



Сазонов В.В.

Обработка данных
измерений угловой скорости
и микроускорения,
полученных на спутнике
«Фотон-12»

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Сазонов В.В. Обработка данных измерений угловой скорости и микроускорения, полученных на спутнике «Фотон-12» // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2008. № 62. 32 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2008-62>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша

В.В.Сазонов

**ОБРАБОТКА ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ
УГЛОВОЙ СКОРОСТИ И МИКРОУСКОРЕНИЯ,
ПОЛУЧЕННЫХ НА СПУТНИКЕ *ФОТОН-12***

Москва - 2008

Аннотация

Приведены результаты реконструкции неуправляемого вращательного движения спутника *Фотон-12* по данным измерений бортовых датчиков. Эта проблема уже была успешно решена несколько лет назад. Движение спутника было реконструировано по данным измерений магнитного поля Земли. Данные измерений угловой скорости и микроускорения, выполненные на *Фотоне-12* системой QSAM, по существу не использовались для этой цели. Эти данные содержат четко выделяемую дополнительную составляющую, которая затрудняла их прямое использование для реконструкции вращательного движения и происхождение которой несколько лет назад не было известно. Впоследствии выяснилось, что дополнительная составляющая вызвана влиянием магнитного поля Земли. Обнаружение этого факта позволило учесть при обработке данных системы QSAM необходимую поправку и применить их для реконструкции вращательного движения *Фотона-12*. Ниже описывается модифицированный метод обработки данных системы QSAM и результаты его применения. Главный результат — сравнение движения, реконструированного по измерениям угловой скорости или ускорения, с движением, найденным посредством обработки измерений магнитного поля Земли. Совпадение оказалось довольно точным.

V.V.Sazonov. Processing angular rate and acceleration measurements obtained onboard the spacecraft *Foton-12*. This preprint presents the results of reconstruction of the uncontrolled attitude motion of the spacecraft *Foton-12* by measurements of their onboard sensors. This problem was already solved successfully a few years ago. The motions of the spacecraft were reconstructed by measurements of the Earth magnetic field. But a lot of valuable measurement data, that were obtained on the spacecraft, have not been used essentially for this purpose. These data are angular rate and acceleration measurements carried out by the system QSAM. These data contain secondary clear-cut components of unknown origin and their presence made impossible an application of the data for reconstructing the spacecraft attitude motion. It was realized lately that those secondary components proved to be induced by the Earth magnetic field. Revealing this fact allowed to make a proper correction of the data and to use them for the reconstruction. The preprint contains descriptions of the correction procedures and results of their applying. The main results consist in the direct comparison of the motion reconstructed by angular rate or acceleration measurements with the motion reconstructed by measurements of the Earth magnetic field. The use of the corrected data proved to be successful.

1. Введение. Ниже исследуются измерения, выполненные на борту спутника *Фотон-12* системой QSAM. Эта система измеряла вектор микроускорения в некоторых точках борта и вектор угловой скорости спутника. Цель измерений заключалась в контроле микрогравитационной обстановки при проведении космических экспериментов. Анализ низкочастотного диапазона полученных данных выполнен в [1]. Он основан на результатах [2] реконструкции фактического вращательного движения *Фотона-12*, построенной по данным измерений магнитного поля Земли (МПЗ). Эта реконструкция позволила найти расчетные аналоги данных измерений угловой скорости и микроускорения, полученных системой QSAM. Сопоставление расчетных аналогов с результатами низкочастотной фильтрации данных QSAM показало наличие в последних дополнительной составляющей неизвестного в то время происхождения. Эта дополнительная составляющая делала невозможным использование данных системы QSAM для реконструкции вращательного движения *Фотона-12* в том виде, как это было сделано для *Фотона-11* [3].

Впоследствии выяснилось, что указанная дополнительная составляющая вызвана влиянием МПЗ [4]. Обнаружение этого факта позволило учесть при обработке данных необходимую поправку и использовать их для реконструкции вращательного движения. Ниже описывается улучшенный метод обработки данных и результаты его применения к данным измерений системы QSAM на *Фотоне-12*. Реконструированное новым способом движение этого спутника сравнивается с реконструкцией по измерениям МПЗ.

Может показаться излишним реконструировать вращательное движение спутника по измерениям угловой скорости и микроускорения, если оно уже было реконструировано ранее по магнитным измерениям. Однако такая реконструкция полезна для всякого рода проверок. Во-первых, проверяется адекватность используемой для обработки математической модели, в данном случае — уравнений движения спутника. Измерения угловой скорости и микроускорения более информативны в этом отношении чем магнитные. Во-вторых, проверяется низкочастотный диапазон данных измерений датчиков. При необходимости низкочастотная составляющая в этих данных может быть скорректирована с учетом движения спутника.

2. Математическая модель вращательного движения спутника. Спутник считаем осесимметричным твердым телом. Для записи уравнений движения спутника и соотношений, используемых при обработке данных измерений, введем четыре правые декартовы системы координат.

Система $Ox_1x_2x_3$ образована главными центральными осями инерции спутника. Точка O — центр масс спутника, ось Ox_1 совпадает с продольной осью спутника и направлена от спускаемого аппарата к приборному отсеку. В этой системе интерпретируются данные измерений бортовых датчиков, в ней тензор инерции спутника задается матрицей $\text{diag}(I_1, I_2, I_2)$.

Вспомогательная система координат $Oy_1y_2y_3$ служит для записи уравнений вращательного движения спутника. Ось Oy_1 совпадает с осью Ox_1 ; оси Ox_2, Ox_3 получаются из осей Oy_2, Oy_3 поворотом системы $Oy_1y_2y_3$ на угол φ вокруг оси Oy_1 . Кинематическая связь между системами $Ox_1x_2x_3$ и $Oy_1y_2y_3$ задается условием, что проекция абсолютной угловой скорости второй из них на ось Oy_1 равна нулю. Проекции этой угловой скорости на оси Oy_2, Oy_3 обозначим w_2, w_3 . Пусть абсолютная угловая скорость спутника ω имеет в системе $Ox_1x_2x_3$ компоненты $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$. Тогда $\dot{\varphi} = \omega_1$ и

$$w_2 = \omega_2 \cos \varphi + \omega_3 \sin \varphi, \quad w_3 = -\omega_2 \sin \varphi + \omega_3 \cos \varphi. \quad (1)$$

Здесь и ниже точкой обозначается дифференцирование по времени t .

Гринвичская система координат $CY_1Y_2Y_3$ связана с Землей. Начало этой системы находится в центре масс Земли, плоскость CY_1Y_2 совпадает с плоскостью экватора, положительная полуось CY_1 пересекает гринвичский меридиан, ось CY_3 направлена в Северный полюс.

Квазиинерциальная система координат $CX_1X_2X_3$ служит для графического представления вращательного движения спутника. Ось CX_2 в каждый момент времени параллельна вектору кинетического момента орбитального движения спутника, ось CX_3 лежит в плоскости CY_1Y_2 и направлена в восходящий узел оскулирующей орбиты спутника. Абсолютная величина угловой скорости этой системы не превышает 5 град./сут.

Матрицу перехода от системы $Oy_1y_2y_3$ к гринвичской системе обозначим $\|a_{ij}\|_{i,j=1}^3$, a_{ij} — косинус угла между осями CY_i и Oy_j . Элементы этой матрицы будем выражать в функции углов γ, δ и β , которые вводятся так, чтобы систему $CY_1Y_2Y_3$ можно было перевести в систему $Oy_1y_2y_3$ тремя последовательными поворотами (полагаем, что точки O и C совпадают): 1) на угол $\delta + \pi/2$ вокруг оси CY_2 , 2) на угол β вокруг новой оси CY_3 , 3) на угол γ вокруг новой оси CY_1 , совпадающей с осью Oy_1 .

Направление оси Oy_1 в системе $CX_1X_2X_3$ будем задавать углами θ и ψ : θ — угол между этой осью и плоскостью CX_1X_2 , ψ — угол между осью Ox_1 и проекцией оси Oy_1 на плоскость CX_1X_2 . Орт оси Oy_1 имеет в системе $CX_1X_2X_3$ компоненты $(\cos \theta \cos \psi, \cos \theta \sin \psi, -\sin \theta)$. Будем использовать также угол $\Lambda = \arccos(\cos \theta \sin \psi)$ между осями Ox_1 и CX_2 .

Уравнения движения спутника состоят из двух подсистем. Одна подсистема описывает движение центра масс спутника, другая — его движение относительно центра масс. Подсистема уравнений движения центра масс записана в гринвичской системе координат с учетом нецентральности гравитационного поля Земли и сопротивления атмосферы. Нецентральность поля учитывается с точностью до членов порядка (16,16) включительно в разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по шаровым функциям. Атмосфера считается вращающейся вместе с Землей, ее плотность рассчитывается согласно модели ГОСТ Р 25645.166-2004 [5]. Решения этой подсистемы

находились из условия наилучшей аппроксимации двухстрочных элементов орбиты *Фотона-12* на отрезках времени длиной 3 — 4 сут (см. [6, 7], где такая аппроксимация построена для *Фотона-11* и *Фотона М-2*).

Вторая подсистема образована динамическими уравнениями Эйлера для угловых скоростей w_2 , w_3 и кинематическими уравнениями Пуассона для первой и второй строк матрицы $\| a_{ij} \|$. В уравнениях Эйлера учитываются четыре внешних механических момента: 1) гравитационный момент; 2) восстанавливающий аэродинамический момент; 3) постоянный момент вдоль оси Ox_1 ; 4) момент, возникающий при взаимодействии МПЗ с дипольным магнитным моментом спутника. При вычислении аэродинамического момента атмосфера считается вращающейся вместе с Землей, внешняя оболочка спутника принимается сферой с центром на оси Ox_1 . Дипольный магнитный момент спутника считается параллельным оси Ox_1 . Вторая подсистема имеет вид

$$\begin{aligned}
\dot{w}_2 + \lambda \omega_1 w_3 &= -\frac{3\mu_e}{R^5}(1 - \lambda)y_1 y_3 + pE\rho_a v v_3 - m h'_3, \\
\dot{w}_3 - \lambda \omega_1 w_2 &= \frac{3\mu_e}{R^5}(1 - \lambda)y_1 y_2 - pE\rho_a v v_2 + m h'_2, \\
\dot{a}_{11} + w_2 a_{13} - w_3 a_{12} &= \omega_e a_{21}, \\
\dot{a}_{12} + w_3 a_{11} &= \omega_e a_{22}, \quad \dot{a}_{13} - w_2 a_{11} = \omega_e a_{23}, \\
\dot{a}_{21} + w_2 a_{23} - w_3 a_{22} &= -\omega_e a_{11}, \\
\dot{a}_{22} + w_3 a_{21} &= -\omega_e a_{12}, \quad \dot{a}_{23} - w_2 a_{21} = -\omega_e a_{13}, \\
\omega_1 = \Omega + \varepsilon(t - t_0), \quad \lambda &= \frac{I_1}{I_2}, \quad R = \sqrt{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2}, \quad v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь y_i , v_i , и h'_i — компоненты в системе $Oy_1y_2y_3$ геоцентрического радиуса-вектора точки O , скорости этой точки относительно системы $CY_1Y_2Y_3$ и локальной (в точке O) напряженности МПЗ; ρ_a — локальная плотность атмосферы, параметры p и m характеризуют аэродинамический и магнитный моменты соответственно; εI_1 — постоянный момент вдоль оси Ox_1 ; ω_e и μ_e — угловая скорость вращения и гравитационный параметр Земли; E — масштабирующий множитель. В (2) использован явный вид решения одного из уравнений Эйлера $\dot{\omega}_1 = \varepsilon$ с постоянной интегрирования Ω . Выбор t_0 будет указан ниже.

При численном интегрировании уравнений (2) единицами измерения времени и длины служат 1000 с и 1000 км, единицы измерения других величин: $[v_i] = \text{км/с}$, $[\omega_i] = [w_i] = 10^{-3}\text{с}^{-1}$, $[p] = \text{см/кг}$, $[h'_i] = 0.1\text{Э}$, $[m] = 10^{-5}\text{Э}^{-1}\text{с}^{-2}$, $[\varepsilon] = 10^{-6}\text{с}^{-2}$, $[\rho_a] = \text{кг/м}^3$, $E = 10^{10}$. Плотность атмосферы задается согласно модели [5]. МПЗ в точке O рассчитывается согласно модели IGRF2005.

Элементы третьей строки матрицы $\| a_{ij} \|$ вычисляются как векторное произведение первой и второй ее строк.

Формулы (1) и соотношение $\varphi = \Omega(t - t_0) + \varepsilon(t - t_0)^2/2$ позволяют найти функции $\omega_2(t)$, $\omega_3(t)$ и движение системы $Ox_1x_2x_3$, решая уравнения (2).

Переменные a_{1i} и a_{2i} зависимы, они связаны условиями ортогональности матрицы $\| a_{ij} \|$. По этой причине начальные условия для a_{1i} и a_{2i} выражаются через углы γ , δ и β .

