



Бойзелинк Т., Бавинхов К.Ван,
Абрашкин В.И., Казакова А.Е.,
Сазонов В.В.

Определение
вращательного движения
спутника 'Фотон М-3' по
данным бортовых
измерений магнитного поля
Земли

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Определение вращательного движения спутника 'Фотон М-3' по данным бортовых измерений магнитного поля Земли / Т.Бойзелинк [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2008. № 80. 31 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2008-80>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша

Т. Бойзелинк, К. Ван Бавинхов, В.И. Абрашкин,
А.Е. Казакова, В.В. Сазонов

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ
СПУТНИКА *ФОТОН М-3* ПО ДАННЫМ БОРТОВЫХ
ИЗМЕРЕНИЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ**

Москва - 2008

Аннотация

Приведены результаты реконструкции вращательного движения спутника *Фотон М-3* во время его неуправляемого полета в сентябре 2007 г. Реконструкция выполнена посредством обработки данных бортовых измерений магнитного поля Земли, полученных аппаратурой DIMAC. Измерения проводились непрерывно в течение всего полета, но процедура обработки имела дело с порциями данных, охватывающими отрезки времени длиной несколько орбитальных витков. Данные, полученные на каждом таком отрезке, обрабатывались совместно методом наименьших квадратов с помощью интегрирования уравнений движения спутника относительно центра масс. При обработке оценивались начальные условия движения и параметры используемой математической модели. Результаты обработки 16 отрезков данных дали полное представление о движении спутника. Это движение, начавшееся с малой угловой скоростью, постепенно ускорялось и через пять суток стало близко к регулярной прецессии Эйлера осесимметричного твердого тела. В конце неуправляемого полета угловая скорость спутника относительно его продольной оси составляла 0.5 град./с; проекция угловой скорости на плоскость, перпендикулярную этой оси, имела модуль около 0.18 град./с.

T. Beuselinck, C. Van Bavinchove, V.I. Abrashkin, A.E. Kazakova, V.V. Sazonov. Determination of the spacecraft *Foton M-3* attitude motion on measurements of the Earth magnetic field. We present the results of reconstruction of the attitude motion of the spacecraft *Foton M-3* during its uncontrolled flight in September 2007. The reconstruction was realized by processing onboard measurements of the Earth magnetic field strength produced by the measurement system DIMAC. The measurement data were accumulated continually during the flight but the processing procedure dealt with data segments, which had length about a few hours. The measurement data on each such segment were processed simultaneously by means of the least squares method and integration of the spacecraft attitude motion equations. The estimates of the mathematical model parameters and initial conditions of the attitude motion were obtained as a result of such processing. The results of processing 16 segments above made clear the motion during the flight. The motion began with very small angular rates, but then it became faster and proved to be close to Euler's regular precession of an axially symmetric rigid body. At the end of the uncontrolled flight, the spacecraft angular rate around its longitudinal axis was equal roughly 0.5 deg./s, projection of the angular rate vector onto the plane perpendicular to that axis was equal roughly 0.18 deg./s.

1. Уравнения вращательного движения спутника. Спутник считаем гироскопом, центр масс которого движется по геоцентрической орбите. Для записи уравнений движения спутника относительно центра масс и соотношений, используемых при обработке данных измерений, введем четыре правые декартовы системы координат.

$Oy_1y_2y_3$ — жестко связанная со спутником приборная система координат. Точка O — центр масс спутника, ось Oy_1 параллельна продольной оси спутника и направлена от спускаемого аппарата к приборному отсеку. В этой системе интерпретируются данные измерений бортовых магнитометров.

$Ox_1x_2x_3$ — система координат, образованная главными центральными осями инерции спутника. Оси Ox_i составляют малые углы с осями Oy_i ($i = 1, 2, 3$). Ниже, если не оговорено особо, компоненты векторов относятся к системе $Ox_1x_2x_3$.

$CY_1Y_2Y_3$ — гринвичская система координат. Точка C — центр масс Земли, плоскость CY_1Y_2 содержит экватор, положительная полуось CY_1 пересекает гринвичский меридиан, ось CY_3 направлена в Северный полюс.

$CZ_1Z_2Z_3$ — квазиинерциальная система координат. Ось CZ_2 параллельна вектору кинетического момента орбитального движения спутника, ось CZ_3 лежит в плоскости экватора и направлена в восходящий узел оскулирующей орбиты спутника. Абсолютная величина угловой скорости этой системы не превышает 5 град./сут.

Матрицу перехода от системы $Ox_1x_2x_3$ к гринвичской системе обозначим $\|g_{ij}\|_{i,j=1}^3$, g_{ij} — косинус угла между осями CY_i и Ox_j . Элементы этой матрицы будем выражать в функции углов γ_g , δ_g и β_g , которые введем с помощью следующего условия (ср. [1, 2]). Если точку C перенести в точку O , то систему $CY_1Y_2Y_3$ можно перевести в систему $Ox_1x_2x_3$ тремя последовательными поворотами: 1) на угол $\delta_g + \pi/2$ вокруг оси CY_2 , 2) на угол β_g вокруг новой оси CY_3 , 3) на угол γ_g вокруг новой оси CY_1 , совпадающей с осью Ox_1 . Такие же углы, но обозначаемые γ , δ' и β , будем использовать для задания положения системы $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $CZ_1Z_2Z_3$.

Матрицу перехода от системы $Ox_1x_2x_3$ к приборной системе координат обозначим $\|b_{ij}\|_{i,j=1}^3$, где b_{ij} — косинус угла между осями Oy_i и Ox_j . Элементы этой матрицы выражаются в функции углов γ_c , α_c и β_c [2], на которые надо повернуть приборную систему последовательно вокруг осей Oy_2 , Oy_3 и Oy_1 , чтобы перевести ее в систему $Ox_1x_2x_3$. Углы γ_g , δ_g , β_g и γ_c , α_c , β_c используются в программах обработки данных измерений. Углы γ , δ' и β используются для графического представления движения спутника.

Уравнения движения спутника состоят из двух подсистем. Одна подсистема описывает движение его центра масс, другая — движение относительно центра масс. Подсистема уравнений движения центра масс спутника записана в гринвичской системе координат с учетом нецентральности гравитационного поля Земли и сопротивления атмосферы. Нецентральность поля

учитывается с точностью до членов порядка (16,16) включительно в разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по шаровым функциям. Атмосфера считается вращающейся вместе с Землей, ее плотность рассчитывается согласно модели ГОСТ Р 25645.166-2004 [3]. Решения этой подсистемы находились из условия наилучшей аппроксимации двухстрочных элементов орбиты *Фотона М-3* на отрезках времени длиной 3 — 5 сут (см. [4, 5], где такая аппроксимация построена для *Фотона-11* и *Фотона М-2*).

Подсистема уравнений движения вокруг центра масс образована динамическими уравнениями Эйлера для компонент абсолютной угловой скорости системы $Ox_1x_2x_3$ и кинематическими уравнениями Пуассона для первых двух строк матрицы $\|g_{ij}\|$. В уравнениях Эйлера учитываются действующие на спутник гравитационный и восстанавливающий аэродинамический моменты, а также момент, обусловленный взаимодействием магнитного поля Земли (МПЗ) с собственным дипольным магнитным моментом спутника. Кроме того, в уравнениях Эйлера учитывается гиросtatический момент внутренних устройств спутника (вентиляторов, роторов и т.п.), компоненты которого считаются постоянными. При вычислении аэродинамического момента использовалась модель атмосферы [3], внешняя оболочка спутника считалась сферой центр, которой смещен относительно точки O . Принималось, что молекулы воздуха при столкновении с оболочкой испытывают абсолютно неупругий удар и что атмосфера вращается вместе с Землей. Подсистема уравнений вращательного движения имеет вид

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_1 &= \mu(\omega_2\omega_3 - \nu x_2x_3) + k_1, \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda\mu}(\omega_1\omega_3 - \nu x_1x_3) + \frac{\lambda k_2}{1 + \lambda\mu}, \\ \dot{\omega}_3 &= -(1 - \lambda + \lambda\mu)(\omega_1\omega_2 - \nu x_1x_2) + \lambda k_3,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{g}_{11} &= g_{12}\omega_3 - g_{13}\omega_2 + \omega_e g_{21}, & \dot{g}_{21} &= g_{22}\omega_3 - g_{23}\omega_2 - \omega_e g_{11}, \\ \dot{g}_{12} &= g_{13}\omega_1 - g_{11}\omega_3 + \omega_e g_{22}, & \dot{g}_{22} &= g_{23}\omega_1 - g_{21}\omega_3 - \omega_e g_{12}, \\ \dot{g}_{13} &= g_{11}\omega_2 - g_{12}\omega_1 + \omega_e g_{23}, & \dot{g}_{23} &= g_{21}\omega_2 - g_{22}\omega_1 - \omega_e g_{13},\end{aligned}\tag{1}$$

$$\lambda = \frac{I_1}{I_3}, \quad \mu = \frac{I_2 - I_3}{I_1}, \quad \nu = \frac{3\mu_e}{R^5},$$

$$k_1 = \kappa(v_2p_3 - v_3p_2) + q_2\omega_3 - q_3\omega_2 + m_2h_3^\circ - m_3h_2^\circ,$$

$$k_2 = \kappa(v_3p_1 - v_1p_3) + q_3\omega_1 - q_1\omega_3 + m_3h_1^\circ - m_1h_3^\circ,$$

$$k_3 = \kappa(v_1p_2 - v_2p_1) + q_1\omega_2 - q_2\omega_1 + m_1h_2^\circ - m_2h_1^\circ,$$

$$R = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}, \quad \kappa = E\rho_a\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}.$$

Здесь ω_i , x_i и v_i — компоненты угловой скорости системы $Ox_1x_2x_3$, геоцентрического радиуса-вектора точки O и скорости этой точки относительно поверхности Земли; I_i — моменты инерции спутника относительно осей Ox_i ; p_i — параметры аэродинамического момента; q_i и m_i — отнесенные к I_1 компоненты гиростатического момента внутренних устройств спутника и его дипольного магнитного момента; h_i° — компоненты вектора \mathbf{H} напряженности МПЗ в точке O , ρ_a — плотность атмосферы в точке O , E — масштабирующий множитель.

Имеют место формулы

$$h_i^\circ = \sum_{j=1}^3 H_j g_{ji} \quad (i = 1, 2, 3),$$

где H_j — компоненты вектора \mathbf{H} в гринвичской системе координат. Эти компоненты определяются моделью IGRF2005. При численном интегрировании уравнений (1) третья строка матрицы $\|g_{ij}\|$ вычисляется как векторное произведение ее первой и второй строк, и используются следующие единицы измерения переменных и параметров: $[t] = 10^3$ с, $[x_i] = 10^3$ км, $[v_i] =$ км/с, $[\omega_i] = [q_i] = 10^{-3}$ с $^{-1}$, $[\rho_a] =$ кг/м 3 , $[p_i] =$ см/кг, $[m_i] = 10^{-5}$ г $^{-1/2}$ см $^{1/2}$ с $^{-1}$, $[h_i^\circ] = 0.1$ г $^{1/2}$ см $^{-1/2}$ с $^{-1} = 0.1$ Э. Размерности m_i и h_i° указаны в системе физических величин СГСМ. Для согласования размерностей в членах, описывающих аэродинамический момент, принято $E = 10^{10}$.

