



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 65 за 2008 г.



Левтов В.Л., Романов В.В.,
Богуславский А.А., Сазонов В.В.,
Соколов С.М., Глотов Ю.Н.

Математическая обработка
результатов эксперимента
'Динамика-М', проведенного
на борту КА Фотон М-3

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Математическая обработка результатов эксперимента 'Динамика-М', проведенного на борту КА Фотон М-3 / В.Л.Левтов [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2008. № 65. 27 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2008-65>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша

В.Л. Левтов, В.В. Романов, А.А. Богуславский,
В.В. Сазонов, С.М. Соколов, Ю.Н. Глотов

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА
РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА
"ДИНАМИКА-М" , ПРОВЕДЕННОГО
НА БОРТУ КА *ФОТОН М-3*

Москва - 2008

Аннотация

Рассматривается космический эксперимент по определению квазистатических микроускорений на борту искусственного спутника Земли по видеоизображению объектов, совершающих свободное движение. Эксперимент был проведен на КА *Фотон М-3*. В кубической коробке, закрепленной на корпусе спутника и имеющей две прозрачные соседние стенки, двигались несколько дробинок. Их движение снималось цифровой видеокамерой. Видеокамера была установлена напротив одной из прозрачных стенок; под углом к другой прозрачной стенке располагалось зеркало. Такая оптическая система позволяла в одном кадре получать изображение дробинок с двух точек зрения. Съемка движения дробинок производилась на отрезках времени продолжительностью по 96 с. Паузы между этими отрезками также были равны 96 с. Специальная обработка отдельного кадра позволила определить координаты центров дробинок в системе координат камеры. Последовательность кадров, относящаяся к непрерывному отрезку съемки, обрабатывалась следующим образом. Методом наименьших квадратов зависимость от времени каждой координаты каждой дробинки аппроксимировалась полиномом второй степени. Коэффициент при квадрате времени равен половине значения соответствующей компоненты микроускорения. Как показала проведенная обработка, описанный способ определения квазистатических микроускорений оказался достаточно чувствительным и точным.

V.L. Levtov, V.V. Romanov, A.A. Boguslavskiy, V.V. Sazonov, S.M. Sokolov, Y.N. Glotov. Mathematical processing of results of experiment Dynamics-M carried out onboard the spacecraft *Foton M-3*. We consider the space experiment on determining quasi-steady accelerations onboard an artificial Earth satellite by the video images of freely moving objects. The experiment was carried out in the spacecraft *Foton M-3*. A few pellets moved in the cubic box, which was fixed on the spacecraft body and had two transparent adjacent walls. The digital TV camera shot their movement. The camera was placed opposite to a transparent wall; the mirror was placed angle-wise to another transparent wall. This optical system was able to receive images of the pellets from two points of view in a frame. Shooting of pellet movements was made in time intervals of 96 seconds. Pauses between those intervals equaled 96 seconds too. Special processing of each frame allowed to determine coordinates of the pellet centers in the camera coordinate system. We processed sequences of frames, obtained in an interval of continuous shooting, in the following way. Using the least squares method, we constructed parabolas that approximated time dependence of pellet coordinates. The coefficients of time squares equaled a half of corresponding components of acceleration. Processing showed that the described method of determining quasi-steady acceleration appeared quite sensitive and exact.

1. Квазистатические микроускорения на борту КА. Квазистатические микроускорения на спутниках *Фотон* в неуправляемом орбитальном полете обусловлены движением спутника относительно центра масс как твердого тела, градиентом гравитационного поля Земли и сопротивлением атмосферы [1–4]. Для расчета таких микроускорений существует простая формула: квазистатическое микроускорение \mathbf{b} в точке P , жестко связанной с корпусом спутника, имеет вид [5]

$$\mathbf{b} = \mathbf{r} \times \dot{\boldsymbol{\omega}} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \times \boldsymbol{\omega} + \frac{\mu_E}{|\mathbf{R}|^3} \left[\frac{3(\mathbf{R} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{R}}{|\mathbf{R}|^2} - \mathbf{r} \right] + c\rho_a |\mathbf{v}| \mathbf{v}. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{r} — радиус-вектор точки P относительно центра масс спутника — точки O , $\boldsymbol{\omega}$ — абсолютная угловая скорость спутника, точка над символом означает дифференцирование по времени t , μ_E — гравитационный параметр Земли, \mathbf{R} — геоцентрический радиус-вектор точки O , c — баллистический коэффициент спутника, ρ_a — плотность атмосферы в точке O , \mathbf{v} — скорость этой точки относительно поверхности Земли.

Вектор \mathbf{b} играет роль ускорения силы тяжести Земли в орбитальных экспериментах. В частности, если в точке P закрепить пробное тело с исчезающе малой массой m , то сила реакции, действующая на это тело со стороны спутника, будет равна $-m\mathbf{b}$.

Восстановив по какой-либо информации фактическое движение спутника, можно затем по формуле (1) рассчитать реальное квазистатическое микроускорение в любой заданной точке борта в функции времени. Информация о движении центра масс спутника предоставляется организациями, осуществляющими контроль космического пространства. Информацию о движении спутника относительно центра масс получают, обрабатывая показания бортовых датчиков. Если для определения вращательного движения использовать его математическую модель, основанную на уравнениях динамики твердого тела, то можно обойтись минимальными косвенными измерениями, например, показаниями трехосного магнитометра. Такой подход был применен к спутникам *Фотон-12*, *Фотон М-2* и *Фотон М-3* [2, 4].

Результаты расчета микроускорений по формуле (1) интересно сравнить с данными измерений бортовых акселерометров. С этой целью следует выбрать подходящие акселерометр и отрезок времени, рассчитать на выбранном отрезке микроускорение в точке расположения акселерометра и подготовить надлежащим образом относящиеся к этому отрезку данные измерений. Дело в том, что "сырые" показания акселерометров содержат в основном весьма значительные высокочастотные (с частотами свыше 1 Гц) составляющие, обусловленные функционированием бортового оборудования. Эксперименты по космическому материаловедению и физике жидкости практически не чувствительны к таким составляющим. Для них важны микроускорения

с частотами менее 0.01 Гц, т. е. именно те, которые описываются формулой (1). Пример указанного сравнения приведен в [6], причем подготовка данных измерений акселерометра оказалась трудоемкой. Она включала выделение из этих данных низкочастотной составляющей, коррекцию составляющей с очень низкими частотами, внесение поправки за влияние магнитного поля Земли и уточнение положения акселерометра на борту спутника. В результате квазистатические микроускорения, полученные разными способами, удалось согласовать со среднеквадратичной ошибкой менее 10^{-6} м/с². Описанное сравнение можно считать оценкой точности акселерометра в области низких частот. К сожалению, эта оценка является опосредованной. Хотелось бы иметь более прямой и более простой способ такой оценки.

Обнадеживающий подход к разработке прямого способа проверки низкочастотных акселерометров описан ниже. В его основе лежит эксперимент, который был проведен на борту КА *Фотон М-3*. Эксперимент состоял в определении микроускорений посредством обработки последовательности видеок кадров объектов, совершающих свободное движение. На корпусе спутника была закреплена кубическая коробка, имеющая две прозрачные соседние стенки. В коробке двигались дробинки — они вбрасывались в нее с интервалом в несколько минут. Всего в эксперименте, продолжавшемся 40 мин, были использованы четыре дробинки. Движение дробинки снималось цифровой видеокамерой. Видеокамера располагалась напротив одной из прозрачных стенок, под углом к другой прозрачной стенке было установлено зеркало (рис. 1, 2). Такая оптическая система позволяла в одном кадре получать изображение дробинки с двух точек зрения (рис. 3).

Съемка движения дробинки производилась на отрезках времени продолжительностью по 96 с. Паузы между этими отрезками также были равны 96 с. Каждый кадр был привязан ко времени. Выполненная на Земле цифровая обработка каждого кадра позволила определить координаты центров дробинки в системе координат коробки. Для каждой дробинки выделялись последовательности кадров, изображающие ее движение между столкновениями со стенками коробки и другими дробинками. Такие последовательности обрабатывались следующим образом. Зависимость от времени каждой координаты дробинки аппроксимировались полиномом второй степени. Коэффициент при квадрате времени равен половине значения соответствующей компоненты микроускорения. Это микроускорение относилось к середине последовательности. Микроускорения, найденные описанным способом сравнивались с микроускорениями, рассчитанными по формуле (1).

2. Калибровка оптической системы. Введем две правые декартовы системы координат. Система $A_1x_1x_2x_3$ связана с коробкой. Оси этой системы направлены по ребрам коробки, выходящим из ее вершины A_1 (рис. 1). Вершины коробки в этой системе имеют координаты

$$A_1 = (0, 0, 0), \quad A_2 = (0, a, 0), \quad A_3 = (a, a, 0), \quad A_4 = (a, 0, 0),$$

$$A_5 = (0, 0, a), \quad A_6 = (0, a, a), \quad A_7 = (a, a, a), \quad A_8 = (a, 0, a),$$

где $a = 50$ мм. Прозрачные стенки коробки лежат в плоскостях $x_2 = a$ и $x_3 = a$. Зеркало лежит в плоскости $x_3 \cos \alpha - (x_2 - b) \sin \alpha = 0$. Оно пересекает плоскость $A_1x_1x_2$ по прямой $x_3 = 0$, $x_2 = b$ и составляет с этой плоскостью угол α . Пусть точка внутри коробки имеет в системе $A_1x_1x_2x_3$ координаты (x_1, x_2, x_3) . Тогда изображение этой точки в зеркале (точка, симметричная исходной относительно плоскости зеркала) будет иметь координаты (x'_1, x'_2, x'_3) , где

$$x'_1 = x_1, \quad x'_2 = x_2 - 2z \sin \alpha, \quad x'_3 = x_3 + 2z \cos \alpha,$$

$$z = (x_2 - b) \sin \alpha - x_3 \cos \alpha.$$

Система $Oy_1y_2y_3$ связана с камерой. Плоскость Oy_1y_2 совпадает с картинной плоскостью камеры, ось Oy_3 совпадает с оптической осью камеры. Формулы перехода от системы $A_1x_1x_2x_3$ к системе $Oy_1y_2y_3$ имеют вид

$$y_1 = x_1 - a_1, \quad y_2 = a_2 - x_2, \quad y_3 = a_3 - x_3.$$

Здесь (a_1, a_2, a_3) — координаты точки O в системе $A_1x_1x_2x_3$. Если некоторая точка имеет в системе $Oy_1y_2y_3$ координаты (y_1, y_2, y_3) , то координаты изображения этой точки в картинной плоскости камеры будут

$$\xi_1 = \frac{fy_1}{y_3}, \quad \xi_2 = \frac{fy_2}{y_3},$$

где f — фокусное расстояние камеры.

