



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 79 за 2008 г.



**Степанцов М.Е.**

**Динамическая модель  
развития транспортной сети**

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Степанцов М.Е. Динамическая модель развития транспортной сети // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2008. № 79. 12 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2008-79>

**Ордена Ленина**  
**ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ**  
**имени М.В. Келдыша**  
**Российской Академии наук**

**М.Е. Степанцов**

**Динамическая модель развития транспортной сети**

**Москва - 2008**

**М.Е. Степанцов. Динамическая модель развития транспортной сети.** Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2008, 12 страниц, 6 рисунков, библиография: 8 наименований.

В работе предлагается динамическая модель развития транспортной сети. Основной особенностью модели является то, что развитие транспортной сети не является процессом централизованного решения задачи оптимизации перевозок, в ней рассматривается как результат самоорганизации на основе потребностей в перевозках товаров и развития инфраструктуры узлов сети. Тем не менее, в модели учтена возможность мягкого регулирования направлений развития моделируемой сети.

**M.E.Stepantsov. Dynamical model for transport network development.** Preprint, Inst. Appl. Mathem., Russian Academy of Sciences, 2008, 12 Pages, 6 Figures, 8 References.

A dynamical model for a transport network development is proposed. The main feature of the model is that the network evolution takes place not under the centralized control, but as a self-organized process due to cargo demands and vertices development. Nevertheless, the model includes the possibility of soft control over the development trends of the network.

Проблема моделирования транспортных перевозок, проектирования и организации функционирования транспортных сетей далеко не нова. Достаточно упомянуть, что ее исследование привело к появлению целой отдельной области знаний – логистики [1].

Однако большая часть существующих моделей транспортных систем ориентирована на решение одного и того же, пусть и крайне важного, вопроса о построении оптимального в том или ином смысле плана перевозок. В таких моделях подразумевается, что все функционирование транспортной сети управляется из одного центра. При этом либо решается просто задача оптимизации перевозок в рамках существующей неизменной сети (например, [2]), либо изменения в структуре транспортной сети, ее развитие также рассматриваются как результат принятия некоего решения центром управления транспортной сетью и реализации этого решения [3], [4].

Между тем, в условиях наличия большого количества хозяйствующих субъектов эти предположения нельзя считать верными. В этом случае и схема перевозок, и процесс развития транспортной сети складываются из одновременных независимых друг от друга действий этих субъектов. При этом действия не являются ни полностью скоординированными, ни совершенно случайными.

Предлагаемая модель является попыткой описать на языке математики процесс самоорганизации (возникновения и развития) транспортной сети, происходящий не на основании некоторого единого плана, а самопроизвольно складывающийся при заданных географических условиях и параметрах спроса и предложения нескольких видов товаров.

Следует указать, что идея описания деятельности людей в виде самопроизвольно развивающейся системы, также не нова. Видимо, впервые она была выдвинута Торстеном Хагерстрандом в форме описания распространения инноваций как диффузионного процесса [5] (исследования на эту тему он начал еще в 1942 году, в библиографическом списке указана его более поздняя и полная англоязычная работа). Применение такого подхода к моделированию возникновения и развития транспортных потоков стало основой непрерывной модели транспортировок Бекмана [6]. На основе этого подхода было проведено моделирование исторического развития транспортных систем, в частности – на примере Великого Шелкового Пути [7].

Однако подобные модели, при всей их оригинальности, имеют вполне понятный недостаток. Очевидно, что транспортная система, во-первых, функционирует не на непрерывной плоскости, а все-таки на некотором графе или, возможно, какой-либо другой структуре сетевого характера. Во-вторых, величины, характеризующие перевозку грузов, носят ярко выраженный дискретный характер. Взять хотя бы железную дорогу – число путей на перегоне не меняется непрерывно. Существуют лишь отдельные, выражаемые натуральными числами, возможные значения этого показателя, являющегося ключевым для определения пропускной способности на данном участке транспортной сети.

## ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ

Предлагаемая модель в каком-то смысле объединяет в себе черты классической транспортной сети на графе и самопроизвольно развивающейся динамической системы Хаггерстранда, но не непрерывной, а существенно дискретной.