Переменные g_{1i} и g_{2i} зависимы, они связаны условиями ортогональности матрицы $\|g_{ij}\|$. По этой причине начальные условия для g_{1i} и g_{2i} выражаются через углы γ_g , δ_g и β_g . Параметры λ , μ в уравнениях (1) и углы γ_c , α_c , β_c можно считать известными, поскольку известен проектный тензор инерции спутника в приборной системе координат. Номинальные значения этих параметров $\lambda^\circ = 0.255$, $\mu^\circ = 0.10$, $\gamma_c = \alpha_c = \beta_c = 0$. Величины p_i , q_i и m_i считаются неизменными на каждом интервале обработки данных измерений (см. ниже), но их значения определяются в результате этой обработки наряду с неизвестными начальными условиями движения спутника. Иными словами, p_i , q_i и m_i являются параметрами согласования. Использовались также варианты обработки данных измерений, в которых набор параметров согласования включает все или некоторые из величин λ , μ , γ_c , α_c , β_c .

Ниже приводятся результаты двух вариантов обработки. Для краткости будем называть эти варианты (и лежащие в их основе математические модели) вариантами (моделями) М15 и М20. В варианте М15 определяются начальные условия движения спутника и параметры p_i , q_i и m_i — всего 15 скалярных величин, фиксированные параметры: $\lambda = \lambda^\circ$, $\mu = \mu^\circ$, $\gamma_c = \alpha_c = \beta_c = 0$. В варианте М20 уточняются все перечисленные выше параметры, т. е. 20 скалярных величин. Основное внимание уделяется результатам, полученным с помощью варианта М20.

2. Методика определения движения спутника по данным измерений бортовых магнитометров. На *Фотоне М-3* находилась аппаратура DIMAC, которая имела четыре трехкомпонентных магнитометра, установленных в разных частях спускаемого аппарата и занумерованных числами 0, 1, 2 и 3. Измерения проводились в течение всего полета. Оцифровка показаний всех магнитометров выполнялась для одних и тех же моментов времени. Интервалы между соседними измерениями не были постоянными. Их длина варьируется в пределах $1 \div 12$ с, а в среднем составляет около 5 с. Как показал анализ полученных данных, показания магнитометров 1, 2 и 3 хорошо согласованы между собой и являются достаточно точными измерениями МПЗ. Показания магнитометра 0 несколько отличаются от показаний остальных магнитометров.

Обработка выполнялась следующим образом. Измерения магнитометров 1, 2 и 3, относящиеся к одному и тому же моменту времени t , пересчитывались в приборную систему $Oy_1y_2y_3$ и покомпонентно усреднялись с равными весами. Найденные средние значения считались измеренными значениями компонент $h_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) вектора $\mathbf{H}(t)$ в приборной системе координат.

Данные измерений, полученные на временном интервале в несколько часов, обрабатывались совместно. Объем этих данных велик, и при построении по ним решения уравнений (1), аппроксимирующего фактическое движение спутника, проводилось их предварительное сжатие [5, 6]. Для данных измерений каждой компоненты h_i , относящихся к обрабатываемому отрезку времени $t_0 \leq t \leq t_0 + T$, методом наименьших квадратов строилось сглаживающее выражение

$$f_i(t) = C_{i,M+1} + C_{i,M+2}(t - t_0) + \sum_{m=1}^M C_{i,m} \sin \frac{\pi m(t - t_0)}{T}, \quad (2)$$

где $C_{i,m}$ — коэффициенты. С помощью таких выражений вычислялась совокупность чисел

$$t_n = t_0 + \frac{nT}{N}, \quad h_i^{(n)} = f_i(t_n) \quad (i = 1, 2, 3; \quad n = 0, 1, \dots, N; \quad N > M), \quad (3)$$

служившая исходной информацией для построения требуемого решения уравнений (1). Величины $h_i^{(n)}$ будем называть псевдоизмерениями. Они представляют собой приближенные значения компонент вектора $\mathbf{H}(t_n)$ в приборной системе координат. Во всех случаях вычисления псевдоизмерений принималось $T \approx 360$ мин, $N = 360$, $t_{n+1} - t_n \approx 1$ мин, $M = 200$.

Типичный вид графиков сглаживающих выражений (2) представлен на рис. 1а. На рис. 1б приведены графики ошибок сглаживания $e_i(t) = h_i(t) - f_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$). Последние графики представляют собой ломаные, звенья

которых последовательно соединяют точки, абсциссы которых — моменты измерений, а ординаты — невязки аппроксимации данных измерений выражениями (2). В примере на рис. 1 число моментов времени с измерениями — 4692, среднеквадратичные ошибки аппроксимации компонент h_1 , h_2 и h_3 выражениями (2) равны соответственно 38γ , 76γ и 76γ .

Привязка ко времени данных магнитных измерений не вполне точна, и в моментах t_n имеется некоторый сдвиг. Этот сдвиг принимался неизменным на всем интервале обработки. Величина сдвига определялась методом наименьших квадратов из условия наилучшего совпадения модулей (псевдо)измеренного и расчетного векторов напряженности МПЗ в точках t_n . Введем функцию

$$\Psi(\tau, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3) = \sum_{n=0}^N \left\{ \sqrt{\sum_{i=1}^3 [h_i^{(n)} - \Delta_i]^2} - \sqrt{\sum_{i=1}^3 H_i^2(t_n + \tau)} \right\}^2,$$

где τ — указанный сдвиг во времени, Δ_i — постоянные систематические ошибки (смещения) в псевдоизмерениях. Положим

$$\Psi_1(\tau) = \min_{\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3} \Psi(\tau, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3).$$

Функция $\Psi_1(\tau)$ вычислялась на равномерной сетке с шагом 0.1 с. Минимизация Ψ по Δ_i на каждом шаге выполнялась методом Гаусса-Ньютона. Значение τ , доставляющее минимум функции Ψ_1 на этой сетке, принималось в качестве сдвига. Стандартное отклонение σ_τ сдвига рассчитывалось в рамках метода наименьших квадратов по формуле

$$\sigma_\tau^2 = 2\Psi_1 \left[(N - 3) \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial \tau^2} \right]^{-1}.$$

Правая часть этой формулы вычисляется в точке минимума Ψ_1 , вторая производная находится по сеточным значениям Ψ_1 разностным способом.

В качестве примера в верхней части рис. 1в приведены графики функций

$$h_{\text{mes}}(t) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 [f_i(t - \tau) - \Delta_i]^2} \quad \text{и} \quad h_{\text{calc}}(t) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 H_i^2(t)}.$$

Графики первой функции выглядят менее гладкими, они построены по выражениям (2), приведенным на рис. 1а. В нижней части рис. 1в изображен график разности $e(t) = h_{\text{mes}}(t) - h_{\text{calc}}(t)$. В данном случае $\tau = 8.4$ с, $\sigma_\tau = 2.1$ с, среднеквадратичное значение функции $e(t)$ составляет 480γ .

Опишем методику определения движения спутника по данным (3). Следуя методу наименьших квадратов, аппроксимацией фактического движения

спутника на отрезке $t_0 \leq t \leq t_0 + T$ будем считать решение системы (1), доставляющее минимум функционалу

$$\Phi = \sum_{i=1}^3 \left\{ \sum_{n=0}^N \left[h_i^{(n)} - \hat{h}_i(t_n) \right]^2 - (N+1) \tilde{\Delta}_i^2 \right\}, \quad (4)$$

$$\tilde{\Delta}_i = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N \left[h_i^{(n)} - \hat{h}_i(t_n) \right], \quad \hat{h}_i(t) = \sum_{j=1}^3 b_{ij} h_j^{\circ}(t).$$

Функционал (4) получен в результате преобразования стандартного функционала метода наименьших квадратов, возникающего при уравнивании соотношений $h_i^{(n)} \approx \hat{h}_i(t_n) + \Delta_i$ ($i = 1, 2, 3; n = 0, 1, \dots, N$) [5, 6]. Минимизация Φ проводится по начальным условиям решения $\gamma_0 = \gamma_g(t_0)$, $\delta_0 = \delta_g(t_0)$, $\beta_0 = \beta_g(t_0)$, $\omega_{i0} = \omega_i(t_0)$ ($i = 1, 2, 3$) и параметрам математической модели $p_i, q_i, m_i, \lambda, \mu, \gamma_c, \alpha_c, \beta_c$. Некоторые параметры могут быть фиксированы. Те величины, значения которых определяются в процессе минимизации Φ_1 , будем называть уточняемыми.

Минимизация функционала выполнялась в несколько этапов разными методами и при разном выборе уточняемых параметров (см. [1, 2, 5, 6]). На заключительном этапе применялся метод Гаусса-Ньютона, и если обрабатываемый интервал имел сравнительно большую длину, то этот этап выполнялся в рамках варианта М20. Однако в случае *Фотона М-3* вариант М15 также оказался полезным. Ниже приводятся результаты только этих двух вариантов. Для простоты письма все уточняемые величины объединим в один вектор z , $\dim z = 15$ для варианта М15 и $\dim z = 20$ для варианта М20. В принятых обозначениях $\Phi = \Phi(z)$, $z_* = \operatorname{argmin} \Phi(z)$ — искомая оценка вектора z .

Точность аппроксимации псевдоизмерений и оценки z_* будем характеризовать, следуя методу наименьших квадратов, соответствующими стандартными отклонениями. Последние вычисляются в предположении, что ошибки в псевдоизмерениях не коррелированы и имеют одинаковые дисперсии, средние значения ошибок в псевдоизмерениях одной и той же векторной компоненты напряженности МПЗ равны. Такой подход выбран из соображений удобства и вида функционала (4). Теоретико-вероятностные условия его адекватности требуют дополнительного обсуждения. При сделанных допущениях z_* — случайный вектор, который имеет приблизительно нормальное распределение со средним значением, равным истинному значению z . Ковариационная матрица этого вектора и оценка дисперсии ошибок в псевдоизмерениях вычисляются по формулам

$$K_z = \sigma^2 C^{-1} = \left\| K_{ij} \right\|_{i,j=1}^q, \quad \sigma^2 = \frac{\Phi(z_*)}{3N - \dim z}.$$

Здесь C — вычисленная в точке z_* матрица системы нормальных уравнений, возникающей при минимизации $\Phi(z)$ методом Гаусса-Ньютона, $2C \approx \partial^2 \Phi(z_*)/\partial z^2$. Точность аппроксимации псевдоизмерений будем характеризовать стандартным отклонением σ , точность оценки z_* — стандартными отклонениями $\sqrt{K_{ii}}$ ($i = 1, 2, \dots, q$). Стандартные отклонения величин $\gamma_0, \omega_{i0}, p_i, \lambda, \gamma_c$ и т. п. будем обозначать $\sigma_\gamma, \sigma_{\omega_i}, \sigma_{p_i}, \sigma_\lambda, \sigma_{\gamma_c}$.