Параметр λ в (2) известен: $\lambda = 0.24$. Параметры p , m и ε определяются из обработки данных измерений наряду с неизвестными начальными условиями движения спутника, т. е. служат параметрами согласования.

Уравнения (2) и некоторые другие математические модели, используемые ниже, проще, чем уравнения движения и модели, используемые в [2, 3, 6, 7] (хотя в (2) учтен дополнительный внешний момент, создаваемый МПЗ). Это сделано, чтобы уменьшить число уточняемых параметров и избежать использования априорной информации и методов регуляризации в статистических процедурах. Для компенсации сделанных упрощений ограничимся реконструкцией простых движений спутника, в которых компонента угловой скорости ω_1 достаточно велика.

3. Методика реконструкции движения спутника по магнитным измерениям. Уравнения (2) были испытаны обработкой с их помощью данных измерений МПЗ, выполненных на *Фотоне-12*, и сравнением полученных результатов с результатами [2]. На борту этого спутника находилась аппаратура *Мираж* с несколькими трехкомпонентными магнитометрами. Поскольку движение спутника было неуправляемым, полученные данные и уравнения (2) можно использовать для определения фактического вращательного движения спутника по обычным статистическим методикам.

Методика, использованная ниже, состоит в следующем [2, 7]. По измерениям, выполненным на некотором отрезке времени $t_0 \leq t \leq t_0 + T$, в виде конечных рядов Фурье строились функции $\hat{h}_i(t)$, которые задавали на этом отрезке компоненты вектора локальной напряженности магнитного поля в системе координат $Ox_1x_2x_3$. Среднеквадратичная ошибка аппроксимации, как правило, не превышала 700γ ($1\gamma = 10^{-5}\text{Э}$). Затем вычислялись псевдоизмерения $t_n = t_0 + nT/N$, $h_i^{(n)} = \hat{h}_i(t_n)$, где $n = 0, 1, \dots, N$. Обычно было $T = 100 \div 300$ мин, $T/N \approx 1$ мин. Псевдоизмерения служили исходной информацией для отыскания решений уравнений (2), описывающих фактическое движение спутника.

Реконструкцией фактического движения спутника на отрезке $t_0 \leq t \leq t_0 + T$ считалось решение уравнений (2), минимизирующее функционал

$$\Phi = \sum_{i=1}^3 \left\{ \sum_{n=0}^N \left[h_i^{(n)} - h_i(t_n) \right]^2 - (N+1)\Delta_i^2 \right\}, \quad (3)$$

$$\Delta_i = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N \left[h_i^{(n)} - h_i(t_n) \right].$$

Здесь Δ_i — оценки постоянных смещений в псевдоизмерениях $h_i^{(n)}$, $h_i(t)$ — компоненты локальной напряженности МПЗ в системе координат $Ox_1x_2x_3$, рассчитываемые с помощью модели IGRF2005. Функционал (3) получен в результате преобразования стандартного функционала метода наименьших квадратов, возникающего при уравнивании соотношений $h_i^{(n)} \approx h_i(t_n) + \Delta_i$ ($i = 1, 2, 3$; $n = 0, 1, \dots, N$) [2,7]. В качестве t_0 в уравнениях (2) всегда использовалась начальная точка обрабатываемого отрезка данных. Функционал (3) минимизировался по 9 параметрам: p , m , ε , Ω , $w_2(t_0)$, $w_3(t_0)$, $\gamma(t_0)$, $\delta(t_0)$, $\beta(t_0)$. Первые четыре из них окончательно задают систему (2), остальные параметры — задают ее решение. Заключительный этап минимизации функционала (3) выполнялся методом Гаусса – Ньютона.

Точность аппроксимации псевдоизмерений и разброс в оцениваемых параметрах характеризовались соответствующими стандартными отклонениями. Стандартные отклонения рассчитывались в предположении, что ошибки в псевдоизмерениях $h_i^{(n)}$ не коррелированы и имеют одинаковые дисперсии, средние значения ошибок в псевдоизмерениях с одинаковым нижним индексом i одинаковы (величины Δ_i в (3) — оценки этих средних значений).

Стандартные отклонения вычислялись так. Пусть Φ_{\min} — значение функционала (3) в точке минимума, C — матрица системы нормальных уравнений метода Гаусса – Ньютона в этой точке ($2C$ приблизительно равна матрице квадратичной формы $d^2\Phi$ в точке минимума Φ). Тогда стандартное отклонение ошибок в псевдоизмерениях оценивается величиной

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{\Phi_{\min}}{3N - 9}}.$$

Стандартные отклонения оцениваемых параметров равны квадратным корням из соответствующих диагональных элементов матрицы $\sigma_H^2 C^{-1}$. Стандартные отклонения параметров p , m и ε будем обозначать σ_p , σ_m и σ_ε .

4. Фактическое движение Фотона-12. Описанная методика была использована для определения движения спутника на 4 интервалах времени. Некоторые полученные при этом результаты представлены в табл. 1 и на рис. 1 — 4 с индексами "а" (рисунки сгруппированы и пронумерованы по эпизодам движения). Таблица содержит характеристики интервалов и решений уравнений (2), представленных на рисунках. В частности, в таблице указаны оценки параметров p , m , ε и стандартные отклонения σ_H , σ_p , σ_m , σ_ε . Первый столбец таблицы содержит день сентября 1999 г., на который данный интервал приходится. Рисунки иллюстрируют точность аппроксимации псевдоизмерений и движение спутника.

Каждый из рис. 1а — 4а естественным образом разбивается на три части — левую, среднюю и правую. Правая часть иллюстрирует качество аппроксимации псевдоизмерений функциями $h_i(t)$ (ср. (3)). Здесь сплошными линиями изображены графики этих функций на отрезке $t_0 \leq t \leq t_0 + T$, маркерами указаны точки $(t_n, h_i^{(n)} - \Delta_i)$ ($n = 0, 1, \dots, N$). В средней части рисунка помещены графики компонент угловой скорости $\omega_i(t)$. В левой части рисунка помещены графики зависимости от времени углов θ , ψ и Λ , задающих направление оси Ox_1 относительно системы $CX_1X_2X_3$.

Значения σ_H в табл. 1 примерно в 1.5 раза выше чем в [2]. Тем не менее, достигнутая точность реконструкции движения достаточна для целей данной работы. Для интервалов табл. 1 стандартные отклонения углов $\gamma(t_0)$, $\delta(t_0)$ и $\beta(t_0)$ составляют примерно 1.4° , стандартные отклонения угловых скоростей $\Omega = \omega_1(t_0)$, $w_2(t_0) = \omega_2(t_0)$ и $w_3(t_0) = \omega_3(t_0)$ — примерно 0.004 град./с.

Каждый отрезок $[t_0, t_0 + T]$ из табл. 1 содержит более короткий отрезок $[t'_0, t'_0 + T'] \subset [t_0, t_0 + T]$, соответствующий одному из сеансов измерений системы QSAM. Номера сеансов указаны в скобках первом столбце таблицы. Система QSAM имела датчик угловой скорости и два акселерометра. Измерения угловой скорости и высокочастотного акселерометра оказались приемлемыми. Ниже дано сопоставление реконструкций движения спутника, выполненных по измерениям "Миража" и по измерениям системы QSAM.

5. Методика реконструкции движения Фотона-12 по измерениям угловой скорости. Данные измерений угловой скорости позволили реконструировать движение *Фотона-11* и *Фотона М-2* [3, 8]. Однако такие же данные, полученные на *Фотоне-12*, вначале рассматривались как бесполезные. Они содержат дополнительную низкочастотную составляющую, природа которой была неизвестной. Аналогичная низкочастотная составляющая была обнаружена и в данных измерений высокочастотного акселерометра системы QSAM на *Фотоне-12* и акселерометра TAS3 на *Фотоне М-2* [1, 4]. Один из создателей TAS3 К. Ван Бавинхов объяснил наличие этой дополнительной составляющей влиянием МПЗ, модулированного вращательным движением спутника. Спектральный анализ данных измерений акселерометра TAS3 подтвердил такое объяснение [4]. В эту схему укладываются и результаты [1] спектрального анализа данных измерений угловой скорости и микроускорения системы QSAM на *Фотоне-12*. Объяснение Ван Бавинхова указало способ обработки перечисленных данных с учетом влияния МПЗ. В случае данных TAS3 этот способ привел к успеху [4, 9]. Ниже он применяется к данным измерений системы QSAM, полученным на *Фотоне-12*.

Пусть измерения трехкомпонентного датчика угловой скорости охватывают некоторый отрезок времени $t'_0 \leq t \leq t'_0 + T'$ (сеанс QSAM). Полагаем, что эти измерения относятся к системе координат $Ox_1x_2x_3$ и в результате предварительной обработки из них выделена низкочастотная составляющая,

выражаемая функциями $\Omega_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$). Функции построены на указанном выше отрезке в виде конечных рядов Фурье и содержат частоты не более 0.017 Гц [1]. Полагаем, что эти функции можно также представить в виде

$$\Omega_i(t) \approx \Delta_{\Omega_i} + \hat{\Omega}_i(t, \tau), \quad \hat{\Omega}_i(t, \tau) = \omega_i(t + \tau) + l_i h_i(t + \tau) + \chi_i(t), \quad (4)$$

$$\chi_i(t) = A_{i0}(t - t'_0) + \sum_{k=1}^K A_{ik} \sin \frac{\pi k(t - t'_0)}{T'} \quad (i = 1, 2, 3),$$

где Δ_{Ω_i} , τ , l_i и A_{ik} — постоянные коэффициенты, $\omega_i(t)$ — компоненты угловой скорости, связанные формулами (1) с подходящим решением уравнений (2), функции $h_i(t)$ — те же, что в (3). Как прежде, полагаем, что постоянная t_0 в (2) совпадает с начальной точкой t'_0 обрабатываемого интервала. Параметр τ в (4) характеризует сдвиг часов системы QSAM относительно времени, в котором построена орбита спутника, члены $l_i h_i$ характеризуют влияние МПЗ, члены $\Delta_{\Omega_i} + \chi_i$ компенсируют инфра низкочастотные ошибки в фильтрованных данных. Такие ошибки имеют частоты менее менее 0.0005 Гц и включают постоянные смещения. Число K не должно быть слишком большим, чтобы частота $K/2T'$ была меньше значимых частот функций $\omega_i(t)$.

Согласование соотношений (4) осуществляется методом наименьших квадратов. Генерируются псевдоизмерения $t'_n = t'_0 + nT'/N$, $\Omega_i^{(n)} = \Omega_i(t'_n)$ ($n = 0, 1, \dots, N$), $T'/N = 30$ с и составляется функционал

$$\Phi_{\Omega} = \sum_{i=1}^3 \left\{ \sum_{n=0}^N \left[\Omega_i^{(n)} - \hat{\Omega}_i(t'_n, \tau) \right]^2 - (N + 1) \Delta_{\Omega_i}^2 \right\}, \quad (5)$$

$$\Delta_{\Omega_i} = \frac{1}{N + 1} \sum_{n=0}^N \left[\Omega_i^{(n)} - \hat{\Omega}_i(t'_n, \tau) \right].$$

Этот функционал получается в результате преобразования стандартного функционала метода наименьших квадратов, возникающего при уравнивании соотношений (4) в точках $t = t'_n$ ($n = 0, 1, \dots, N$) [3, 8]. Функционал (5) минимизируется по $16 + 3K$ величинам. Это — 5 начальных условий решения в точке t'_0 , 4 параметра уравнений (2) и $7 + 3K$ параметров τ , l_i , A_{ik} . Решение уравнений (2), доставляющее минимум функционалу (5), считается реконструкцией движения спутника на отрезке $[t'_0 + \tau, t'_0 + T' + \tau]$.

Отметим важную особенность датчика угловой скорости системы QSAM. Его измерения содержат смещения, выбранные из условия, что средние за сеанс значения измерений каждой компоненты угловой скорости равны нулю. По этой причине учет в (4) уточняемых постоянных слагаемых Δ_{Ω_i} необходим. Введение же функций $\chi_i(t)$ не является необходимым, хотя и повышает

точность выполнения соотношений. Например в [3] при обработке данных измерений системы QSAM на *Фотоне-11* было принято $\chi_i(t) \equiv 0$.