Основной идеей модели является введение для каждого вида товаров величины, названной потенциалом. Потенциал численно характеризует потребность в данном товаре, существующую в данном узле транспортной сети. Именно разность потенциалов между узлами и создает в модели потоки товаров. Поэтому данный подход можно назвать «электромагнитной» моделью по аналогии с «гравитационными» моделями, уже достаточно давно использовавшимися в моделировании процессов с участием человека, а в последнее время применявшимися и для моделирования транспортных сетей [8].

Другим основанием для такой аналогии служит то, что темпы развития узла в модели полагаются пропорциональными квадрату потока товаров, перевозимых через данный узел. Это вызывает ассоциации с законом Джоуля-Ленца, описывающим количество тепла, выделяемого при прохождении электрического тока через проводник. Разумеется, данная аналогия, как и любая другая, является весьма условной, поскольку в данной модели рассматривается «протекание» не через «проводник», а через узел. Итак, рассмотрим «электромагнитную» модель транспортной сети.

Модель представляет собой полный граф, каждой вершине и каждому ребру которого приписан определенный набор параметров и переменных. Вершины моделируют населенные пункты и характеризуются следующими величинами:

1. размер узла  $V_i$ ;
2. выпуск продукции вида  $k - P_{ik}$  (отрицательное значение означает спрос на продукцию);
3. потенциал продукции каждого вида  $\phi_{ik}$ .

Ребрам графа, изображающим транспортные коммуникации, связывающие населенные пункты, поставлены в соответствие следующие величины:

1. длина  $L_{ij} > 0$ ;
2. коэффициент затрат на расширение  $Q_{ij}$ ;
3. пропускная способность  $W_{ij} \geq 0$ ;
4. поток продукции вида  $k - S_{ijk}$ .

Кроме этого, модель характеризуется глобальными параметрами «коэффициент проторенного пути»  $N > 1$  и «коэффициент роста узлов»  $G > 0$ . Первый из них показывает, во сколько раз затраты на прокладывание новой дороги с некоторой пропускной способностью превышают затраты на расширение существующей дороги на ту же величину.

Динамика модели реализована с использованием дискретного времени, шаг которого можно условно положить эквивалентным году реального времени – традиционному для экономики отчетному и плановому периоду. В связи с

этим возникла известная методологическая проблема, свойственная, например, традиционным разностным схемам – дискретный характер пространства и времени противоречил бы континуальным свойствам переменных. Поэтому уместно было положить, что все величины (кроме коэффициентов  $Q_{ij}$ ,  $N$ ,  $G$ , не являющихся переменными модели) также могут принимать только целые значения.

Начальное состояние модели задается набором значений  $V_i$ ,  $P_{ik}$ ,  $L_{ij}$ ,  $Q_{ij}$ ,  $W_{ij}$  и глобальных параметров. Пошаговое изменение состояния модели осуществляется в два этапа, которые носят принципиально различный характер. Первый этап состоит в установлении схемы перевозок товаров при существующих значениях спроса, предложения и возможностях транспортировки. Следует отметить, что в рамках модели эта схема складывается не путем выбора оптимального (в каком-либо смысле) способа перевозок, а через самопроизвольное установление маршрутов перевозки, каждый из которых «закрывает» некоторую часть спроса на данный вид товара.

На каждом шаге методом последовательных приближений устанавливаются значения  $\phi_{ik}$  и  $S_{ijk}$ , исходя из условий:

$$\forall k \forall i : \left| \phi_{ik} - \left( \sum_j S_{ijk} + P_{ik} \right) \right| \mapsto \min, \quad (1)$$

$$\forall i \forall j : \sum_k |S_{ijk}| \leq W_{ij}. \quad (2)$$

Следует отметить, что в модели не требуется равномерного выполнения условий (1), минимизация осуществляется по каждому продукту, в порядке заданной «значимости» продуктов.