3. Результаты определения движения Фотона М-3 на 16 интервалах времени приведены в табл. 1 — 8 и на рис. 2 — 9. Рисунки иллюстрируют движение спутника относительно квазиинерциальной системы координат $CZ_1Z_2Z_3$ и качество аппроксимации псевдоизмерений в рамках математической модели М20. Таблицы содержат описание интервалов и некоторые характеристики решений системы (1), полученных в рамках моделей М20 и М15. В частности, в табл. 1 указаны начальная точка t_0 каждого интервала и число N в соответствующей совокупности данных (3), в столбцах σ_{M15} и σ_{M20} приведены оценки стандартного отклонения σ для моделей М15 и М20. Для всех интервалов $T/N = 1$ мин. Длины интервалов 1, 3 — 6, 8 и 11 равны трем орбитальным виткам, длины остальных интервалов — четыре орбитальных витка. Длины указанных семи интервалов уменьшены, поскольку при увеличении их длины принятые математические модели становились неадекватными — либо точность аппроксимации данных значительно ухудшалась, либо оценки некоторых параметров модели получались явно неверными.

Рассмотрим рисунки. Каждый из рис. 2, 3, 4, 6 и 8 естественным образом разбивается на три части — левую, среднюю и правую. Правые части иллюстрируют качество аппроксимации псевдоизмерений (3) функциями $\hat{h}_i(t)$ в (4). Здесь в каждой системе координат сплошной линией изображен график одной из этих функций на отрезке $t_0 \leq t \leq t_0 + T$, маркерами указаны точки $(t_n, h_i^{(n)} - \tilde{\Delta}_i)$, $n = 0, 1, \dots, N$. В средней части рисунков помещены графики компонент угловой скорости $\omega_i(t)$ в найденных решениях уравнений (1). Анализ всей совокупности таких графиков для интервалов табл. 1 показывает, что угловая скорость спутника постепенно возрастала. Аналогичное, но более значительное возрастание имело место у спутников *Фотон-11*, *Фотон-12* и *Фотон М-2* [4, 5, 7, 8]. В рамках модели, принятой в [5], этот эффект объясняется действием на спутник механического момента, постоянного в системе координат $Ox_1x_2x_3$. Такой момент может возникнуть, например, из-за травления газа. В [5] действие постоянного момента учитывалось в уравнениях движения спутника, причем компоненты этого момента были уточняемыми параметрами. Явный учет постоянного момента при обработке магнитных измерений позволил заметно повысить точность их аппроксимации в рамках используемой математической модели.

В случае *Фотона М-3* действие постоянного момента было более слабым.

Введение этого момента в уравнения движения при обработке магнитных измерений практически не улучшало точность их аппроксимации, оценки постоянного момента были на уровне соответствующих стандартных отклонений. В такой ситуации окончательная обработка данных, результаты которой описываются в данной работе, выполнялась без учета постоянного момента. Вместо постоянного момента в уравнениях (1) учитывается гиростатический момент внутренних устройств спутника. Этот момент был существен и создавался, в основном, центрифугой установки ВЮВОХ. Кроме того, в уравнениях (1) учитывается взаимодействие с МПЗ собственного дипольного магнитного момента спутника.

Как видно из рисунков, неуправляемое движение спутника, начавшееся из положения покоя в орбитальной системе координат, постепенно становилось все более быстрым. После 17.09.2007 происходило заметное возрастание компоненты угловой скорости ω_1 . По мере этого возрастания движение спутника становилось все больше похоже на регулярную прецессию Эйлера осесимметричного гиростата — осесимметричного твердого тела с гиростатическим моментом, направленным по оси симметрии. Формирование регулярной прецессии с медленно возрастающей угловой скоростью ω_1 и практически неизменным значением $\omega_\perp = \sqrt{\omega_2^2 + \omega_3^2}$ завершилось после четырех — пяти суток полета. Начиная примерно с этого времени, движение *Фотона М-3* на интервалах обработки данных измерений имеет смысл характеризовать величинами

$$\langle \omega_1 \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \omega_1 dt, \quad \delta\omega_1 = \left[\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (\omega_1 - \langle \omega_1 \rangle)^2 dt \right]^{1/2}$$

и определяемыми аналогичными формулами величинами $\langle \omega_\perp \rangle$, $\delta\omega_\perp$. Среднеквадратичные отклонения $\delta\omega_1$ и $\delta\omega_\perp$ характеризуют близость движения спутника к регулярной прецессии с параметрами $\langle \omega_1 \rangle$ и $\langle \omega_\perp \rangle$. Значения величин $\langle \omega_1 \rangle$, $\delta\omega_1$, $\langle \omega_\perp \rangle$ и $\delta\omega_\perp$ для интервалов времени, на которых можно говорить о близости к регулярной прецессии, указаны в табл. 1. Расчет этих величин выполнен в рамках модели М20.

Поясним смысл величин $\langle \omega_1 \rangle$, $\delta\omega_1$, $\langle \omega_\perp \rangle$ и $\delta\omega_\perp$. Уравнения (1) могут иметь решения, описывающие точную регулярную прецессию Эйлера указанного выше вида лишь при выполнении следующих условий. Во-первых, на спутник не должны действовать внешние моменты — в (1) должно быть $\mu_e = 0$, $p_i = 0$, $m_i = 0$ ($i = 1, 2, 3$). Во-вторых, спутник должен быть осесимметричным телом с осью симметрии Ox_1 , т. е. должен иметь $\mu = 0$. В-третьих, гиростатический момент должен быть направлен вдоль оси Ox_1 , т. е. должны выполняться равенства $q_2 = q_3 = 0$. Последнее условие приближенно выполнялось для установки ВЮВОХ — ось ее центрифуги была практически

параллельна оси Oy_1 (см. также табл. 4, 5). При выполнении всех перечисленных условий первые три уравнения (1) принимают вид

$$\dot{\omega}_1 = 0, \quad \dot{\omega}_2 = [(1 - \lambda)\omega_1 - \lambda q_1]\omega_3, \quad \dot{\omega}_3 = -[(1 - \lambda)\omega_1 - \lambda q_1]\omega_2. \quad (5)$$

Эти уравнения допускают два первых интеграла ω_1 и ω_\perp . Примерное постоянство этих интегралов на некоторых решениях полной системы (1) (см. табл. 1) означает, что перечисленные выше условия в конце полета соответствовали реальности. Величины $\delta\omega_1$, $\delta\omega_\perp$ характеризуют точность этого соответствия.

Вернемся к рисункам. В левой части рис. 2, 3, 4, 6 и 8 находятся графики зависимости от времени углов γ , δ' и β , задающих ориентацию спутника относительно системы координат $CZ_1Z_2Z_3$. Наибольший интерес здесь представляют графики угла β между осью Ox_1 и плоскостью орбиты. На всех этих графиках β меняет знак. Приведенные графики углов не всегда дают наглядное представление даже об установившемся движении спутника. Например, судя по графикам углов на рис. 6, можно понять, что на интервале 12 спутник практически равномерно вращался вокруг оси Ox_1 , движение этой оси происходило по конусу, ось конуса была близка к плоскости орбиты. Кинематическая интерпретация графиков углов на рис. 4 и 8 затруднительна.

Чтобы дать более наглядное представление о движении спутника на интервалах 5 — 16 из табл. 1, на которых угловая скорость ω_1 была достаточно велика, строились проекции соответствующих годографов орта оси Ox_1 на плоскость орбиты CZ_1Z_3 и на плоскости CZ_1Z_2 , CZ_2Z_3 . Как оказалось, все эти проекции выглядят однотипно. Их примеры приведены на рис. 5, 7 и 9. Судя по этим рисункам, начиная с 16.09.2007, движение оси Ox_1 происходило по конусу. Ось конуса медленно эволюционировала. Если ось CZ_2 лежала вне этого конуса (здесь полагаем, что точки C и O совпадают), то графики углов γ и δ' имеют сравнительно простой и регулярный вид, как рис. 6. Если же ось CZ_2 попадала внутрь конуса, то графики углов γ и δ' выглядят более сложно (ср. рис. 7, 9). В случае интервалов 1 — 4 проекции годографа орта оси Ox_1 на плоскости CZ_iZ_j ($i \neq j$) не образуют регулярных структур.

Оценки параметров спутника, полученные в рамках моделей M15 и M20, и их стандартные отклонения приведены в табл. 2 — 8. Прежде чем обсудить эти оценки, еще раз отметим, что хотя обычные теоретико-вероятностные допущения метода наименьших квадратов в применяемой методике не выполнены, стандартные отклонения оказываются полезными характеристиками. Анализ этих стандартных отклонений вместе с анализом собственных векторов матрицы C (см. п. 2), отвечающих ее нескольким минимальным собственным числам, позволяет понять характер неопределенности, которая возникает при реконструкции движения. Анализ основан на формуле

$$C^{-1} = \sum_{k=1}^q \left(\frac{u_k}{\sqrt{c_k}} \right) \left(\frac{u_k}{\sqrt{c_k}} \right)^T,$$

где c_k и u_k — собственные числа и ортонормированные собственные векторы матрицы C . Из этой формулы следует, что наибольшие стандартные отклонения имеют те определяемые параметры, которым отвечают наибольшие компоненты векторов $u_k/\sqrt{c_k}$.

В качестве примера такого анализа исследуем точность определение движения на интервале 14. Стандартные отклонения оценок модели M20 в данном случае составляют

$$\begin{aligned} \sigma_\gamma &= 0.21, & \sigma_\delta &= 0.0031, & \sigma_\beta &= 0.0034, & \sigma_{\omega_1} &= 0.012, & \sigma_{\omega_2} &= 0.30, \\ \sigma_{\omega_3} &= 0.56, & \sigma_{p_1} &= 0.0017, & \sigma_{p_2} &= 0.0014, & \sigma_{p_3} &= 0.0062, & \sigma_{q_1} &= 0.17, \\ \sigma_{q_2} &= 0.021, & \sigma_{q_3} &= 0.037, & \sigma_{m_1} &= 0.0045, & \sigma_{m_2} &= 0.0074, & \sigma_{m_3} &= 0.012, \\ \sigma_\lambda &= 0.0035, & \sigma_\mu &= 0.025, & \sigma_{\gamma_c} &= 0.21, & \sigma_{\alpha_c} &= 0.0011, & \sigma_{\beta_c} &= 0.0011. \end{aligned}$$

Стандартные отклонения углов здесь выражены в радианах, стандартные отклонения остальных величин — в единицах, в которых интегрируются уравнения (1), в частности, $[\sigma_{\omega_i}] = 10^{-3}\text{с}^{-1}$. В приведенном примере наименее точно найдены начальные условия γ_0 , ω_{20} , ω_{30} и параметр γ_c .