Пусть точка внутри коробки имеет в системе $A_1x_1x_2x_3$ координаты (x_1, x_2, x_3) . Выписанные соотношения позволяют рассчитать координаты двух изображений этой точки в картинной плоскости камеры. Одно изображение получается через прозрачную переднюю стенку коробки (эта стенка лежит в плоскости $x_3 = a$). Второе изображение получается через прозрачную боковую стенку коробки (лежит в плоскости $x_2 = a$) и зеркало. Координаты первого изображения в системе Oy_1y_2 обозначим (ξ_1, ξ_2) , координаты второго изображения в той же системе обозначим (ξ'_1, ξ'_2) . Имеют место соотношения

$$\xi_1 = \frac{f(x_1 - a_1)}{a_3 - x_3}, \quad \xi_2 = \frac{f(a_2 - x_2)}{a_3 - x_3}, \quad (2)$$

$$\xi'_1 = \frac{f(x_1 - a_1)}{a_3 - x_3 - 2z \cos \alpha}, \quad \xi'_2 = \frac{f(a_2 - x_2 + 2z \sin \alpha)}{a_3 - x_3 - 2z \cos \alpha}.$$

Величина z здесь определена формулой, приведенной выше.

С другой стороны, координаты $\xi_1, \xi_2, \xi'_1, \xi'_2$ можно измерить. Введем в bmp-представлении кадра систему координат $C\eta_1\eta_2$. Точка C — верхний левый угол кадра, ось $C\eta_1$ направлена по горизонтальной стороне кадра слева направо, ось $C\eta_2$ направлена по вертикальной стороне кадра сверху вниз. Координаты точки O в системе $C\eta_1\eta_2$ обозначим $(\eta_1^\circ, \eta_2^\circ)$, координаты точек (ξ_1, ξ_2) и (ξ'_1, ξ'_2) в этой системе обозначим соответственно (η_1, η_2) и (η'_1, η'_2) . Все эти координаты и фокусное расстояние камеры f будем измерять в пикселах bmp-представления. Тогда

$$\xi_1 = \eta_2 - \eta_2^\circ, \quad \xi_2 = -\eta_1 + \eta_1^\circ, \quad \xi'_1 = \eta'_2 - \eta_2^\circ, \quad \xi'_2 = -\eta'_1 + \eta_1^\circ.$$

Измерение координат изображений точек A_i ($i = 1, 2, \dots, 8$) в системе $C\eta_1\eta_2$ осуществлялось с помощью программы Paint (стандартное средство Windows) посредством подведения стрелки мыши к нужной точке и считывания значений величин η_1, η_2 или η'_1, η'_2 с экрана монитора. Результаты измерений приведены в столбцах 2 — 5 табл. 1. Для координат точки O были приняты значения $\eta_1^\circ = 331, \eta_2^\circ = 268$.

Таблица 1. Калибровка оптической системы

Точка	η_1	η_2	η'_1	η'_2	$\delta\xi_1$	$\delta\xi_2$	$\delta\xi'_1$	$\delta\xi'_2$
A_1	165	194	384	211	-2.53	-0.80	-2.30	-1.48
A_2	329	194	368	199	-2.53	-0.40	-1.03	-1.92
A_3	326	366	369	361	5.07	2.60	4.62	-2.92
A_4	164	361	385	341	0.07	0.20	1.88	-2.48
A_5	107	170	512	210	-1.47	-1.31	-1.21	0.86
A_6	329	169	525	198	-2.47	-1.25	1.23	3.78
A_7	326	400	525	360	6.47	1.75	-0.62	3.78
A_8	107	390	512	340	-3.53	-1.31	-1.84	0.86

Запишем соотношения (2) для точек A_i и будем рассматривать эти соотношения как переопределенную систему уравнений относительно неизвестных параметров a_1, a_2, a_3, b, α и f . Имеем 32 уравнения относительно 6 неизвестных. Эта система решалась численно методом наименьших квадратов, причем все уравнения брались с одинаковыми весами. Поиск решения выполнялся по схеме Гаусса-Ньютона [7]. Найденное решение имеет вид

$$a_1 = 21.74 (0.20), \quad a_2 = 50.73 (0.29), \quad a_3 = 192.6 (5.1),$$

$$b = 60.08 (0.61), \quad \alpha = 0.8785 (0.0078), \quad f = 633 (19).$$

Здесь в скобках указаны соответствующие стандартные отклонения, координаты a_i и b выражены в миллиметрах, угол α — в радианах, фокусное расстояние f — в пикселах. Невязки соотношений (2) для найденного решения

приведены в последних четырех столбцах табл. 1. Стандартное отклонение ошибок определения координат изображений точек A_i в картинной плоскости камеры оценивается числом 2.81.

После калибровки оптической системы соотношения (2) можно использовать для определения координат точки в системе $A_1x_1x_2x_3$ по координатам ее изображений в картинной плоскости камеры. В этом случае соотношения (2) рассматриваются как переопределенная система уравнений относительно величин x_1 , x_2 и x_3 . Здесь имеется 4 уравнения относительно 3 неизвестных. Эта система также решается численно методом наименьших квадратов с использованием подхода Гаусса-Ньютона. В качестве примера в табл. 2 приведены решения этой системы для точек A_i . Столбцы 2 — 4 таблицы содержат выраженные в миллиметрах ошибки определения координат этих точек, в последних четырех столбцах указаны невязки соотношений (2) — в пикселах. Как видно из таблицы, точность определения координат точек по измерениям видео системы вполне приемлема.

Таблица 2. Определения координат точек по видеоизображению

Точка	δx_1	δx_2	δx_3	$\delta \xi_1$	$\delta \xi_2$	$\delta \xi'_1$	$\delta \xi'_2$
A_1	-0.76	0.41	0.62	-0.21	-0.02	0.27	0.02
A_2	-0.51	0.11	0.65	0.61	0.06	-0.64	-0.06
A_3	1.48	-0.77	0.83	0.24	-0.03	-0.25	0.03
A_4	0.18	0.22	0.96	1.00	-0.10	-1.31	0.13
A_5	-0.40	0.18	-0.34	-0.08	-0.01	0.14	0.01
A_6	-0.33	0.23	-1.05	1.72	0.22	-2.32	-0.29
A_7	1.03	-0.50	-0.87	-2.71	0.45	3.66	-0.61
A_8	-0.73	0.18	-0.33	0.01	0.00	-0.02	0.00

3. Метод определения микроускорений по видеоинформации.

Начнем с аппроксимации движения дробинки. Для определения координат центров образов дробинки в системе $S\eta_1\eta_2$ разработана специальная программа. Эта программа рассчитана на использование в интерактивном режиме пользователем-исследователем, осуществляющим контроль за правильностью обработки. Основное окно программы представлено на рис. 4а. Входной информацией для программы служит последовательность оцифрованных кадров — видеосюжет, представленный в виде файла формата AVI (audio video interlaced). Эти видеосюжеты указываются пользователем. Образы дробинки в кадрах представляют собой темные круги радиусом от 6 до 10 пикселей, в зависимости от расположения по глубине сцены. Система подсветки в описываемом эксперименте не была совершенна. Из-за бликов на поверхности дробинки, затенения ряда областей сцены, реальные образы дробинки сильно отличались от темных кругов (рис. 4б). Эти обстоятельства, наряду с

указанной изменчивостью размеров образов дробинки и их возможным пересечением на изображении, сделали принципиально важным этап выделения действительных образов прослеживаемых дробинки.

Процедура определения координат центров образов дробинки в пределах непрерывных видеосюжетов разбивается на две части: первоначальное обнаружение и прослеживание. В первой части (при первоначальном запуске программы) априорной информацией является место появления образов дробинки в кадре и их размер.

В процессе первоначального обнаружения выполняются следующие основные действия: оператор указывает прямоугольную область, содержащую прослеживаемый образ дробинки, и запускает программу на обработку. В указанной прямоугольной области выполняется обнаружение темного образа, контур которого является окружностью или дугой окружности. В результате обработки на этапе первоначального обнаружения оператору предъявляется изображение с наложенной окружностью и отмеченным центром образа дробинки. Если оператор не прерывает систему, то она автоматически переходит к части прослеживания найденного образа. Если же по тем или иным причинам результат первоначального обнаружения оказался не удовлетворительным, то оператор может остановить систему и скорректировать параметры алгоритмов обработки зрительных данных.

На этапе выделения действительных образов прослеживаемых дробинки используется априорная информация о форме образов интересующих объектов и тот факт, что по характеру наблюдаемых движений за промежуток времени между последовательными кадрами смещения этих объектов не могут приводить к резкому изменению (более чем на пиксель) линейных размеров образов этих объектов на изображении. На основе этой информации в зрительных данных очередного кадра видеопоследовательности в окрестности каждого ожидаемого места образа объекта интереса выделяются темные пиксели и восстанавливается круг соответствующего размера. Координаты центров дробинки вычисляются как координаты геометрического центра этого круга. Все результаты в виде таблицы записываются в текстовый файл (для каждого кадра сохраняется временная метка, координаты центра и радиус образа дробинки).

Если в коробке находится несколько дробинки, то сортировка вычисленных координат η_1 , η_2 и η'_1 , η'_2 по дробинкам осуществляется по порядку расположения дробинки вдоль оси $S\eta_1$ и с учетом "непрерывности движения", т. е. по близости изображений одной и той же дробинки в обрабатываемом и предшествующем кадрах. Эти правила не исключают возможности перепутать дробинки при их соударении, но для последующей обработки данных ошибки такого рода не существенны.

На рис. 5, 6 приведены примеры определения координат дробинки в системе $S\eta_1\eta_2$ в функции времени по последовательностям видеок кадров. Функции

$\eta_i = \eta_i(t)$, $\eta'_i = \eta'_i(t)$ ($i = 1, 2$), графики которых изображены на этих рисунках, представляют собой ломаные. Вершины ломаных находятся во взаимно однозначном соответствии с обработанными кадрами, соседние вершины отвечают соседним кадрам. Абсциссы вершин образуют равномерную сетку на оси t с шагом 0.04 с (расстояние по времени между соседними кадрами), а ординаты равны соответствующим координатам изображений дробинки.

Анализируя ход эксперимента во времени по видеоинформации, следует иметь в виду, что временная привязка кадров видеофильма игнорирует паузы в съемке — время ТВ камеры в этих паузах останавливалось. Ниже рассматриваются только короткие последовательности кадров, располагающиеся внутри отрезков съемки. Однако абсолютная временная привязка этих последовательностей должна выполняться с учетом сделанного замечания.

Пересчитав способом, описанным в конце предыдущего раздела, координаты η_i , η'_i ($i = 1, 2$) в координаты x_j ($j = 1, 2, 3$) и сохранив прежнюю привязку кадров ко времени, можно найти реальное движение дробинки в коробке. Примеры определения движения некоторых дробинки приведены на рис. 7, 8. Представленные здесь функции $x_j = x_j(t)$ ($j = 1, 2, 3$) — это ломаные того же вида, что и на рис. 5, 6. Они выражают зависимость от времени координат дробинки в системе $A_1x_1x_2x_3$ в третьем эпизоде движения, т. е. на третьем 96 секундном отрезке включения видеокамеры. В этом эпизоде дробинки 1, 2 и 3 наблюдались с самого его начала, а дробинка 4 была вброшена в коробку примерно на середине. Изломы графиков отвечают соударениям дробинки. Если в точке излома значение соответствующей координаты близко к 0 или 50 мм, то этот излом отвечает соударению со стенкой (радиус дробинки примерно 2 мм, и ближе чем на это расстояние дробинка не может подлететь к стенке). Еще одна характерная черта соударения со стенкой состоит в том, что в момент соударения изломы имеются только у координат одной дробинки, да и то не у всех. По-видимому, ударное трение в этих соударениях было невелико. Соударения со стенками видны на всех приведенных графиках.

