



Галанин М.П., Лукин В.В.,  
Чечеткин В.М.

Математическое  
моделирование струйных  
выбросов вещества в  
окрестности аккреционного  
диска

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Галанин М.П., Лукин В.В., Чечеткин В.М. Математическое моделирование струйных выбросов вещества в окрестности аккреционного диска // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2008. № 54. 36 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2008-54>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ОРДЕНА ЛЕНИНА ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ  
МАТЕМАТИКИ им. М.В. КЕЛДЫША

М.П. Галанин, В.В. Лукин, В.М. Чечеткин

Математическое моделирование струйных выбросов  
вещества в окрестности аккреционного диска

Москва — 2008

М.П. Галанин, В.В. Лукин, В.М. Чечеткин

Математическое моделирование струйных выбросов вещества  
в окрестности аккреционного диска

Аннотация

Построена МГД-модель образования струйных выбросов в окрестностях компактных объектов при сверхзвуковом режиме аккреции в предположении идеальной электропроводности плазмы. Получен устойчивый во времени канализированный выброс плазмы в положительном направлении оси  $z$ . Параметры выброса хорошо соотносятся с имеющимися наблюдательными данными о структуре и свойствах джетов.

M.P. Galanin, V.V. Lukin, V.M. Chechetkin

Mathematical modelling of jet outflows of matter around accretion disk

Abstract

An ideal-MHD model is constructed for formation of jet outflows around compact objects with supersonic accretion. Stable canalized plasma outflow in  $z$ -axis positive direction is obtained. Outflow parameters correlate well with observant information about structure and properties of jets.

## Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Полная физическая модель</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Математическая модель</b>	<b>6</b>
3.1	Обозначения и система дифференциальных уравнений . . . . .	6
3.2	Образование ветра с поверхности диска . . . . .	9
3.3	Приведение модели к безразмерному виду . . . . .	11
3.4	Начальные и краевые условия . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Численный метод</b>	<b>14</b>
4.1	LD-интерполяция . . . . .	15
4.2	Неотражающие граничные условия . . . . .	17
<b>5</b>	<b>Результаты расчетов</b>	<b>19</b>
5.1	Образование и развитие выброса . . . . .	19
5.2	Установившийся режим . . . . .	23
5.2.1	Характеристики ускоряющего канала . . . . .	24
5.2.2	Плазменный ветер с диска и колебания в системе . . . . .	29
5.3	Обсуждение результатов . . . . .	30
<b>6</b>	<b>Возможные расширения модели</b>	<b>33</b>
<b>7</b>	<b>Заключение</b>	<b>34</b>

# 1 Введение

В последние годы идет активное обсуждение природы ускорения релятивистских джетов от активных ядер галактик и микроквazarов. Эти длинные и тонкие образования начинаются в ядрах галактик и тянутся на сотни и тысячи световых лет, заканчиваясь гигантскими облаками газа.

Согласно теоретическим моделям струи формируются в ядрах галактик во внутренних частях аккреционного диска вокруг сверхмассивной черной дыры или нейтронной звезды. В качестве источника энергии джета в модели работы [1] было предложено использовать вращательную энергию массивной черной дыры. Предлагается так же использовать вращательную энергию аккреционного диска [2]. В последние десятилетия эти идеи активно разрабатывались различными исследователями. Как видно из предложенных теоретических моделей, главную роль в коллимации и сдерживании струи играет, вероятно, магнитное поле. Достаточно полный обзор работ по данной проблеме можно найти в книге [3]. Один из вариантов численного исследования процесса образования джета представлен в работе [4].

Проблемы построения теоретической модели джета осложняются в том числе трудностью наблюдения центральной области, в которой происходят процессы ускорения вещества джета. Область формирования струи столь компактна, что ее прямое наблюдение ранее было недоступно телескопам. Впервые эту область размером в несколько десятков световых лет у галактики M87 удалось разрешить путем совместных наблюдений на VLBA<sup>1</sup>, VLA<sup>2</sup> и других радиотелескопах. Можно предположить, что это окрестности массивной черной дыры с массой порядка  $3 \times 10^9 M_{\odot}$ . Наблюдения микроквazarов свидетельствуют, что чаще всего область, в которой формируется джет, является двойной звездной системой, причем одна из звезд может быть близка по своим параметрам к Солнцу, а другая представляет собой компактный объект — нейтронную звезду или черную дыру, окруженную аккреционным диском. Отметим, что скорость течения вещества в джете галактики M87 достигает  $0.8c$ , где  $c$  — скорость света, скорость вещества в джете SS433 равна

---

<sup>1</sup>Very Long Baseline Array (VLBA) — система, состоящая из 10 радио-телескопов, расположенных на протяжении 9000 км от Гавайских до Виргинских островов. Сайт <http://www.vlba.nrao.edu/>.

<sup>2</sup>Very Large Array (VLA) — одна из самых больших радио-обсерваторий в мире, расположенная на полях Св. Августина в 9 км западнее Сокорро, штат Нью-Мексико, США. Сайт <http://www.vla.nrao.edu/>.

ориентировочно 0.26с.

Как уже было сказано, существует несколько теоретических подходов к построению модели струйных выбросов. Но на данный момент ни один из них не позволяет полностью объяснить в рамках одной модели наблюдаемые уникальные свойства джетов. Наиболее важные из них связаны с энергетикой джета, субсветовой скоростью течения вещества выброса, высокой степенью коллимации потока, узловой структурой джета. На формирование джета, очевидно, влияют процессы, разворачивающиеся в аккреционном диске, связанные с генерацией магнитного поля [3] и неустойчивостью аккрецирующей плазмы [5], неустойчивость в самом джете, а также процессы, связанные с переносом и переотражением излучения центрального объекта [6, 7, 8].

В настоящей работе исследуется процесс падения межзвездного вещества на центральный объект и трансформации его гравитационной энергии в кинетическую энергию выброса плазмы.

Математическая модель процесса базируется на магнитогидродинамических уравнениях, описывающих аккрецию вещества и рождение джета. В модели используются физические параметры, близкие к наблюдаемым в системе SS433. Математическая модель аналогична моделям работ [9, 10, 11]. Для решения системы уравнений идеальной магнитной гидродинамики использован метод, разработанный в [12].

Авторы благодарны А.В. Колдобе и Г.В. Устюговой за полезные советы и обсуждения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты № 06-01-00421 и № 06-02-16608).

## 2 Полная физическая модель

Данные наблюдений пекулярного объекта SS433 позволяют предположить, что в этой системе центральный компактный объект окружен слабосжатым облаком плазмы, истекающей со звезды-партнера и аккрецирующей на него, причем не исключено и наличие более плотных областей, сформированных в компактный тонкий аккреционный диск относительно небольших размеров.

В работе принята следующая физическая модель исследуемого объекта. Предполагается, что система, порождающая джет, состоит из трех основных

элементов: (1) компактного центрального гравитирующего объекта вместе с (2) тонким идеально проводящим аккреционным диском, в который вморожено полоидальное магнитное поле, окруженного (3) своеобразным “облаком” галактической плазмы (основной источник которой — звезда-партнер компактного объекта), падающей на центральный объект со сверхзвуковыми скоростями. Схема модели изображена на рис. 1.

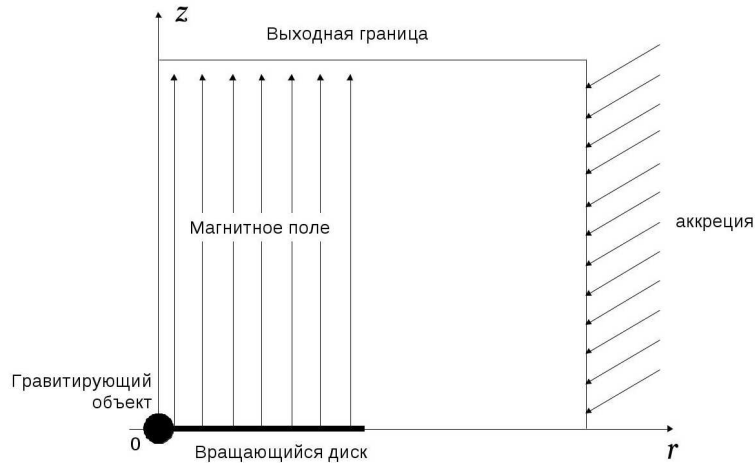


Рис. 1: Модель системы, порождающей диск

Угловую скорость вращения аккреционного диска в модели можно задавать в достаточной степени произвольно, но так, чтобы она сохраняла значения, по порядку близкие к кеплеровской скорости. Против модели аккреционного диска, вращающегося строго с кеплеровскими скоростями, свидетельствует тот факт, что при подобном описании учитывается только действие гравитационных сил, а влияние магнитных и газодинамических сил считается пренебрежимо малым.

Модель, позволяющая объяснить узловую структуру джета и достигаемые скорости предложена в ряде работ [6, 7, 8]. В этих работах исследован процесс ускорения отдельного сгустка — “пули” вещества за счет радиационного давления. При этом рассмотрено движение сгустка в цилиндрической воронке над горячим объектом, являющимся основным источником излучения. В работах показано, что ускорение сгустка происходит до некоторой предельной скорости, определяемой температурами и коэффициентами отражения центрального объекта, стенок цилиндра и ускоряемого сгустка. Важным является вывод о том, что основное ускорение сгустка происходит на короткой дистанции (порядка 1-2 диаметров сгустка). При значениях параметров, ха-

раактерных для астрофизических объектов, происходит ускорение выброшенных сгустков до субсветовых скоростей, которые наблюдаются в выбросах из активных ядер галактик и пекулярного объекта SS433. Отметим, что в рамках одной этой модели нельзя объяснить происхождение воронки над горячим объектом и сгустков, попадающих в ее дно, т.к. эти эффекты имеют не радиационное происхождение.

Таким образом, в рамках магнитогидродинамической модели должны рассматриваться:

1. механизм образования и характеристики канала, формирующегося над горячим центральным объектом (черной дырой) с аккреционным диском;
2. механизм формирования и вброса в канал сгустков плазмы или другого процесса, приводящего к образованию периодической, “узловой”, пространственной структуры джета.

### **3 Математическая модель**

За основу взята математическая модель, описанная в [9], но в отличие от нее предполагается, что сопротивлением звездной плазмы и соответствующими процессами трансформации энергии можно пренебречь по сравнению с действием газодинамических, магнитных и гравитационных сил. Как уже отмечалось, не существует единого подхода для описания аккреционных дисков, в следствие чего постановка задачи в терминах магнитной гидродинамики в предположении идеальной электропроводности плазмы является равноправной “неидеальным” постановкам [3].

#### **3.1 Обозначения и система дифференциальных уравнений**

Для описания процессов, происходящих с веществом, окружающим аккреционный диск, будем использовать уравнения идеальной магнитной гидродинамики сжимаемой среды в двумерной осесимметричной постановке, записанные в цилиндрических координатах  $z$ ,  $r$ ,  $\phi$ . Примем следующие обозначения физических величин:

- скорость плазмы  $\mathbf{v} = [V_1, V_2, V_3]^T$ , где в цилиндрической системе координат  $V_1 = V_z$ ,  $V_2 = V_r$ ,  $V_3 = V_\phi$ , квадрат модуля скорости обозначен  $\mathbf{v}^2 = V_z^2 + V_r^2 + V_\phi^2$ , вектор  $\mathbf{v}_p = [V_z, V_r]$  называется полойдальной скоростью вещества,  $|\mathbf{v}_p| = \sqrt{V_z^2 + V_r^2}$ ;
- термодинамические параметры вещества:  $\rho$  — плотность;  $p$  — давление;  $e = p/(\gamma - 1) + \rho\mathbf{v}^2/2$  — полная энергия единицы объема газа;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $T$  — температура;  $\varepsilon$  — удельная внутренняя энергия;
- магнитное поле  $\mathbf{B} = [B_1, B_2, B_3]^T$ , где в цилиндрической системе координат  $B_1 = B_z$ ,  $B_2 = B_r$ ,  $B_3 = B_\phi$ , квадрат модуля магнитного поля обозначен  $\mathbf{B}^2 = B_z^2 + B_r^2 + B_\phi^2$ , вектор  $\mathbf{B}_p = [B_z, B_r]$  называется полойдальным магнитным полем,  $|\mathbf{B}_p| = \sqrt{B_z^2 + B_r^2}$ .