Объединим $15 + 3K$ параметров, за исключением τ , в вектор z и будем рассматривать (5) как функцию $\Phi_\Omega(z, \tau)$. Минимизация $\Phi_\Omega(z, \tau)$ по z и τ сводится к вычислению функции

$$\hat{\Phi}_\Omega(\tau) = \min_z \Phi_\Omega(z, \tau)$$

на последовательности точек τ_k ($k = 1, 2, \dots$), сходящейся к пределу $\tau_* = \operatorname{argmin} \hat{\Phi}_\Omega(\tau)$. При фиксированном τ заключительный этап минимизации $\Phi_\Omega(z, \tau)$ по z выполняется методом Гаусса – Ньютона. Величины τ_* и $z_* = \operatorname{argmin} \Phi_\Omega(z, \tau_*)$ – искомые оценки τ и z . Выделение τ из полного набора аргументов функции (5) сделано для упрощения программы численной минимизации $\Phi_\Omega(z, \tau)$. В расчетах принималось $\tau_1 = 0$ и использовались результаты минимизации функционала (3) на соответствующем отрезке $[t_0, t_0 + T] \supset [t'_0, t'_0 + T']$ в качестве первого приближения к точке минимума $\Phi_\Omega(z, 0)$ при $\chi_i(t) \equiv 0$ ($i = 1, 2, 3$).

Точность аппроксимации псевдоизмерений и разброс в оценках τ_* , z_* будем характеризовать соответствующими стандартными отклонениями. Стандартное отклонение σ_b ошибок в данных и стандартное отклонение σ_τ оценки τ_* вычисляются по формулам

$$\sigma_\Omega = \sqrt{\frac{\hat{\Phi}_\Omega(\tau_*)}{3N - 3K - 16}}, \quad \sigma_\tau^2 = 2\sigma_\Omega^2 \left[\frac{\partial^2 \hat{\Phi}_\Omega(\tau_*)}{\partial \tau^2} \right]^{-1}.$$

Вторая производная в правой части последней формулы находится разностным способом. Стандартные отклонения компонент вектора z_* вычисляются в предположении, что величина $\tau = \tau_*$ известна. Такие стандартные отклонения называются условными. Пусть C – матрица системы нормальных уравнений, получающейся при минимизации $\Phi_\Omega(z, \tau_*)$ по z методом Гаусса – Ньютона, причем эта матрица вычислена в точке z_* (в этом случае $2C \approx \partial^2 \Phi_\Omega(z_*, \tau_*) / \partial z^2$). Тогда условные стандартные отклонения компонент z_* равны квадратным корням из соответствующих диагональных элементов матрицы $\sigma_b^2 C^{-1}$. Условные стандартные отклонения параметров p , m , ε и l_i будем обозначать σ_p , σ_m , σ_ε и σ_{li} .

6. Фактическое движение Фотона-12 (продолжение). Система QSAM на *Фотоне-12* выполнила 19 сеансов измерений. Из них 16 сеансов имели длину по 97 мин и 3 сеанса – по 300 мин. Интервалы на рис. 1а – 4а содержат сеансы 9, 15, 17 и 18. На рис. 1 – 4 с индексами "б" и в табл. 2 представлены результаты реконструкции вращательного движения спутника на этих сеансах по измерениям угловой скорости с помощью методики

п. 5. Эти результаты получены при $K = 3$. Таблица содержит некоторые характеристики решений уравнений (2), приведенных на рисунках. Рис. 16 — 46 иллюстрируют точность аппроксимации псевдоизмерений и движение спутника.

Эти рисунки организованы аналогично рис. 1а — 4а с небольшими отличиями. Их правые части содержат графики функций $\Delta_{\Omega_i} + \hat{\Omega}_i(t, \tau)$, маркеры рядом с графиками указывают точки $(t'_n, \Omega_i^{(n)})$ ($n = 0, 1, \dots, N$). В средней и левой частях рисунка помещены графики зависимости от времени компонент угловой скорости ω_i и углов Λ, θ, ψ . Здесь в каждой системе координат приведены по два графика. Графики, полученные посредством минимизации функционала (5), отмечены маркерами и построены на отрезках $\tau \leq t - t'_0 \leq T' + \tau$. Графики без маркеров перенесены с соответствующих рис. 1а — 4а и построены на отрезках $t_0 \leq t \leq t_0 + T$. Как видно из рисунков, методика п. 5 позволила довольно точно аппроксимировать функции $\Omega_i(t)$ с помощью решений уравнений (2); движения спутника, реконструированные по методикам пп. 3 и 5, оказались близкими.

Функции $\Omega_i(t)$ в приведенных примерах были построены методом, описанным в [10] (см. также [1]). При этом в отличие от [1] инфра низкочастотные ошибки не корректировались. Такая коррекция обеспечивалась использованием функций $\chi_i(t)$. Минимизация функционала (5) выполнялась в два этапа. На первом этапе принималось $\chi_i(t) \equiv 0$ ($i = 1, 2, 3$). На втором этапе испытывались различные значения K . Хотелось получить малые значения σ_{Ω} при минимальных по возможности значениях K . Значение $K = 3$ показалось наиболее приемлемым. Испытывались также корректирующие члены вида $l_{i1}h_1 + l_{i2}h_2 + l_{i3}h_3$ вместо $l_i h_i$. Однако такое усложнение не дало сколько-нибудь значимого эффекта — оценки коэффициентов l_{ij} при $i \neq j$ оказались пренебрежимо малы по сравнению с оценками l_{ii} . Оценки величин l_i в табл. 2 имеют достаточно малый разброс, который не очень значительно превосходит соответствующие значения σ_{l_i} .

Условные стандартные отклонения углов $\gamma(t_0)$, $\delta(t_0)$ и $\beta(t_0)$ для найденных решений не превосходят 2° , условные стандартные отклонения величин Ω , $w_2(t_0)$, $w_3(t_0)$ — менее 0.0013 град./с. Оценки параметров p , m , ε и их стандартные отклонения в табл. 2 примерно совпадают со аналогичными величинами в табл. 1. Оценки параметра τ для сеансов 9, 15 и 17 выглядят согласованными. Оценка τ для сеанса 18 на их фоне аномальна.

7. Методика реконструкции движения Фотона-12 по измерениям микроускорения в основных чертах совпадает с методиками, описанными в разделах 3 и 5. Пусть на борту спутника функционирует трехосный акселерометр, и его измерения интерпретируются в системе координат $Ox_1x_2x_3$. Выбирается отрезок $t'_0 \leq t \leq t'_0 + T'$ (сеанс QSAM), и на нем строятся функции $B_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$), выражающие низкочастотную составляющую этих

данных. Функции представляются конечными рядами Фурье и содержат частоты менее 0.017 Гц [1]. Построенные функции не используются непосредственно, а служат для вычисления величин $t'_n = t'_0 + nT'/N$, $B_i^{(n)} = B_i(t'_n)$ ($n = 0, 1, \dots, N$); $T'/N = 30$ с. Эти величины (аналог псевдоизмерений) будем далее называть фильтрованными данными. Фильтрованные данные высокочастотного акселерометра системы QSAM содержат большие постоянные смещения по каждой векторной компоненте. Для удобства данные каждой компоненты сдвигаются таким образом, чтобы их среднее значение стало нулевым.

Расчетный аналог функций $B_i(t)$ можно найти исходя из известной формулы микроускорения. Микроускорение \mathbf{b} в точке P , жестко связанной с корпусом спутника (твердого тела), имеет вид [10]

$$\mathbf{b} = \mathbf{r} \times \dot{\boldsymbol{\omega}} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \times \boldsymbol{\omega} + \frac{\mu_e}{|\mathbf{R}|^3} \left[\frac{3(\mathbf{R} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{R}}{|\mathbf{R}|^2} - \mathbf{r} \right] + c\rho_a |\mathbf{v}| \mathbf{v}.$$

Здесь $\mathbf{r} = \overrightarrow{OP}$, $\mathbf{R} = \overrightarrow{CO}$, \mathbf{v} — скорость точки O относительно гринвичской системы координат, c — баллистический коэффициент спутника. Остальные обозначения см. в п. 2. В системе $Oy_1y_2y_3$ $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$, $\mathbf{R} = (y_1, y_2, y_3)$, $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$. Для получения искомого расчетного аналога запишем формулу микроускорения в системе $Ox_1x_2x_3$. Пусть в этой системе $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$, $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3)$. Тогда

$$b_i = b_{ai} + \sum_{j=1}^3 c_{ij} x_j, \quad b_{ai} = c\rho_a v u_i \quad (i = 1, 2, 3), \quad (6)$$

$$c_{11} = \omega_2^2 + \omega_3^2 + \frac{\mu_e}{R^3} (3\gamma_1^2 - 1), \quad c_{23} = \dot{\omega}_1 - \omega_2 \omega_3 + \frac{3\mu_e}{R^3} \gamma_2 \gamma_3,$$

$$c_{32} = -\dot{\omega}_1 - \omega_3 \omega_2 + \frac{3\mu_e}{R^3} \gamma_3 \gamma_2, \quad \text{и. т. д.},$$

$$u_1 = v_1, \quad u_2 = v_2 \cos \varphi + v_3 \sin \varphi, \quad u_3 = v_3 \cos \varphi - v_2 \sin \varphi,$$

$$\gamma_1 = \frac{y_1}{R}, \quad \gamma_2 = \frac{y_2 \cos \varphi + y_3 \sin \varphi}{R}, \quad \gamma_3 = \frac{y_3 \cos \varphi - y_2 \sin \varphi}{R}.$$

Здесь выписана только часть коэффициентов c_{ij} , остальные получаются из выписанных перестановкой индексов $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$. Формулы (6) выведены без каких-либо частотных ограничений, но при подстановке в них решений системы (2), описывающих фактически движения *Фотон*ов, они дают квазистатическое микроускорение, которое может служить расчетным аналогом функций $B_i(t)$ с правильными средними значениями.

Однако формулы (6) не учитывают ни влияния МПЗ на данные измерений, ни ошибок в этих данных с инфра низкими частотами. Учитывая эти факторы, примем, что функции $B_i(t)$ и (6) связаны соотношениями

$$B_i(t) \approx \Delta_{bi} + \hat{B}_i(t, \tau) \quad (i = 1, 2, 3),$$

$$\hat{B}_i(t, \tau) = b_i(t + \tau) + \sum_{j=1}^3 m_{ij} h_j(t + \tau) + \chi_i(t), \quad (7)$$

$$\chi_i(t) = A_{i0}(t - t'_0) + \sum_{k=1}^K A_{ik} \sin \frac{\pi k(t - t'_0)}{T'},$$

где Δ_{bi} , τ , m_{ij} , и A_{ik} — параметры, функции $b_i(t)$ вычисляются вдоль подходящего решения уравнений (2) по формулам (6), функции $h_i(t)$ — те же, что в (3). Как и прежде, начальная точка t'_0 обрабатываемого интервала совпадает с постоянной t_0 в (2). Механический смысл некоторых членов в (7) следующий: члены с h_i характеризуют влияние магнитного поля Земли на результаты измерений, члены $\Delta_{bi} + \chi_i$ компенсируют инфра низкочастотные ошибки (включая постоянные смещения) в фильтрованных данных. Число K не должно быть слишком большим, чтобы частота $K/2T'$ была меньше значимых частот функций (9).

Согласование левой и правой частей выражений (7) осуществляется методом наименьших квадратов. Составляется функционал

$$\Phi_b = \sum_{i=1}^3 \left\{ \sum_{n=0}^N \left[B_i^{(n)} - \hat{B}_i(t'_n, \tau) \right]^2 - (N + 1) \Delta_{bi}^2 \right\}, \quad (8)$$

$$\Delta_{bi} = \frac{1}{N + 1} \sum_{n=0}^N \left[B_i^{(n)} - \hat{B}_i(t'_n, \tau) \right].$$

Он получается в результате преобразования стандартного функционала метода наименьших квадратов, возникающего при уравнивании соотношений (7) для точек $t = t'_n$ ($n = 0, 1, \dots, N$) [3, 6]. Функционал (8) минимизируется по $26 + 3K$ величинам. Это — 5 начальных условий решения в точке t'_0 , 4 параметра системы (2) и $17 + 3K$ параметров τ , c , x_i , m_{ij} , A_{ik} . Решение системы (2), доставляющее минимум функционалу (8), считается реконструкцией движения спутника на отрезке $[t'_0 + \tau, t'_0 + T' + \tau]$.

Ведение в расчетный аналог измеряемого микроускорения функций $\chi_i(t)$ не является необходимым, хотя и повышает точность выполнения соотношений (7). Например, в [3, 6] при обработке измерений системы QSAM и акселерометра ВЕТА, полученных на *Фотоне-11*, принято $\chi_i(t) \equiv 0$.

Минимизацию функционала (8) будем выполнять по той же схеме, что и функционала (5). Объединим $25 + 3K$ параметров, за исключением τ , в вектор z и будем рассматривать (8) как функцию $\Phi_b(z, \tau)$. Минимизация $\Phi_b(z, \tau)$ по z и τ сводится к вычислению функции

$$\hat{\Phi}_b(\tau) = \min_z \Phi_b(z, \tau) \quad (9)$$

на последовательности точек τ_k ($k = 1, 2, \dots$), которая сходится к пределу $\tau_* = \operatorname{argmin} \hat{\Phi}_b(\tau)$. При фиксированном τ минимизация $\Phi_b(z, \tau)$ по z выполняется методом Гаусса – Ньютона. Величины τ_* и $z_* = \operatorname{argmin} \Phi_b(z, \tau_*)$ являются искомыми оценками τ и z . Выделение τ из полного набора аргументов функции (9) сделано для упрощения программы численной минимизации $\Phi_b(z, \tau)$. В качестве первого приближения к точке минимума этой функции при $\chi_i(t) \equiv 0$ использовались результаты минимизации на том же отрезке функционала (5), проектные значения координат x_i , $m_{ij} = 0$ и значение c из подсистемы уравнений орбитального движения спутника.