Если в некоторый момент времени изломы имеются у двух дробинки и значения всех одноименных координат в точках излома отличаются примерно на 4 мм, то в этот момент происходило соударение двух дробинки между собой. На каждом из рис. 7, 8 видно по одному такому соударению.

Выберем отрезок движения какой-либо дробинки между ее соударениями. Это движение можно считать свободным. Поскольку время свободного движения невелико, функции $x_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) можно аппроксимировать полиномами невысокой степени. Ограничимся рассмотрением линейных и квадратичных функций. Линейная функция соответствует равномерному и прямолинейному движению дробинки относительно стенок коробки, квадратичная — равноускоренному движению. Если квадратичная аппроксимация точнее линейной, то это значит, что дробинка испытывает микроускорение.

Линейные и квадратичные функции, аппроксимирующие движение дроби, представим в виде

$$x_i^{(1)}(t) = d_i + v_i(t - t_0), \quad x_i^{(2)}(t) = d_i + v_i(t - t_0) + \frac{1}{2} w_i(t - t_0)^2,$$

где d_i , v_i , w_i и t_0 — постоянные величины, $i = 1, 2, 3$. В качестве t_0 примем среднюю точку временного интервала, на котором рассматривается свободное движение. К этой точке будем относить найденные значения w_i . Выписанные аппроксимации строятся методом наименьших квадратов [7]. Точность этих аппроксимаций и найденных оценок параметров w_i будем характеризовать соответствующими стандартными отклонениями. Стандартное отклонение ошибок аппроксимации функции $x_i(t)$ выражениями $x_i^{(1)}(t)$ и $x_i^{(2)}(t)$ обозначим соответственно $\sigma_i^{(1)}$ и $\sigma_i^{(2)}$. Стандартные отклонения оценок параметров w_i обозначим σ_{wi} .

Примеры построения линейных и квадратичных аппроксимаций функций $x_i(t)$ приведены на рис. 9 — 11. Верхние графики этих рисунков суть ломаные $x_i(t)$ и их линейные аппроксимации $x_i^{(1)}(t)$. Вторые сверху графики — графики разностей $\delta x_i^{(1)}(t) = x_i(t) - x_i^{(1)}(t)$. Они представляют собой ломаные того же вида, что и функции $x_i(t)$; звенья этих ломаных последовательно соединяют точки, абсциссы которых — моменты захвата кадров, а ординаты — невязки аппроксимации соответствующих величин x_i выражениями $x_i^{(1)}(t)$. Пары нижних графика на рис. 9 — 11 аналогичны верхним парам, только вместо функций $x_i^{(1)}(t)$ при их построении использованы функции $x_i^{(2)}(t)$. В примере на рис. 9

$$t_0 = 229.9 \text{ с},$$

$$\sigma_1^{(1)} = 0.133, \quad \sigma_1^{(2)} = 0.086, \quad w_1 = -1.725, \quad \sigma_{w1} = 0.046,$$

$$\sigma_2^{(1)} = 0.281, \quad \sigma_2^{(2)} = 0.094, \quad w_2 = -4.495, \quad \sigma_{w2} = 0.051,$$

$$\sigma_3^{(1)} = 0.172, \quad \sigma_3^{(2)} = 0.099, \quad w_3 = 2.384, \quad \sigma_{w3} = 0.053.$$

Здесь $\sigma_i^{(1)}$ и $\sigma_i^{(2)}$ выражены в мм, w_i и σ_{wi} — в 10^{-6} м/с^2 . В примере на рис. 10 (единицы измерения те же)

$$t_0 = 354.0 \text{ с},$$

$$\sigma_1^{(1)} = 0.146, \quad \sigma_1^{(2)} = 0.080, \quad w_1 = -4.188, \quad \sigma_{w1} = 0.10,$$

$$\sigma_2^{(1)} = 0.260, \quad \sigma_2^{(2)} = 0.195, \quad w_2 = 5.862, \quad \sigma_{w2} = 0.25,$$

$$\sigma_3^{(1)} = 0.163, \quad \sigma_3^{(2)} = 0.113, \quad w_3 = 4.024, \quad \sigma_{w3} = 0.15;$$

в примере на рис. 11

$$t_0 = 453.3 \text{ с},$$

$$\sigma_1^{(1)} = 0.784, \quad \sigma_1^{(2)} = 0.310, \quad w_1 = -7.524, \quad \sigma_{w1} = 0.091,$$

$$\sigma_2^{(1)} = 0.675, \quad \sigma_2^{(2)} = 0.170, \quad w_2 = -6.828, \quad \sigma_{w2} = 0.050,$$

$$\sigma_3^{(1)} = 0.119, \quad \sigma_3^{(2)} = 0.119, \quad w_3 = 0.028, \quad \sigma_{w3} = 0.035.$$

Значения t_0 и w_i повторены в подписях к рисункам, в скобках рядом со значениями w_i указаны соответствующие стандартные отклонения σ_{w_i} . В приведенных примерах предложенный способ определения микроускорений дал вполне приемлемый результат. Графики ошибок линейной аппроксимации $\delta x_i^{(1)}(t)$ свидетельствуют о наличии в функциях $x_i(t)$ квадратически зависящих от времени составляющих. Графики функций $\delta x_i^{(2)}(t)$ показывают, что эти составляющие удалось включить в $x_i^{(2)}(t)$. Оценки микроускорений выглядят правдоподобными.

В рассмотренных примерах временные интервалы, на которых строились аппроксимации $x_i^{(1)}(t)$ и $x_i^{(2)}(t)$, брались одинаковыми для всех i . Такая стратегия в ряде случаев может оказаться неудачной. Соответствующий пример приведен на рис. 12. Здесь

$$t_0 = 123.4 \text{ с},$$

$$\sigma_1^{(1)} = 0.222, \quad \sigma_1^{(2)} = 0.086, \quad w_1 = -1.791, \quad \sigma_{w1} = 0.020,$$

$$\sigma_2^{(1)} = 0.293, \quad \sigma_2^{(2)} = 0.126, \quad w_2 = -2.315, \quad \sigma_{w2} = 0.030.$$

Судя по графику функции $\delta x_3^{(2)}(t)$, квадратичная аппроксимация изменения координаты x_3 дробинки в данном случае не адекватна, и параметр w_3 определяется с большой ошибкой. График функции $\delta x_1^{(2)}(t)$ показывает, что некоторая неадекватность есть и в аппроксимации координаты x_1 . Оценке микроускорения w_3 препятствует излом функции $x_3(t)$ при $t \approx 115$ с. Этот излом не удастся объяснить столкновениями дробинки со стенками или между собой. Ситуацию можно исправить, если для каждой компоненты микроускорения выбирать индивидуальный интервал сглаживания (см. рис. 13). В этом случае получаем

$$t_0 = 128.0 \text{ с} \quad \sigma_1^{(1)} = 0.178, \quad \sigma_1^{(2)} = 0.073, \quad w_1 = -2.051, \quad \sigma_{w1} = 0.027,$$

$$t_0 = 125.0 \text{ с} \quad \sigma_2^{(1)} = 0.261, \quad \sigma_2^{(2)} = 0.127, \quad w_2 = -2.346, \quad \sigma_{w2} = 0.036,$$

$$t_0 = 133.0 \text{ с} \quad \sigma_3^{(1)} = 0.108, \quad \sigma_3^{(2)} = 0.101, \quad w_3 = 0.786, \quad \sigma_{w3} = 0.070.$$

Судя по графикам функций $\delta x_i^{(2)}(t)$, квадратичная аппроксимация движения на рис. 13 оказалась достаточно точной.

4. Сравнение с результатами расчета микроускорений по движению спутника. Чтобы оценить реальную точность найденных микроускорений, сравним их с микроускорениями, рассчитанными по формуле (1). Методика такого расчета изложена в [2, 4]. Результаты расчетов представлены графиками в левой части рис. 14. Графики в правой части рисунка описывают изменение во времени угловой скорости спутника. Указанные здесь компоненты векторов \mathbf{b} и $\boldsymbol{\omega}$ относятся к приборной системе координат спутника. У этой системы ось 1 направлена параллельно оси A_1x_3 , ось 2 параллельна оси $(-A_1x_2)$, ось 3 параллельна оси A_1x_1 . Расчет проведен для точки P , отвечающей середине коробки и имеющей в приборной системе координаты $(-0.90\text{м}, 0.64\text{м}, 0.38\text{м})$. Момент времени $t = 0$ на рис. 9 соответствует 15:08:55 UTC 14.09.2007. Эксперимент начался в 15:12:37 UTC и продолжался 40 мин. С учетом всех этих данных и свойств фиксации времени ТВ камерой можно подсчитать, что указанные выше моменты $t_0 = 229.9\text{с}$, $t_0 = 354.0\text{с}$, $t_0 = 453.3\text{с}$ и $t_0 = 123.4\text{с}$ отстоят от момента 15:08:55 UTC примерно на 644с, 864с, 1059с и 441с. Этим моментам отвечают микроускорения

$$w_1 = -0.890, \quad w_2 = -2.998, \quad w_3 = 1.684 \quad (\text{рис. 9});$$

$$w_1 = -0.883, \quad w_2 = -2.974, \quad w_3 = 2.013 \quad (\text{рис. 10});$$

$$w_1 = -0.879, \quad w_2 = -2.886, \quad w_3 = 2.118 \quad (\text{рис. 11});$$

$$w_1 = -0.941, \quad w_2 = -2.937, \quad w_3 = 1.252 \quad (\text{рис. 12, 13}).$$

Единицей измерения здесь по-прежнему служит 10^{-6}м/с^2 . Как видим, результаты предыдущего пункта в несколько раз отличаются от результатов расчета по формуле 1. Кроме того, на фоне расчетных микроускорений бросается в глаза разброс в микроускорениях, найденных по движению дробинок.

Указанное отличие объясняется тем, что движения дробинок рассматриваются на коротких промежутках времени, и определяемые по этому движению микроускорения содержат сравнительно высокочастотные составляющие. Эти составляющие отсутствуют в микроускорениях, определяемых с помощью подхода [2, 4]. Последний дает настоящую квазистатическую составляющую. В ней игнорируются сравнительно мелкомасштабные вариации, вызванные быстрыми колебаниями спутника относительно центра масс. К сожалению, аппроксимировать движение дробинок на более продолжительных отрезках времени в данном эксперименте невозможно из-за их столкновений и пропусков в видеофильме.

Данная работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 08-01-00908).