Будем считать плазму в окрестностях аккреционного диска совершенным газом с уравнением состояния (считается, что протекающий процесс адиабатический)

$$p = (\gamma - 1)\rho\varepsilon. \quad (1)$$

Систему нестационарных уравнений идеальной магнитной гидродинамики составляют уравнения газовой динамики (уравнение неразрывности, законы сохранения импульса и энергии) и уравнение Фарадея для изменения магнитного поля (далее везде выполнено правило суммирования по повторяющимся индексам, индексы  $i, j$  изменяются от 1 до 3):

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial r} = \mathbf{\Phi} + \mathbf{\Theta}_{gas} + \mathbf{\Theta}_{magn} + \mathbf{\Gamma}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (3)$$

где вектор консервативных газовых переменных  $\mathbf{U} = [\rho, \rho V_z, \rho V_r, \rho V_\phi, e]^T$ , векторы потоков

$$\mathbf{F}(\mathbf{U}) = \begin{bmatrix} \rho V_z \\ \rho V_z^2 + p \\ \rho V_z V_r \\ \rho V_z V_\phi \\ (e + p)V_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}(\mathbf{U}) = \begin{bmatrix} \rho V_r \\ \rho V_z V_r \\ \rho V_r^2 + p \\ \rho V_r V_\phi \\ (e + p)V_r \end{bmatrix}, \quad (4)$$



а также векторы в правой части газодинамической системы, описывающие геометрию задачи и действие силы Лоренца,

$$\Phi(\mathbf{U}, \mathbf{B}) = \frac{1}{4\pi} \begin{bmatrix} 0 \\ B_i \left( \frac{\partial B_z}{\partial x_i} + \frac{\partial B_i}{\partial z} \right) \\ B_i \left( \frac{\partial B_r}{\partial x_i} + \frac{\partial B_i}{\partial r} \right) \\ B_i \frac{\partial B_\phi}{\partial x_i} \\ \frac{\partial B_i}{\partial x_j} (V_i B_j - B_i V_j) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\Theta_{gas}(\mathbf{U}) = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} \rho V_r \\ \rho V_z V_r \\ \rho (V_r^2 - V_\phi^2) \\ \rho V_r V_\phi \\ (e + p) V_r \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\Theta_{magn}(\mathbf{U}, \mathbf{B}) = \frac{1}{4\pi r} \begin{bmatrix} 0 \\ B_z B_r \\ B_r^2 - B_\phi^2 \\ B_r B_\phi \\ B_r (\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}) - V_r \mathbf{B}^2 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$\Gamma = [0, S_z, S_r, 0, \mathbf{S} \cdot \mathbf{v}]^T$ , а  $\mathbf{S} = [S_z, S_r, 0]^T$  — гравитационная сила.

Мы предполагаем, что в начале координат находится тело массы  $M$ , являющееся источником гравитационного поля. Гравитация диска и самогравитация газа в расчетах не учитывались. Чтобы избежать неоднозначности задания гравитационного поля в окрестности начала координат, будем считать массу в центре равномерно распределенной по шару радиуса  $r_*$ , который существенно меньше других геометрических параметров. Сам же шар предполагаем “прозрачным” для окружающей его среды. В соответствии с такими предположениями имеем следующее выражение для гравитационной силы:

$$\begin{aligned} S_z &= -G \frac{M\rho}{R^2} \frac{z}{R}, & S_r &= -G \frac{M\rho}{R^2} \frac{r}{R}, & R &\geq r_*, \\ S_z &= -G \frac{M\rho}{r_*^3} z, & S_r &= -G \frac{M\rho}{r_*^3} r, & R &\leq r_*, \end{aligned}$$

где  $G$  — гравитационная постоянная,  $R = \sqrt{z^2 + r^2}$ .

Итак, предполагаем, что в пространстве, заполненном идеально проводящей плазмой, имеется диск и гравитирующее тело в центре. Диск вращается со скоростью  $\Omega(r)$ . В вещество диска вморожено магнитное поле, имеющее только осевую компоненту  $B_{z0}(r)$ . Диск считается идеально проводящим, бесконечно тонким и непроницаемым.

### 3.2 Образование ветра с поверхности диска

В случае существенных углов наклона магнитных силовых линий к нормали аккреционного диска возможно развитие неустойчивости плазмы на поверхности диска и образование звездного ветра в положительном направлении оси  $z$ . Покажем это, основываясь на представлениях, аналогичных [5, 11].

В силу свойства вмороженности силовых линий магнитного поля в модели МГД с идеальной электропроводностью [13] равновесное (возможно, в малой окрестности диска) течение плазмы с поверхности диска может происходить только вдоль силовых линий магнитного поля. Это значит, что силовые линии можно рассматривать как своеобразные направляющие (трубки тока) для частиц плазмы.

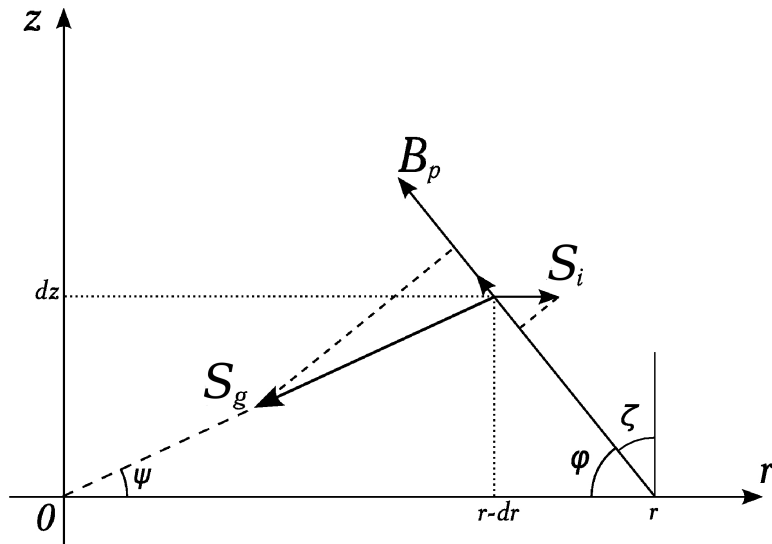


Рис. 2: Образование ветра с поверхности диска

Рассмотрим движение некоторого малого количества плазмы (сгустка) в окрестности аккреционного диска (см. рис. 2). Пусть в некоторый момент времени сгусток, находившийся в точке  $(r, 0)$ , смещается на вектор  $[-dr, dz]^T$  вдоль магнитной силовой линии, причем  $\varkappa = \operatorname{tg}\varphi = dz/dr$ . В системе отсчета, связанной с вмороженной во вращающийся диск силовой линией  $\mathbf{B}_p$ , на

частицу плазмы действуют гравитационная сила  $S_g$  и сила инерции  $S_i$ . Поскольку обе эти силы пропорциональны массе плазмы, будем оперировать их удельными значениями. Пусть имеет место кеплеровское вращение диска, то есть угловая скорость имеет вид:

$$\omega(r) = \left( \frac{GM}{r^3} \right)^{1/2},$$

а удельная гравитационная сила запишется в виде

$$S_g = \frac{GM}{R^2}.$$

Проецируя обе силы на направление силовой линии  $\mathbf{B}_p$ , получаем следующее условие потери веществом диска устойчивости:

$$S_i \cos \varphi < S_g \cos(\varphi + \psi)$$

или, с учетом того, что  $dz = \varkappa dr$ ,

$$GM \frac{(r - dr)}{r^3} \cos \varphi < \frac{GM}{(r - dr)^2 + \varkappa^2 (dr)^2} (\cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi). \quad (8)$$

Тригонометрические функции углов вычисляются по формулам:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \varkappa^2}}, \quad \sin \varphi = \frac{\varkappa}{\sqrt{1 + \varkappa^2}}, \quad (9)$$

$$\cos \psi = \frac{r - dr}{\sqrt{(r - dr)^2 + \varkappa^2 (dr)^2}}, \quad \sin \psi = \frac{\varkappa dr}{\sqrt{(r - dr)^2 + \varkappa^2 (dr)^2}}. \quad (10)$$

Подставляя (9) и (10) в (8), разлагая полученные выражения в ряд по  $dr$  до членов первого порядка, получаем в итоге условие возникновения неустойчивости в виде:

$$\varkappa = \operatorname{tg} \varphi < \sqrt{3} \quad (11)$$

или иначе

$$\varphi < \pi/3. \quad (12)$$

Таким образом, при угле наклона полоидальных магнитных силовых линий к нормали аккреционного диска  $\zeta > 30^\circ$  возможно образование плазменного ветра с поверхности диска.

### 3.3 Приведение модели к безразмерному виду

Для численного исследования систему уравнений (2)-(3) необходимо привести к безразмерному виду. В качестве основных масштабов величин выберем характерные значения плотности  $\rho_0$ , времени  $t_0$  и линейного размера  $L_0$  задачи [14]. Тогда масштабы измерения остальных величин выражаются через основные следующим образом:

$$V_0 = L_0 t_0^{-1}, \quad p_0 = \rho_0 L_0^2 t_0^{-2}, \quad B_0 = \sqrt{p_0} = L_0 t_0^{-1} \rho_0^{1/2}.$$

В таких обозначениях вид исходной МГД-системы в целом не меняется за исключением изменения вида гравитационной силы.

Введем несколько безразмерных параметров для описания задачи:

- отношение характерных газового и магнитного давлений  $\beta = 8\pi\tilde{p}_0/B_0^2$ , где давление  $\tilde{p}_0$  — некоторое характерное давление газа, а  $B_0$  — характерная величина индукции магнитного поля над диском в начальный момент времени;
- величина  $g = GM/L_0 V_0^2$ , характеризующая роль гравитации центрального тела;
- безразмерная угловая скорость  $\omega = L_0 \Omega_0 / V_0$ , где  $\Omega_0$  — характерная размерная угловая скорость вращения диска.

В рассматриваемом классе задач  $\beta < 1$ ,  $g < 1$ ,  $\omega \cong 1$ . Далее начальные и краевые условия приведены для безразмерной формы МГД-системы.

### 3.4 Начальные и краевые условия

Пусть в начальный момент времени плазма в области  $[0, z_M] \times [0, r_M]$  покоится, плотность постоянна по пространству, а магнитное поле равно  $\mathbf{B} = (B_{z0}, 0, 0)$ . Давление газа в момент  $t = 0$  будем задавать так, чтобы его градиент уравновешивал действие гравитационной силы. В этом случае функция давления в зависимости от расстояния от начала координат будет выглядеть

следующим образом:

$$p(R) = \frac{g\rho}{R} + \tilde{p}_0 - \frac{g\rho}{R_0}, \quad R > r_*,$$

$$p(R) = \tilde{p}_0 - \frac{g\rho}{R_0} + \frac{2g\rho}{r_c} - \frac{g\rho}{r_c^2}R, \quad R \leq r_*,$$

где  $\tilde{p}_0$  — давление газа на расстоянии  $R_0$  от начала координат (параметры  $\tilde{p}_0$  и  $R_0$  должны быть подобраны так, чтобы давление оставалось положительным всюду в расчетной области).

Безразмерные параметры задачи  $\beta = 0.02$ ,  $g = 0.5$  и  $\omega = 1$ .