Установление маршрутов перевозки товаров происходит спонтанно, приоритет отдается маршрутам между вершинами с наибольшей разностью потенциалов для данного вида товаров. Если для данного ребра при достижении условия (1) итерационный процесс останавливается из-за нарушения условия (2), будем говорить, что имеет место перегрузка ребра.

После этого осуществляется изменение параметров вершин и ребер. Размер вершин является также динамической величиной и меняется в зависимости от уровня потока товаров через данную вершину.

$$\forall i : V_i' = \left[ V_i \left( 1 + G \sum_{j,k} S_{ijk}^2 \right) \right]. \quad (3)$$

При изменении размера вершины выпуски продукции всех видов в этой вершины изменяются пропорционально.

Для всех ребер, на которых возникла перегрузка, проверяется возможность увеличения их пропускной способности. При выполнении условия

$$\frac{V_i + V_j}{2L_{ij}Q_{ij}} \geq 1 \quad (4)$$

осуществляется увеличение пропускной способности ребра

$$W'_{ij} = W_{ij} + \left[ \frac{V_i + V_j}{2L_{ij}Q_{ij}} \right]. \quad (5)$$

В случае, если изначально пропускная способность ребра равна 0 (дорога отсутствует), приведенные формулы модифицируются следующим образом:

$$\frac{V_i + V_j}{2L_{ij}Q_{ij}N} \geq 1; \quad (4a)$$

$$W'_{ij} = W_{ij} + \left[ \frac{V_i + V_j}{2L_{ij}Q_{ij}N} \right]. \quad (5a)$$

## ПРОБНЫЕ МОДЕЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ

В качестве одного из критериев проверки адекватности модели были проведены пробные расчеты для конфигураций, в которых результат эволюции транспортной сети является в какой-то степени ожидаемым. Наиболее характерными можно назвать два случая роста городов, оказавшихся в благоприятном географическом положении: города, находящегося на пересечении торговых путей и городов, ставших удобными транзитными пунктами в случае, если магистральный торговый путь был перекрыт по внеэкономическим причинам.

Исходя из общепринятых представлений о роли торговли в развитии городов, а также из исторических аналогий, можно ожидать, что в первом случае город, изначально не обладающий экономическим потенциалом, но находящийся на пересечении торговых путей, будет за счет этого ускоренно развиваться. Во втором случае следует ожидать, что отсутствие прямого торгового пути негативно скажется на развитии связываемых им городов, но от этого выиграют новые «перевалочные пункты».

В целом при использовании рассматриваемой модели эти эвристические предположение в основном нашли свое подтверждение.

В первой ситуации рассматривались четыре города (условно для географического соответствия выбраны названия Тверь, Иваново, Тула и Рязань), с начальным размером 100, производящие и потребляющие 4 вида товаров (каждый из городов производит один вид товара и потребляет три остальные), а также один город меньшего размера (20), не производящий продукции, но удачно расположенный на пересечении потенциальных торговых путей (Москва). В начальный момент дорог между городами нет.