Точность аппроксимации фильтрованных данных и разброс в оценках τ_* , z_* будем характеризовать соответствующими стандартными отклонениями. Стандартное отклонение σ_b ошибок в данных и стандартное отклонение σ_τ оценки τ_* вычисляются по формулам

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{\hat{\Phi}_b(\tau_*)}{3N - 3K - 26}}, \quad \sigma_\tau^2 = 2\sigma_b^2 \left[\frac{\partial^2 \hat{\Phi}_b(\tau_*)}{\partial \tau^2} \right]^{-1}.$$

Стандартные отклонения компонент вектора z_* вычисляются в предположении, что величина $\tau = \tau_*$ известна. Способ вычисления таких условных стандартных отклонений совпадает со способом, описанным в п. 5. Условные стандартные отклонения параметров p , x_i , m_{ij} и т. д. обозначим σ_p , σ_{x_i} , $\sigma_{m_{ij}}$.

8. Фактическое движение Фотона-12 (продолжение). Низкочастотный акселерометр системы QSAM на борту *Фотона-12* функционировал неудачно, но измерения ее высокочастотного акселерометра оказались информативными. Рисунки 1 – 4 с индексами "в" и табл. 3, 4 представляют результаты реконструкции движения спутника по данным измерений этого акселерометра в сеансах 9, 15, 17 и 18. Рисунки и табл. 4 получены при $K = 5$, табл. 3 – при $\chi_i(t) \equiv 0$ ($i = 1, 2, 3$). Данные измерений акселерометра QSAM имеют такую большую переменную инфра низкочастотную ошибку, что ее необходимо было устранить до применения методики п. 7 [1]. Такое устранение было сделано, и оно, в принципе, позволяет обойтись без введения в (7) функций $\chi_i(t)$.

Табл. 3, 4 содержат некоторые характеристики экстремалей функционала (7). Эти таблицы устроены подобно таблице 2, но не содержат столбцов

со значениями t'_0 и T' . Эти значения — те же, что и в табл. 2. Кроме того, в табл. 3, 4 вместо величин l_i и σ_{li} указаны m_{ij} и σ_{mij} , дополнительно указаны величины x_i и σ_{x_i} . Приведенные в таблицах и на рисунках результаты обработки сеансов 9 и 18 получены в точности по методике п. 7. При обработке сеансов 15 и 17 были использованы значения τ , взятые из табл. 2. По этой причине для этих сеансов отсутствуют значения σ_τ .

Рис. 1в — 4в иллюстрируют точность аппроксимации фильтрованных данных и движение спутника. Эти рисунки организованы аналогично рис. 1б — 4б. Их правые части содержат графики функций $\Delta_{bi} + \hat{B}_i(t, \tau)$, маркеры рядом с графиками указывают точки $(t'_n, B_i^{(n)})$ ($n = 0, 1, \dots, N$). В средней и левой частях рисунка помещены графики зависимости от времени компонент угловой скорости ω_i и углов Λ, θ, ψ . Здесь в каждой системе координат приведены по два графика. Графики, полученные посредством минимизации функционала (8), отмечены маркерами и построены на отрезках $\tau \leq t - t'_0 \leq T' + \tau$. Графики без маркеров перенесены с соответствующих рис. 1а — 4а и построены на отрезках $t_0 \leq t \leq t_0 + T$. Как видно из рисунков, методика п. 7 позволила более или менее точно аппроксимировать функции $B_i(t)$ с помощью решений системы (2); движения спутника, реконструированные по методикам пп. 3 и 7, оказались довольно близкими. Однако и точность аппроксимации, и близость движений в данном случае хуже, чем в случае обработки измерений угловой скорости. Заметим, что применение методики п. 7 для обработки фильтрованных данных сеансов 15 и 17 дало реконструкции движения, отличающиеся от реконструкций п. 6 заметным (несколько менее 100 с) сдвигом по времени. Эти сдвиги проявлялись не только в оценках τ , но и в сдвигах графиков угловых скоростей ω_2, ω_3 . Чтобы избежать таких сдвигов, при обработке этих интервалов вместо значений (12) были использованы значения τ из табл. 2.

Как показывают значения σ_b в табл. 3, 4, аппроксимация фильтрованных данных оказалась наиболее точной в случае сеансов 15 и 18. Условные стандартные отклонения начальных углов $\gamma(t_0), \delta(t_0), \beta(t_0)$ для этих сеансов не превышают 9° , условные стандартные отклонения угловых скоростей $\Omega, w_2(t_0), w_3(t_0)$ составляют менее 0.012 град./с. Аналогичные стандартные отклонения для сеансов 9 и 17 составляют менее 12° и 0.018 град./с соответственно. Оценки параметров p, m, ε и их условные стандартные отклонения в табл. 3, 4 отличаются от аналогичных оценок в табл. 1 и 2. Поведение оценок τ в табл. 3 похоже на их поведение в табл. 2. Они также испытывают скачок в случае сеанса 18.

Оценки коэффициентов m_{ij} в табл. 3 выглядят приемлемо только в случае продолжительного сеанса 18. Эти оценки для других сеансов имеют слишком большие стандартные отклонения. Тем не менее, именно члены m_{ij} в модели (7) обеспечили успех в обработке данных измерений микроуско-

рений, полученных системой QSAM .

Интересно сравнить оценки баллистического коэффициента c и координат точки установки акселерометра x_i с их априорными значениями. Проектные значения координат x_i : $x_1 = -18$ мм, $x_2 = -24$ мм, $x_3 = 300$ мм. Близкие оценки были получены только для координаты x_3 (см. табл. 3). Оценки координат x_1 , x_2 и их априорные значения совпадают по порядку величины со стандартными отклонениями σ_{x1} , σ_{x2} (исключая очевидно аномальную оценку x_1 для сеанса 9). Априорное значение баллистического коэффициента $c = 0.0016$ м²/кг было получено обработкой траекторных измерений (см. [6, 7], где описано аналогичное определение для *Фотона-11* и *Фотона М-2*; точно также эта задача была решена и для *Фотона-12*). Из табл. 3 следует, что для интервалов 15 и 18 совпадение достаточно хорошее. В случае интервалов 9 и 17 совпадение несколько хуже.

В заключение отметим интересное обстоятельство. Учет поправки за влияние МПЗ при обработке данных измерений системы QSAM позволил достичь в целом хорошего совпадения движений спутника, найденных разными способами. Но такое хорошее совпадение не является удивительным, поскольку эти данные содержат некоторую информацию о МПЗ — имеется в виду наведенная этим полем дополнительная низкочастотная составляющая. Удачным образом частоты этой дополнительной составляющей с одной стороны и угловой скорости спутника и микроускорения с другой оказались разнесенными так, что датчик угловой скорости и акселерометр в какой-то степени исполнили роль магнетометра.

Данная работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 08-01-00467).

Литература

- [1] Абрашкин В.И., Волков М.В., Егоров А.В., Зайцев А.С., Казакова А.Е., Сазонов В.В.. Анализ низкочастотной составляющей в измерениях угловой скорости и микроускорения, выполненных на спутнике *Фотон-12*. Космические исследования, 2003, т. 41, № 6, с. 632-651.
- [2] Абрашкин В.И., Балакин В.Л., Белоконов И.В., Казакова А.Е., Зайцев А.С., Сазонов В.В., Семкин Н.Д. Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон-12* , и квазистатические микроускорения на его борту. Космические исследования, 2003, т. 41, № 1, с. 45-56.
- [3] Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Зайцев А.С. Анализ низкочастотных микроускорений на борту ИСЗ *Фотон-11*. Космические исследования, 2001, т. 39, № 4, с. 419-435.

- [4] Beuselinck T., Van Bavinchove C., Sazonov V.V., Chebukov S.Yu. Analysis of quasi-steady component in acceleration measurement data obtained onboard *Foton M-2*. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 8, 2008.
- [5] ГОСТ Р 25645.166-2004. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли.
- [6] Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Зайцев А.С. Низкочастотные микроускорения на борту ИСЗ *Фотон-11*. Космические исследования, 2004, т. 42, № 2, с. 185-200.
- [7] Абрашкин В.И., Богоявленский Н.Л., Воронов К.Е., Казакова А.Е., Пузин Ю.Я., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Чебуков С.Ю. Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон М-2*, и квазистатические микроускорения на его борту. Космические исследования, 2007, т. 45, № 5, с. 450-470.
- [8] Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Сазонов В.В., Чебуков С.Ю. Определение вращательного движения спутника *Фотон М-2*, по данным бортовых измерений угловой скорости. Космические исследования, 2008, т. 46, № 2, с. 148-167.
- [9] Beuselinck T., Van Bavinchove C., Sazonov V.V., Chebukov S.Yu. Reconstruction of *Foton M-2* attitude motion by acceleration measurements. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 57, 2008.
- [10] Сазонов В.В., Комаров М.М., Полежаев В.И., Никитин С.А., Ермаков М.К., Стажков В.М., Зыков С.Г., Рябуха С.Б., Асеведо Х., Либерман Е. Микроускорения на орбитальной станции *Мир* и оперативный анализ гравитационной чувствительности конвективных процессов тепло-массопереноса. Космические исследования, 1999, т. 37, № 1, с. 86-101.

Таблица 1. Результаты обработки данных измерений МПЗ на Фотоне-12.

Дата (сеанс)	t_0 UTC	T (мин)	S_H (g)	P		m	S_m	e	S_e
				10^{-5} м/кг	10^{-8} с ⁻²				
14 (9)	19:20:46	120.0	2481	-1.70	0.38	2.31	0.45	3.96	0.38
17 (15)	18:24:46	120.0	2154	1.13	0.54	2.83	0.79	-1.10	0.29
19 (17)	16:53:46	120.0	2223	-4.22	0.53	2.60	1.2	-1.87	0.22
22 (18)	11:45:00	310.0	2768	-6.61	0.29	-0.20	0.42	-0.32	0.041

Таблица 2. Результаты обработки данных измерений угловой скорости на Фотоне-12.

Единица измерения величин l_i и $S_{li} - 10^{-5} \text{ } \mathcal{E}^{-1} \text{ с}^{-1}$.

Сеанс (Дата)	t'_0 UTC	T' (мин)	S_Ω (град./с)	t (с)	S_t (с)	P		m	S_m	e	S_e
						10^{-5} м/кг	$10^{-7} \text{ } \mathcal{E}^{-1} \text{ с}^{-2}$				
9 (14)	19:33:16	97.0	0.00416	-67	5.5	-1.85	0.24	4.80	0.38	5.13	0.23
15 (17)	18:37:16	97.0	0.00502	-93	6.9	0.98	0.38	1.41	0.65	-0.0043	0.22
17 (19)	17:06:16	97.0	0.00666	-136	7.6	-4.77	0.45	3.39	1.2	-1.27	0.34
18 (22)	11:52:50	296.5	0.00600	499	3.5	-6.66	0.15	0.74	0.31	-0.31	0.019

Сеанс	l_1	S_{l1}	l_2	S_{l2}	l_3	S_{l3}
9	190	11	-436	2.8	306	2.7
15	172	5.3	-451	3.3	291	3.4
17	178	12	-446	4.6	295	5.2
18	164	2.8	-468	1.9	278	1.8

Таблица 3. Результаты обработки данных измерений микроускорения на Фотоне-12;
 $c_i \equiv 0$ ($i = 1, 2, 3$), единица измерения величин m_{ij} и $S_{mij} - 10^{-7} \text{ М}/(\text{с}^2 \cdot \text{Э})$.

Сеанс	S_b ($10^{-6} \text{ М}/\text{с}^2$)	t (с)	S_t (с)	p	S_p $10^{-5} \text{ М}/\text{кг}$	m	S_m	e	S_e	c	S_c $10^{-3} \text{ М}^2/\text{кг}$
9	6.29	-123	25	16.4	4.6	-44.3	5.3	0.76	2.5	0.91	0.13
15	2.96	-93	-	0.32	2.1	2.15	2.9	-0.54	1.0	1.74	0.063
17	6.41	-136	-	-4.62	3.9	23.3	5.1	-1.32	2.	1.84	0.12
18	2.98	504	18	-9.63	0.65	-5.43	1.2	-0.15	0.070	1.49	0.028

Сеанс	x_1 (мм)	S_{x1} (мм)	x_2 (мм)	S_{x2} (мм)	x_3 (мм)	S_{x3} (мм)	m_{11}	S_{m11}	m_{12}	S_{m12}	m_{13}	S_{m13}
9	560	75	-45	30	272	19	-10	26	-8	28	179	25
15	-15	22	77	19	293	9.7	-36	14	3	13	91	13
17	-138	69	-10	52	333	32	110	47	30	24	-35	33
18	-19	12	127	10	255	5.5	43	8.5	50	6.0	78	5.6

Сеанс	m_{21}	S_{m21}	m_{22}	S_{m22}	m_{23}	S_{m23}	m_{31}	S_{m31}	m_{32}	S_{m32}	m_{33}	S_{m33}
9	-43	23	-166	21	74	32	-11	23	-170	25	-99	29
15	-9	12	-87	8.9	0	11	9	13	1	11	-100	8.9
17	70	42	-44	18	-33	19	7	40	52	20	-99	18
18	1	7.6	-68	5.4	28	5.3	9	7.6	-23	5.6	-98	5.4

Таблица 4. Результаты обработки данных измерений микроускорения на Фотоне-12;

$K = 5$, единица измерения величин m_{ij} и $S_{mij} - 10^{-7}$ м/(с²·Э).