Краевые условия описывают режим сверхзвуковой сферической аккреции на вращающийся идеально проводящий диск с центральным гравитирующим объектом.

На границе  $z = z_M$  поставлены условия свободного истечения плазмы из расчетной области. При сверхзвуковом течении эти условия реализованы в виде экстраполяции переменных задачи нулевого порядка. В случае дозвукового течения реализуются неотражающие граничные условия в дальнем звездном потоке (см. [15], параграф 4.2 настоящей работы).

Из требования ограниченности решения на оси вращения ( $r = 0$ ) получаем условия

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial e}{\partial r} = \frac{\partial V_z}{\partial r} = \frac{\partial B_z}{\partial r} = 0,$$

$$V_r = V_\phi = B_r = B_\phi = 0, \quad r = 0.$$

На границе  $z = 0$  задана окрестность вращающегося идеально проводящего диска с условием непротекания газа через границу в силу симметрии. Собственно диском является часть границы  $0 \leq r \leq r_c$  ( $r_c$  — радиус диска). Граничные условия здесь поставлены из следующих соображений.

1. Поток вещества от диска отсутствует, поэтому полагаем на нем  $V_z = 0$ .
2. Из условия бесконечной проводимости диска в сочетании с условием отсутствия потока получаем достаточные для идеальной плазмы условия  $V_r = 0$ ,  $V_\phi = \omega r$ , где  $\omega(r)$  — угловая скорость вращения диска.
3. В диск заморожено магнитное поле с осевой компонентой  $B_z = B_{z0}$ . Остальные компоненты магнитного поля могут быть определены доста-

точно произвольно, поэтому используем для них условие экстраполяции нулевого порядка  $\partial B_r / \partial z = \partial B_\phi / \partial z = 0$ .

Таким образом, получаем граничные условия на диске при  $z = 0$ ,  $0 \leq r \leq r_c$ :

$$\begin{aligned} V_z = V_r = 0, \quad V_\phi = \omega r, \quad B_z = B_{z0}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\partial e}{\partial z} = \frac{\partial B_r}{\partial z} = \frac{\partial B_\phi}{\partial z} = 0, \end{aligned}$$

где функция  $\omega(r) = \omega \cdot (1 - (r/r_c)^2)$  задает угловую скорость вращения диска. Отметим, что вид закона вращения диска мало влияет на получаемую картину течения, а рассчитываемые так угловые скорости имеют порядок кеплеровской скорости вращения вещества диска.

Кроме того, на границе  $z = 0$ ,  $0 \leq r \leq r_c$  необходимо реализовать условия, возникающие в результате развития неустойчивости плазмы диска и, как следствие, возникновения ветра с диска в положительном направлении оси  $z$ . Для этого в случае, если угол наклона магнитных силовых линий к оси  $z$  больше  $30^\circ$  и в окрестности диска осевая скорость  $u > 0$ , на пологидальную компоненту скорости течения плазмы вместо условия  $u = v = 0$  накладывается условие

$$\frac{\partial \mathbf{v}_p}{\partial z} = 0.$$

На оставшейся части границы  $z = 0$ ,  $r_c < r < r_M$  из условия симметрии относительно  $z = 0$  имеем:

$$V_z = 0, \quad \frac{\partial B_z}{\partial z} = \frac{\partial B_r}{\partial z} = \frac{\partial B_\phi}{\partial z} = 0. \quad (13)$$

На границе  $r = r_M$  реализуется стационарное сверхзвуковое течение с параметрами

$$\rho = 1, \quad V_\phi = B_z = B_r = B_\phi = 0. \quad (14)$$

Скорость течения в каждой точке границы направлена к центру, радиальная компонента скорости (нормальная к границе компонента скорости) больше скорости звука, а модуль скорости  $|\mathbf{v}| \sim 1/R^2$ , где  $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ . Так как поток на границе  $r = r_M$  сверхзвуковой, то в точке  $z = z_M$ ,  $r = r_M$  число Маха  $M > 1$ .

Начальное состояние вещества соответствует следующим значениям:  $\rho = 1$ ,  $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ ,  $\tilde{p}_0 = 0.01$ ,  $R_0 = \sqrt{r_M^2 + z_M^2}$ , начальное распределение магнитного

поля  $\mathbf{V} = [B_{z0}, 0, 0]^T$ , если  $r \leq r_c$ , и  $\mathbf{V} = [0, 0, 0]^T$ , если  $r > r_c$ , где  $r_M = z_M = 2.5$ ,  $B_{z0} = \sqrt{4\pi}$ . Для оценки влияния величины магнитного поля на картину течения также проведены расчеты с параметрами  $r_M = 1$ ,  $z_M = 1.5$ ,  $B_{z0} = 1$ .

## 4 Численный метод

Разностная схема для численного решения поставленной задачи в целом повторяет метод, изложенный в [12]. Для решения системы уравнений идеальной магнитной гидродинамики в двумерной осесимметричной постановке использовано расщепление по физическим процессам [16]. Пересчет неизвестных величин в разностных ячейках на каждом временном шаге состоит из трех этапов:

1. Решение газодинамической системы уравнений методом типа Годунова, а также учет геометрии задачи и действия гравитационного поля в виде слагаемых в правой части:

$$\begin{aligned}\widehat{\mathbf{U}} &= \mathcal{H}[\mathbf{U}^n], \\ \mathbf{U}^{n+1/2} &= \widehat{\mathbf{U}} + \tau\Theta_{gas}(\widehat{\mathbf{U}}) + \tau\Gamma,\end{aligned}$$

где  $\mathcal{H}$  — оператор перехода на промежуточный временной слой, построенный по методу HLLC [17].

2. Аппроксимация уравнения Фарадея на разностной ячейке в цилиндрической системе координат (см. рис. 3), согласованная с геометрией задачи:

$$\mathbf{V}^{n+1} = \mathcal{F}[\mathbf{U}^{n+1/2}, \mathbf{V}^n].$$

При этом, например, отношение площади  $S_1$  грани ячейки к углу  $\alpha$  между треугольными гранями ячейки рассчитывается по формуле

$$S_1/\alpha = l_1 \frac{r_1 + r_2}{2},$$

где радиусы точек 1 и 2 ребра грани ячейки обозначены через  $r_1$  и  $r_2$  соответственно.

3. Восполнение газовых переменных за счет действия электродинамических сил:

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^{n+1/2} + \tau\Phi(\mathbf{U}^{n+1/2}, \mathbf{V}^{n+1}) + \tau\Theta_{magn}(\mathbf{U}^{n+1/2}, \mathbf{V}^{n+1}).$$

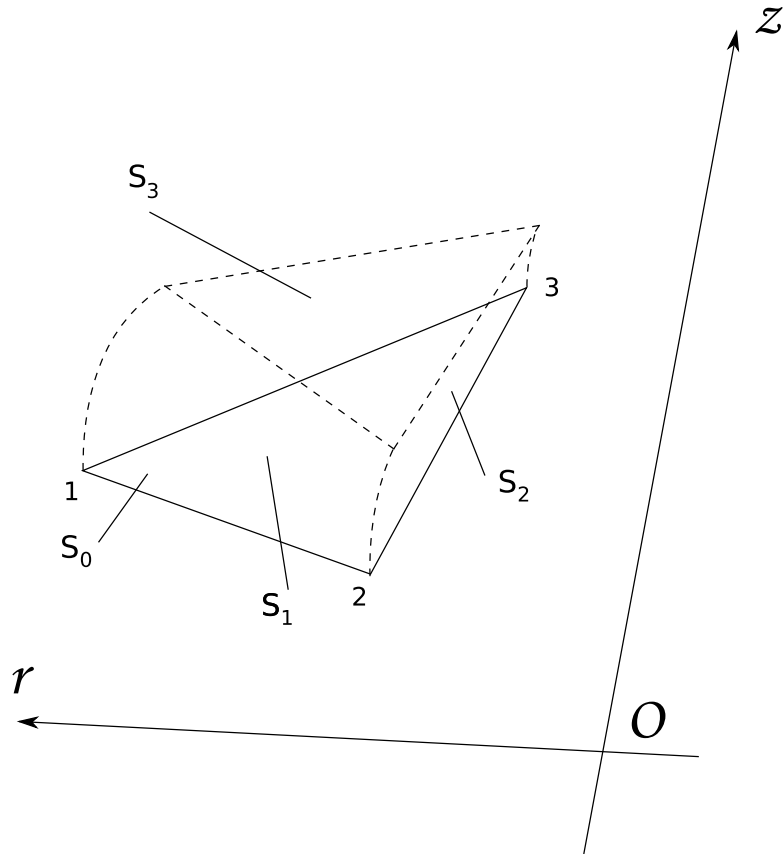


Рис. 3: Разностная ячейка в цилиндрической системе координат

Как видно из записи, на каждом этапе используются последние рассчитанные значения величин. Таким образом, для вычисления газодинамических переменных на верхнем временном слое необходимо сделать два шага (шаги 1 и 3), а для вычисления магнитного поля — один.

#### 4.1 LD-интерполяция

Для улучшения свойства монотонности разностной схемы могут быть применены различные схемы интерполяции величин из центров ячеек в узлы сетки и центры ребер. Существуют разнообразные методы построения интерполяции искомых величин с использованием информации о свойствах системы уравнений и физической задаче, стоящей за ней. В общем случае наиболее действенным, хотя и наиболее “жестким”, методом является “снос” искомых величин по направлению потока, фигурирующего в балансовых соотношениях гиперболической системы уравнений. Однако при этом получается схема лишь первого порядка аппроксимации.

Рассмотрим процедуру интерполяции в узлы сетки для одного гиперболи-



ческого уравнения. Интерполяция для системы уравнений и интерполяция в центры ребер вычислительной ячейки строятся аналогично.

Пусть задан закон сохранения в форме дифференциального уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot f(u) = 0, \quad (15)$$

где  $u(x, y)$  — неизвестная функция,  $f(u)$  — вектор потока,  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Пусть с помощью аппроксимации этого уравнения на треугольной неструктурированной сетке на очередном слое по времени получены значения функции  $u(x, y, t)$  в центрах ячеек сетки. Необходимо получить значения этой функции в узлах сетки с помощью формулы

$$u_i^n = \sum_j \beta_{ij} u_j^c, \quad (16)$$

где суммирование ведется по ячейкам, содержащим  $i$ -й узел,  $\beta_{ij} \in \mathbb{R}$  — весовые коэффициенты,  $\sum_j \beta_{ij} = 1$ , верхний индекс  $n$  означает, что берется значение сеточной функции в узле, а индекс  $c$  — в центре ячейки. В зависимости от процедуры вычисления весовых коэффициентов можно получать разные виды интерполяции. Так, например, случай равных  $\beta_{ij}$  соответствует интерполяции типа Галеркина.

Построим весовые коэффициенты так, чтобы значения неизвестной функции “сносились” по потоку. Для этого воспользуемся квазилинейной формой уравнения (15)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{\lambda}(u) \nabla \cdot u = 0.$$

Здесь вектор  $\vec{\lambda}$  определяет направление потока, “сносящего” значения  $u$ . Определим противопоточные параметры узлов ячейки следующим образом [18]:

$$k_i^j = \vec{\lambda}(u) \cdot \mathbf{n}_i^j / 2,$$

где  $\mathbf{n}_i^j$  — внутренняя нормаль к ребру  $j$ -й ячейки, не содержащему  $i$ -й узел, а вектор  $\vec{\lambda}(u)$  определяется в центре разностной ячейки. Одним из вариантов выбора  $\beta_{ij}$  в этом случае является следующий:

$$\beta_{ij} = \frac{(k_i^j)^+}{\sum_m (k_i^m)^+}, \quad (17)$$

где  $(k_i^j)^+ = \max\{k_i^j, 0\}$ .

