DF(\mathbf{s}^j)^T \right]^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{s}^j)$$

Метод параллельной пристрелки



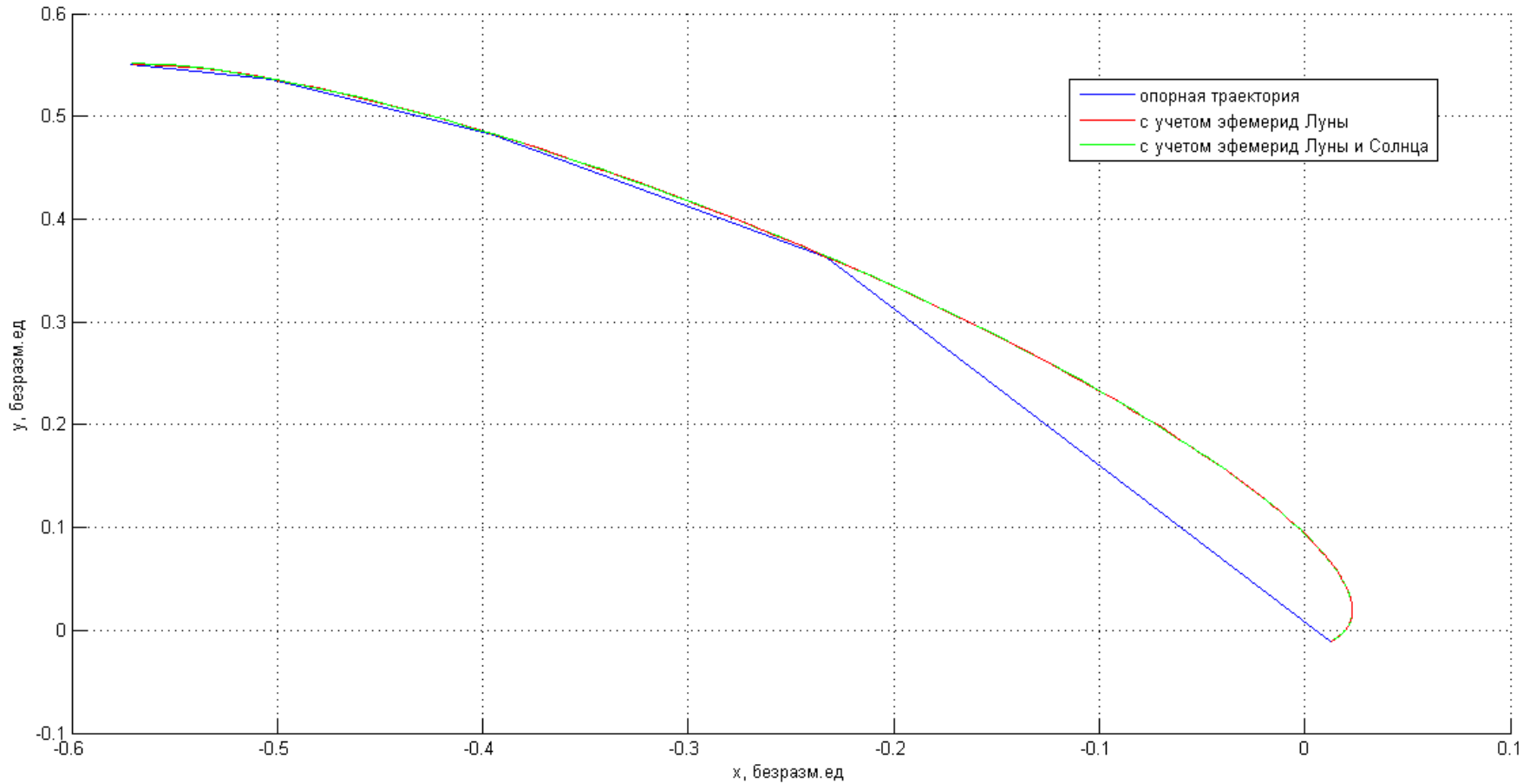
Выполнение работы

- 1) Все расчеты были проведены в среде MATLAB R2013a
- 2) Траектория разбивается на две части
- 3) Для ускорения вычислений радиус-векторов Солнца и Луны применяется кубическая интерполяция

Выполнение работы

- $N = 5, n = 5$
- Интегрирование уравнений движения производилось методом Дормана–Принса 5(4) с адаптивным шагом и требуемой относительной точностью 10^{-6}
- Расчеты занимают 50 с

Результаты



Заключение

- Не удалось применить предложенные методы к решению поставленной задачи в окрестности точки либрации

Дальнейшая работа

- Уточнение второй части траектории
- Учет других тел Солнечной системы
- Сравнение результатов уточнения траектории методом продолжения по параметру и решения оптимизационной задачи перелета в полной модели движения