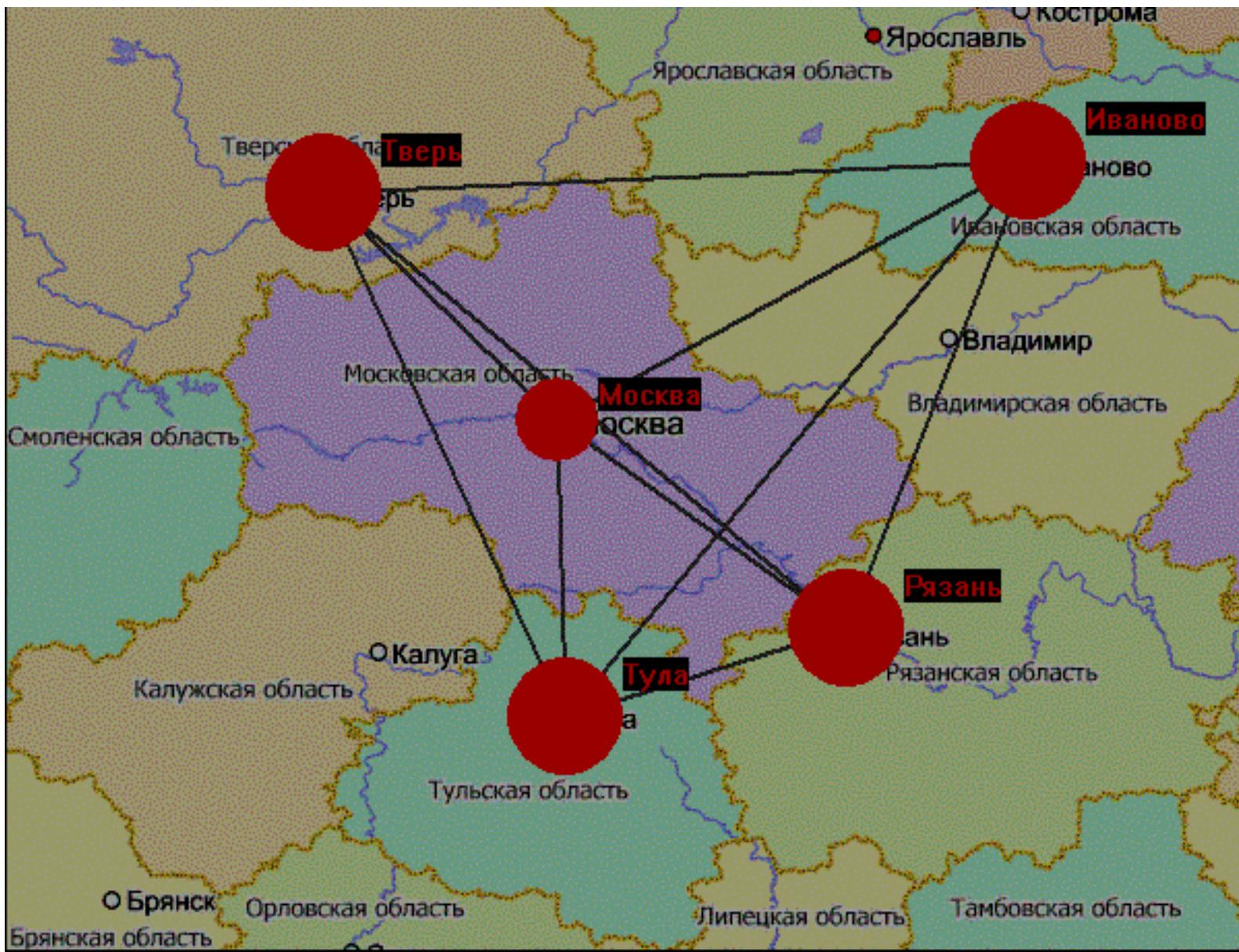


Рис. 1. Начальная конфигурация. Дороги еще не проложены

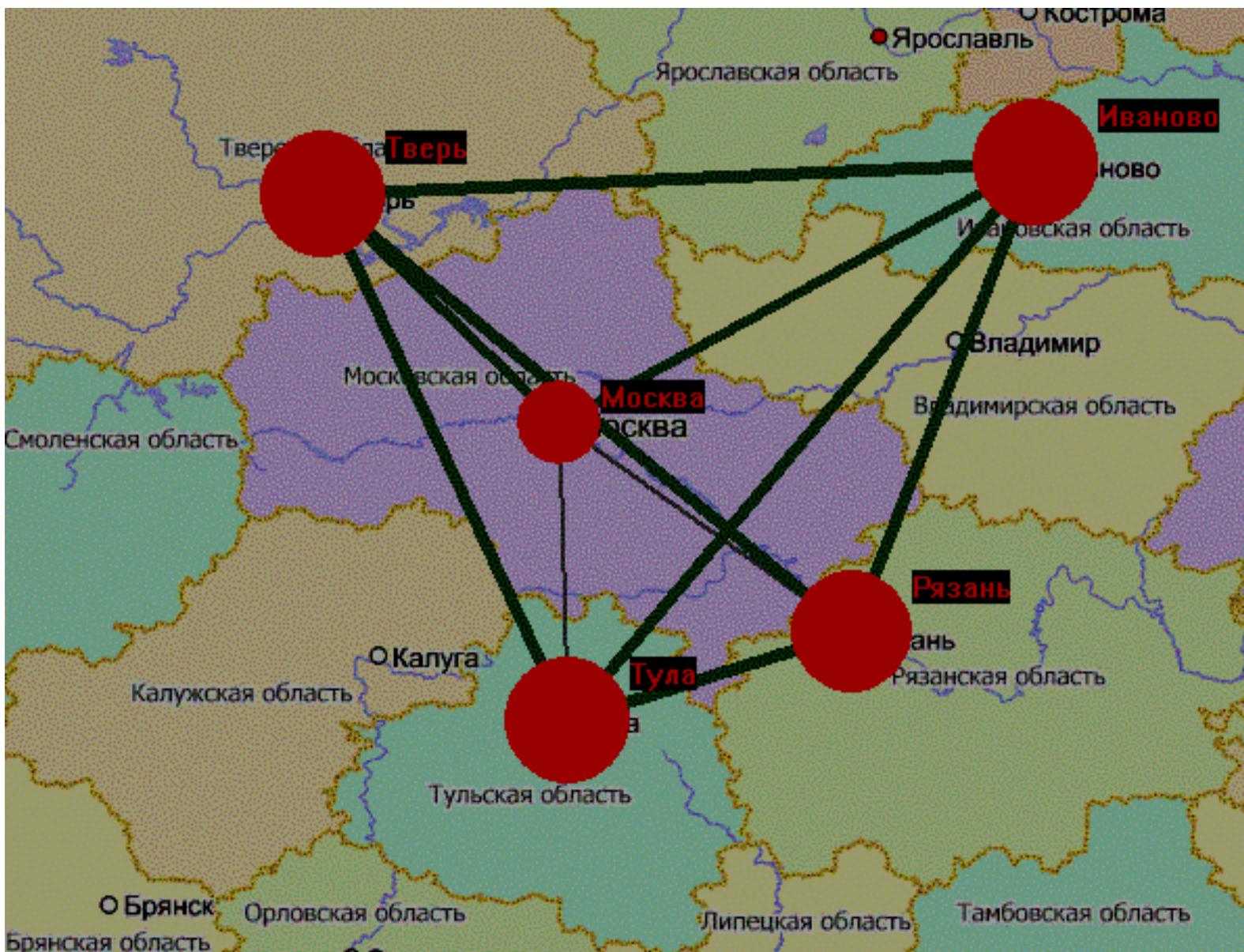


Рис. 2. Четыре города активно торгуют между собой. Начинается строительство дорог в направлении «неперспективной» Москвы