Литература

- [1] Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И. и др. Анализ низкочастотных микроускорений на борту ИСЗ *Фотон-11*. Космические исследования, 2001, т. 39, № 4, с. 419-435.
- [2] Абрашкин В.И., Балакин В.Л., Белоконов И.В. и др. Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон-12* и квазистатические микроускорения на его борту. Космические исследования, 2003, т. 41, № 1, с. 45-56.
- [3] Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И. и др. Низкочастотные микроускорения на борту ИСЗ *Фотон-11*. Космические исследования, 2004, т. 42, № 2, с. 185-200.
- [4] Абрашкин В.И., Богоявленский Н.Л., Воронов К.Е. и др. Неуправляемое движение спутника *Фотон М-2* и квазистатические микроускорения на его борту. Космические исследования, 2007, т. 45, № 5, с. 450-470.
- [5] Сазонов В.В., Комаров М.М, Полежаев В.И. и др. Микроускорения на орбитальной станции "Мир" и оперативный анализ гравитационной чувствительности конвективных процессов тепло-массоперехода. Космические исследования, 1999. Т. 37. № 1. С. 80-94.
- [6] Beuselinck T., Van Bavinchove C., Sazonov V.V., Chebukov S.Yu. Analysis of quasi-steady component in acceleration measurement data obtained onboard Foton M-2. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 8, 2008.
- [7] Бард Й. Нелинейное оценивание параметров. М., Статистика, 1979.