Использование интерполяции (16) с весовыми коэффициентами (17) дает одну из разновидностей так называемой LD-схемы интерполяции (low diffusion interpolation). Эта схема обеспечивает второй порядок точности по пространству и обладает свойством противоточности [18].

## 4.2 Неотражающие граничные условия

Постановка граничных условий на выходной границе области представляет определенные трудности в силу неоднозначности математической формулировки условий такого типа в дифференциальном случае. Аналогично и в случае дискретной задачи существует целый ряд вариантов постановки газодинамических условий истечения газа из расчетной области.

Общий подход к построению разностных граничных условий с использованием неструктурированных треугольных сеток состоит во введении фиктивных ячеек на внешней границе расчетной области. Тем или иным образом определив значения независимых переменных в этих ячейках, можно далее построить однородную конечнообъемную разностную схему того или иного типа. В случае выходной границы необходимо некоторым образом экстраполировать значения независимых переменных из граничных ячеек. Вычисления [15, 19] показывают, что применение в расчетах экстраполяции нулевого порядка в случае дозвукового истечения вещества из области приводит к появлению в решении волн, идущих от выходной границы внутрь области, что противоречит физической и математической постановке задачи. В то же время при реализации сверхзвукового истечения экстраполяция нулевого порядка оказывается эффективной.

Проводить экстраполяцию параметров дозвукового течения можно различными способами, выбор конкретной методики зависит от физической сущности конкретной задачи. Для задач астрофизики достаточно удобные неотражающие граничные условия построены Н.В. Погореловым и А.Ю. Семеновым [15]. Подход авторов к построению так называемых “условий в дальнем

звездном потоке” состоит в следующем.

Примем в качестве базового предположения тот факт, что течение плазмы на достаточном большом удалении от астрофизических объектов является сверхзвуковым. Если при этом у границы расчетной области поток является дозвуковым, то вне этой области на некотором расстоянии от границы находится точка, в которой скорость потока достигает скорости звука. Будем строить граничные условия, помещая звуковую точку течения на выходную границу области.

Рассмотрим одномерную систему уравнений в квазилинейной форме

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + A(\mathbf{U}) \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} = 0, \quad (18)$$

где  $\mathbf{U}(x, t)$  — неизвестная вектор-функция, матрица  $A(\mathbf{U})$  имеет полную систему собственных векторов и только действительные собственные числа, а пространственная переменная  $x$  при двумерных расчетах может трактоваться как координата, нормальная к границе области в данной точке (для данной ячейки). Будем искать решение в форме простой волны  $\mathbf{U} = \mathbf{U}(x, t) = \mathbf{U}(\xi)$ , где  $\xi = x/t$ . Подставляя эти равенства в (18), получаем

$$(A - \lambda E) \mathbf{U}_\xi = \mathbf{0}, \quad \lambda = \xi,$$

где  $E$  — единичная матрица. Выписанное уравнение означает, что  $\mathbf{U}_\xi$  является собственным вектором матрицы  $A$  для собственного значения  $\lambda = \xi$  и удовлетворяет системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\mathbf{U}_\xi = d(\mathbf{U}, \lambda) \mathbf{r}(\mathbf{U}, \lambda), \quad \lambda(\mathbf{U}) = \xi, \quad (19)$$

где  $\mathbf{r}$  — правый собственный вектор  $A$ , определенный с точностью до некоторого скалярного множителя  $d = d(\mathbf{U}, \lambda)$ . Система замкнута и мы можем получить из нее требуемое граничное условие, проинтегрировав по переменной  $\xi$  от  $\xi_0 = \lambda(\mathbf{U}_0)$ , где  $\mathbf{U}_0$  соответствует дозвуковому течению внутри области, до  $\xi = \xi_b = 0$ , соответствующего звуковой точке. Применим такой подход к двумерным уравнениям газовой динамики, записывая вектор неизвестных в виде  $\mathbf{U} = (\rho, u, v, w, a)^T$ , где  $u$  — нормальная к границе компонента скорости,  $a$  — скорость звука. В этом случае минимальное собственное значение  $\lambda = u - a$ , и соответствующий собственный вектор

$$\mathbf{r} = \left[ 1, -\frac{a}{\rho}, 0, 0, \frac{(\gamma - 1)a}{2\rho} \right]^T.$$

Система (19) преобразуется к следующему виду:

$$\rho_\xi = d, \quad u_\xi = -\frac{ad}{\rho}, \quad v_\xi = 0, \quad w_\xi = 0, \quad a_\xi = \frac{(\gamma - 1)ad}{2\rho}, \quad u - a = \xi.$$

Интегрируя эту систему, как это сделано в [15], и исключая множитель  $d$  получаем экстраполируемые значения независимых переменных:

$$a_b = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \left( u_0 + \frac{2}{\gamma - 1} a_0 \right), \quad \rho_b = \rho_0 \left( \frac{a_b}{a_0} \right)^{\frac{2}{\gamma - 1}}, \quad (20)$$

$$u_b = a_b, \quad v_b = v_0, \quad w_b = w_0. \quad (21)$$

Неотражающие граничные условия (20)-(21) поставлены для системы уравнений газовой динамики и приводят к некоторому ускорению вещества в окрестности выходной границы области. Это не критично для задач астрофизики, т.к. в таких задачах, как правило, выходная граница моделирует условия на бесконечности и в постановке задачи нет ограничений на размер области, что позволяет при построении расчетной области отодвинуть выходную границу на такое расстояние, при котором ускорение вещества не оказывает существенного влияния на исследуемые процессы. В [15] авторы аналогичным образом ставят граничные условия для полной системы уравнений МГД, причем в формулах вместо адиабатической скорости звука фигурирует быстрая магнитная скорость звука.

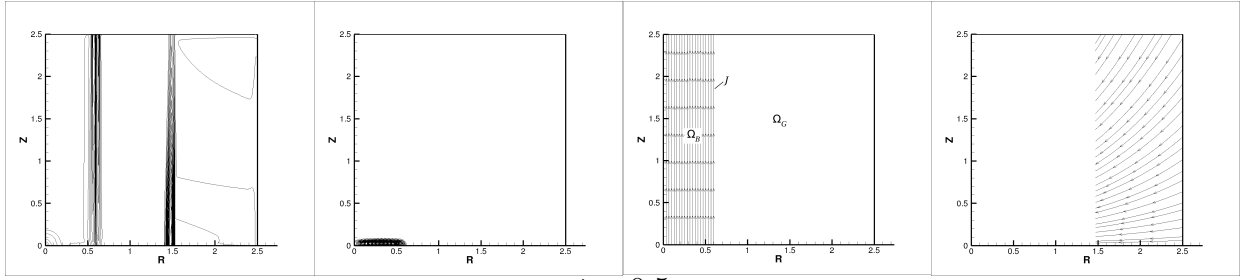
## 5 Результаты расчетов

С использованием описанной в [12] программы проведена серия расчетов на сетках с шагом  $1/20$  и  $1/40$  для обоих вариантов начальных условий задачи. В ходе расчетов исследованы как начальный, так и установившийся режимы течения в окрестностях компактного гравитирующего объекта.

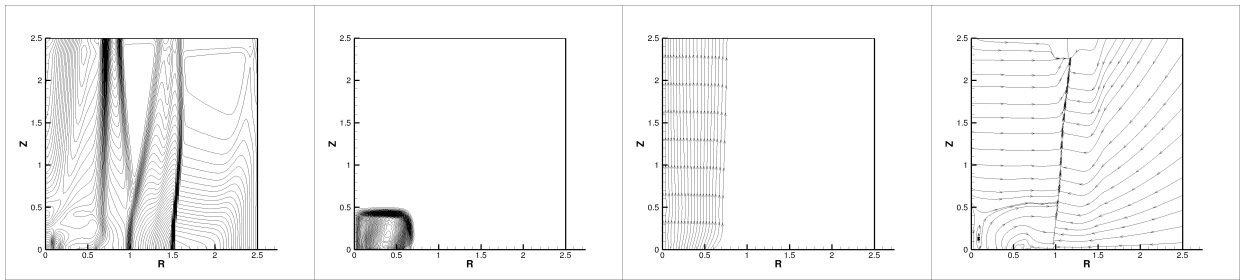
### 5.1 Образование и развитие выброса

На рис. 4 показаны линии уровня логарифма плотности и азимутальной компоненты скорости, а также полоидальное магнитное поле и полоидальное поле скоростей в моменты времени  $t = 0.05, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ . Представленная картина позволяет судить о характере начального этапа развития выброса.

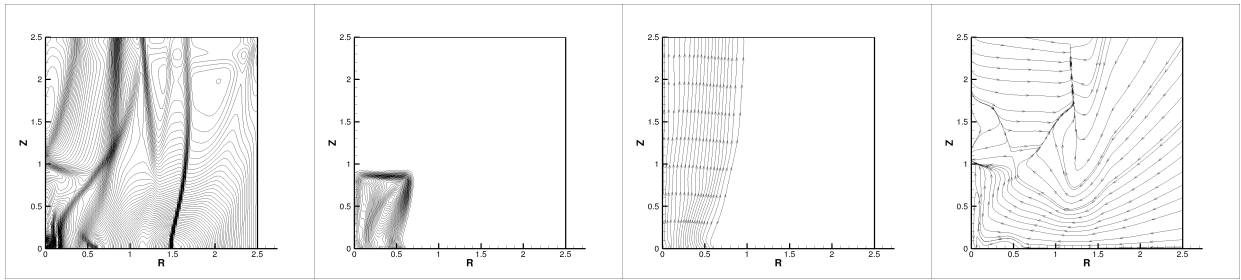
$t = 0.05$



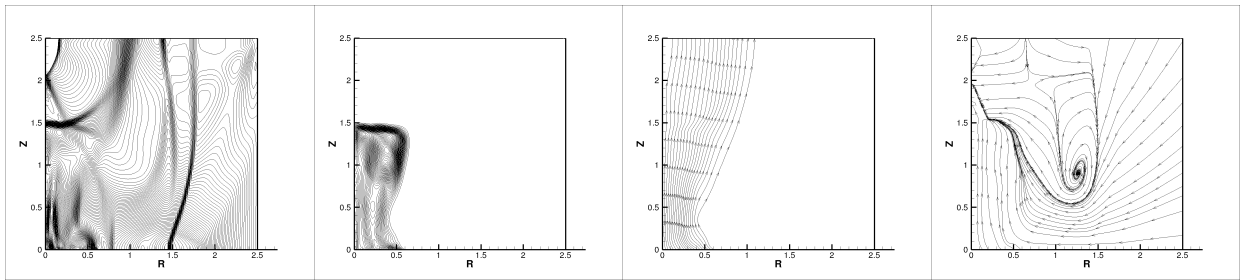
$t = 0.5$



$t = 1.0$



$t = 1.5$



$t = 2.0$

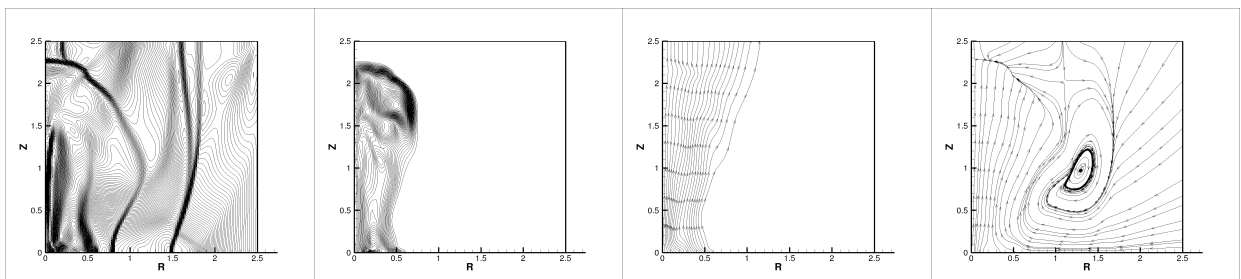


Рис. 4: Слева направо линии уровня логарифма плотности  $\ln \rho$ , азимутальной скорости  $V_\phi$ , полоидальные магнитные силовые линии и полоидальные мгновенные траектории частиц плазмы в моменты времени  $t = 0.05, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$  (сверху вниз).