Большие значения σ_γ , σ_{ω_2} , σ_{ω_3} и σ_{γ_c} объясняются так. Собственные числа матрицы C , выписанные в порядке возрастания, в данном случае составляют (при расчете функционала (4), формировании соответствующей системы нормальных уравнений и т. п. единица измерения напряженности магнитного поля равнялась 50000 γ) $c_1 = 0.000264$, $c_2 = 0.00465$, $c_3 = 0.178$, 0.635, 0.746, 4.47, ..., $1.602 \cdot 10^7$; ее собственные векторы $u_k/\sqrt{c_k}$ ($k = 1, 2, 3$) имеют вид

$$\begin{aligned} &[-19, 0, 0, 0, -27, 50, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 0, 0, 1, 0, 0, -18, 0, 0]^T, \\ &[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 15, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T, \\ &[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 0]^T, \end{aligned}$$

Компоненты этих векторов упорядочены так же, как указанные выше стандартные отклонения; нули означают, что модули соответствующих компонент меньше 1. Модули компонент остальных векторов $u_k/\sqrt{c_k}$ меньше 1. Выписанные векторы дают наиболее значимый вклад в стандартные отклонения уточняемых величин, причем вклад первого вектора в σ_γ , σ_{ω_2} , σ_{ω_3} и σ_{γ_c} наиболее значителен. Причина этого — уточнение тензора инерции спутника. Для твердого тела, близкого к осесимметричному, такое уточнение может содержать большую ошибку. Ошибка проявляется в параметрах положения главных осей с близкими моментами инерции, например, в угле, задающем поворот этих осей вокруг главной оси "почти симметрии" тела, и в величинах, зависящих от этого положения. В случае *Фотона М-3* в роли такого угла

выступает угол γ_c — распределение масс этого спутника близко к осесимметричному с осью симметрии Ox_1 ; в роли зависимых величин выступают начальные условия γ_0 , ω_{20} и ω_{30} . Свой вклад в указанную неопределенность вносит и вращение спутника вокруг оси Ox_1 .

Большое значение σ_{γ_c} является объективным, большие значения σ_γ , σ_{ω_2} и σ_{ω_3} обусловлены не удачной для данного типа движений спутника параметризацией начальных условий (эта параметризация выбиралась из других соображений). Величины, не зависящие от γ_c , определяются намного точнее, например, δ_0 и β_0 . Величины $\gamma_0 - \gamma_c$, $\omega_{20} \cos \gamma_0 - \omega_{30} \sin \gamma_0$ и $\omega_{20} \sin \gamma_0 + \omega_{30} \cos \gamma_0$ также уточнялись бы с существенно меньшими стандартными отклонениями [5].

Рассмотрим теперь точность определение движения на интервале 14 в рамках модели M15. Стандартные отклонения уточняемых величин в данном случае составляют

$$\begin{aligned} \sigma_\gamma &= 0.0084, & \sigma_\delta &= 0.0036, & \sigma_\beta &= 0.0046, & \sigma_{\omega_1} &= 0.0071, & \sigma_{\omega_2} &= 0.025, \\ \sigma_{\omega_3} &= 0.012, & \sigma_{p_1} &= 0.0017, & \sigma_{p_2} &= 0.00076, & \sigma_{p_3} &= 0.00053, & \sigma_{q_1} &= 0.011, \\ \sigma_{q_2} &= 0.016, & \sigma_{q_3} &= 0.013, & \sigma_{m_1} &= 0.0040, & \sigma_{m_2} &= 0.0038, & \sigma_{m_3} &= 0.019. \end{aligned}$$

Уточнения γ_c в рамках этой модели не происходит, и стандартные отклонения σ_γ , σ_{ω_2} , σ_{ω_3} заметно уменьшились. По той же причине уменьшились σ_{p_2} , σ_{p_3} , σ_{q_2} , σ_{q_3} . Существенное уменьшение σ_{q_1} имеет другую причину (см. ниже).

Собственные числа матрицы C , выписанные в порядке возрастания, в данном случае составляют $c_1 = 0.242$, $c_2 = 0.890$, $c_3 = 1.48$, $c_4 = 1.88$, 7.67 , ..., $2.35 \cdot 10^6$; ее собственные векторы $u_k/\sqrt{c_k}$ ($k = 1, \dots, 4$) имеют вид

$$\begin{aligned} &[0.5, 0, 0, 0, 1.7, -0.7, 0, 0, 0, 0, -0.6, 0.4, 0, 0, 0]^T, \\ &[0, 0, 0, 0.4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.7, 0.6, 0, 0, 0]^T, \\ &[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.6, -0.4, 0, 0, 0, 0]^T, \\ &[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -0.4, 0, 0.5, 0, 0, 0]^T, \end{aligned}$$

Компоненты векторов упорядочены здесь так же, как указанные выше стандартные отклонения; нули означают, что модули соответствующих компонент меньше 0.35. Модули компонент остальных векторов $u_k/\sqrt{c_k}$ меньше 0.3. Значения σ в моделях M15 и M20 для интервала 14 разнятся мало, поэтому существенное уменьшение некоторых стандартных отклонений в модели M15 вызвано уменьшением в этой модели соответствующих компонент векторов $u_k/\sqrt{c_k}$.

Оценки параметров m_i , полученные в рамках обеих моделей, не отличаются стабильностью (см. табл. 6, 7). Они ведут себя подобно параметрам p_i , т. е. являются усредненными характеристиками движения спутника на обрабатываемом интервале. По-видимому, магнитный момент спутника можно

было бы не учитывать, как это делалось в [1, 2, 4 – 9]. Его влияние на движение спутника невелико. Однако учесть этот момент (в простейшей форме) несложно, а точность аппроксимации данных он все же повышает.

Выше под точностью определения движения спутника в рамках модели М20 понималась точность определения движения системы координат $Ox_1x_2x_3$. Это согласуется с видом уравнений (1) и интересно с теоретической точки зрения. Однако для приложений более важно знать движение приборной системы $Oy_1y_2y_3$. Оказывается, движение приборной системы с помощью найденных решений уравнений (1) описывается существенно более точно. Причина очевидна — при переходе от системы $Ox_1x_2x_3$ к системе $Oy_1y_2y_3$ исключается неопределенность, вносимая неточным знанием γ_c . В рамках модели М15 системы $Ox_1x_2x_3$ и $Oy_1y_2y_3$ совпадают. Вследствие этого обстоятельства, а также вследствие примерно одинаковой точности аппроксимации данных измерений в рамках моделей М15 и М20, можно утверждать, что точность определения движения системы $Oy_1y_2y_3$ в рамках модели М20 такая же как точность определения движения системы $Ox_1x_2x_3$ в рамках модели М15. Эта точность характеризуется значениями σ_γ , σ_δ , σ_β и σ_{ω_i} . Согласно результатам [5] указанные величины адекватно характеризуют точность определения движения спутника на концах отрезка $t_0 \leq t \leq t_0 + T$. Внутри этого отрезка точность выше.

Как правило, стандартные отклонения, рассчитанные в рамках метода наименьших квадратов, дают заниженные оценки погрешности. Сопоставление точности определения фактического движения станции *Mup* по данным измерений магнитометров с результатами аналогичного определения по показаниям оптического звездного датчика [9] и телеметрической информации из БЦВМ [6] показывает, что реальную оценку максимальной погрешности можно получить увеличив указанные стандартные отклонения в два раза. Таким образом, реальная погрешность определения положения спутника по углам поворота относительно осей приборной системы координат составляет около 1° , а по соответствующим компонентам угловой скорости — около 0.003 град./с.

Как видно из таблиц 5 и 8, полученные в рамках модели М20 оценки параметров λ и q_1 испытывают большие вариации. Эти вариации существенно превосходят стандартные отклонения σ_λ , σ_{q_1} . Большое значение q_1 обеспечивалось вращением центрифуги установки ВЮВОХ. В соответствии с планом эксперимента ВЮВОХ относительная угловая скорость центрифуги была отличной от нуля постоянной в течение первых 144 часов полета и была равной нулю остальное время. Момент отключения центрифуги лежит несколько правее правого конца интервала 11 (табл. 1). Поэтому оценки параметра q_1 должны достаточно точно совпадать на интервалах 1 — 11 и должны быть близки нулю на интервалах 12 — 16. Оценки параметра λ должны достаточно точно совпадать на всех интервалах. Но из таблиц 5 и 8 видно, что эти

условия не выполнены. При этом оценки параметра q_1 в табл. 4 (модель М15) ведут себя существенно более адекватно. Почему?

Рассмотрим уравнения (5). Параметры λ и q_1 входят в них только в виде комбинации $(1 - \lambda)\omega_1 - \lambda q_1$, где $\omega_1 = \text{const}$. Вследствие этого решения уравнений (1) на отрезке $t_0 \leq t \leq t_0 + T$ при больших значениях $|\omega_1|$ зависят от λ и q_1 главным образом через комбинацию $p = (1 - \lambda)\langle\omega_1\rangle - \lambda q_1$. Анализ движения спутника показывает, что по измерениям МПЗ величины $\langle\omega_1\rangle$ и p определяются достаточно надежно, но обмен значениями между параметрами λ и q_1 возможен. Такой обмен в модели М20 имел место в действительности. В модели М15 он невозможен.

Движение *Фотона М-3* отличалось от движения *Фотона М-2*, *Фотона-12* и *Фотона-11*. Причиной отличия, по-видимому, послужило вращение центрифуги, но, может быть, меньше оказался момент с постоянными компонентами. Рис. 10 и 11 демонстрируют отличие в движениях *Фотона М-3* и *Фотона М-2*. На рис. 10 маркерами в виде темных прямоугольников указаны значения $\langle\omega_1\rangle$ из табл. 1. Каждое значение отнесено к середине соответствующего отрезка $[t_0, t_0 + T]$. На том же рисунке маркерами в виде светлых овалов приведены взятые из [5] аналогичные значения $\langle\omega_1\rangle$ для *Фотона М-2*. Для этого спутника имели место соотношения $\langle\omega_1\rangle \approx 0.11^\circ/\text{с}$. Таким образом, в заключительной фазе неуправляемого полета угловая скорость *Фотон М-3* оказалась в два с половиной раза меньше, чем у *Фотон М-2*. Рис. 11 содержит проекцию годографа орта оси x_1 *Фотона М-2* на плоскость орбиты. Кривая на рисунке относится ко второй половине полета. Эта кривая выглядит совсем не так, как аналогичные кривые на рис. 5, 7, 9.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 08-01-00467).