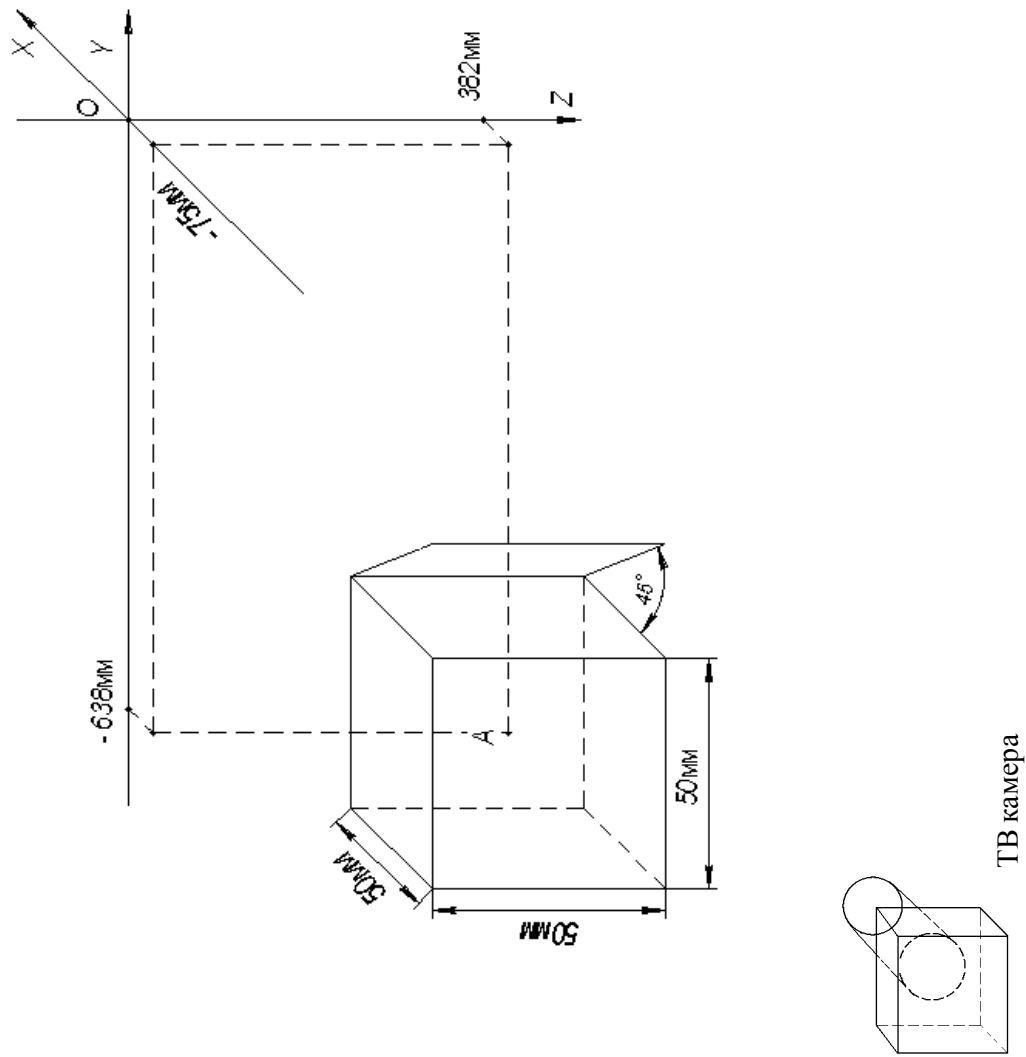


Рис. 1. Схема установки для измерения микроускорений

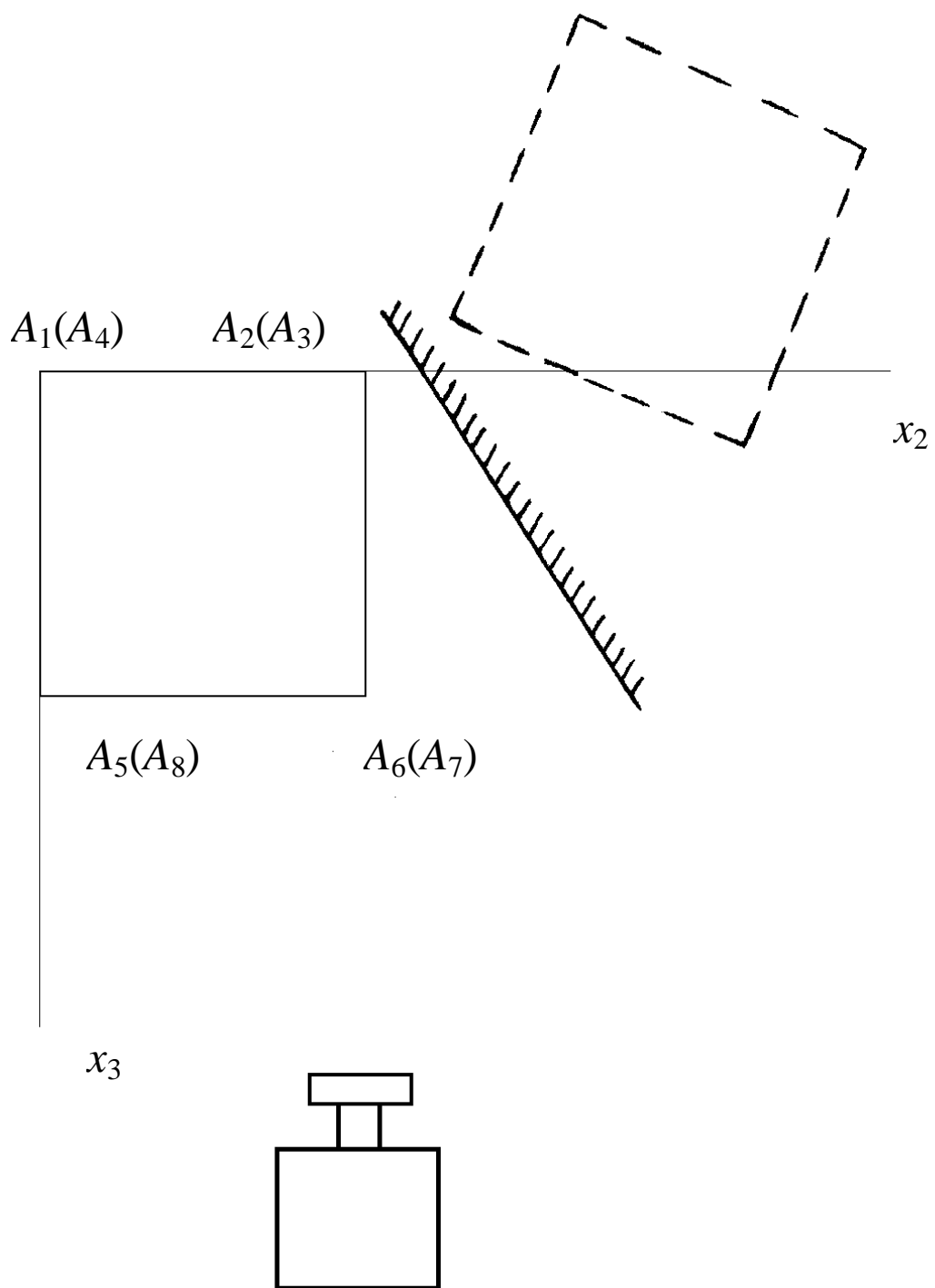


Рис. 2. Схема установки для измерения микроускорений

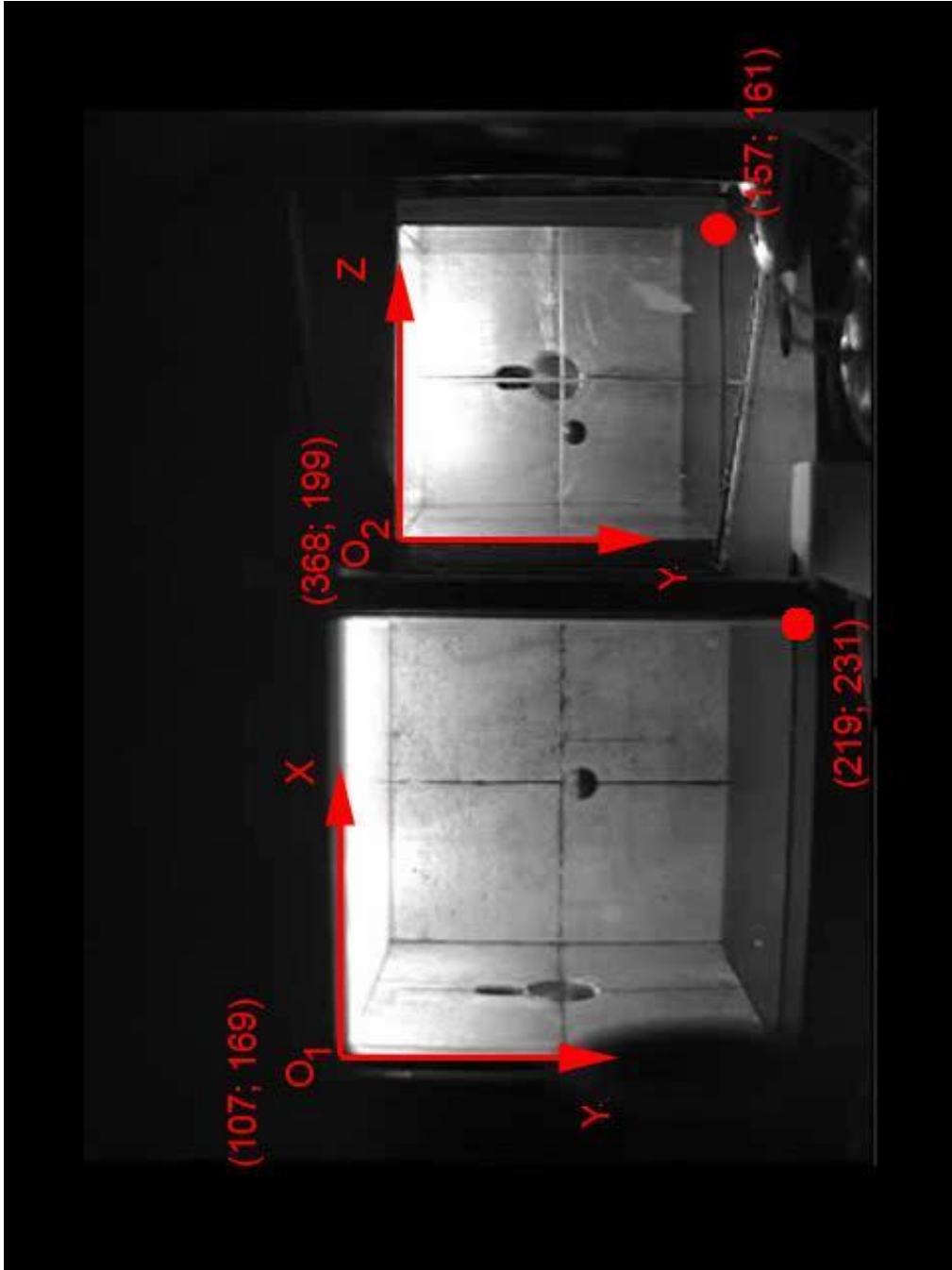
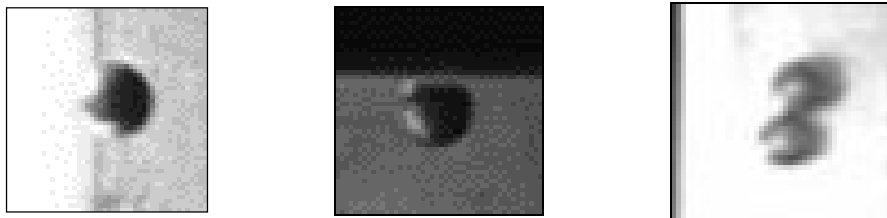


Рис. 3. Изображение дробинки в кадре ТВ камеры.



(а)



(б)

Рис. 4; (а) основной экран программы обнаружения образов дробинок, (б) примеры искаженных образов дробинок.

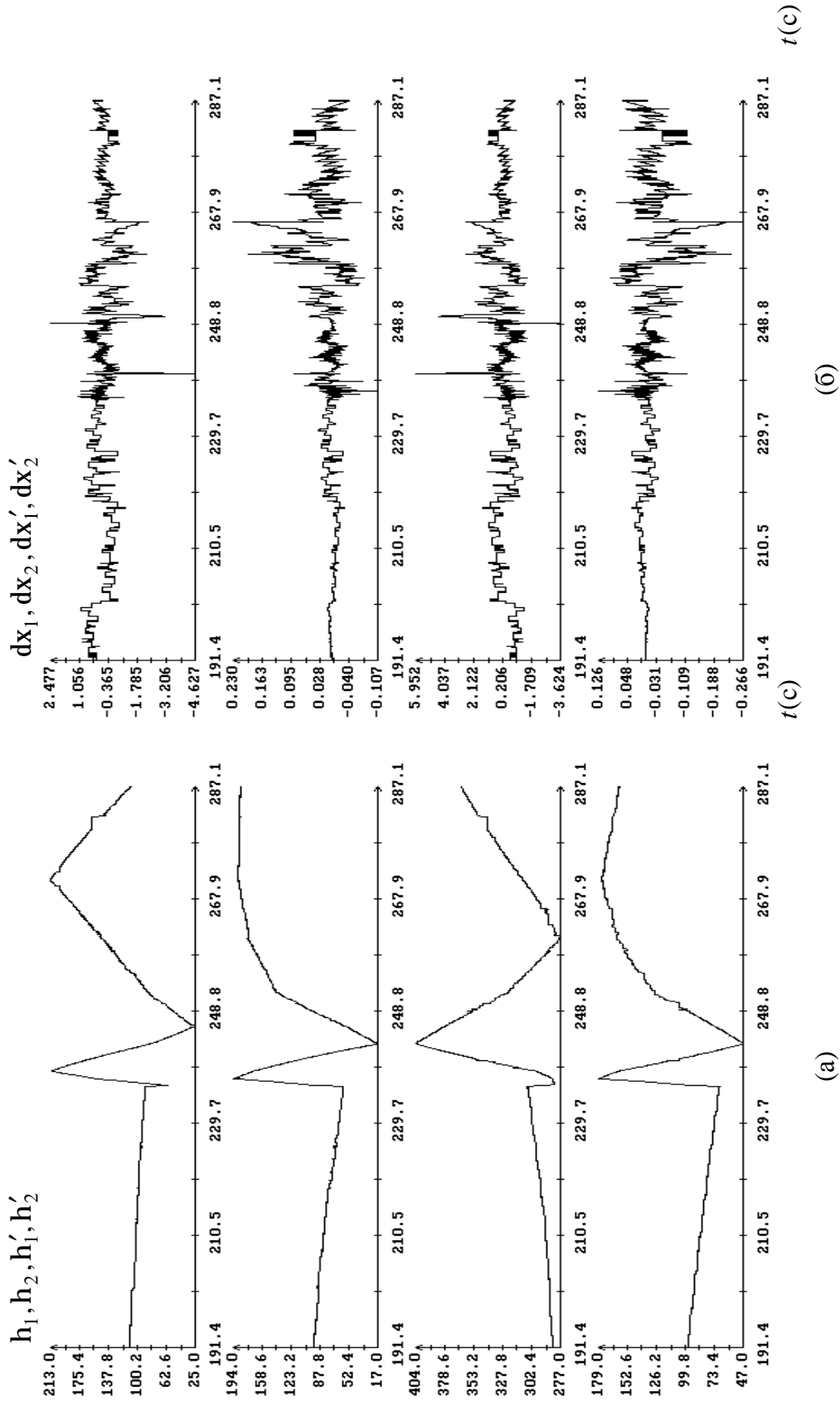


Рис. 5; (а) координаты изображений дробинки 2 в системе Ch_1h_2 в эпизоде 3; (б) невязки соотношений (2) при определении координат дробинки 2 в системе $A_1x_1x_2x_3$.

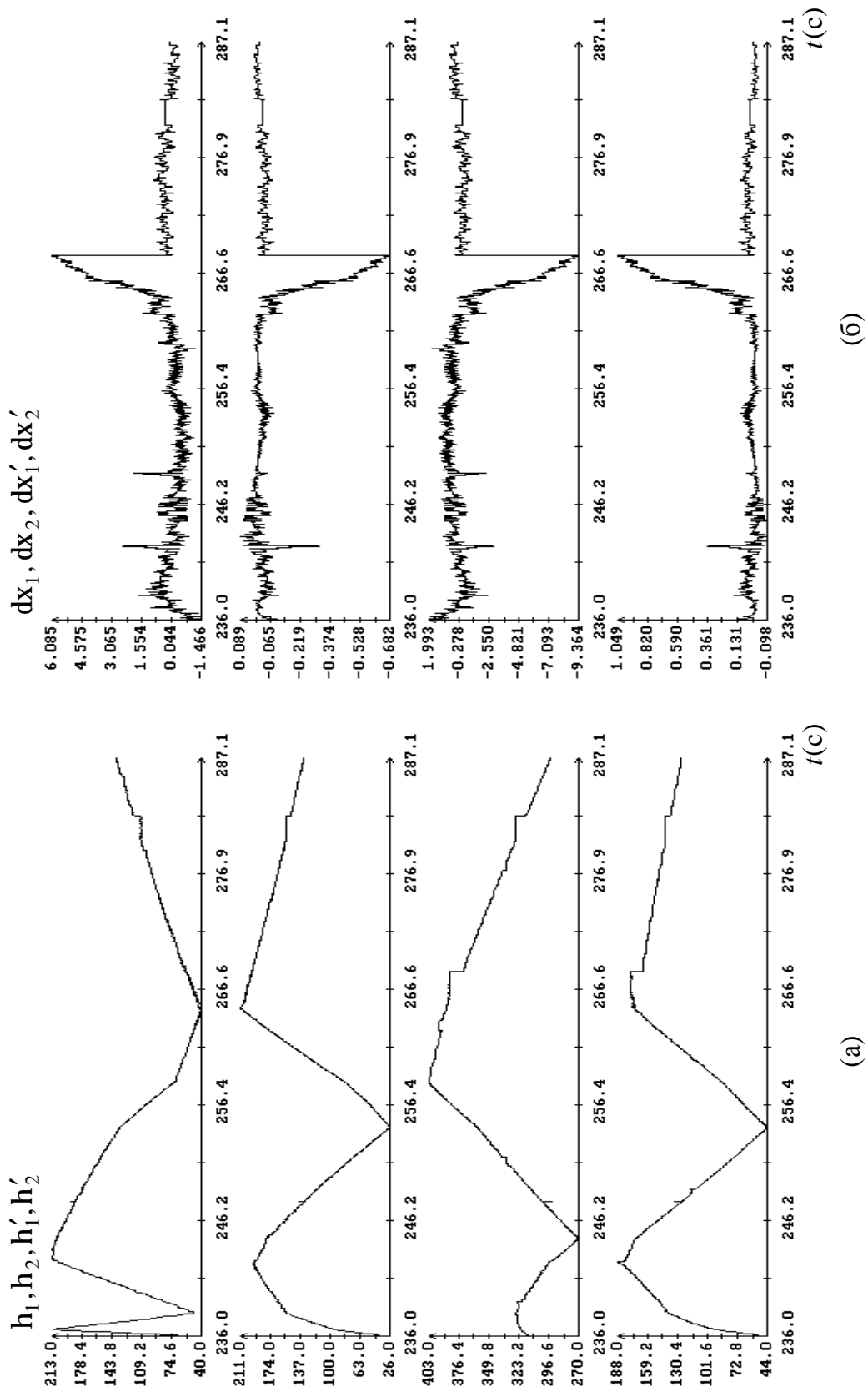


Рис. 6; (а) координаты изображений дробинки 4 в системе Ch_2 в эпизоде 3; (б) невязки соотношений (2) при определении координат дробинки 4 в системе $A_1x_1x_2x_3$.