За счет свойства замороженности магнитного поля в модели идеальной магнитной гидродинамики расчетная область на всем протяжении расчета оказывается разбита на две взаимодействующие и изменяющиеся со временем подобласти:  $\Omega_B$ , содержащую магнитное поле, и  $\Omega_G$ , где магнитное поле отсутствует. Введем обозначение  $J = \partial\Omega_B \cap \partial\Omega_G$ . Вещество (плазма) не может проникнуть из одной подобласти в другую и на границе подобластей взаимодействие развивается исходя из локального баланса полного давления. На начальном этапе характер течения определяют два основных процесса.

1. Увеличение радиуса подобласти  $\Omega_B$  за счет больших значений полного (суммы газового и магнитного) давления внутри нее. При этом радиус подобласти остается закрепленным только в области диска. Происходит уменьшение газового давления, а также плотности вещества до того момента, пока не достигается баланс полного давления на границе  $J$ .
2. Набегающий поток аккрецирующего вещества увеличивает газовое давление в подобласти  $\Omega_G$ , причем его давление на границе  $J$  сжимает область  $\Omega_B$ , приводя к ускорению вещества в этой подобласти в положительном направлении оси  $z$ .

К моменту времени  $t = 0.8$  второй процесс становится преобладающим и в подобласти  $\Omega_B$  над диском формируется устойчивый сверхзвуковой коллимированный выброс, причем граница подобластей  $J$  играет в дальнейшем роль стенок аэродинамического сопла. В момент времени  $t = 2.1$  выброс достигает верхней границы расчетной области.

Начальная картина течения характеризуется большим количеством разрывов плотности и других компонент решения задачи, порожденных в большей части начальным разрывным распределением физических величин. Так, на рис. 5 можно видеть целый ряд разрывов:

- линия “А” — головная ударная волна джета, возникшая в результате ускорения вещества в подобласти  $\Omega_B$  за счет закручивания магнитного поля и действия градиента газового давления;
- линия “В” — контактный разрыв между подобластями  $\Omega_B$  и  $\Omega_G$ ;
- тормозящий разрыв “С”, порожденный вращением диска и условием непротекания вещества через разрыв “В”;

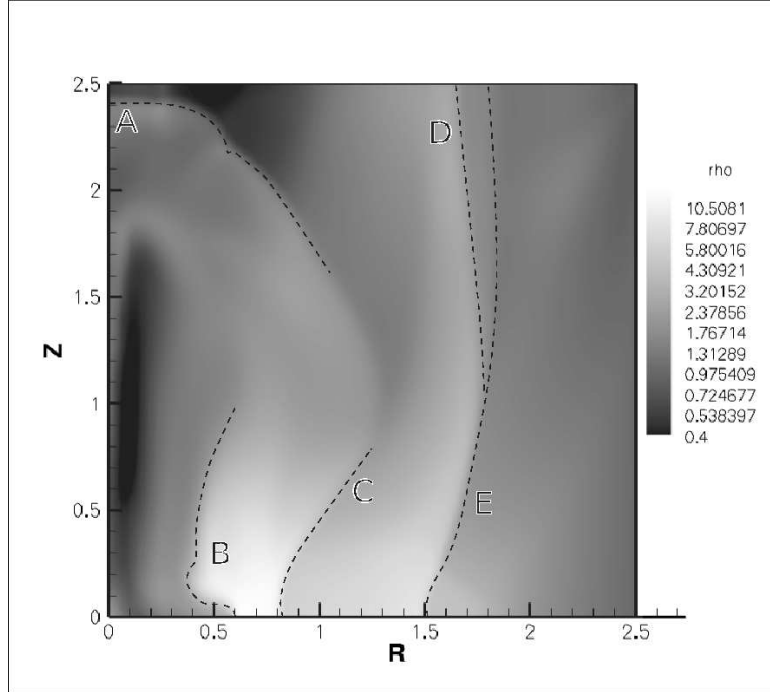


Рис. 5: Плотность  $\rho(z, r)$  в плоскости  $(z, r)$  в момент времени  $t = 2.1$ .

- линия “D” — волна, распространяющаяся от первоначального положения границы подобластей по незамагниченной плазме;
- разрыв “E” — возникает из-за того, что в начальный момент аккреция задается не только на границе  $r = 2.5$ , а в подобласти  $r > 1.5$ .

Между поверхностями разрывов “B” и “C” находится зона застоя аккрецирующей плазмы, образующийся сгусток за счет гравитационной силы создает “горловину” джета  $\Omega_B$ .

Заметим также, что в начальный момент времени начинается ускорение вещества магнитным полем в подобласти  $\Omega_B$  от поверхности диска в положительном направлении оси  $z$ . Вращение диска с замороженным магнитным полем, имеющим в начальный момент времени только осевую компоненту, приводит к генерации в окрестностях диска азимутального магнитного поля  $B_\phi$ , которое в свою очередь порождает силу Лоренца, увеличивающую осевую скорость вещества  $V_z$ . Этот механизм широко обсуждается в литературе как возможный кандидат на роль основного механизма ускорения джетов (например, [5, 10, 11]). Тем не менее, проведенные в рамках рассматриваемой модели расчеты показывают, что первичной побуждающей причиной образования выброса является именно градиент газового давления, создаваемый

набегающим потоком аккрецирующего вещества. Данный результат согласуется с анализом, проведенным в работе [9].

## 5.2 Установившийся режим

К моменту времени  $t = 5$  режим течения в целом устанавливается, головная ударная волна и сопутствующий ей “шлейф” уходят из расчетной области. Система не приходит в стационарный режим, но совершает колебания относительно некоторого положения равновесия.

Установившийся режим движения системы имеет следующие характерные черты.

1. Набегающий поток аккрецирующего вещества в подобласти  $\Omega_G$  приходит в баланс с темпами аккреции через боковую цилиндрическую границу, а также с медленным истечением, имеющим место на верхней границе расчетной области вне джета с магнитным полем. Точка максимума плотности в подобласти и во всей расчетной области находится на кратчайшем расстоянии от центрального гравитирующего тела, формируя своеобразную “горловину” для истекающего в джете вещества в окрестности точки  $z = 0.3$ .
2. Поток внутри “джета” — подобласти  $\Omega_B$  — эффективно ускоряется до сверхзвуковых скоростей, причем плотность вещества здесь существенно (на несколько порядков) ниже плотности вещества в  $\Omega_G$ . Тем не менее, за счет высокой скорости истечения поток массы через выходную границу джета сопоставим с потоком массы аккрецирующего вещества через боковую границу.
3. Источником массы в джете становится звездный ветер, истекающий с поверхности диска. При этом наличие уже упоминавшейся “горловины” джета приводит к тому, что углы наклона силовых линий полоидального магнитного поля к оси  $z$  оказываются большими  $30^\circ$ , что делает этот процесс постоянно действующим. За счет него в области джета не достигается полный вакуум, как было бы в случае отсутствия источников плазмы в замагниченной области.



### 5.2.1 Характеристики ускоряющего канала

Одной из наиболее ярких особенностей установившегося режима является образование ускоряющего канала в подобласти  $\Omega_B$ . Вид и форма этого канала определяются взаимодействием набегающего потока аккрецирующего вещества и ветром с диска, а также той степенью, с которой набегающий поток способен сжать магнитное поле над диском. На рис. 6 и 7 показаны линии уровня и поперечные разрезы основных физических величин задачи: плотности, давления, скорости, магнитного поля, числа Маха. На рис. 8 приведены сечения графиков плотности, осевой скорости, числа Маха и магнитного давления плоскостью  $r = 0.05$ . На рис. 9 приведены мгновенные полоидальные линии тока вещества и силовые линии полоидального магнитного поля. Все иллюстрации приведены на момент времени  $t = 10$ .

Перечислим принципиальные особенности приведенного канала.

1. Удерживаемый магнитным полем канал устойчив, его характеристики слабо меняются с течением времени.
2. Форма канала схожа с формой аэродинамического сопла Лавалья, причем положение критического сечения определяется положением области застоя аккрецирующего вещества и гравитационным полем. Из приведенных рисунков видно, что положение уже упоминавшейся “горловины” джета близко по координате  $z$  к звуковой точке выброса.
3. Стенки канала образованы из сравнительно медленно движущейся ненамагниченной плазмы с высокими значениями плотности и давления. Такие стенки создают возможность для разгона поступающего в канал вещества не только за счет действия азимутального магнитного поля (этот механизм реализуется в рассматриваемой модели), но и за счет радиационного давления излучения центрального тела [6, 7]. Излучение, исходящее от центрального тела, будет в такой ситуации отражаться от стенок канала и тем эффективнее ускорять вещество джета.
4. Джет, ускоренный в подобном канале, является хорошо коллимированным: канал имеет вид конуса с нелинейной направляющей, угол с осью  $z$  которой на участке  $0.75 < z < 2.0$  составляет по внешней границе рассеяния  $12.2^\circ$ , а по максимумам азимутальной скорости  $8.6^\circ$ .

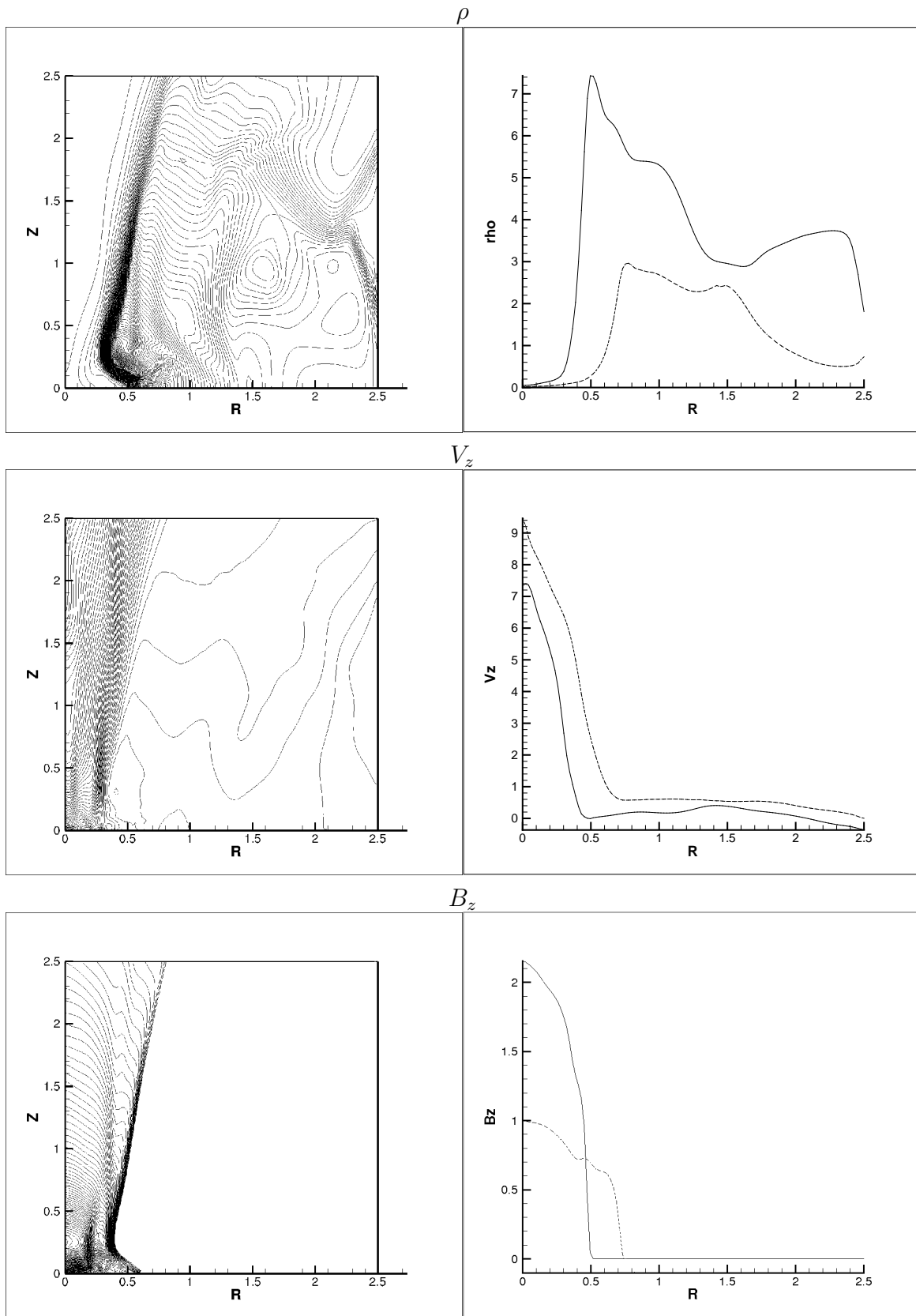


Рис. 6: Линии уровня (слева) и сечения плоскостями  $z = const$  (справа) плотности  $\rho$ , осевой скорости  $V_z$  и осевой компоненты магнитного поля  $B_z$  в момент времени  $t = 10$ . Сплошная линия — сечение  $z = 0.75$ ; прерывистая —  $z = 2.0$ .