Сеанс	S_b (10^{-6} м/с ²)	t (с)	S_t (с)	P	S_p	m	S_m	e	S_e	c	S_c
9	5.44	-123	25	23.2	1.2	-31.6	3.2	2.31	3.6	1.15	0.13
15	2.65	-93	-	1.46	2.0	1.45	3.1	-2.88	1.3	1.93	0.061
17	6.32	-136	-	-10.7	3.9	20.1	7.2	-13.0	5.2	2.10	0.14
18	2.93	499	18	-8.90	0.60	-6.97	1.2	-0.22	0.071	1.52	0.028

Сеанс	x_1 (мм)	S_{x1} (мм)	x_2 (мм)	S_{x2} (мм)	x_3 (мм)	S_{x3} (мм)	m_{11}	S_{m11}	m_{12}	S_{m12}	m_{13}	S_{m13}
9	419	69	-135	32	313	24	-452	287	127	22	128	21
15	-34	21	108	18	286	10	-80	43	10	12	87	14
17	-94	72	-2	51	327	30	-84	153	37	23	71	32
18	-11	10	117	10	268	5.3	44	8.3	50	5.8	86	5.7

Сеанс	m_{21}	S_{m21}	m_{22}	S_{m22}	m_{23}	S_{m23}	m_{31}	S_{m31}	m_{32}	S_{m32}	m_{33}	S_{m33}
9	3138	497	-160	17	-29	23	-1928	374	-101	21	-131	19
15	-11	36	-82	7.8	-5	9.2	141	36	7	9.4	-93	7.8
17	-54	132	-35	20	-52	20	-7	132	88	22	-94	21
18	3	7.6	-67	5.3	27	5.3	11	7.6	-23	5.5	-97	5.3

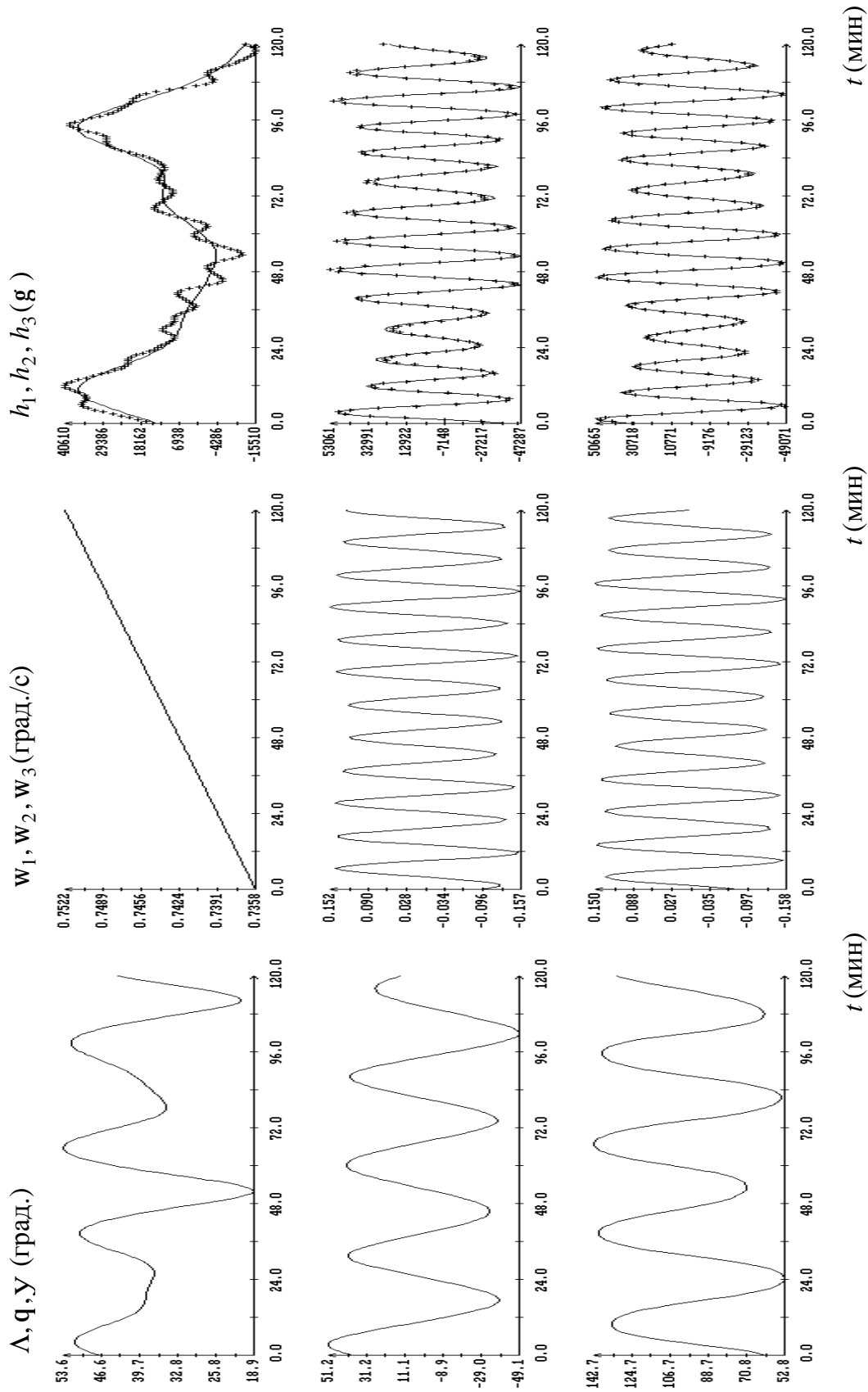


Рис. 1а. Результаты обработки данных измерений МПЗ на отрезке времени, содержащем сеанс 9. Момент $t = 0$ соответствует 19:20:46 UTC 14.09.1999, $S_H = 2481g$.

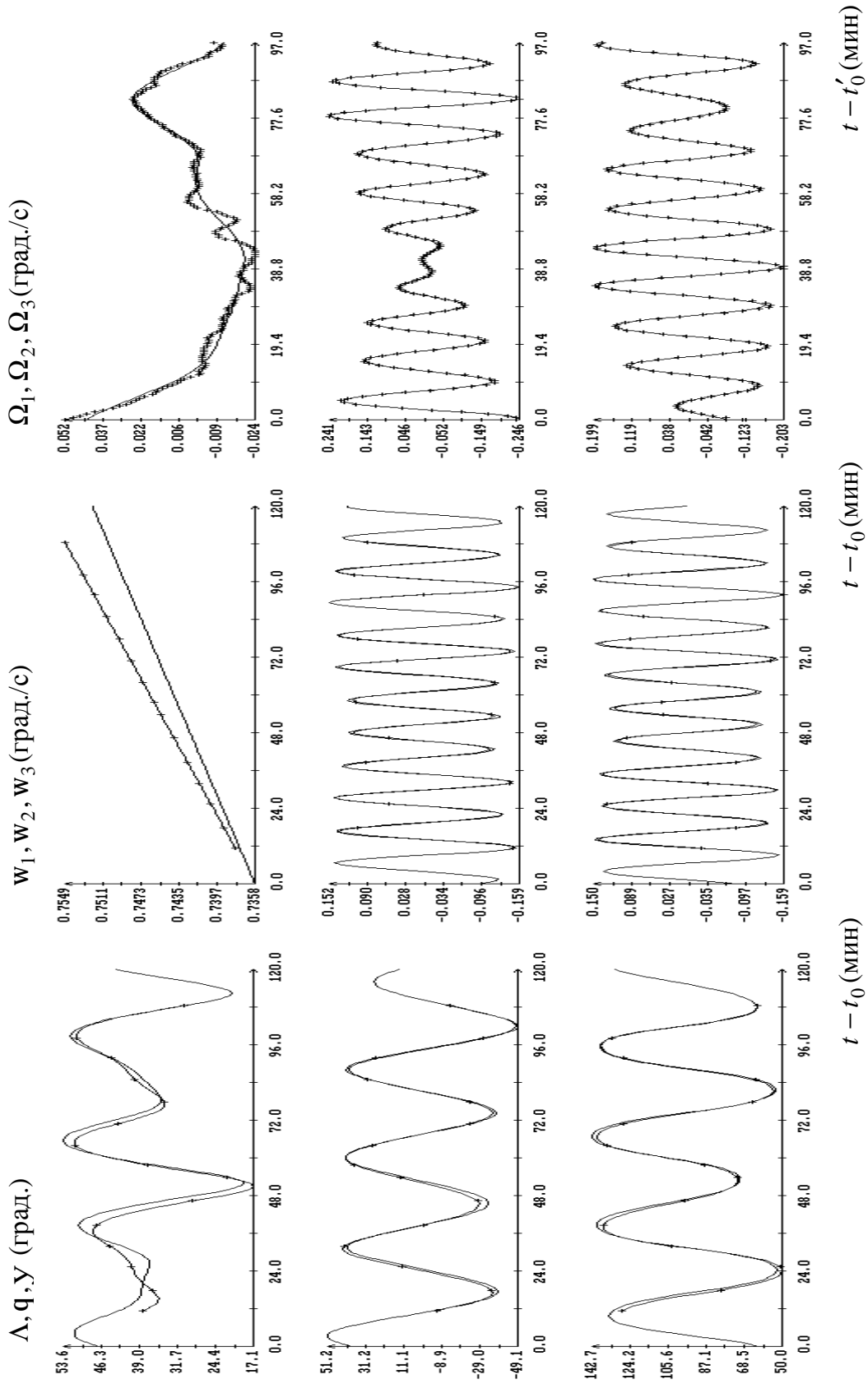


Рис. 16. Результаты обработки данных измерений угловой скорости сеанса 9, $t_0 = 19:20:46$, $t'_0 = 19:33:16$ UTC
 14.09.1999, $t = -67$ с, $S_t = 5.5$ с, $S_\Omega = 0.00416$ град./с.