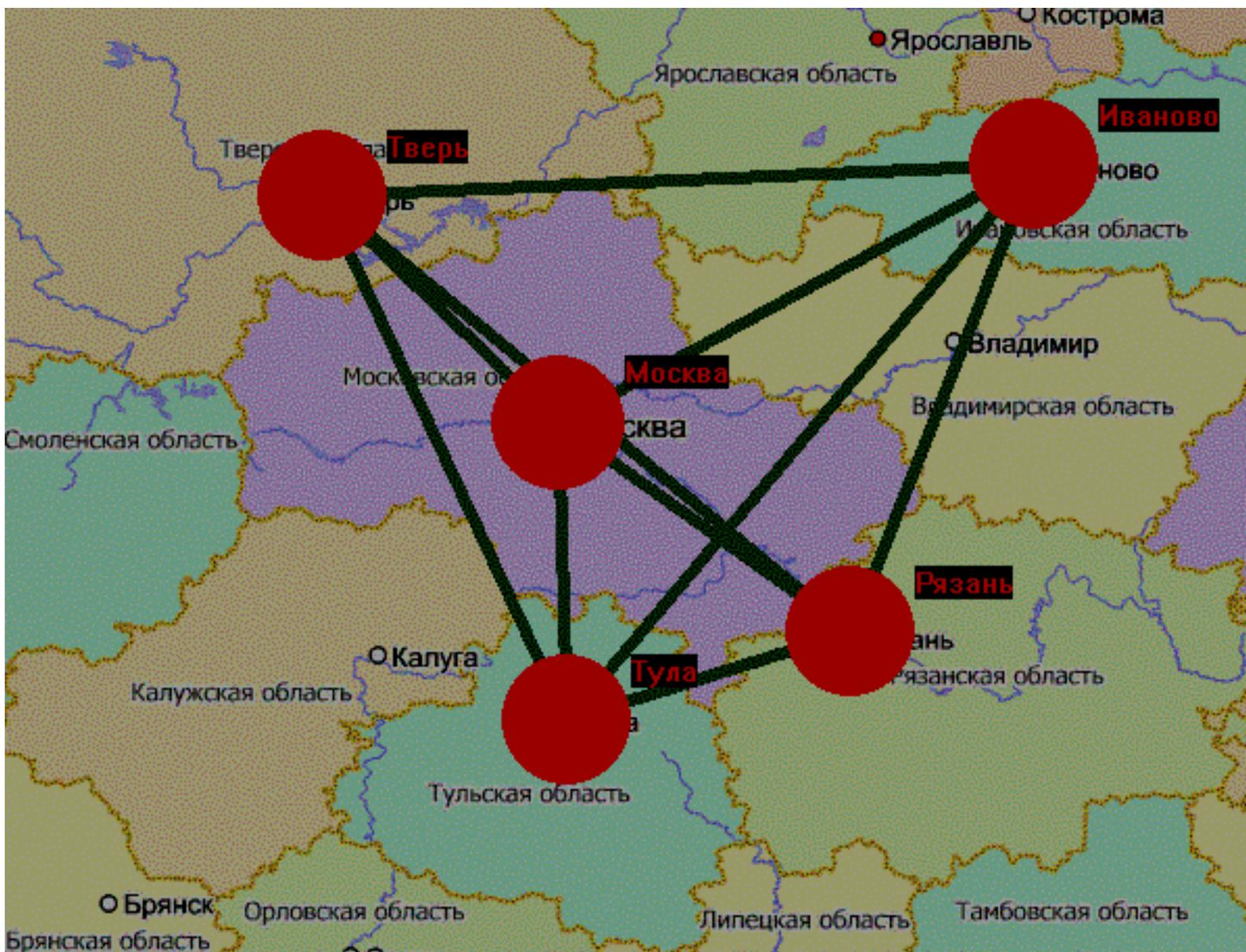


Рис. 3. Основные потоки товаров направляются через Москву, которая опережает остальные города в росте.

Начальная конфигурация показана на рис. 1.

Затем на протяжении 45 шагов (лет) происходит развитие транспортной сети. Поначалу новые дороги связывают только города-производители, которые растут за счет торговли. В приведенной на рис. 2 конфигурации размер каждого из четырех городов составляет около 150, рост Москвы не наблюдается.

Однако еще через 55 шагов ситуация резко меняется (рис. 3). Перевозчики товара «заметили» удобный перевалочный пункт. Строятся дороги, связывающие четыре города с Москвой, через которую направляется значительная часть потоков товаров и которая переживает бурный рост. В представленный момент размер Москвы достигает 250, в то время как размеры остальных городов едва превышают 200.

Здесь следует отметить, что в модели формально заложен лишь рост городов, а при ее соотнесении с реальностью следует рассматривать относительные размеры узлов. Таким образом, можно даже говорить о некотором упадке (и уж точно – о снижении темпов роста) городов, изначально бывших центрами производства, по сравнению с городом, оказавшимся на пересечении торговых путей.

В качестве второго пробного сценария была рассмотрена конфигурация, в которой существуют два крупных города (начальный размер 100), нуждающихся в продукции друг друга (условные названия Альфа и Омега), прямое сообщение между которыми остановлено по каким-то внеэкономическим (политическим, военным и т.п.) причинам, что моделировалось простым запретом прокладки прямой коммуникации между упомянутыми узлами. Также в данной конфигурации присутствуют два небольших как по размеру (10), так и по экономическому потенциалу города Эпсилон и Ипсилон, на которые не наложено ограничений по установлению транспортных коммуникаций. Эта конфигурация показана на рис. 4.