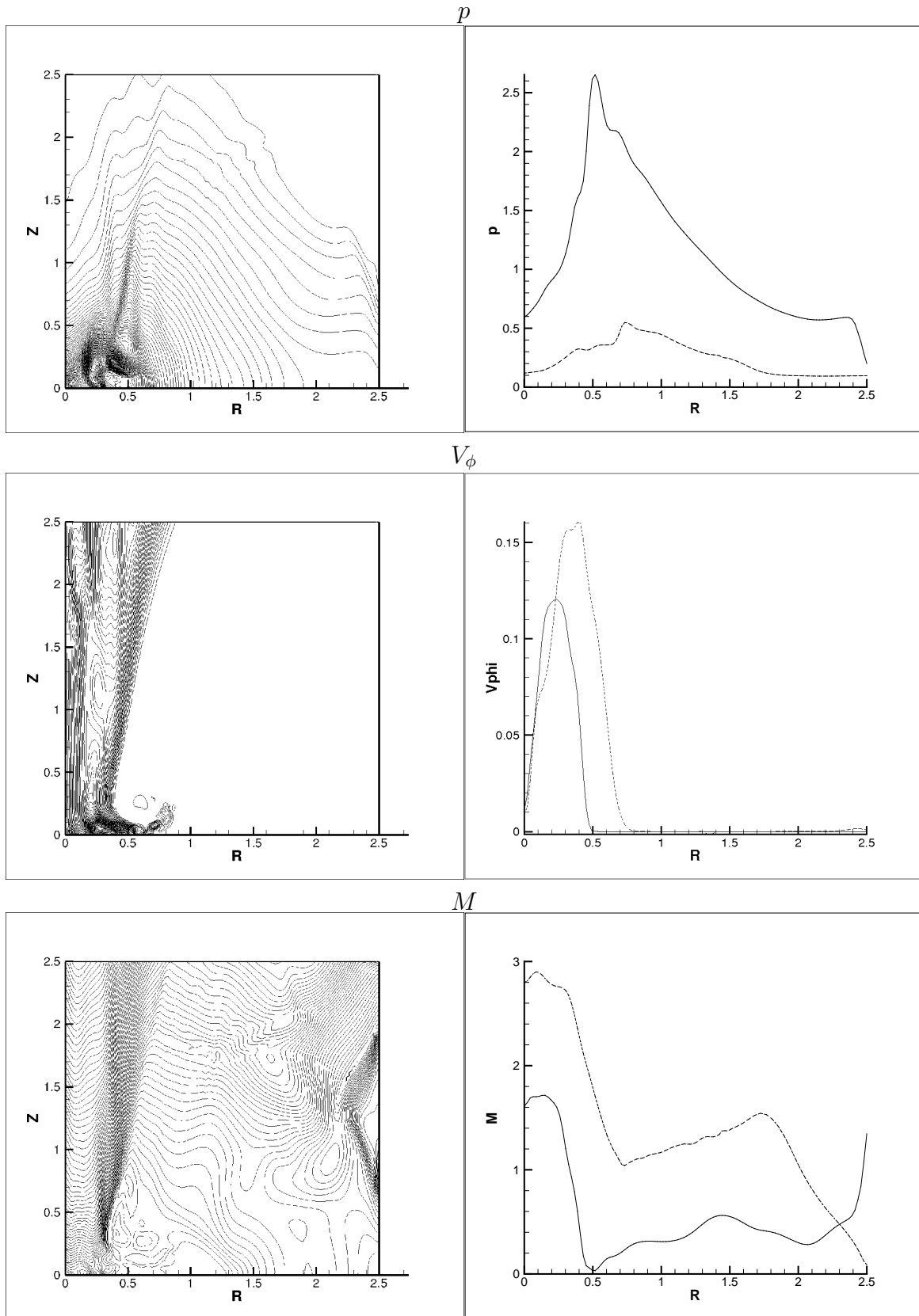


Рис. 7: Линии уровня (слева) и сечения плоскостями  $z = const$  (справа) давления  $p$ , азимутальной скорости  $V_\phi$  и газового числа Маха  $M$  в момент времени  $t = 10$ . Сплошная линия — сечение  $z = 0.75$ ; прерывистая —  $z = 2.0$ .

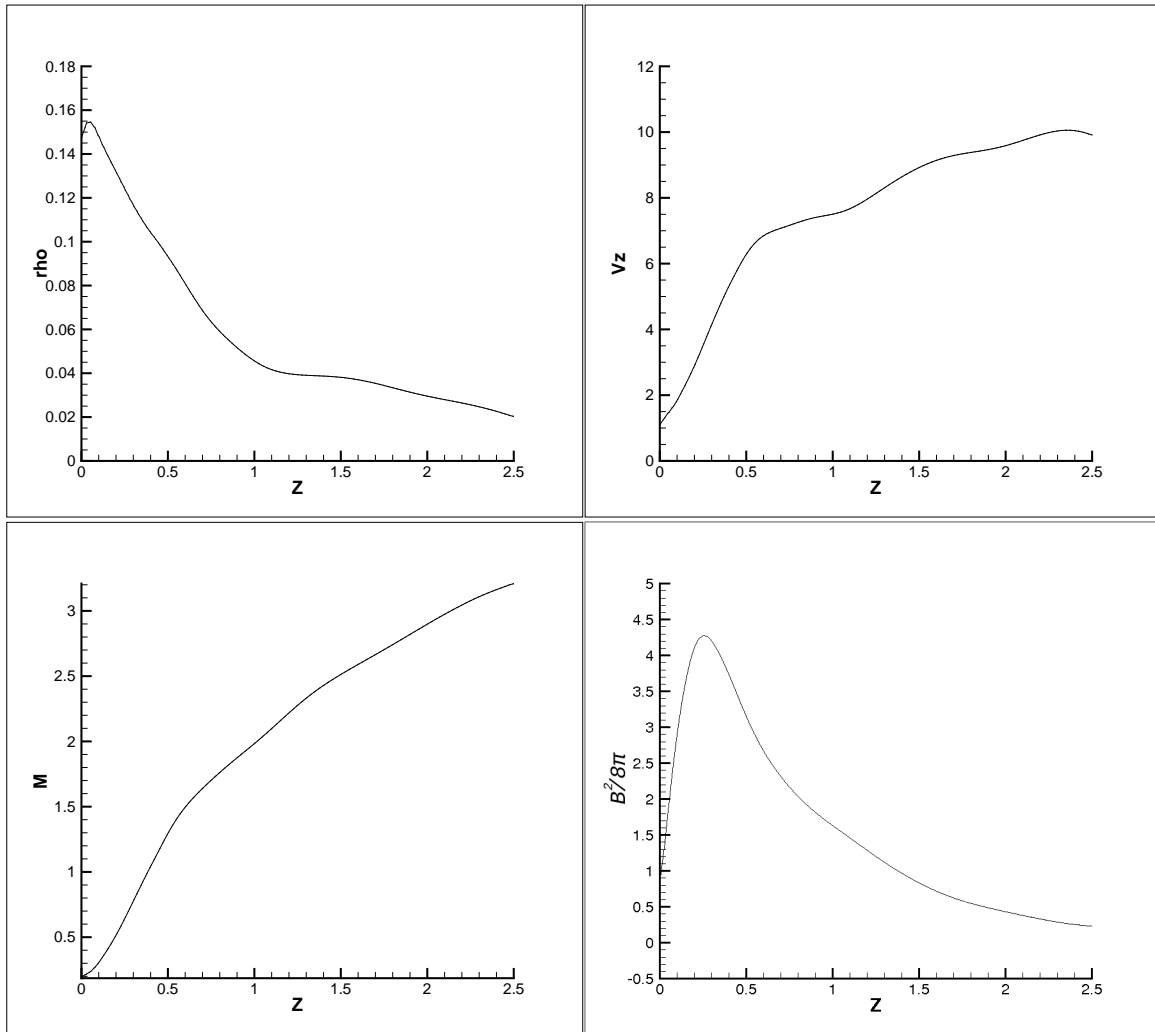


Рис. 8: Сечения графиков плотности  $\rho$ , осевой скорости  $V_z$ , числа Маха  $M$  и магнитного давления  $B^2/8\pi$  плоскостью  $r = 0.05$  в момент времени  $t = 10$ .

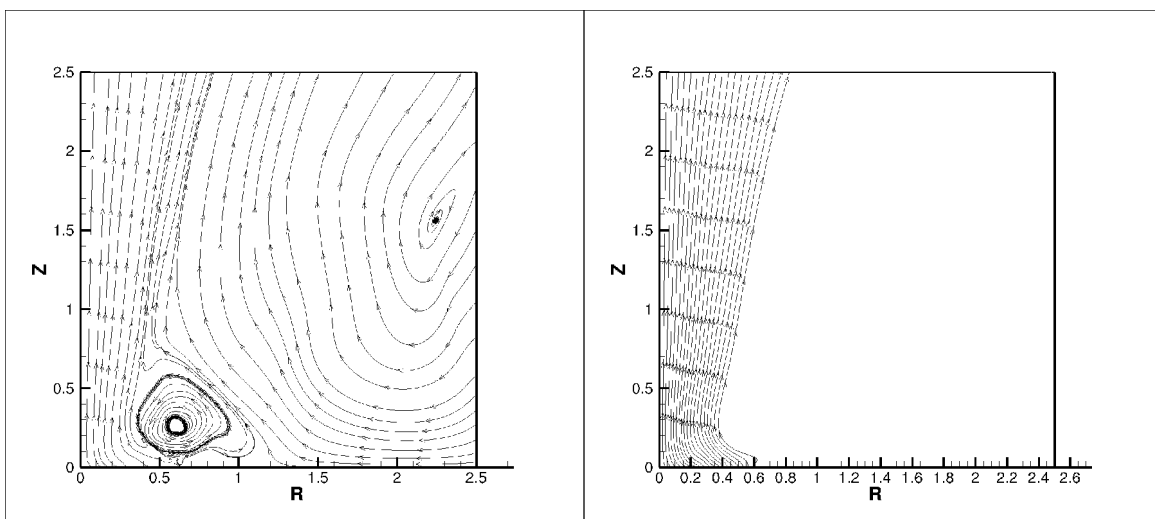


Рис. 9: Полоидальное поле скоростей (слева) и полоидальное магнитное поле (справа) в момент времени  $t = 10$ .