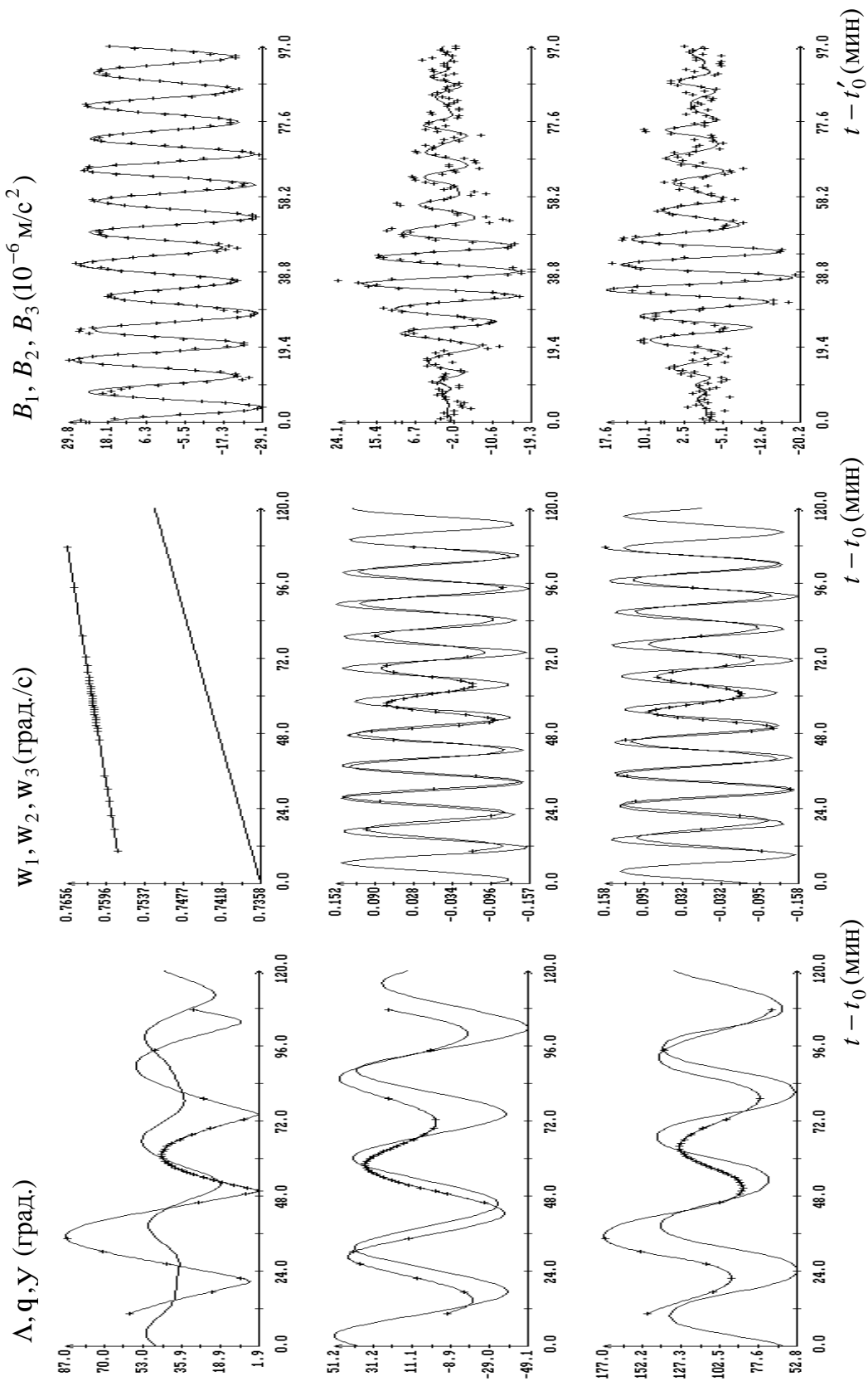


Рис. 1в. Результаты обработки данных измерений микрокорения сеанса 9, $t_0 = 19:20:46$, $t'_0 = 19:33:16$ UTC 14.09.1999, $t = -120\text{с}$, $S_t = 4.6\text{с}$, $S_B = 5.4 \cdot 10^{-6} \text{ M/c}^2$.

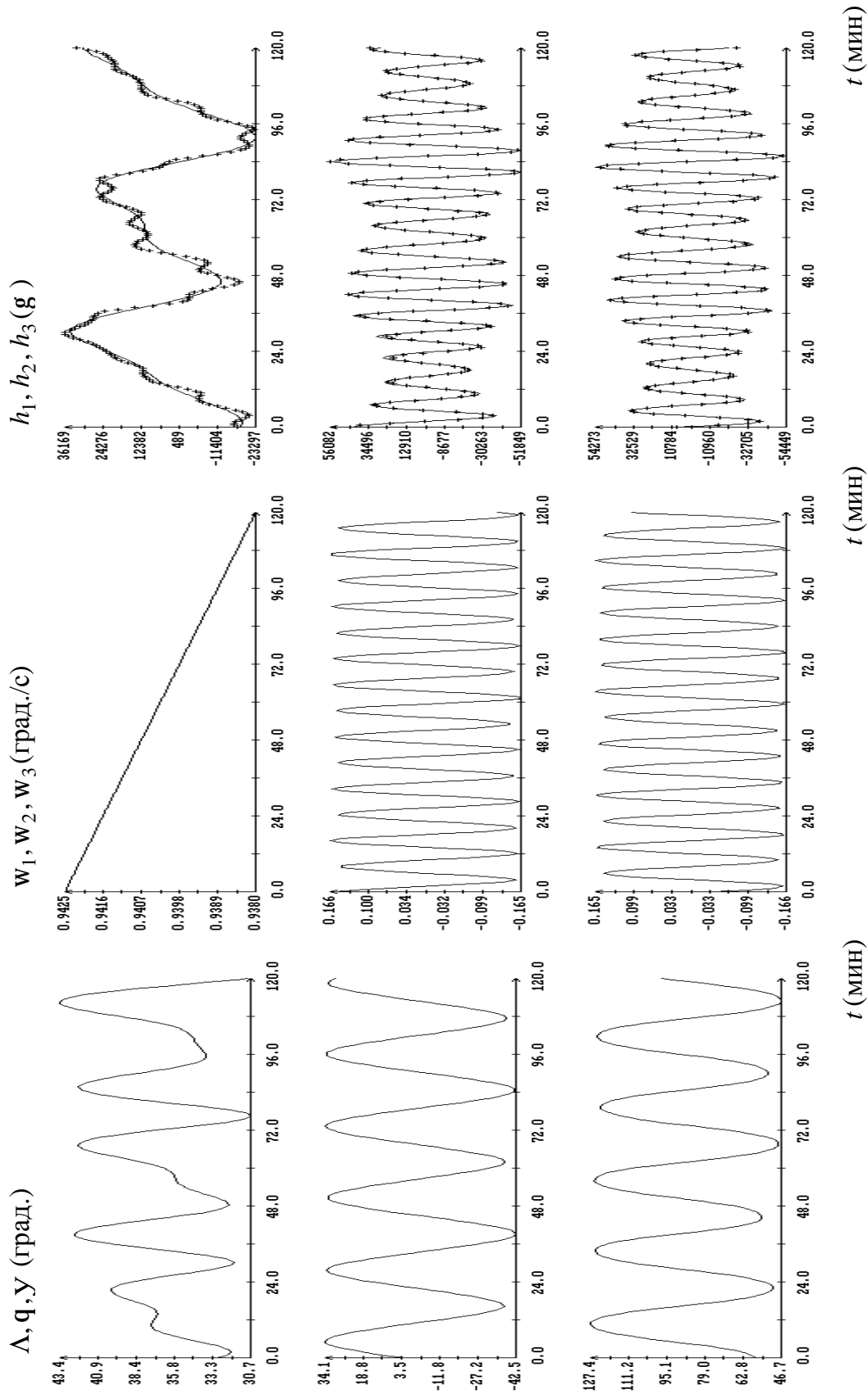


Рис. 2а. Результаты обработки данных измерений МПЗ на отрезке времени, содержащем сеанс 15. Момент $t = 0$ соответствует 18:24:46 UTC 17.09.1999, $S_H = 2154$ g .

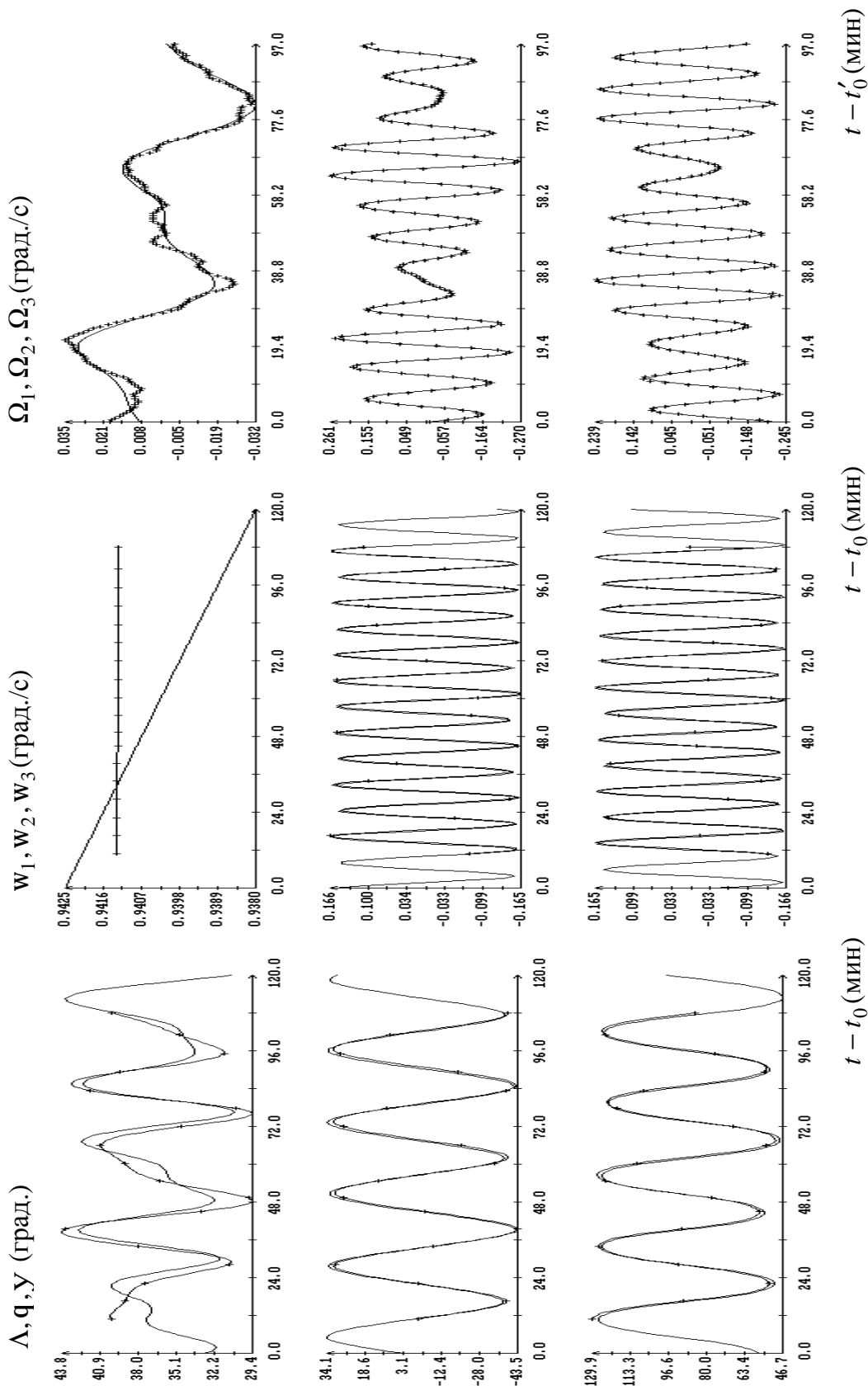


Рис. 26. Результаты обработки данных измерений угловой скорости сеанса 15, $t_0 = 18:24:46$, $t'_0 = 18:37:16$ UTC 17.09.1999, $t = -93$ с, $S_t = 6.9$ с, $S_\Omega = 0.00502$ град./с.

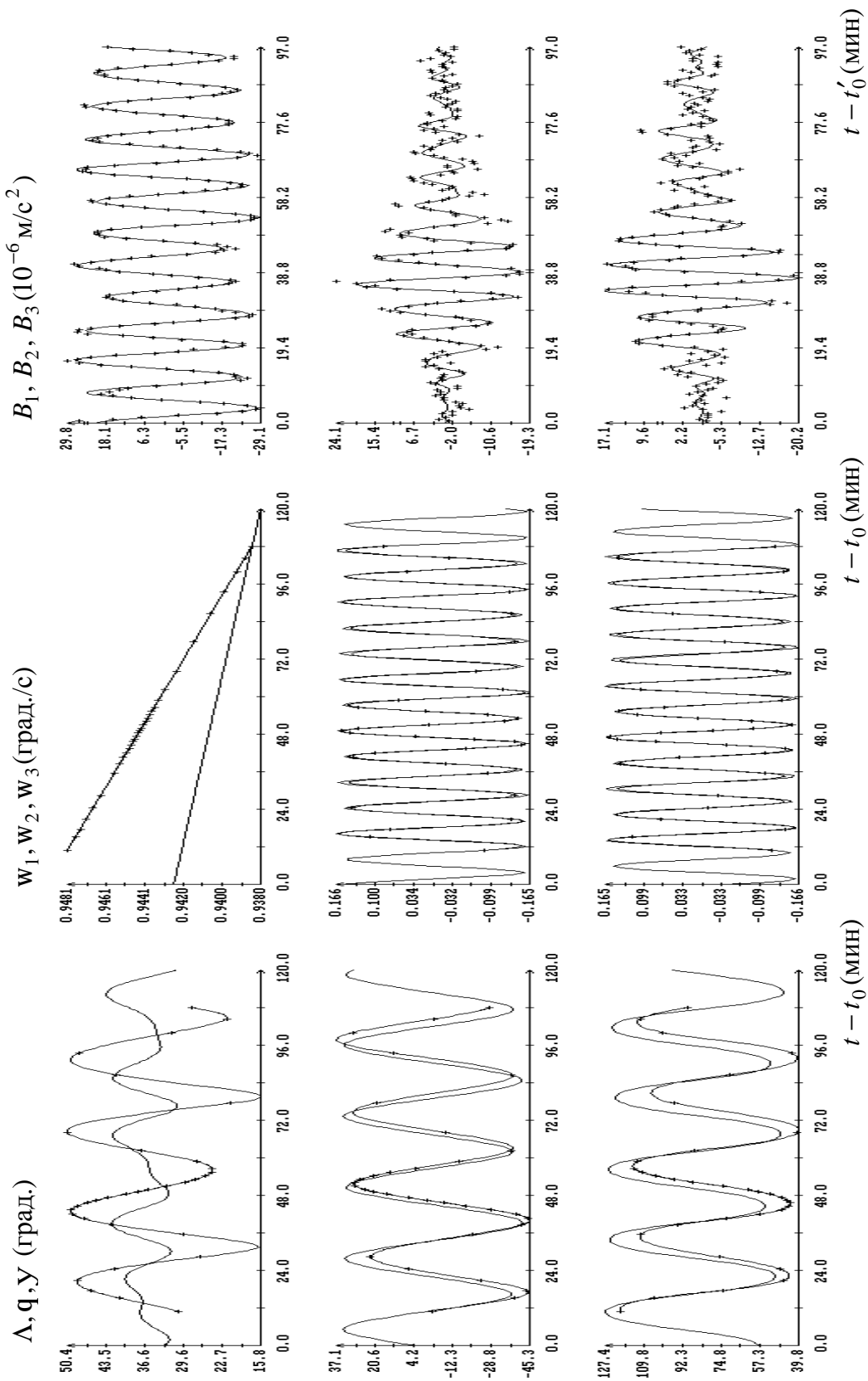


Рис. 2в. Результаты обработки данных измерений микроускорения сеанса 15, $t_0 = 18:24:46$, $t'_0 = 18:37:16$ UTC 17.09.1999, $t = -93 \text{ c}$, $S_t = 11 \text{ c}$, $S_B = 2.7 \cdot 10^{-6} \text{ M/c}^2$.