Литература

- [1] Сарычев В.А., Беляев М.Ю., Кузьмин С.П., Сазонов В.В., Тянь Т.Н. Определение движения орбитальных станций *Салют-6* и *Салют-7* относительно центра масс в режиме медленной закрутки по данным измерений. *Космические исследования*, 1988, т. 26, № 3, с. 390-405.
- [2] Сарычев В.А., Сазонов В.В., Беляев М.Ю., Ефимов Н.И. Повышение точности определения вращательного движения орбитальных станций *Салют-6* и *Салют-7* по данным измерений. *Космические исследования*, 1991, т. 29, № 3, с. 375-389.
- [3] ГОСТ Р 25645.166-2004. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли.

- [4] Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Зайцев А.С. Низкочастотные микроускорения на борту ИСЗ *Фотон-11*. Космические исследования, 2004, т. 42, № 2, с. 185-200.
- [5] Абрашкин В.И., Богоявленский Н.Л., Воронов К.Е., Казакова А.Е., Пузин Ю.Я., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Чебуков С.Ю. Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон М-2* и квазистатические микроускорения на его борту. Космические исследования, 2007, т. 45, № 5, с. 450-470.
- [6] Бабкин Е.В., Беляев М.Ю., Ефимов Н.И., Сазонов В.В., Стажков В.М. Неуправляемое вращательное движение орбитальной станции *Мир*. Космические исследования, 2001, т. 39, № 1, с. 27-42.
- [7] Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Зайцев А.С. Анализ низкочастотных микроускорений на борту ИСЗ *Фотон-11*. Космические исследования, 2001, т. 39, № 4, с. 419-435.
- [8] Абрашкин В.И., Балакин В.Л., Белоконов И.В., Воронов К.Е., Зайцев А.С., Иванов В.В., Казакова А.Е., Сазонов В.В., Семкин Н.Д.. Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон-12* и квазистатические микроускорения на его борту. Космические исследования, 2003, т. 41, № 1, с. 45-56.
- [9] Беляев М.Ю., Ефимов Н.И., Сазонов В.В. Определение ориентации орбитального комплекса "Мир" по показаниям оптического звездного датчика. Космические исследования, 1995, т. 33, № 4, с. 395-402.

Таблица 1. Основные характеристики обработанных интервалов

№ инт.	Дата 09.2007	t_0 (UTC), h:m:s	N	t, c	S_t, c	S_{M15}, g	S_{M20}, g	$\langle w_1 \rangle,$ град./с	$dw_1,$ град./с	$\langle w_{\perp} \rangle,$ град./с	$dw_{\perp},$ град./с
1	14	13:55:34	270	-2.9	1.7	2025	1380	-	-	-	-
2	14	23:08:55	360	0	1.7	1280	687	-	-	-	-
3	15	09:38:58	270	0	1.6	1093	596	-	-	-	-
4	15	21:35:45	270	6.7	1.3	1361	935	-	-	-	-
5	16	08:58:55	270	0	1.8	1381	756	-	-	-	-
6	16	18:42:11	270	-5.5	2.1	2954	1514	-	-	-	-
7	17	09:08:59	360	1.6	1.6	1311	763	0.1512	0.0296	0.1917	0.0120
8	17	20:08:55	270	-1.9	1.9	1156	982	0.1741	0.0196	0.1867	0.0103
9	18	09:05:41:	360	2.5	1.7	611	500	0.1989	0.0364	0.1893	0.0099
10	19	09:55:40	360	5.0	2.0	720	678	0.2512	0.0134	0.1821	0.0100
11	20	06:52:17	270	6.3	2.0	796	691	0.3302	0.0084	0.1825	0.0127
12	21	08:42:24	360	10.1	1.7	697	615	0.4015	0.0065	0.1808	0.0139
13	22	06:55:45	360	7.9	1.8	730	650	0.4101	0.0054	0.1875	0.0120
14	23	07:09:05	360	8.4	2.1	739	573	0.4298	0.0085	0.1886	0.0104
15	24	05:19:05	360	11.0	2.0	880	732	0.4410	0.0149	0.1848	0.0109
16	24	19:12:27	360	12.3	1.7	632	542	0.4556	0.0204	0.1802	0.0116

Таблица 2. Оценки аэродинамических параметров модели М15

№ инт.	p_1	S_{p1}	p_2	S_{p2}	p_3	S_{p3}
1	-0.0083	0.0028	0.0284	0.0021	0.0217	0.0013
2	-0.0314	0.00068	-0.0221	0.00067	-0.0148	0.00031
3	-0.0582	0.0031	0.0004	0.00096	-0.0241	0.00051
4	-0.0319	0.0014	0.0110	0.0012	-0.0159	0.00071
5	-0.0822	0.0033	-0.0084	0.0014	0.0195	0.0017
6	-0.0311	0.012	-0.0065	0.0022	-0.0140	0.0014
7	-0.1256	0.0031	-0.0147	0.00086	-0.0201	0.00043
8	-0.0147	0.0044	-0.0103	0.00094	-0.0065	0.0010
9	-0.0393	0.0013	-0.0148	0.00066	-0.0104	0.00059
10	-0.0376	0.0019	-0.0055	0.00096	-0.0139	0.0013
11	0.0016	0.0027	-0.0161	0.0016	-0.0080	0.0024
12	-0.0227	0.0012	-0.0015	0.00066	-0.0164	0.00051
13	-0.0299	0.0012	-0.0254	0.00054	-0.0068	0.00027
14	-0.0195	0.0017	-0.0241	0.00076	-0.0233	0.00053
15	-0.0327	0.0028	-0.0060	0.0010	-0.0137	0.00099
16	-0.0141	0.0015	-0.0122	0.00069	-0.0105	0.00057

Таблица 3. Оценки аэродинамических параметров модели М20

№ инт.	p_1	S_{p1}	p_2	S_{p2}	p_3	S_{p3}
1	-0.0277	0.0020	0.0102	0.0023	-0.0113	0.00089
2	-0.0349	0.00043	-0.0221	0.00067	-0.0039	0.0030
3	-0.0155	0.0019	-0.0223	0.00067	-0.0036	0.0014
4	-0.0220	0.0015	-0.0147	0.0018	-0.0192	0.0015
5	-0.0282	0.0029	-0.0221	0.0012	0.0104	0.0011
6	-0.1145	0.012	-0.0160	0.0014	0.0043	0.0018
7	-0.1453	0.0032	-0.0250	0.00043	0.0022	0.0044
8	-0.0567	0.0069	-0.0166	0.0018	-0.0098	0.0023
9	-0.0393	0.0011	-0.0236	0.00047	0.0004	0.0030
10	-0.0301	0.0022	-0.0007	0.0015	-0.0138	0.0013
11	-0.0058	0.0028	-0.0157	0.0025	0.0094	0.0018
12	-0.0266	0.0013	-0.0141	0.00073	-0.0037	0.0023
13	-0.0314	0.0013	-0.0072	0.0042	0.0237	0.0014
14	-0.0260	0.0017	-0.0295	0.0014	-0.0061	0.0062
15	-0.0304	0.0030	-0.0142	0.0010	0.0032	0.0026
16	-0.0235	0.0016	-0.0174	0.00078	-0.0044	0.0021

Таблица 4. Оценки гиростатического момента в модели M15

№ инт.	q_1	S_{q1}	q_2	S_{q2}	q_3	S_{q3}
1	1.0238	0.018	0.1261	0.0038	- 0.0978	0.0015
2	0.8299	0.0098	0.1688	0.0011	- 0.1093	0.0037
3	0.8614	0.014	0.1864	0.0026	- 0.0906	0.0041
4	0.9520	0.014	0.1692	0.0020	- 0.0779	0.0051
5	0.8612	0.017	0.0682	0.0019	- 0.1451	0.0041
6	1.1447	0.036	0.0284	0.0031	- 0.0958	0.0033
7	0.6866	0.019	0.1660	0.0038	- 0.1223	0.0028
8	0.7491	0.017	0.1578	0.0052	- 0.1402	0.0044
9	0.6680	0.0088	0.1740	0.0036	- 0.1439	0.0027
10	0.5579	0.0097	0.1744	0.0061	- 0.1458	0.0055
11	0.5131	0.014	0.1717	0.013	- 0.1885	0.013
12	0.0730	0.0099	0.1916	0.012	- 0.1358	0.013
13	0.0273	0.011	0.1024	0.011	- 0.1078	0.014
14	0.1174	0.011	0.2163	0.016	- 0.0471	0.011
15	0.0357	0.010	0.2950	0.021	- 0.4486	0.019
16	- 0.0134	0.0053	0.2017	0.016	- 0.2078	0.014

Таблица 5. Оценки гиростатического момента в модели M20

№ инт.	q_1	S_{q1}	q_2	S_{q2}	q_3	S_{q3}
1	0.9472	0.019	0.0121	0.0088	- 0.2033	0.0030
2	1.0186	0.010	0.0400	0.024	- 0.1734	0.0049
3	0.9950	0.0097	- 0.0104	0.0096	- 0.1806	0.0025
4	1.0886	0.014	0.0827	0.0066	- 0.1721	0.0046
5	0.8831	0.026	0.1095	0.0018	- 0.1200	0.0048
6	2.4553	0.13	- 0.0041	0.0095	- 0.1582	0.0044
7	1.6290	0.067	- 0.0286	0.036	- 0.1902	0.0050
8	2.4670	0.19	0.1106	0.019	- 0.1217	0.014
9	0.9971	0.037	0.0176	0.027	- 0.1909	0.0034
10	0.2529	0.055	0.1892	0.0084	- 0.0893	0.013
11	1.4733	0.18	- 0.0818	0.019	- 0.1564	0.013
12	0.8150	0.087	0.0156	0.027	- 0.1411	0.014
13	1.3680	0.15	- 0.0453	0.021	- 0.0717	0.003
14	2.2546	0.17	0.1721	0.021	- 0.0753	0.037
15	1.9313	0.12	- 0.2776	0.080	- 0.4305	0.050
16	0.5746	0.044	0.0424	0.027	- 0.1728	0.017

Таблица 6. Оценки магнитного момента спутника в модели M15

№ инт.	m_1	S_{m1}	m_2	S_{m2}	m_3	S_{m3}
1	0.0622	0.0024	0.1272	0.0038	0.0819	0.0041
2	0.0814	0.0032	0.0825	0.0012	0.0613	0.0022
3	0.0933	0.0050	0.0742	0.0040	0.0466	0.0024
4	-0.0196	0.011	0.0768	0.0031	0.0841	0.0035
5	0.0296	0.0051	0.0612	0.0035	0.0463	0.0060
6	0.0061	0.013	0.1107	0.0079	-0.0906	0.0042
7	0.0984	0.0048	0.0854	0.0069	0.0546	0.0012
8	0.0016	0.0074	0.0522	0.0012	0.0416	0.00080
9	0.0320	0.0038	0.0836	0.00083	0.0535	0.00078
10	-0.0256	0.0012	0.0915	0.0011	0.0578	0.0016
11	0.0240	0.0032	0.0620	0.0016	0.0193	0.0025
12	0.1147	0.0025	0.0511	0.0021	0.1007	0.0039
13	0.0928	0.0031	-0.0127	0.0051	0.0138	0.0045
14	0.0381	0.0040	0.0593	0.0038	0.0079	0.0019
15	0.0691	0.0050	0.0192	0.0032	0.0684	0.0045
16	0.0152	0.0031	0.0794	0.0015	0.0468	0.0017