В этом сценарии при сохранении запрета на осуществление прямых транспортных перевозок между Альфой и Омегой уже через десяток шагов не только устанавливается «обходной» торговый путь через Эпсилон и Ипсилон, но и начинается их бурный рост, приводящий к тому, что бывшие «малые» города обгоняют по развитию Альфу и Омегу. Результат представлен на рис. 5.

Если же в рамках тех же самых начальных данных не препятствовать самопроизвольному установлению транспортных коммуникаций, то ожидаемо основной поток перевозок установится между городами Альфа и Омега. Это приведет к их быстрому росту при том что Эпсилон и Ипсилон, также выстроив транспортные связи для собственного пользования, не догонят своих крупных соседей и будут развиваться гораздо более медленно, чем в предыдущем варианте развития событий.

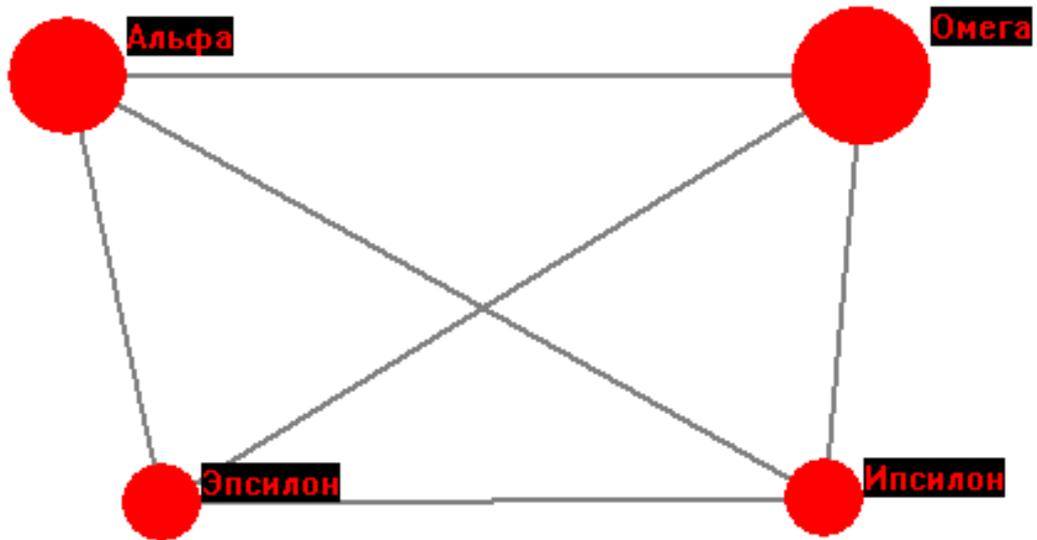


Рис. 4. Начальная ситуация при моделировании запрета прямого торгового сообщения. Дороги еще не проложены