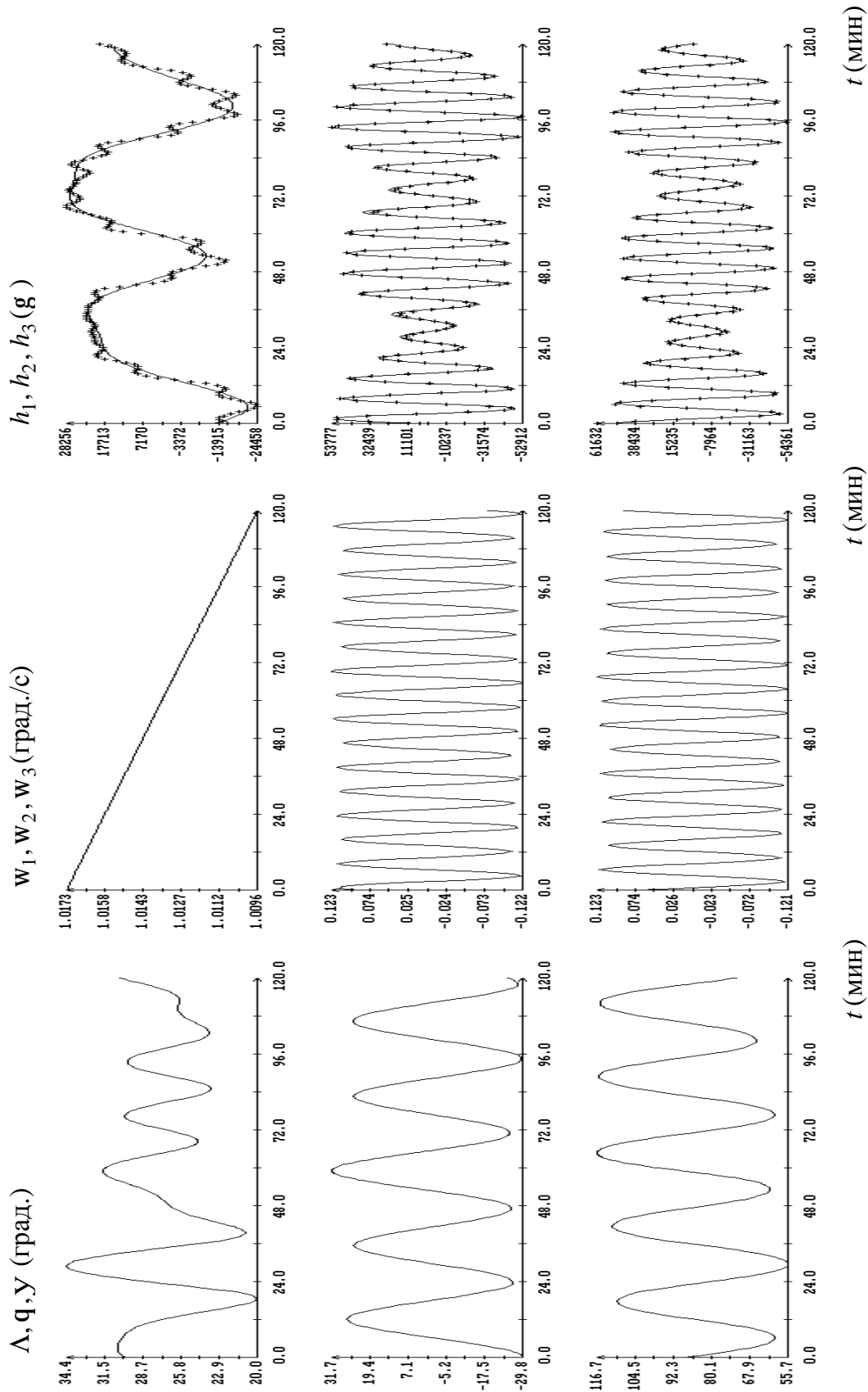


Рис. 3а. Результаты обработки данных измерений МПЗ на отрезке времени, содержащем сеанс 17. Момент $t = 0$ соответствует 16:53:46 UTC 19.09.1999, $S_H = 2223$ g.

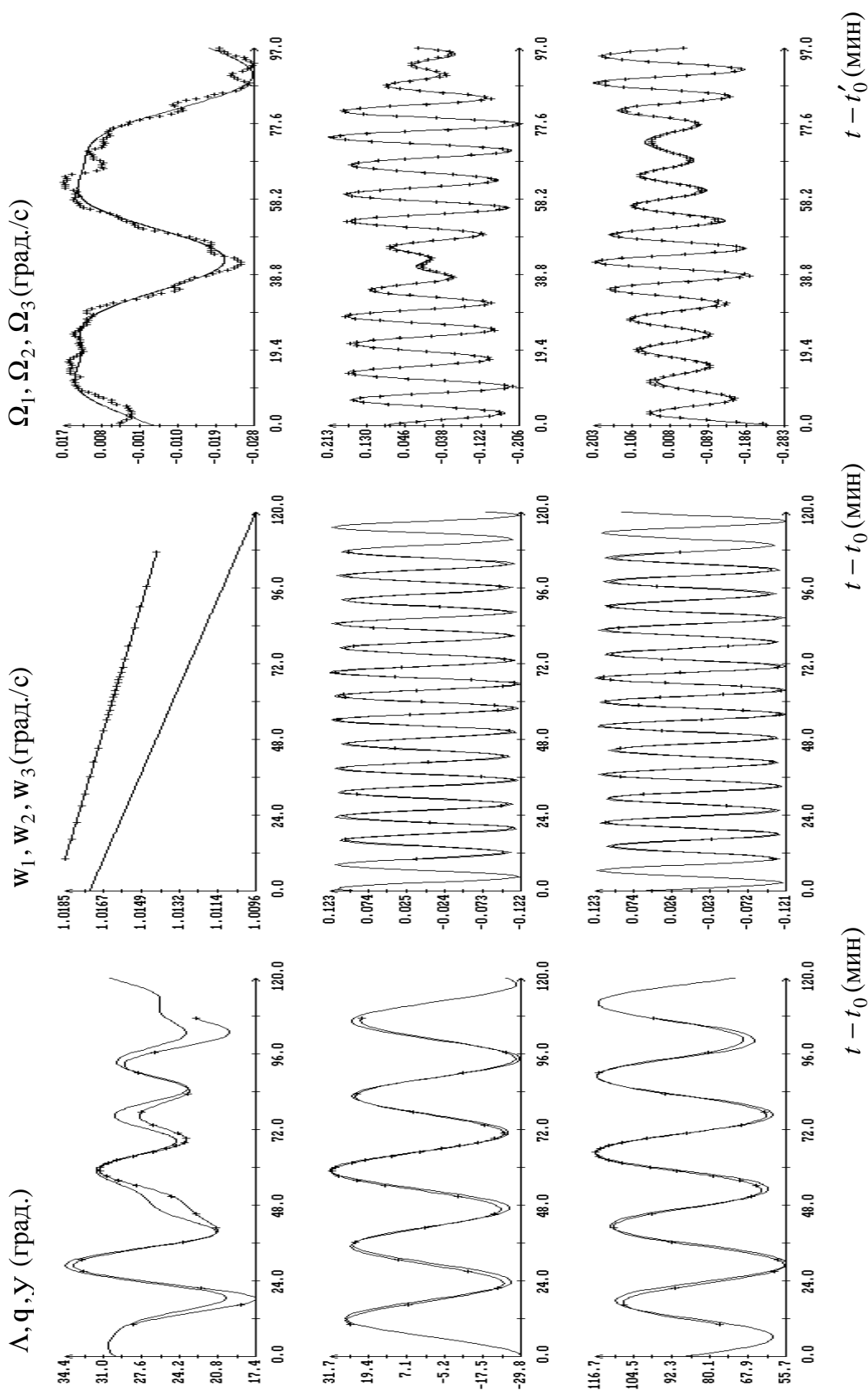


Рис. 36. Результаты обработки данных измерений угловой скорости сеанса 17. 17. $t_0 = 19:53:46$, $t'_0 = 17:06:16$ UTC 19.09.1999, $t = -136$ s, $S_t = 7.6$ s, $S_\Omega = 0.00666$ deg./s.

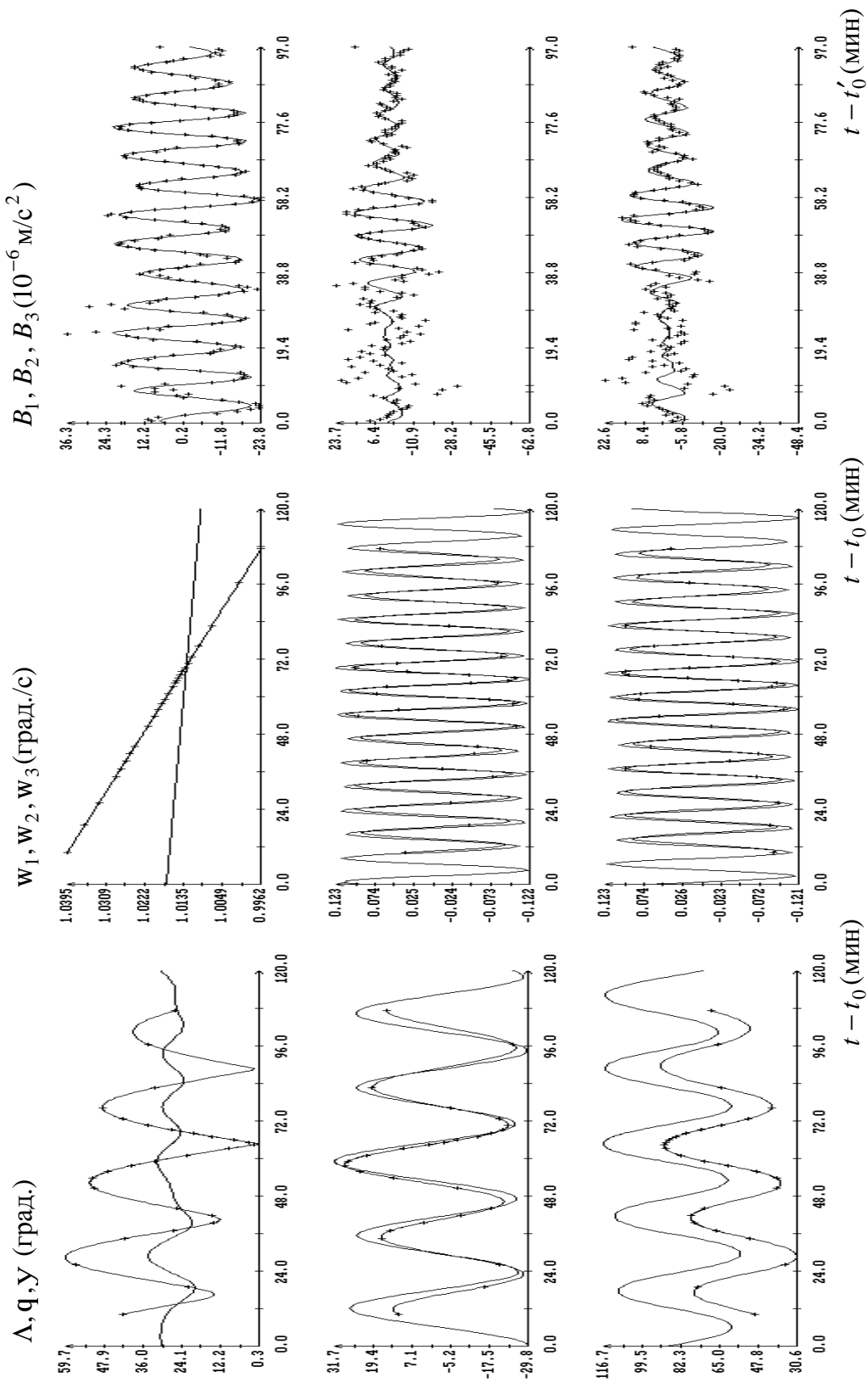


Рис. 3в. Результаты обработки данных измерений микроускорения сеанса 17. $t_0 = 19:53:46$, $t'_0 = 17:06:16$ UTC
 19.09.1999, $t = -136\text{с}$, $S_t = 9.7\text{с}$, $S_B = 6.3 \cdot 10^{-6} \text{ M/c}^2$.