Таблица 7. Оценки магнитного момента спутника в модели M20

№ инт.	m_1	S_{m1}	m_2	S_{m2}	m_3	S_{m3}
1	0.0413	0.0022	0.1577	0.0043	0.0172	0.0055
2	0.1089	0.0041	0.1123	0.0023	0.0121	0.015
3	0.0886	0.0024	0.0650	0.0025	0.0022	0.0046
4	0.0309	0.0086	0.0999	0.0035	0.0301	0.0042
5	0.0726	0.0033	0.0221	0.0034	0.0712	0.0044
6	0.0548	0.015	0.1063	0.0054	-0.0305	0.0071
7	0.1238	0.0041	0.0862	0.0053	-0.0292	0.016
8	-0.0607	0.0093	0.0570	0.0041	0.0258	0.0077
9	0.0491	0.0034	0.0910	0.0030	-0.0203	0.012
10	-0.0281	0.0013	0.0710	0.0061	0.0798	0.0051
11	0.0312	0.0040	0.0397	0.0046	-0.0550	0.0030
12	0.1290	0.0028	0.0960	0.0037	-0.0137	0.016
13	0.1114	0.0037	0.0150	0.0050	0.0137	0.0053
14	0.0653	0.0045	0.0542	0.0074	-0.0332	0.012
15	0.0668	0.0053	0.0542	0.0038	0.0044	0.0099
16	0.0559	0.0040	0.0911	0.0030	0.0208	0.011

Таблица 8. Оценки инерционных параметров спутника в модели М20

№ ин.	I	S_1	m	S_m	g_c	S_{gc}	a_c	S_{ac}	b_c	S_{bc}
1	0.2748	0.0039	0.0399	0.0035	0.600	0.038	-0.0099	0.0044	-0.0291	0.0043
2	0.2346	0.00089	0.0092	0.0042	0.648	0.13	-0.0151	0.0013	0.0114	0.0015
3	0.2277	0.0011	0.0307	0.0033	0.943	0.046	-0.0098	0.0017	0.0011	0.0013
4	0.2202	0.0018	0.0714	0.0056	0.444	0.030	-0.0138	0.0020	-0.0405	0.0028
5	0.2321	0.0049	0.0359	0.0048	-0.099	0.044	-0.0312	0.0022	-0.0437	0.0027
6	0.1323	0.0048	0.0266	0.0036	0.980	0.070	0.0228	0.0042	-0.0041	0.0041
7	0.1940	0.0031	0.0104	0.0029	0.981	0.18	-0.0117	0.0015	-0.0177	0.0016
8	0.1699	0.0063	0.0307	0.0084	0.218	0.14	-0.0276	0.0022	-0.0113	0.0020
9	0.2343	0.0019	0.0189	0.0051	0.777	0.13	-0.0109	0.0011	-0.0071	0.0010
10	0.2721	0.0033	0.0721	0.0079	-0.26	0.067	-0.0105	0.0014	-0.0049	0.0014
11	0.2215	0.0057	0.1729	0.022	1.313	0.07	-0.0176	0.0019	-0.0070	0.0016
12	0.2294	0.0027	0.0733	0.023	1.137	0.16	-0.0160	0.0013	-0.0069	0.0012
13	0.2134	0.0038	0.0757	0.027	1.560	0.18	-0.0141	0.0014	-0.0052	0.0013
14	0.1974	0.0035	0.0594	0.025	0.593	0.21	-0.0198	0.0011	-0.0043	0.0011
15	0.2049	0.0026	0.1000	0.0046	1.157	0.17	-0.0015	0.0015	0.0028	0.0015
16	0.2372	0.0012	0.0994	0.0034	0.411	0.12	-0.0124	0.0011	-0.0057	0.0011

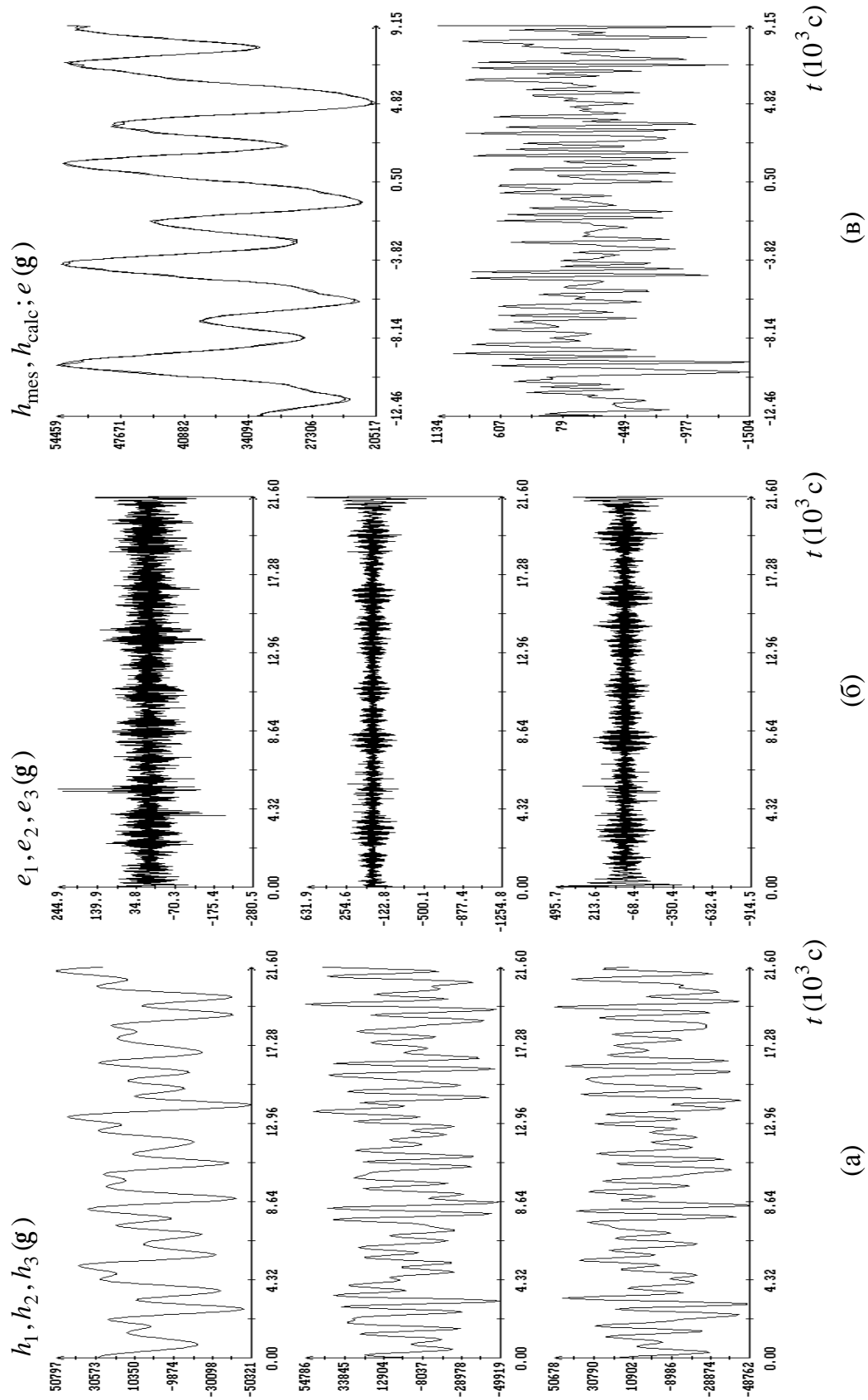


Рис. 1; (а) и (б) – аппроксимация данных измерений \mathbf{H} , момент $t = 0$ отвечает 07:09:05 UTC 23.09.2007 (после коррекции времени); (в) – графики функций $h_{\text{mes}}(t)$, $h_{\text{calc}}(t)$ и $e(t)$, момент $t = 0$ отвечает 10:36:42 UTC 23.09.2007.

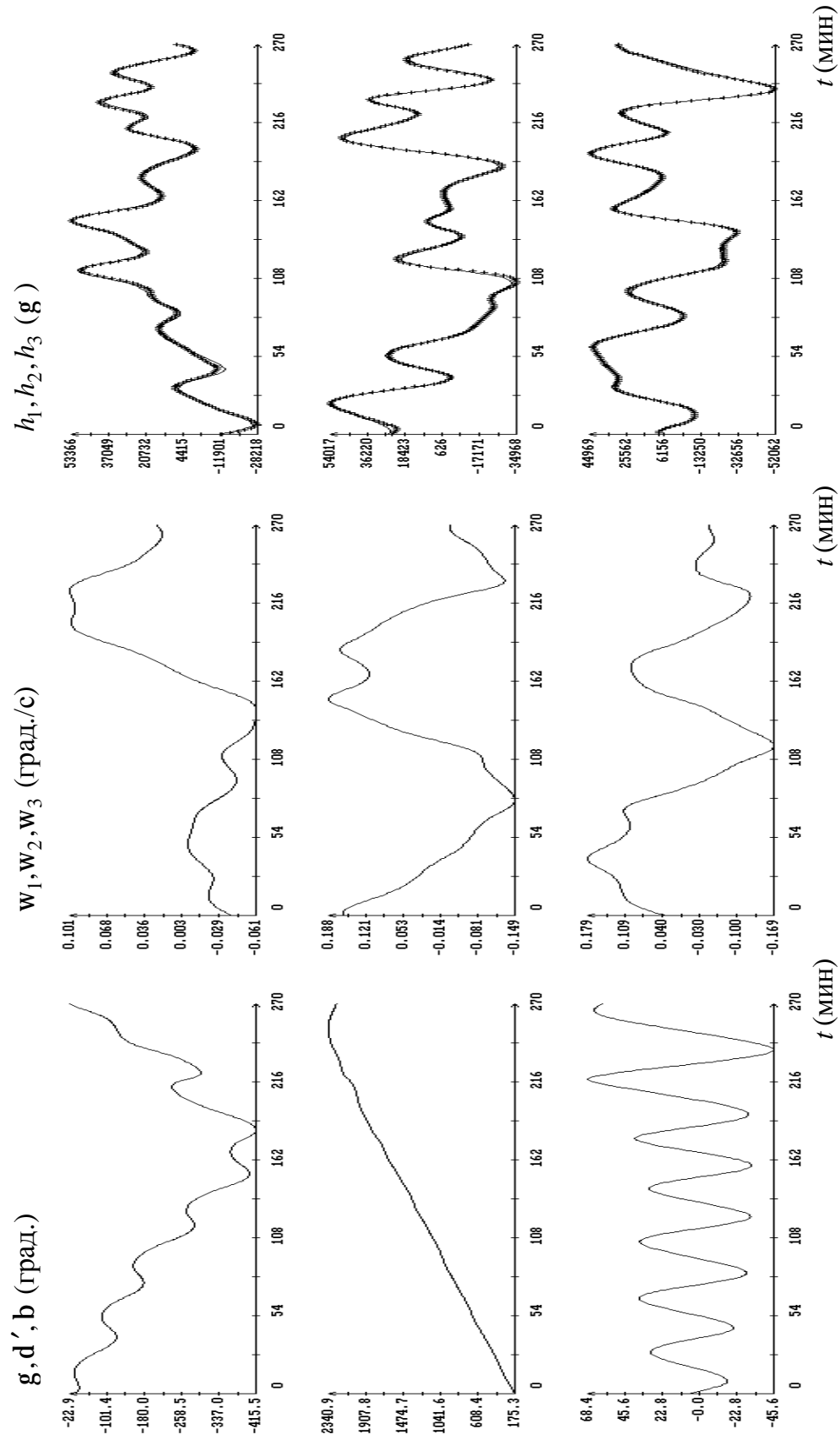


Рис. 2. Интервал 1, вариант обработки М20. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 13:55:34 UTC 14.09.2007 (коррекция времени $t = -2.9$ с, $s_t = 1.7$ с), $S = 1380$ г.