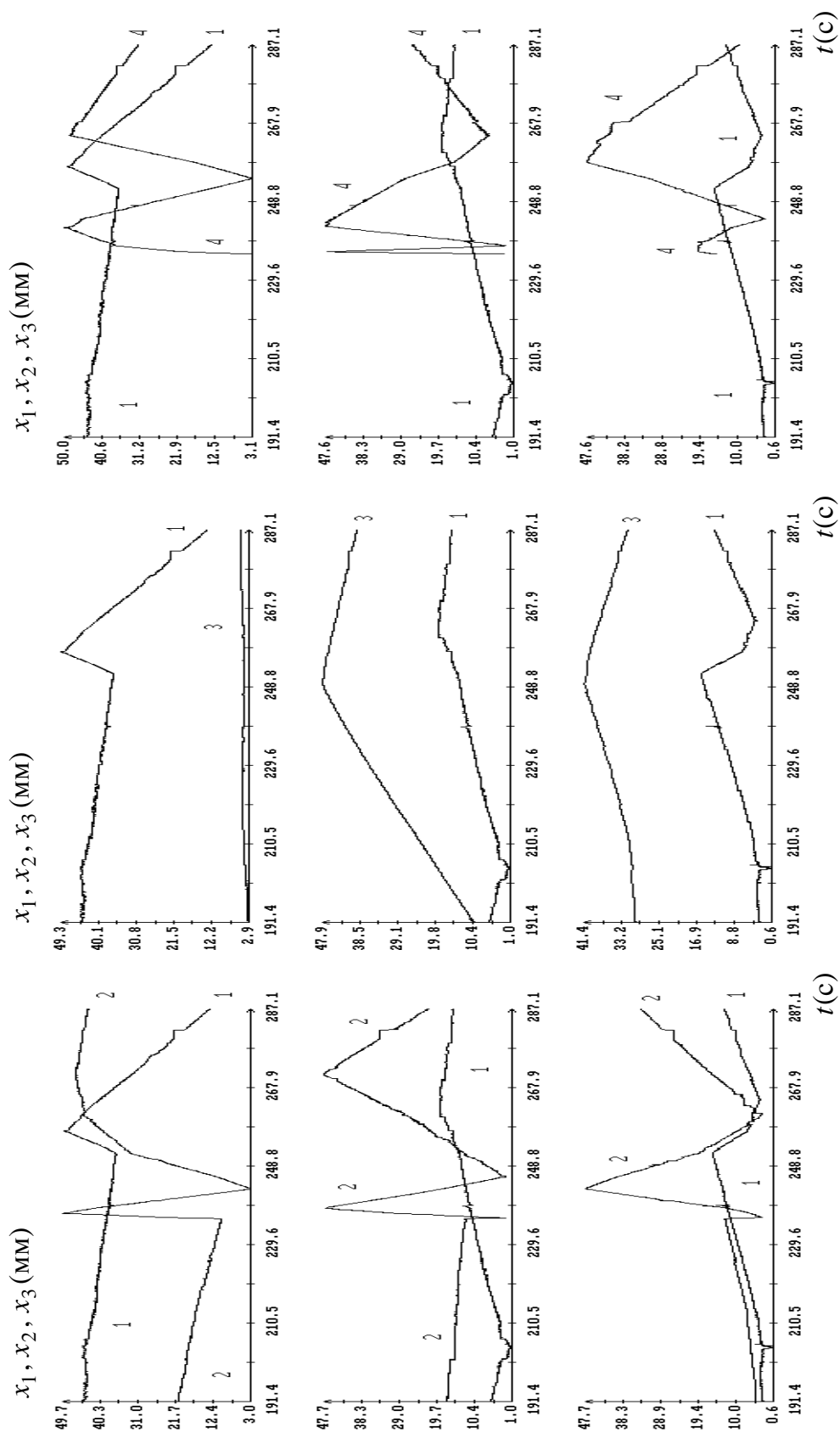


Рис. 7. Движение дробинки 1, 2, 3 и 4 в эпизоде 3. На левом рисунке видно столкновение дробинки 1 и 2 при $t = 252$ с.

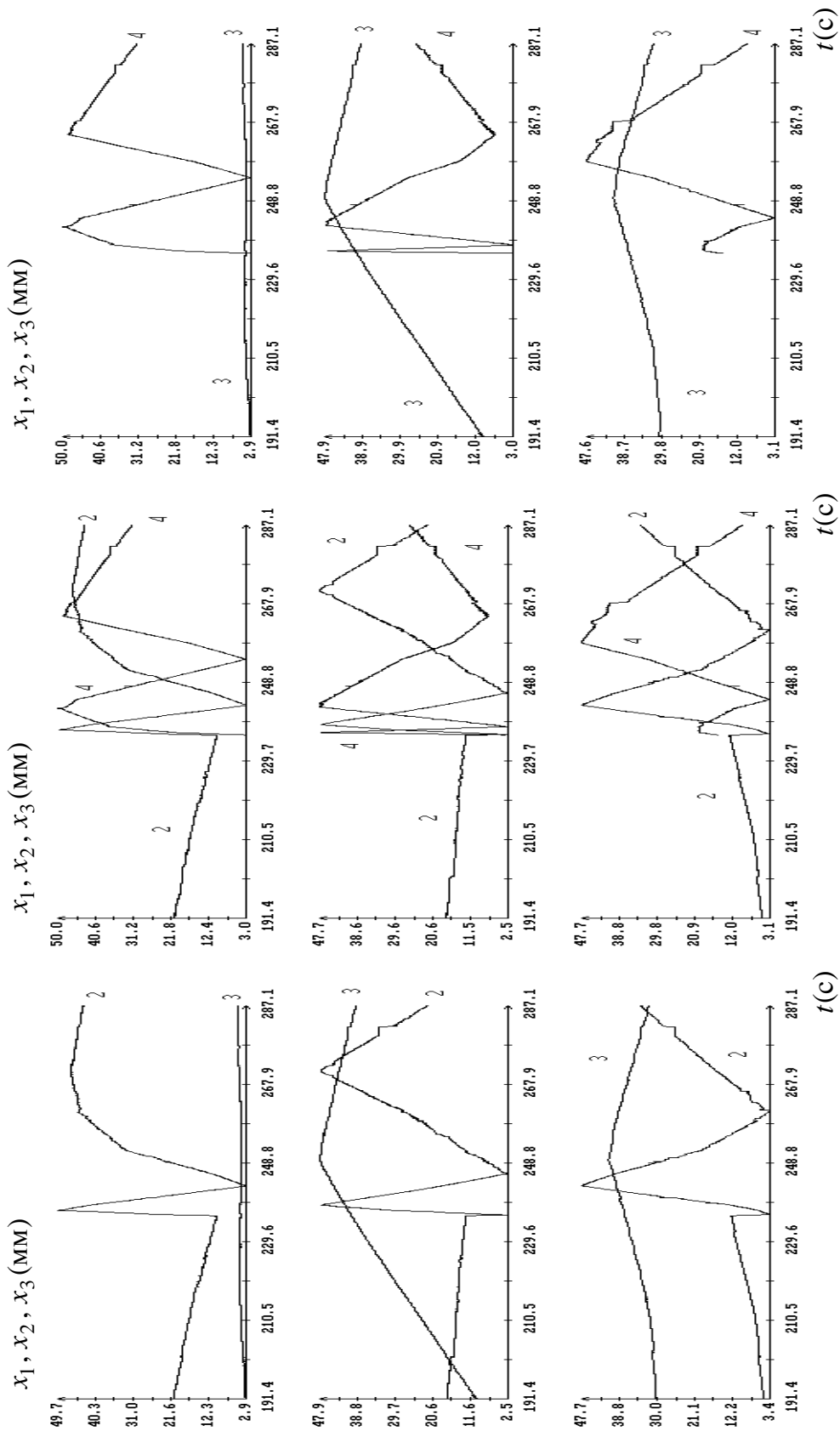


Рис.8. Движение дробинки 2, 3 и 4 в эпизоде 3. На среднем рисунке видно столкновение дробинки 2 и 4 при $t = 236$ с.

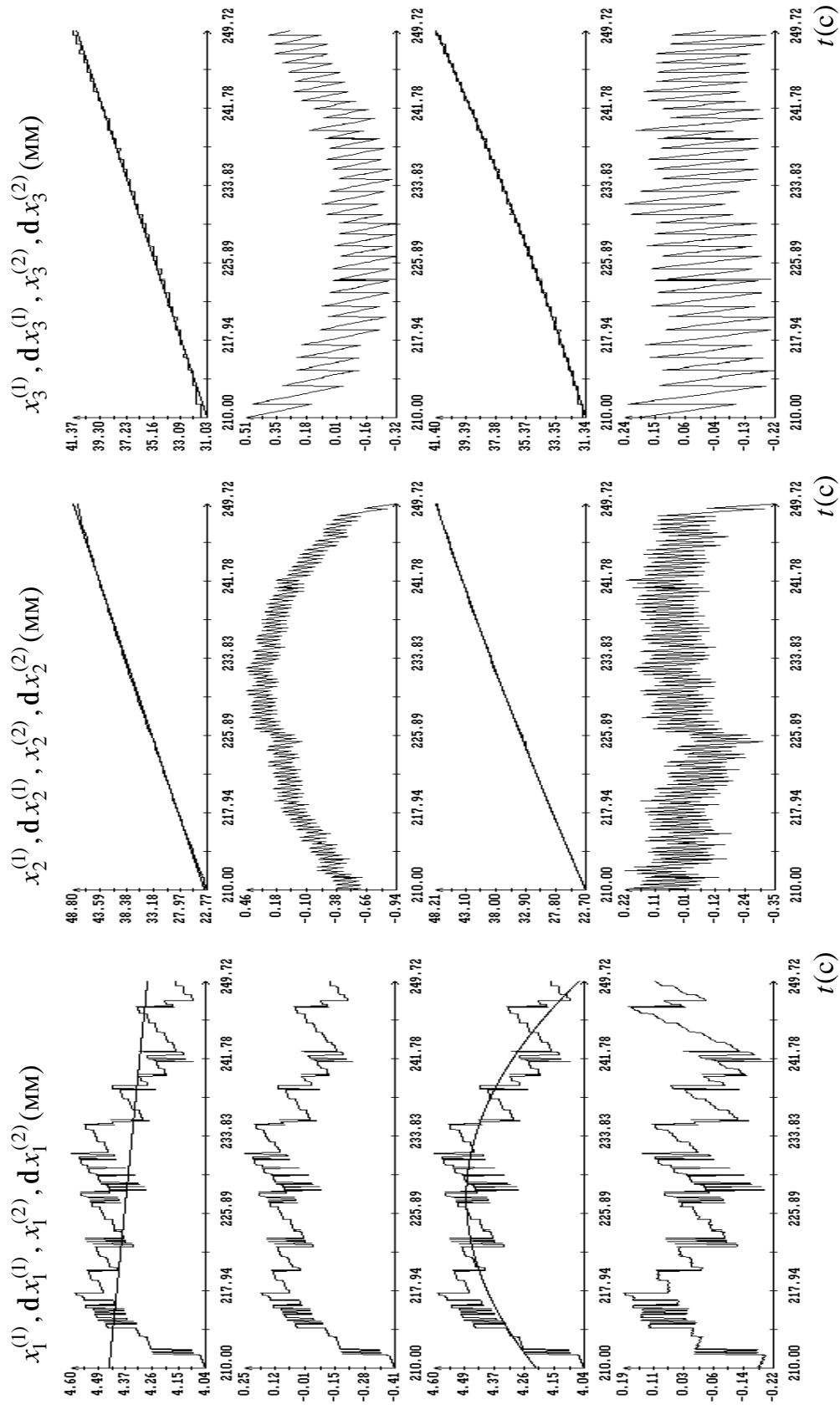


Рис. 9. Аппроксимация движения дробинки 3 в эпизоде 3. Микроускорения в точке $t_0 = 229.86$ с:
 $w_1 = -1.725 \cdot 10^{-6} (4.6 \cdot 10^{-8}) \text{M/C}^2$, $w_2 = -4.495 \cdot 10^{-6} (5.1 \cdot 10^{-8}) \text{M/C}^2$, $w_3 = 2.384 \cdot 10^{-6} (5.3 \cdot 10^{-8}) \text{M/C}^2$.