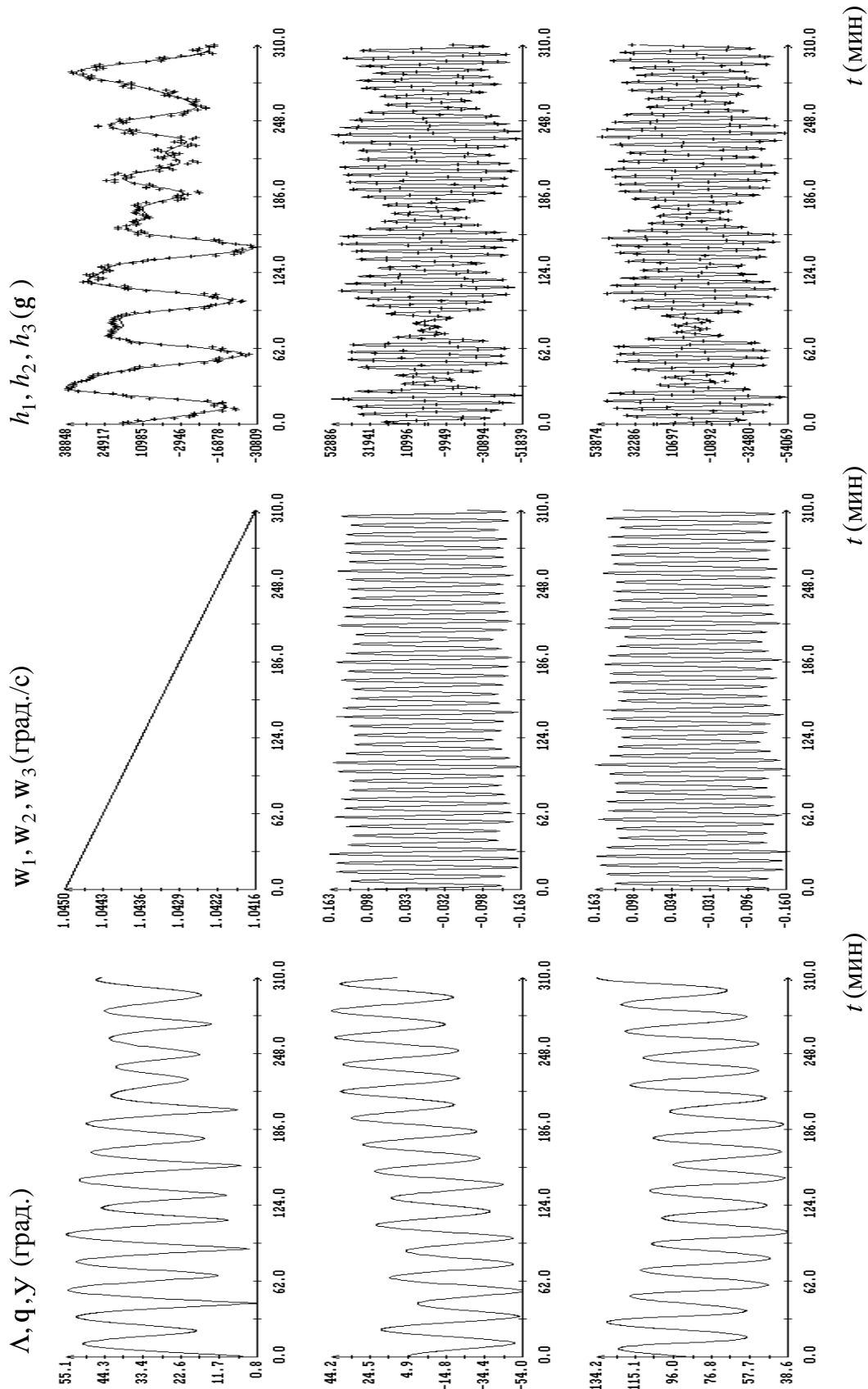


Рис. 4а. Результаты обработки данных измерений МПЗ на отрезке времени, содержащем сеанс 18. Момент $t = 0$ соответствует 11:45:00 UTC 22.09.1999, $S_H = 2762$ g .

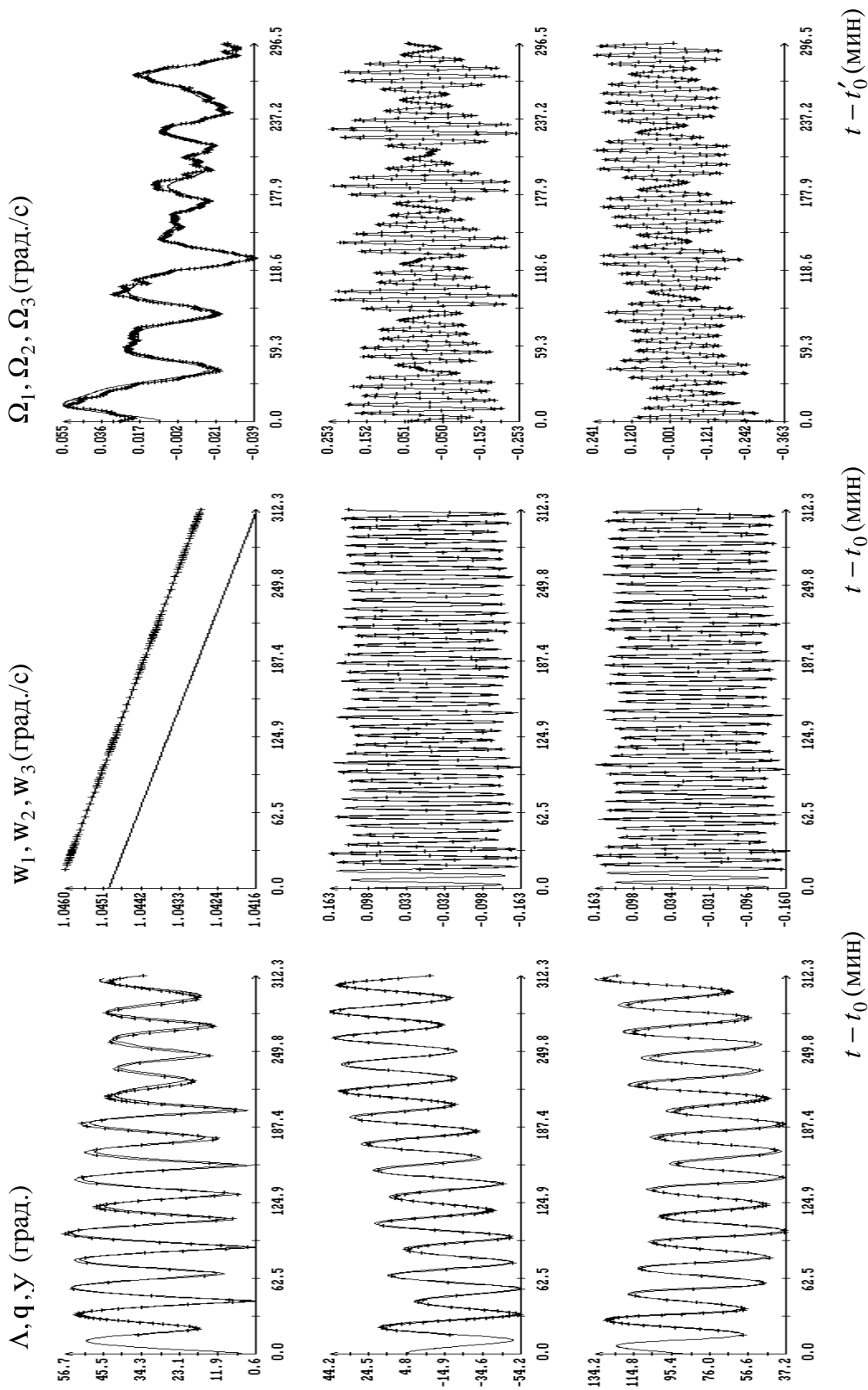


Рис. 46. Результаты обработки данных измерений угловой скорости сенса 18, $t_0 = 11:45:00$, $t'_0 = 11:52:50$ UTC
 UTC 22.09.1999, $t = 499$ с, $S_t = 3.5$ s, $S_\Omega = 0.00600$ deg./с.

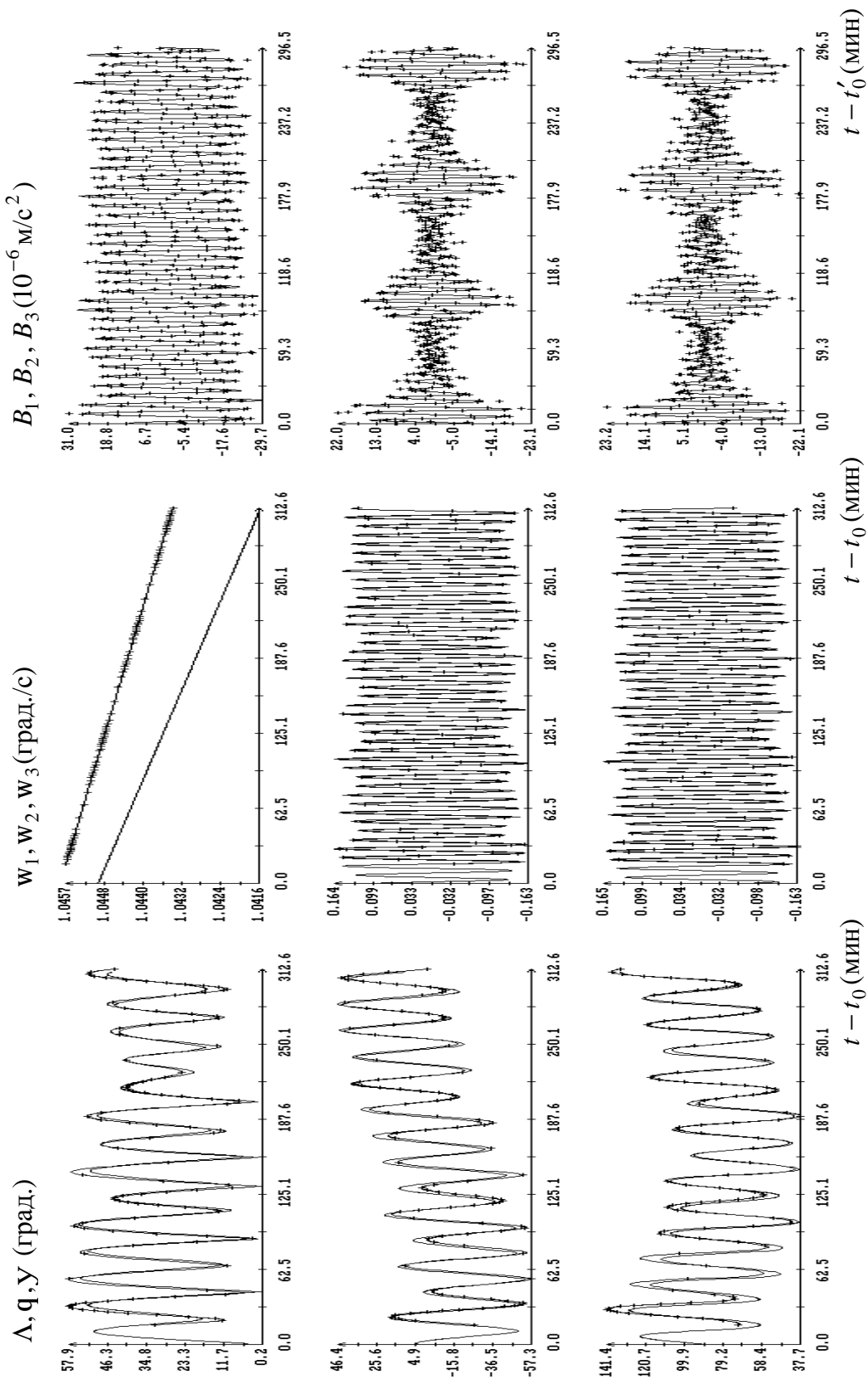


Рис. 4в. Результаты обработки данных измерений микроускорения сеанса 18, $t_0 = 11:45:00$, $t'_0 = 11:52:50$ UTC 22.09.1999, $t = 499\text{c}$, $S_t = 6.0\text{c}$, $S_B = 2.9 \cdot 10^{-6} \text{M/C}^2$.