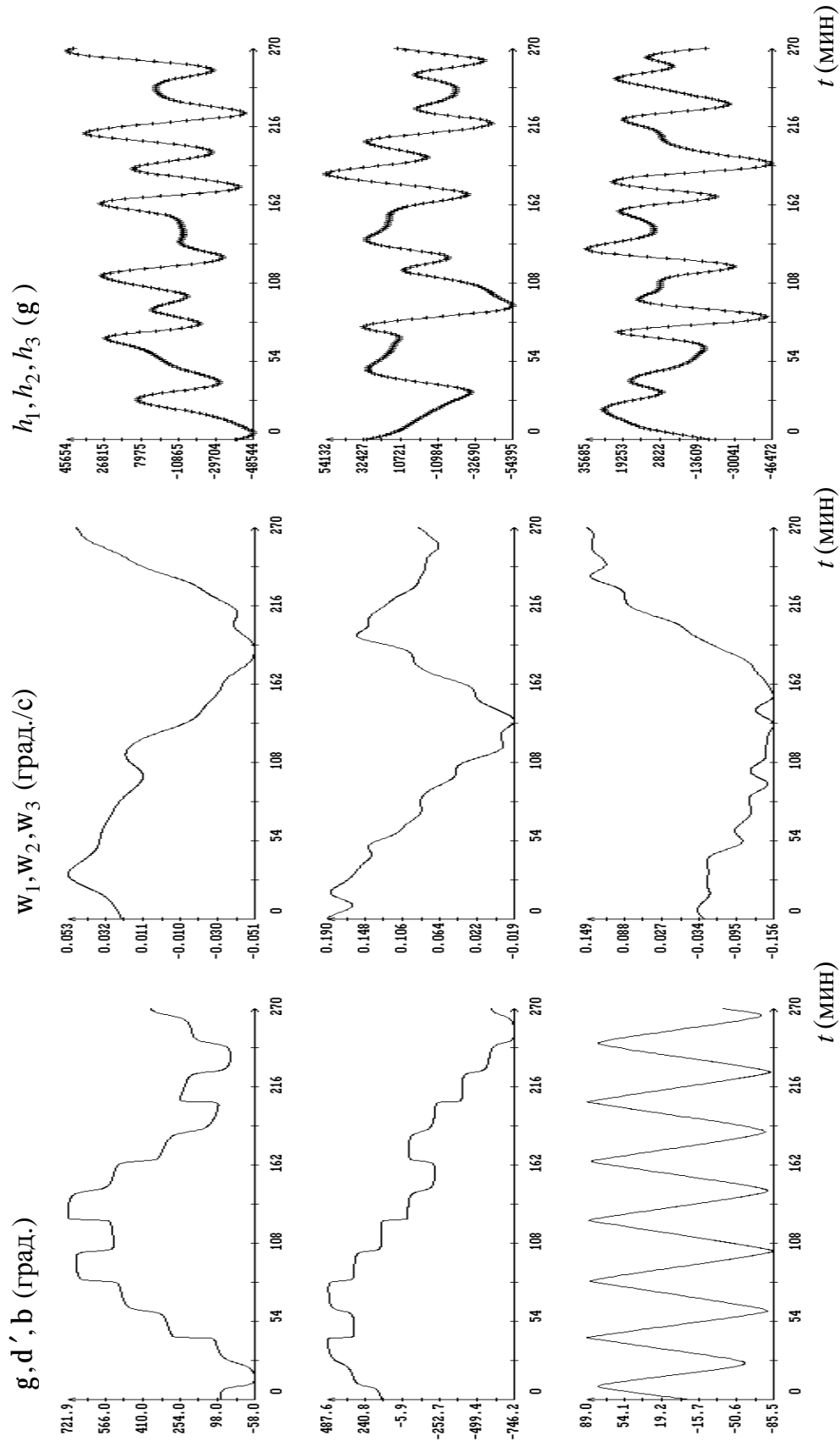


Рис. 3. Интервал 5, вариант обработки М20. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 08:58:55 UTC 16.09.2007 (без коррекции времени), $S = 756g$.

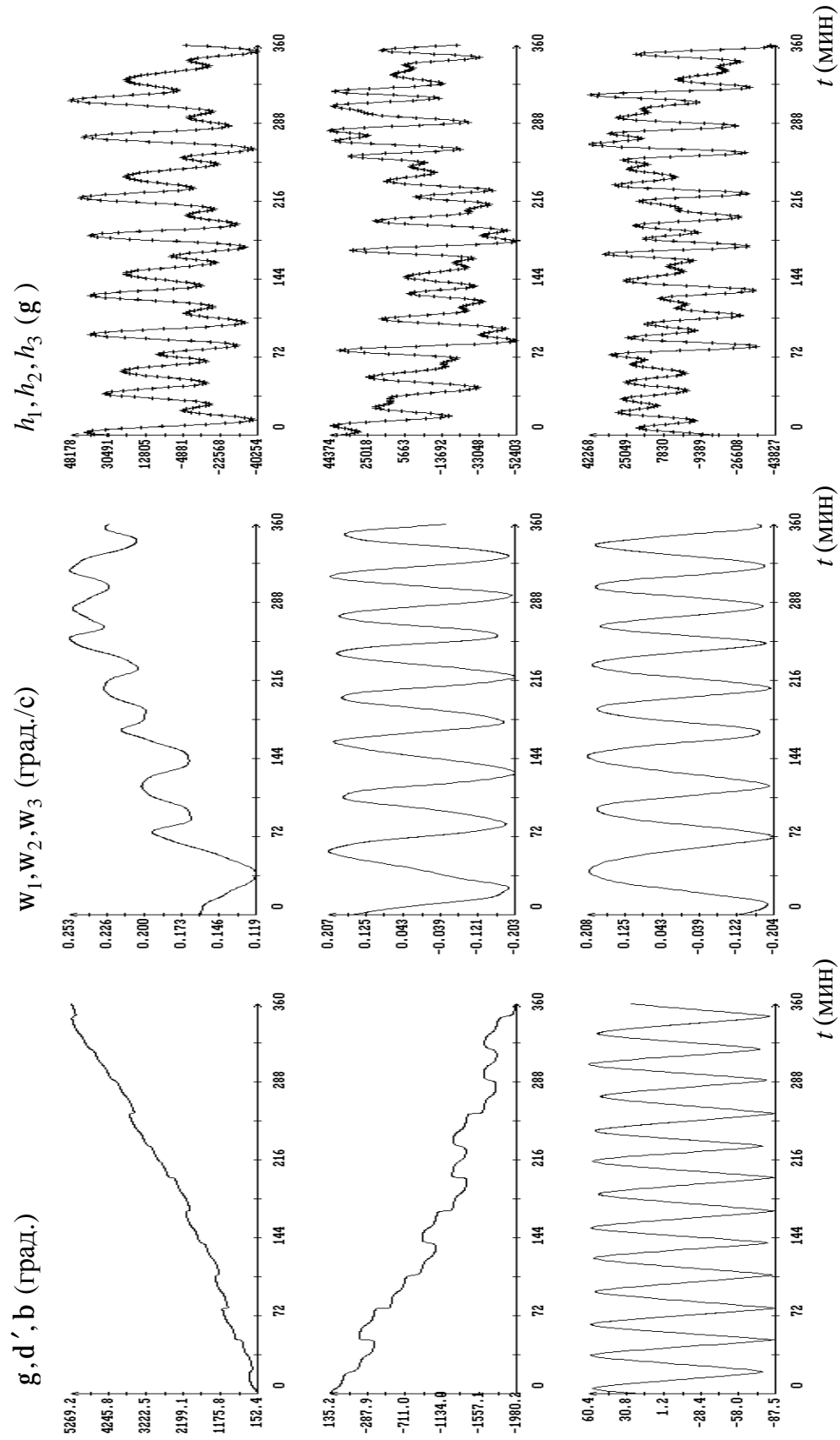


Рис. 4. Интервал 9, вариант обработки М20. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 08:05:41 UTC 18.09.2007 (коррекция времени $t = 2.5$ с, $S_t = 1.7$ с), $S = 500$ g.