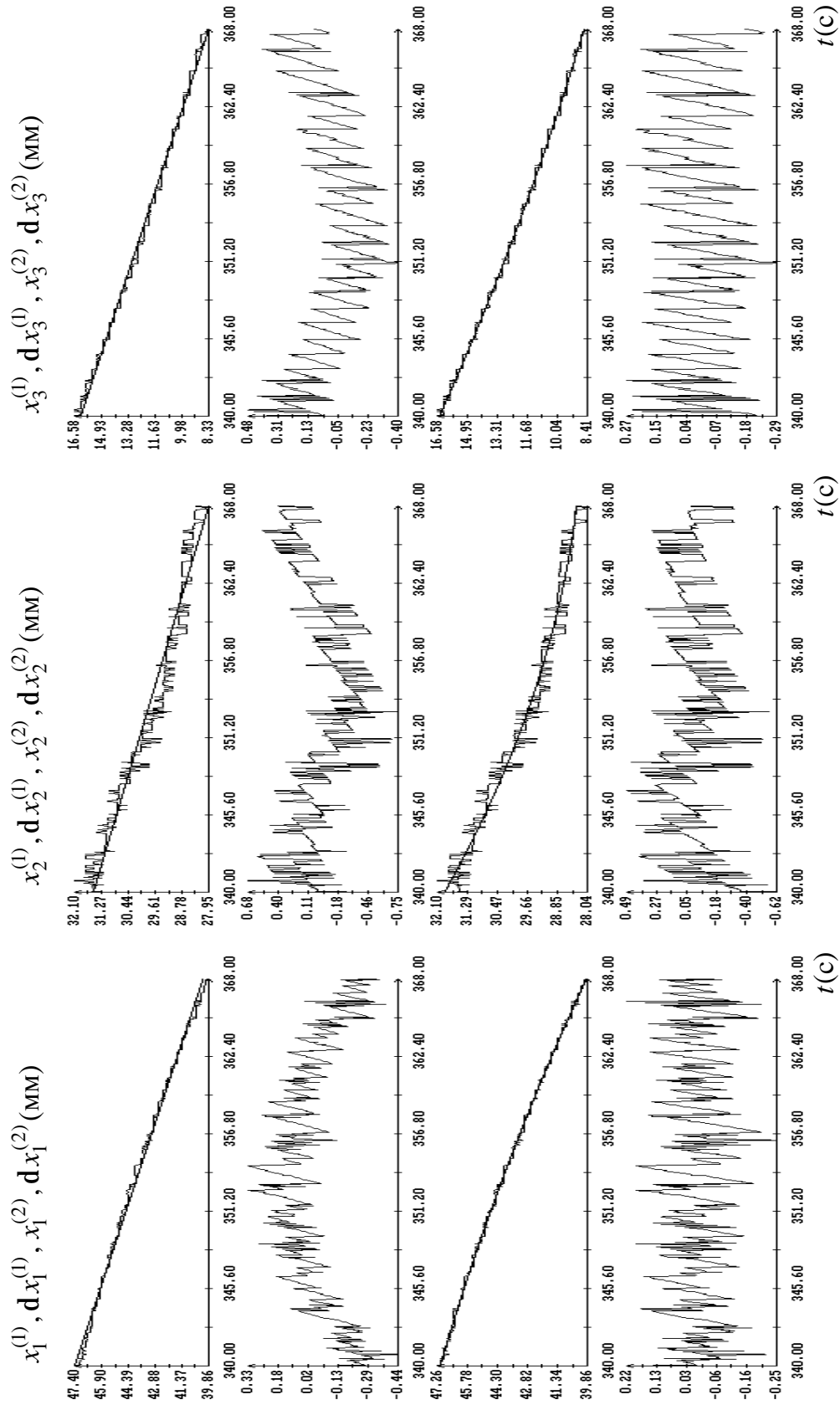


Рис. 10. Аппроксимация движения одной из дробинек в эпизоде 4. Микроускорения в точке $t_0 = 354.00c$:
 $w_1 = -4.188 \cdot 10^{-6} (1.0 \cdot 10^{-7}) \text{ м/с}^2$, $w_2 = 5.862 \cdot 10^{-6} (2.5 \cdot 10^{-7}) \text{ м/с}^2$, $w_3 = 4.024 \cdot 10^{-6} (1.5 \cdot 10^{-7}) \text{ м/с}^2$.

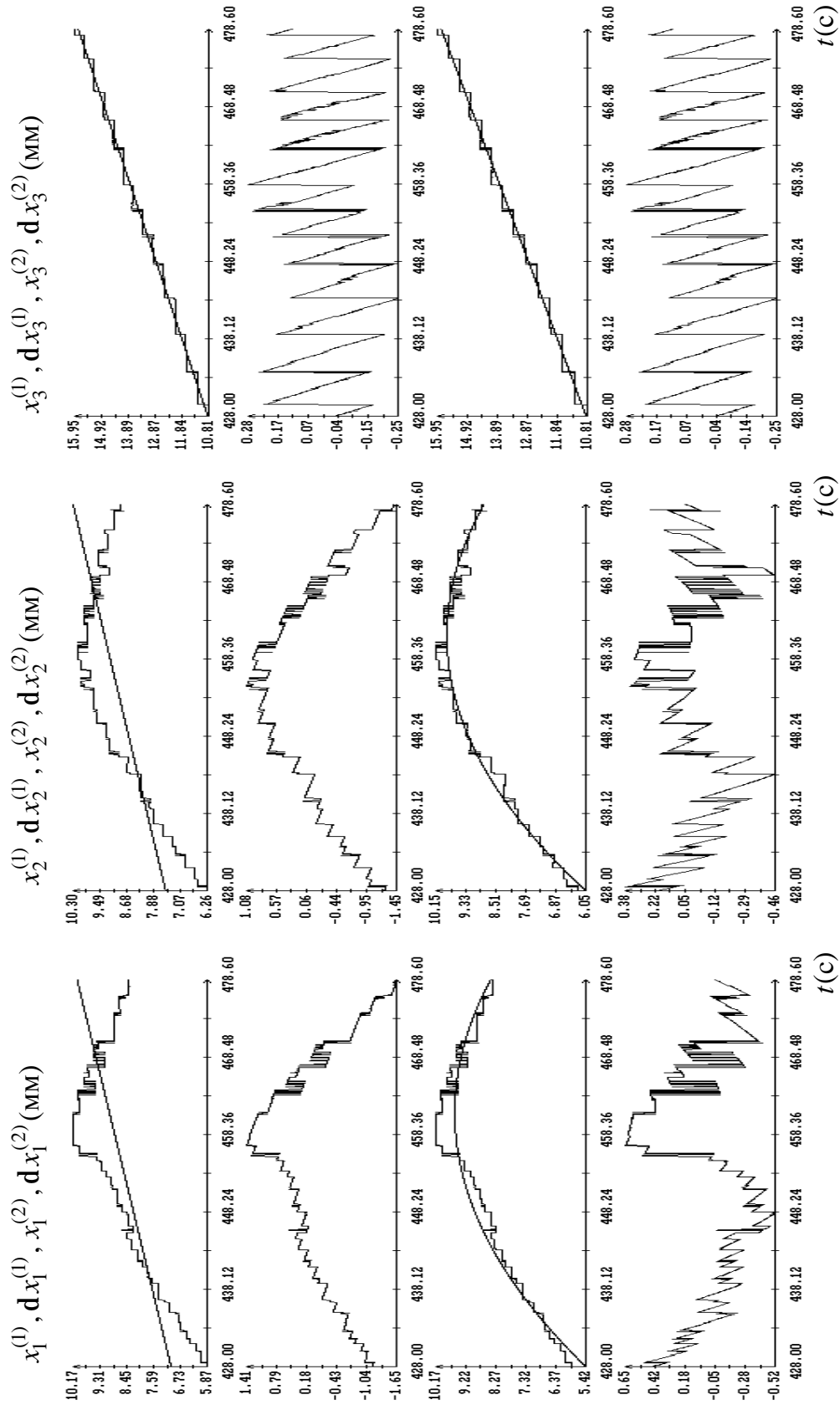


Рис. 11. Аппроксимация движения одной из дробинек в эпизоде 5. Микроускорения в точке $t_0 = 453.30c$:
 $w_1 = -7.524 \cdot 10^{-6} (9.1 \cdot 10^{-8}) M/C^2$, $w_2 = -6.828 \cdot 10^{-6} (5.0 \cdot 10^{-8}) M/C^2$, $w_3 = 0.028 \cdot 10^{-6} (3.5 \cdot 10^{-8}) M/C^2$.