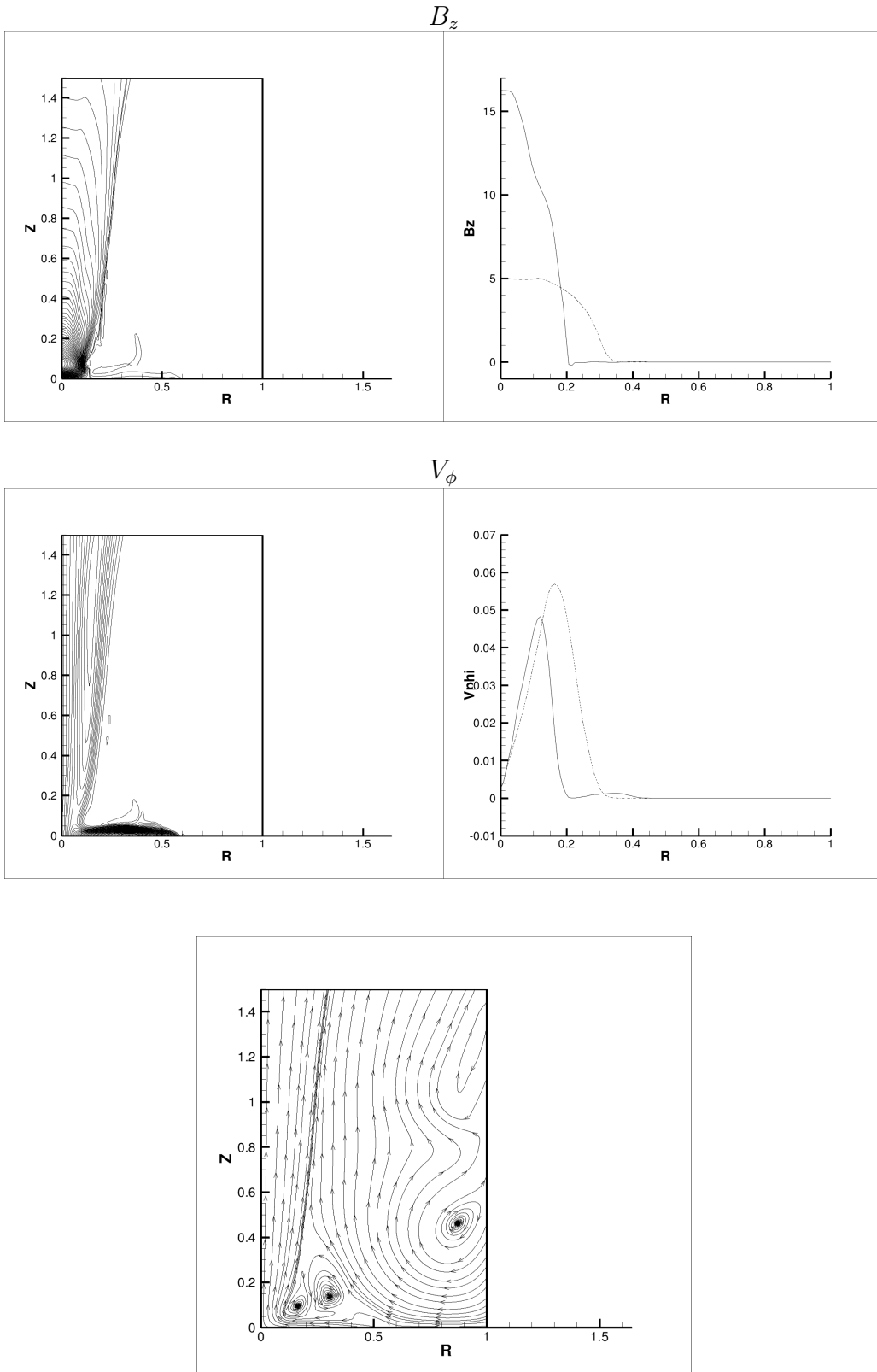


Рис. 10: Линии уровня и поперечные разрезы графиков осевой компоненты магнитного поля  $B_z$  и азимутальной скорости  $V_\phi$ , а также мгновенные линии тока в момент времени  $t = 13$  для варианта расчета с начальным значением магнитного поля  $B_{z0} = 1$ . Плоскости разреза  $z = 0.4$  (сплошная линия) и  $z = 1.4$  (прерывистая линия).

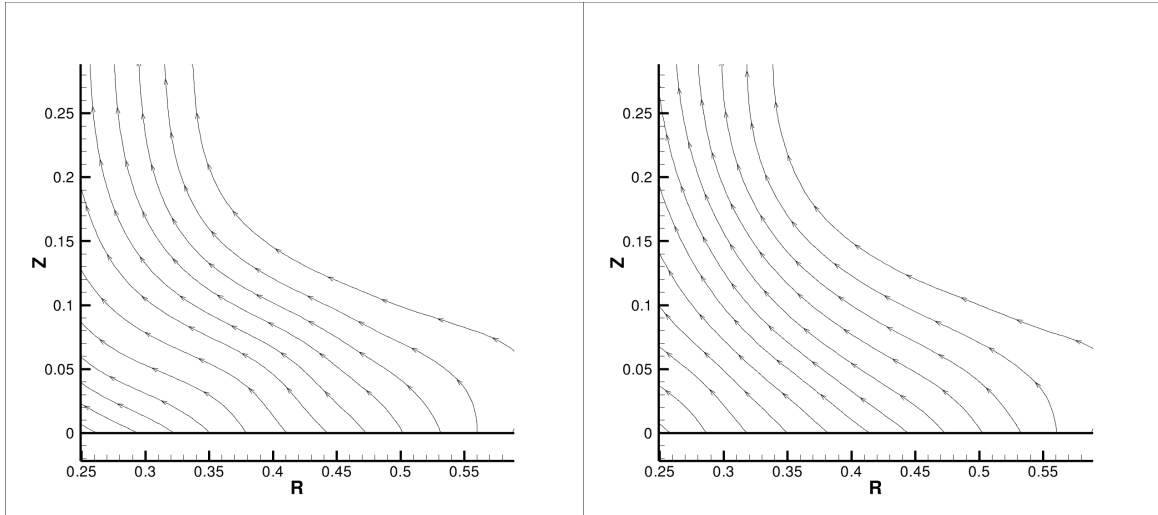


Рис. 11: Полоидальное магнитное поле в окрестностях аккреционного диска в последовательные моменты времени  $t = 6.1$  и  $t = 6.2$ .

Вычисления, проведенные для начальных данных с меньшим магнитным полем (задавалась величина магнитного поля в  $\sqrt{4\pi}$  раз меньше исходного, см. рис. 10) показали, что подобное изменение приводит к уменьшению радиуса джета и более высокой степени коллимации потока (угол раствора конуса  $\sim 3^\circ$ ). Основные характеристики модели сохраняются и в этом случае. Тем не менее, физически более обоснованными выглядят большие значения магнитного поля, генерируемого аккреционным диском.

### 5.2.2 Плазменный ветер с диска и колебания в системе

Угол  $\zeta$  наклона полоидальных магнитных силовых линий к оси  $z$  имеет положение неустойчивого равновесия около значения  $30^\circ$ . При этом в случае  $\zeta > 30^\circ$  поток вещества с диска работает на уменьшение этого угла до тех пор, пока величина угла не станет меньше критического значения. Затем за счет прекращения подачи вещества и, как следствие, уменьшения полного давления в джете, угол  $\zeta$  снова начинает расти, восстанавливая источник плазмы на диске. Такие колебания можно видеть на последовательных изображениях мгновенного положения полоидальных магнитных силовых линий (на рис. 11 видно, что углы наклона силовых линий в близкие моменты времени существенно отличаются). Период этих колебаний составляет в среднем  $T_w = 0.2$ , что отражается на потоке массы через верхнюю границу джета.

Кроме колебаний, связанных с неустойчивостью угла  $\zeta$ , система совершает

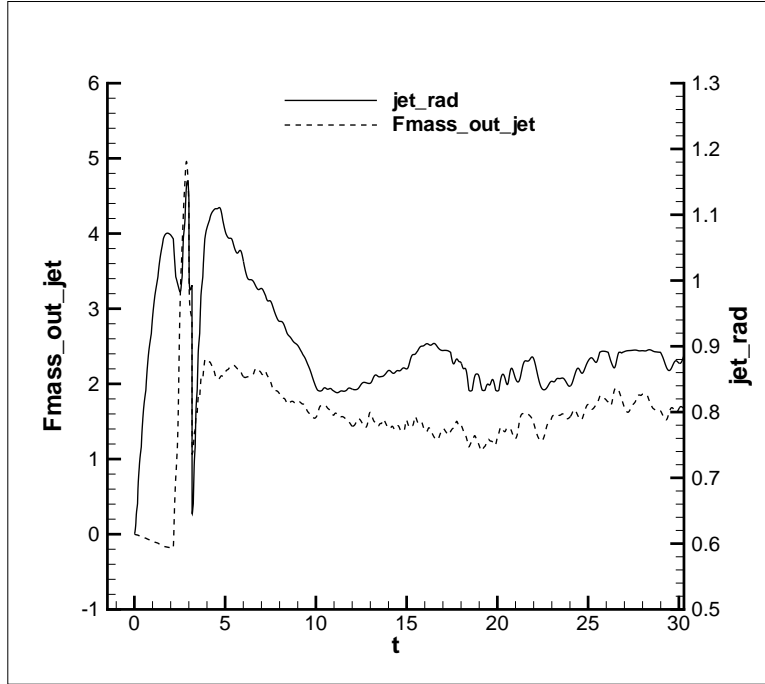


Рис. 12: Радиус верхней границы джета (сплошная линия) и поток массы через эту границу (прерывистая линия).

колебания, связанные с взаимным уравниванием подобластей  $\Omega_B$  и  $\Omega_G$ , причем положение границы  $J$  между ними определяется из условия равенства полных давлений с двух сторон от нее. Эти колебания можно отметить на рис. 12. Видно, что колебания потока массы через верхнюю границу джета и радиус этой границы существенно взаимосвязаны. Период таких колебаний составляет величину порядка  $T_j \simeq 0.6 - 0.8$ . Отметим, что подобные колебания проявляются на существенном удалении от начального момента времени и являются характерной чертой установившегося режима истечения. Кроме того, обращает на себя внимание тот факт, что, несмотря на низкую плотность вещества в истекающей струе, поток массы через верхнюю границу джета (темп выброса вещества из системы) составляет около 13% от потока массы через боковую поверхность расчетной области (темп аккреции). Подобная эффективность достигается за счет высокой скорости уходящего потока.

### 5.3 Обсуждение результатов

Перейдем от результатов расчетов, представленных в безразмерном виде, к оценкам значений размерных переменных задачи.

Будем предполагать, что основную часть вещества в аккреционном потоке

составляет молекулярный водород. Безразмерные параметры подобия записываются в гауссовой системе единиц следующим образом:

$$\beta = \frac{8\pi\tilde{p}_0}{B_0^2} \approx 3.5 \times 10^{-15} \frac{n_0}{B_0^2} T_0,$$

$$g = \frac{GM}{L_0 V_0^2} = \frac{\rho_0 GM}{L_0 B_0^2} \approx 4.5 \times 10^2 \frac{n_0}{B_0^2} \frac{M/M_\odot}{L_0},$$

где  $n_0$  [см<sup>-3</sup>] — концентрация плазмы,  $T_0$  [К] — масштаб температуры вещества аккреционного потока на внешней цилиндрической границе,  $B_0$  [Э] — масштаб напряженности магнитного поля,  $M$  [г] — масса центрального объекта (звезды),  $L_0$  [см] — характерный размер задачи.