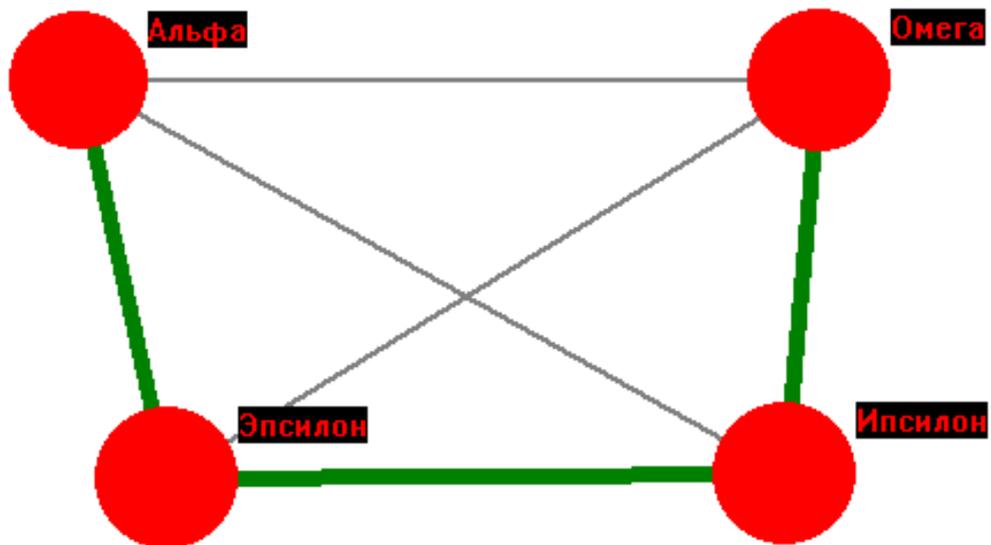


Рис. 5. Установлены «обходные» транспортные связи, наблюдается опережающий рост транзитных узлов.

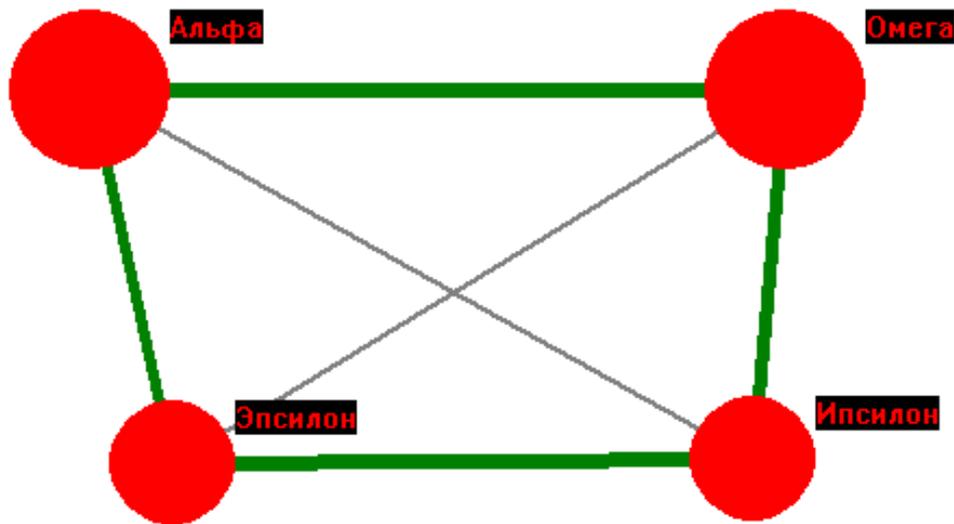


Рис. 6. Результат развития той же транспортной сети без запрета прямых перевозок

### Литература

1. *Lucio Bianco, Agostino A Bella (eds.)*. Freight transport planning and logistics. Berlin etc.: Springer, 1967.
2. *Бутов А.С., Гаскаров Д.В., Егоров А.Н., Крупенина Н.В.*. Под ред. Бутова А.С. Транспортные системы. Моделирование и управление. СПб.: Судостроение, 2001. 552 с.
3. *Попков Ю.С. и др.* Системный анализ и проблемы развития городов. М.: 1983.
4. *Лившиц В.В.* Математическая модель случайно-детерминированного выбора и ее применение для расчета трудовых корреспонденций. // Автоматизация процессов градостроительного проектирования. Сборник. М.: ЦНИИП градостроительства. 1973. С. 39-57.
5. *Haegerstrand T.* Innovation diffusion as a spatial process. Lund, CWK Gleerup, 1953.
6. *Beckmann M.J.* A continuous model of transportation. // *Econometrica*, Vol. 20, No. 4, The University of Chicago, 1952. P. 643-660.
7. *Малков А.С.* О математическом моделировании товаропотоков. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2005, № 11.
8. *Швецов В.И., Алиев А.С.* Математическое моделирование загрузки транспортных сетей. М.: УРСС. 2003.