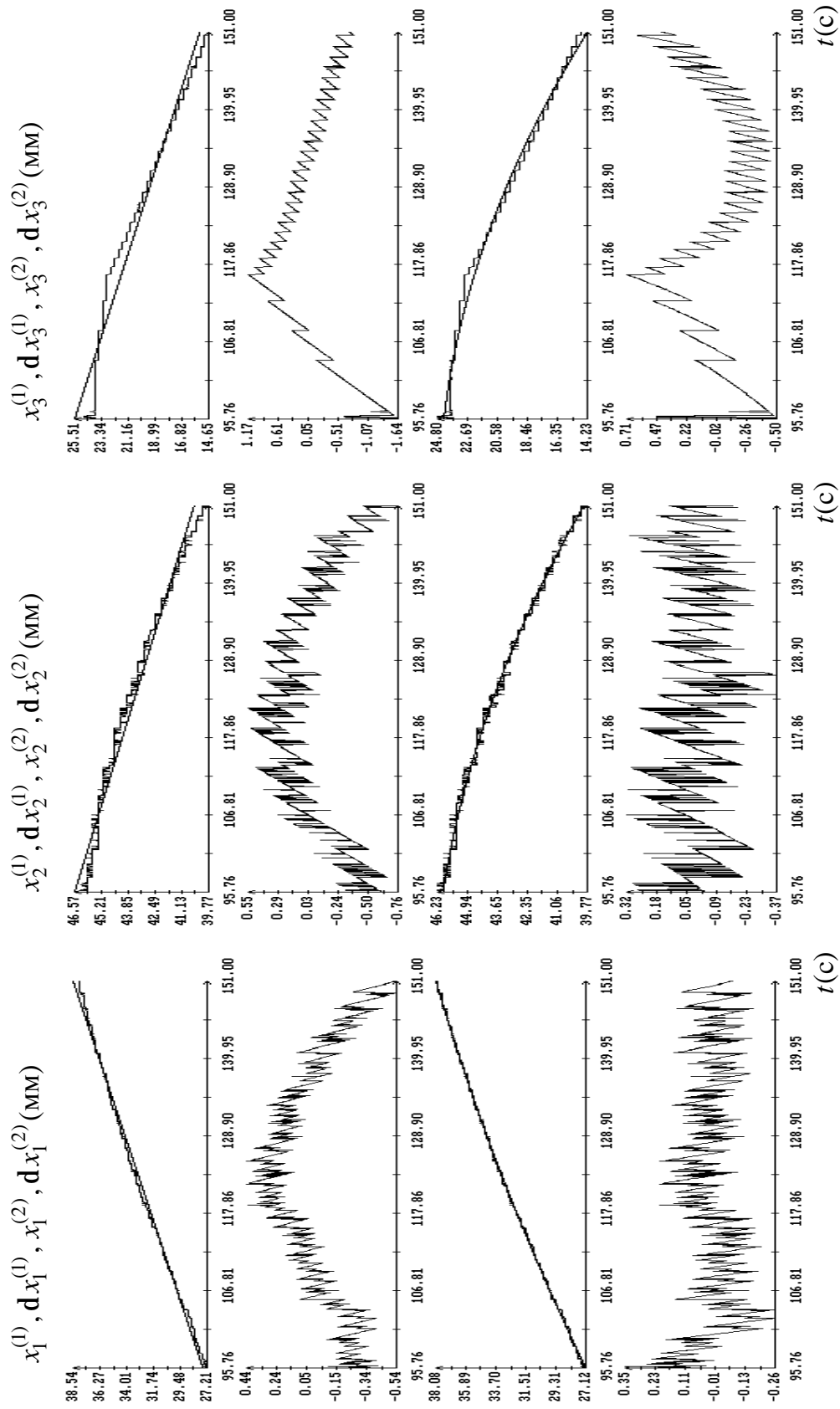


Рис. 12. Аппроксимация движения одной из дробинек в эпизоде 2. Микроускорения в точке $t_0 = 123.38c$: $w_1 = -1.791 \cdot 10^{-6} (2.0 \cdot 10^{-8})m/c^2$, $w_2 = -2.315 \cdot 10^{-6} (3.0 \cdot 10^{-8})m/c^2$, w_3 определяется с большой ошибкой.

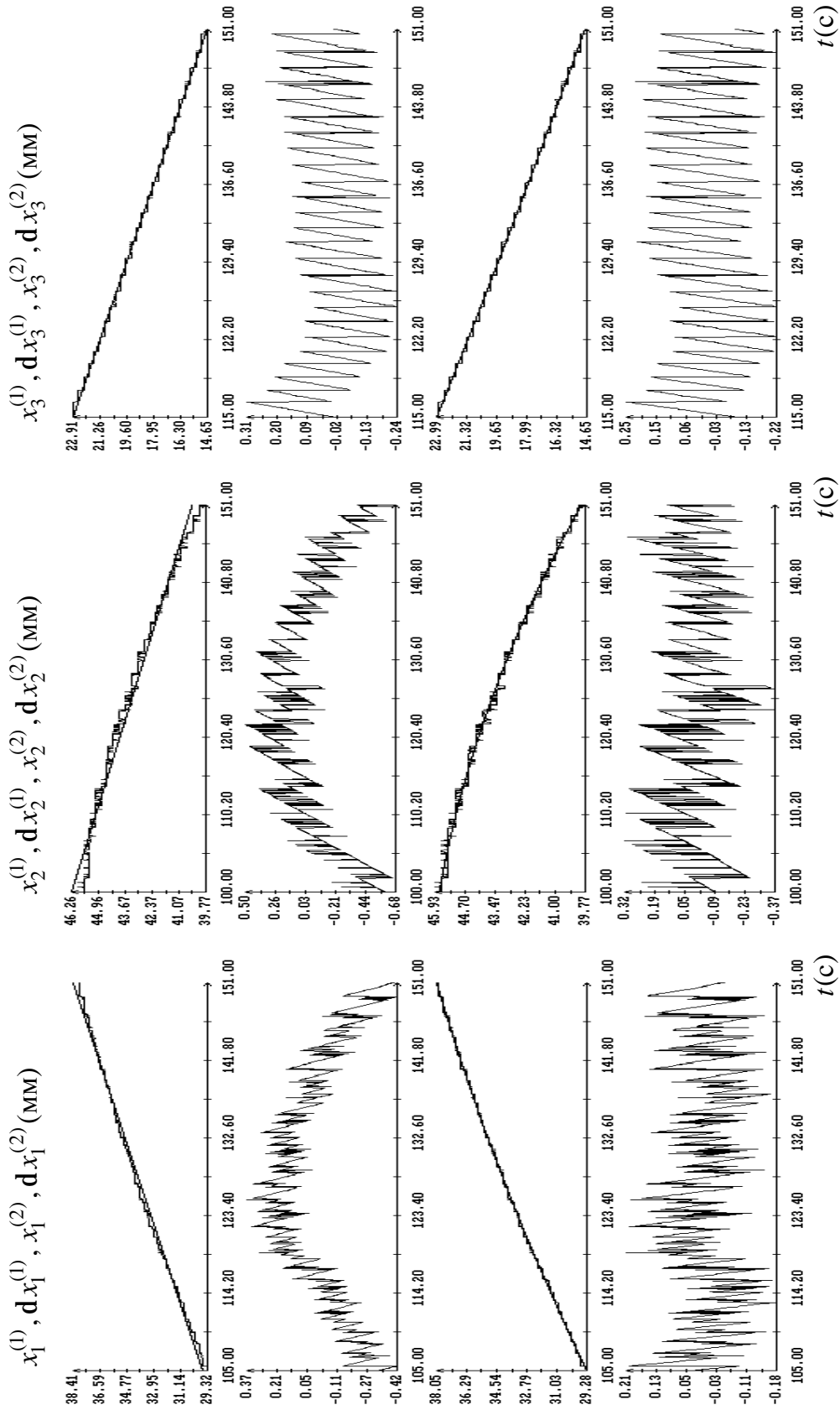


Рис. 13. Аппроксимация движения одной из дробинек в эпизоде 2. Раздельное вычисление микроускорений:

$$w_1 = -2.051 \cdot 10^{-6} (2.7 \cdot 10^{-8}) \text{м/с}^2 \text{ при } t_0 = 128.00 \text{с}, w_2 = -2.346 \cdot 10^{-6} (3.6 \cdot 10^{-8}) \text{м/с}^2 \text{ при } t_0 = 125.00 \text{с},$$

$$w_3 = 0.786 \cdot 10^{-6} (7.0 \cdot 10^{-8}) \text{м/с}^2 \text{ при } t_0 = 133.00 \text{с}.$$

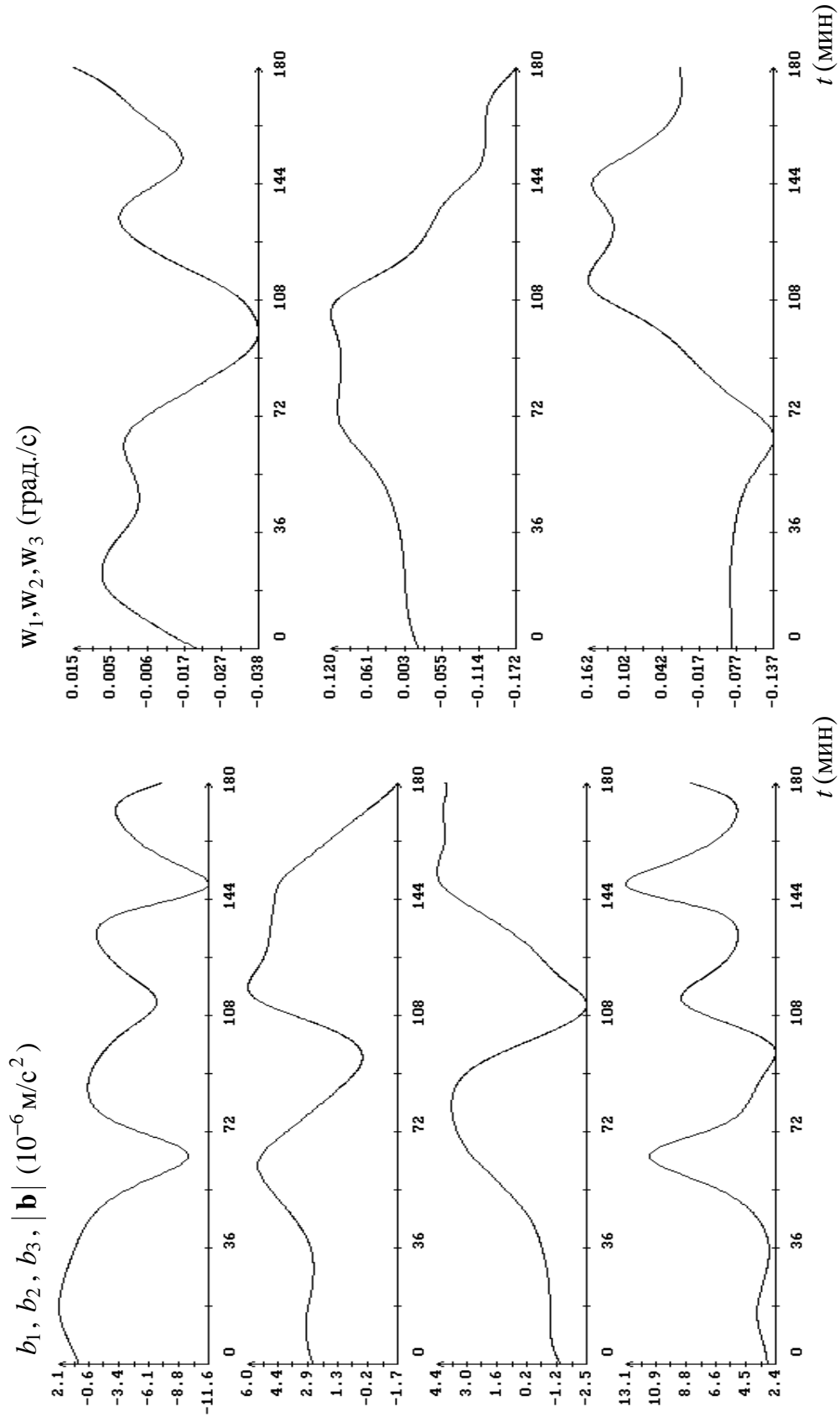


Рис. 14. Квазистатические микроускорения в коробке и угловая скорость спутника. Векторные компоненты микроускорения и угловой скорости относятся к приборной системе координат, момент времени $t = 0$ соответствует 15:08:55 ДМВ 14.09.2007. Эксперимент начался в 15:12:37 и длился 40 мин.