Значения параметров  $\beta = 0.02$  и  $g = 0.5$ , использовавшиеся при расчетах, можно получить, если положить характерные значения физических величин равными  $n_0 \approx 10^8$  см<sup>-3</sup>,  $T_0 \approx 200$  К и  $B_0 \approx 0.017$  Э (в условиях первого варианта расчета напряженность магнитного поля над диском в таком случае равна  $\sim 0.06$  Э). Эти значения соответствуют условиям в окрестностях ИК-объекта внутри молекулярного облака.

Примем массу протозвезды равной  $M \approx 3M_\odot$  и характерный размер задачи  $L_0 \approx 10^{15}$  см. Тогда характерные для задачи размерные значения скорости и времени будут равны  $V_0 \approx 5 \times 10^3$  км/ч  $\approx 1.39$  км/с и  $t_0 \approx 245$  лет соответственно, скорость струи на выходе из расчетной области достигает в установившемся режиме величины

$$V_{out} \approx 14 \text{ км/с.}$$

Радиус диска составляет  $R_c = 0.6L_0 \approx 6 \times 10^{14}$  см  $\approx 40$  а.е., темп аккреции на систему  $\dot{M}_{\text{акк.}} \approx 5 \times 10^{-5} M_\odot/\text{год}$ . Диск подобного размера наблюдается вокруг IRS-5 — центрального объекта в молекулярном потоке L1551, оцениваемый темп аккреции вещества в этой системе составляет величину  $\sim 10^{-5} M_\odot/\text{год}$  [9].

Отметим, что для одних и тех же значений безразмерных параметров подобия можно различными способами подбирать характерные значения размерных величин. Рассмотренный нами набор соответствует данным, приведенным в работе [9]. Таким образом, вариант расчета с начальной величиной магнитного поля  $B_{z0} = \sqrt{4\pi}$  моделирует истечение от формирующейся протозвезды массы  $M \approx 3M_\odot$ , окруженной околзвездным диском радиусом



$R_d \approx 40$  а.е. Диск пронизан полоидальным магнитным полем, напряженность которого составляет  $\sim 0.06$  Э. На систему аккрецирует сверхзвуковой поток вещества с темпом аккреции  $\sim 5 \times 10^{-5} M_\odot/\text{год}$ . Перпендикулярно экваториальной плоскости диска формируется коллимированное истечение вещества мощностью  $0.65 \times 10^{-5} M_\odot/\text{год}$ , скорость потока составляет 14 км/с, угол раствора джета  $\sim 10^\circ$ .

Полученные значения хорошо соотносятся с характеристиками наблюдаемых звездных объектов с молекулярными выбросами, а также с результатами моделирования, представленными в [9]. С учетом недостатков модели, которые будут обсуждены ниже, получено достаточно адекватное описание процесса образования и развития джета в окрестностях компактного объекта.

Как уже упоминалось, данная работа служит логическим продолжением серии работ [6, 7, 8, 9, 10], но в отличие от них мы предполагаем идеальную проводимость звездной плазмы. Это позволяет более четко разделить расчетную область на “зоны”, подобласти с магнитным полем и без него, причем незамагниченная плазма выполняет роль плотных горячих стенок для “сопла” джета, коллимированного магнитным полем. Подобного разделения трудно добиться в случае ненулевого сопротивления плазмы. Обратной стороной такого подхода является возникновение в рассматриваемой модели вопроса об источнике плазмы в джете, отчасти решенного в [9, 10]. Тем не менее, вызывает сомнение эффективность процесса проникновения аккрецирующей плазмы в пространство джета за счет конечной проводимости. Это сомнение связано с тем, что процессы диффузии магнитного поля и связанного с ней тепловыделения на некотором удалении от тонкого аккреционного диска становятся существенно менее значимыми, чем газодинамические и гравитационные, так что сопротивление плазмы в модели должно задаваться очень небольшим.

В рамках другого подхода, реализованного в работах [5] и [11], источником плазмы считается аккреционный диск, что позволяет задавать поток вещества в соответствии с наблюдаемыми величинами. Тем не менее, в этой модели очень слабо учитывается влияние на процесс околос звездного молекулярного облака и его аккреции на центральный объект, протекающей не только в рамках аккреционного диска. Рассмотренная нами модель позволяет сочетать свойства обоих обсужденных подходов.

## 6 Возможные расширения модели

Приведенная модель не является полной, ее недостатки достаточно очевидны. Прежде всего они связаны с тем, что на данный момент не существует единой убедительной теории строения аккреционных дисков. Необходимо получать более точные и обоснованные условия на поверхности вращающегося вокруг центрального объекта диска, которые во многом определяют темпы выброса вещества из системы. В постановке этих условий необходимо учесть взаимосвязанность процессов, происходящих внутри диска и в его окрестностях, в молекулярном облаке. Учет только одного из этих процессов будет приводить к несамосогласованной модели явления.

Необходимо также решить вопрос о механизме перекачки набегающей плазмы в аккреционный диск и дальнейшего ее попадания в канал. Оценка эффективности этого процесса позволит более обоснованно судить об источнике вещества в канале. В работах [9, 10] предполагается, что механизм перекачки вещества обусловлен прежде всего конечной проводимостью плазмы: магнитное поле проникает в набегающий аккреционный поток, намагниченное вещество попадает в центральные области, откуда и выбрасывается в джет за счет градиента газового давления. Очевидно, что в случае идеальной МГД-модели процесса формирования джета механизм наполнения канала и захвата вещества из молекулярного облака должен быть иным.

Дальнейшим достаточно большим шагом развития модели представляется включение в определяющую систему (2)-(3) уравнений переноса радиационного излучения от центрального объекта внутри канала истечения джета. Добавление этой составляющей позволит рассматривать вероятные механизмы ускорения вещества в комплексе, обеспечивая тем самым соответствие наблюдаемым характеристикам джетов: высокой степени коллимации с одной стороны, и субсветовой скорости потока с другой.

Итак, полная самосогласованная модель явления должна включать следующие эффекты:

1. образование канала с оптически-плотными стенками, с малыми углами раствора (порядка нескольких градусов), в присутствии магнитного поля как полоидального (коллимирующего), так и азимутального (ускоряющего);

2. формирование у “горловины” канала сгустков вещества, подаваемого плазменным ветром с диска, за счет действия гравитационного поля;
3. ускорение сгустков в канале до субсветовых скоростей за счет давления радиационного излучения центрального объекта.

## 7 Заключение

В работе построена и исследована модель двойной звездной системы, подобной пекулярному объекту SS433. Математическая модель системы, изображенной на рис. 1, состоит из системы уравнений идеальной магнитной гидродинамики с учетом гравитационной силы, создаваемой компактным центральным объектом, и начальных и граничных условий, задающих сверхзвуковую аккрецию на компактный объект (звезду) с тонким идеально проводящим аккреционным диском. Система уравнений решается в двумерной осесимметричной области.

Для численного решения системы уравнений применена модификация алгоритма, разработанного авторами в [12]. Рассмотренная в [12] разностная схема адаптирована для расчетов в цилиндрической системе координат и дополнена процедурой интерполяции магнитного поля сносом по потоку (16) и неотражающими граничными условиями “в дальнем звездном потоке” (20)-(21).

Проведенные расчеты показали, что в модели образуется устойчивый во времени канализированный выброс плазмы в положительном направлении оси  $z$ . Выброс хорошо коллимирован и по своим параметрам хорошо соотносится с имеющимися наблюдательными и расчетными данными о структуре и свойствах галактических джетов. Если предположить, что частицы плазмы будут светиться в зависимости от температуры, то для внешнего наблюдателя поток будет выглядеть как истекающий по спирали джет. Модель допускает расширение (как аналитическое, так и численное) путем включения в рассмотрение радиационного излучения от центрального компактного объекта, что позволит более адекватно описывать процессы, происходящие в объектах класса SS433 и ядрах активных галактик (таких, как галактика M87).

## Список литературы

- [1] R.V.E. Lovelace. Dynamo model of double radio sources. *Nature*, 262, 1976, pp. 649-652.
- [2] R.D. Blandford. Accretion disc electrodynamics - A model for double radio sources. *MNRAS*, 176, 1976, pp. 465-481.
- [3] В.С. Бескин. Осесимметричные стационарные течения в астрофизике. — М.: Едиториал УРСС, 2006. — 384 с.
- [4] S.S. Komissarov, M.V. Barkov, N. Vlahakis, A. Königl A. Magnetic acceleration of relativistic active galactic nucleus jets. *MNRAS*, 380, 2007, pp. 51-70.
- [5] R. Krasnopolsky, Zhi-Yun Li, R. Blandford. Magnetocentrifugal Launching Of Jets From Accretion Disks. I. Cold Axisymmetric Flows. *The Astrophysical Journal*, 526, 1999, pp. 631-542.
- [6] М.П. Галанин, Ю.М. Торопин, В.М. Чечеткин. Радиационный механизм ускорения джета SS433. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 1996. №72. 21 с.
- [7] М.П. Галанин, Ю.М. Торопин, В.М. Чечеткин. Радиационное ускорение и выброс порций вещества в аккреционных воронках около астрофизических объектов. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 1997. №40. 32 с.
- [8] М.П. Галанин, Ю.М. Торопин, В.М. Чечеткин. Радиационное ускорение порций вещества в аккреционных воронках около астрофизических объектов. *Астрономический журнал*, т.76, № 2, 1999, с. 143-160.
- [9] V. V. Savel'ev, Yu. M. Toropin, V. M. Chechetkin. A Possible Mechanism for the Formation of Molecular Flows. *Astronomy Reports*, Vol. 40, No. 4, 1996, pp. 494-508.
- [10] В.В. Савельев, В.М. Чечеткин. Биполярные течения в окрестности вращающегося диска с магнитным полем. *Астрономический журнал*, т.72, № 1, 1995, с. 139-145.

- [11] G.V. Ustyugova, A.V. Koldoba, M.M. Romanova, V.M. Chechetkin, R.V.E. Lovelace. Magnetohydrodynamic Simulations Of Outflows From Accretion Disks. *The Astrophysical Journal*, 439, 1995, pp. L39-L42.
- [12] М.П. Галанин, В.В. Лукин. Разностная схема для решения двумерных задач идеальной МГД на неструктурированных сетках. // Препр. Инст. Прикл. Матем. им. М.В. Келдыша РАН. 2007. №50. 29 с.
- [13] А.Г. Куликовский, Г.А. Любимов. Магнитная гидродинамика. — М.: Логос, 2005. — 328 с.
- [14] А.А. Самарский, Ю.П. Попов. Разностные методы решения задач газовой динамики. — М.: Едиториал УРСС, 2004. — 424 с.
- [15] N.V.Pogorelov, A.Yu. Semenov. Solar Wind Interaction With The Magnetized Interstellar Medium. *Astron. Astrophys.* 321, 1997, pp. 330-337.
- [16] Н.Н. Яненко. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. — Новосибирск: Наука, 1967. — 197 с.
- [17] E.F. Toro. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics. A practical introduction. Springer, Berlin. 1999. 624 p.
- [18] H. De Sterck. Multi-Dimensional Upwind Constrained Transport on Unstructured Grids for “Shallow Water” Magnetohydrodynamics. *AIAA Computational Fluid Dynamics Paper 2623*, 2001, 13 pp.
- [19] А.Г. Куликовский, Н.В. Погорелов, А.Ю. Семенов. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. — М.: Наука. Физматлит, 2001. — 608 с.
- [20] М.П. Галанин, Ю.П. Попов. Квазистационарные электромагнитные поля в неоднородных средах: Математическое моделирование. — М.: Наука. Физматлит, 1995. — 320 с.