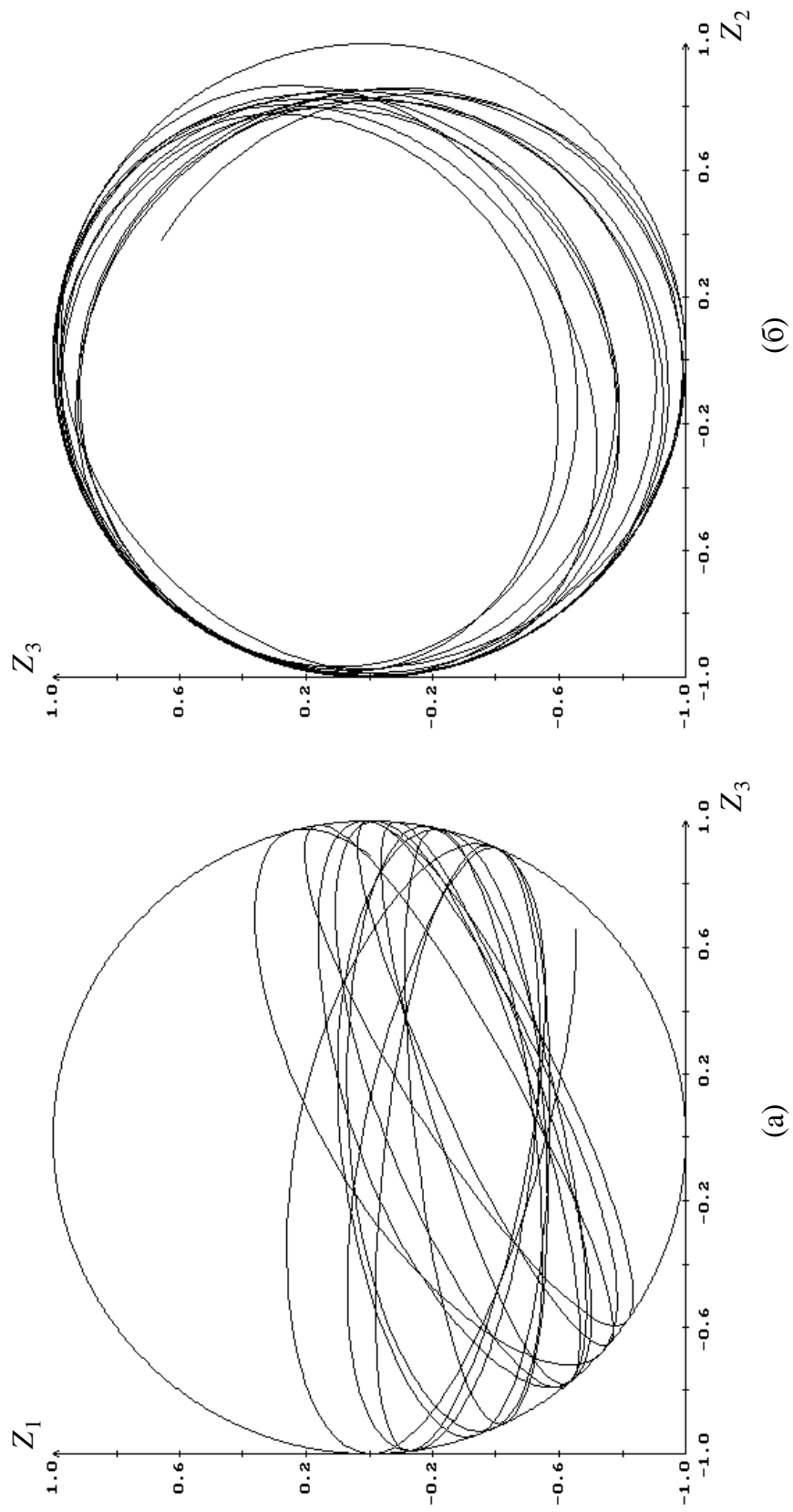


Рис. 5. Интервал 9, вариант обработки M20. Проекция годографа орта оси Ox_1 на плоскость OZ_1Z_3 (плоскость орбиты), (б) OZ_2Z_3 .

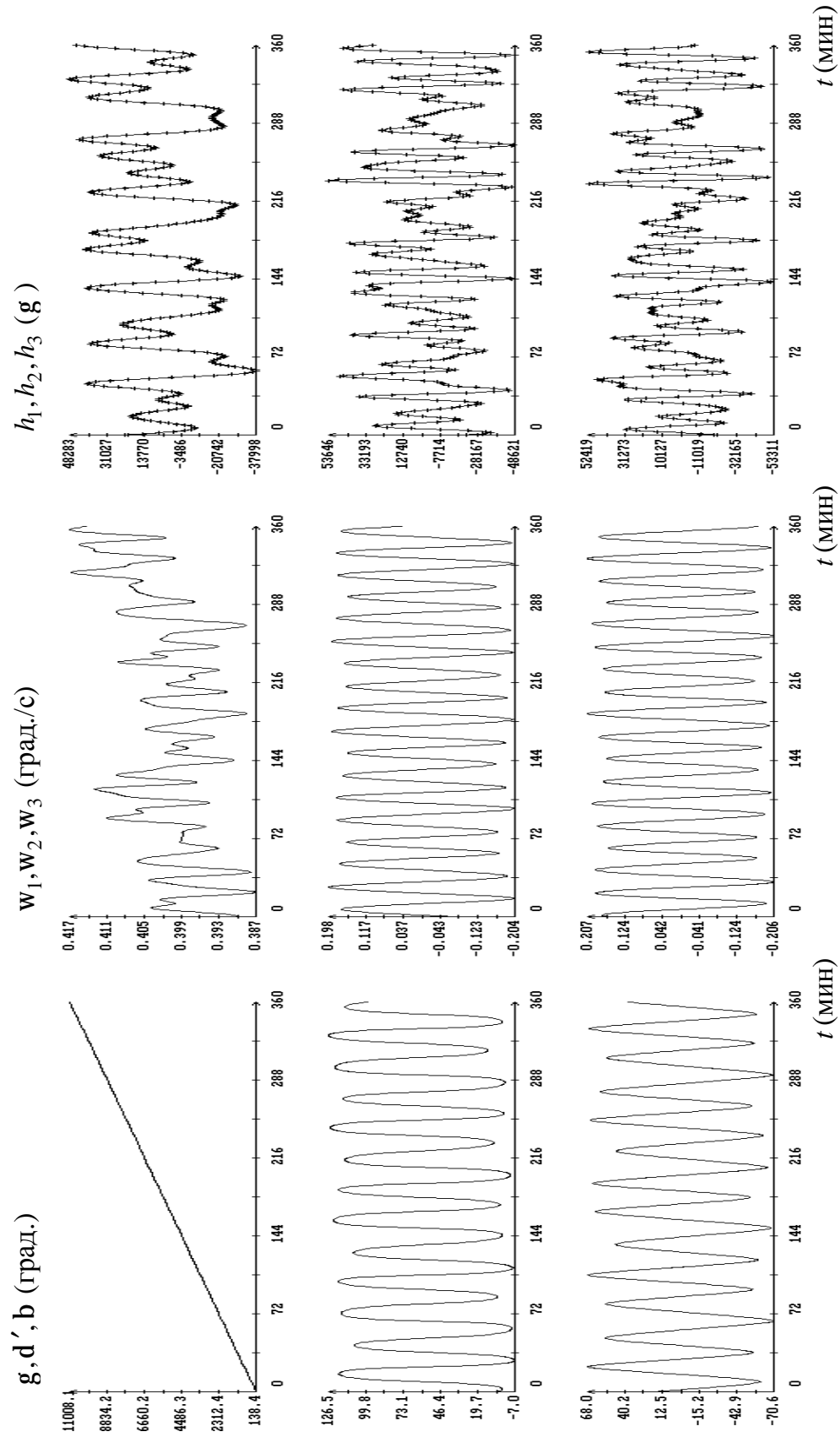


Рис. 6. Интервал 12, вариант обработки М20. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 08:42:24 UTC 21.09.2007 (коррекция времени $t = 10.1$ с, $s_t = 1.7$ с), $S = 615$ g .

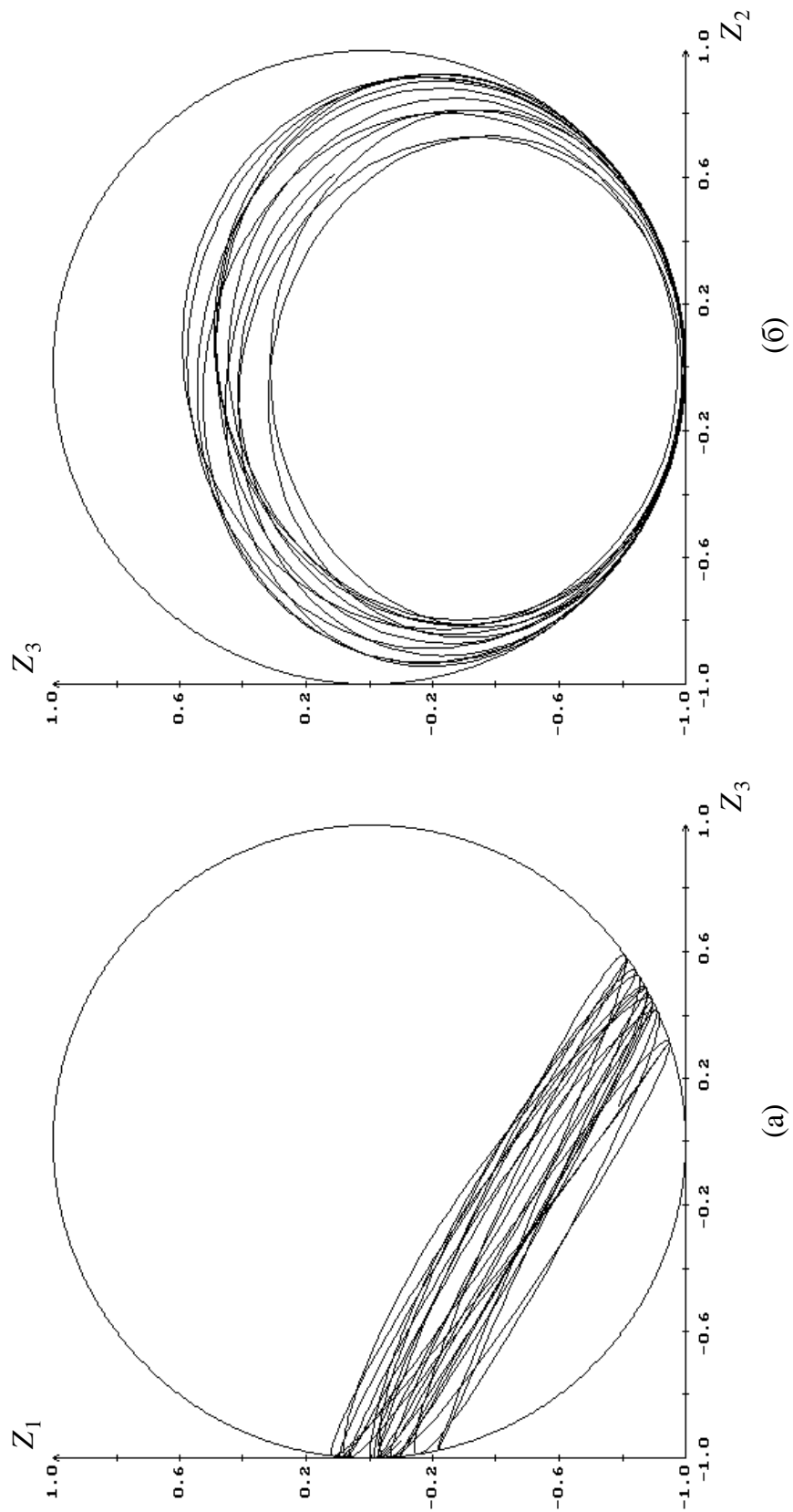


Рис. 7. Интервал 12, вариант обработки M20. Проекция годографа орга оси Ox_1 на плоскость OZ_1Z_3 (плоскость орбиты), (б) OZ_2Z_3 .

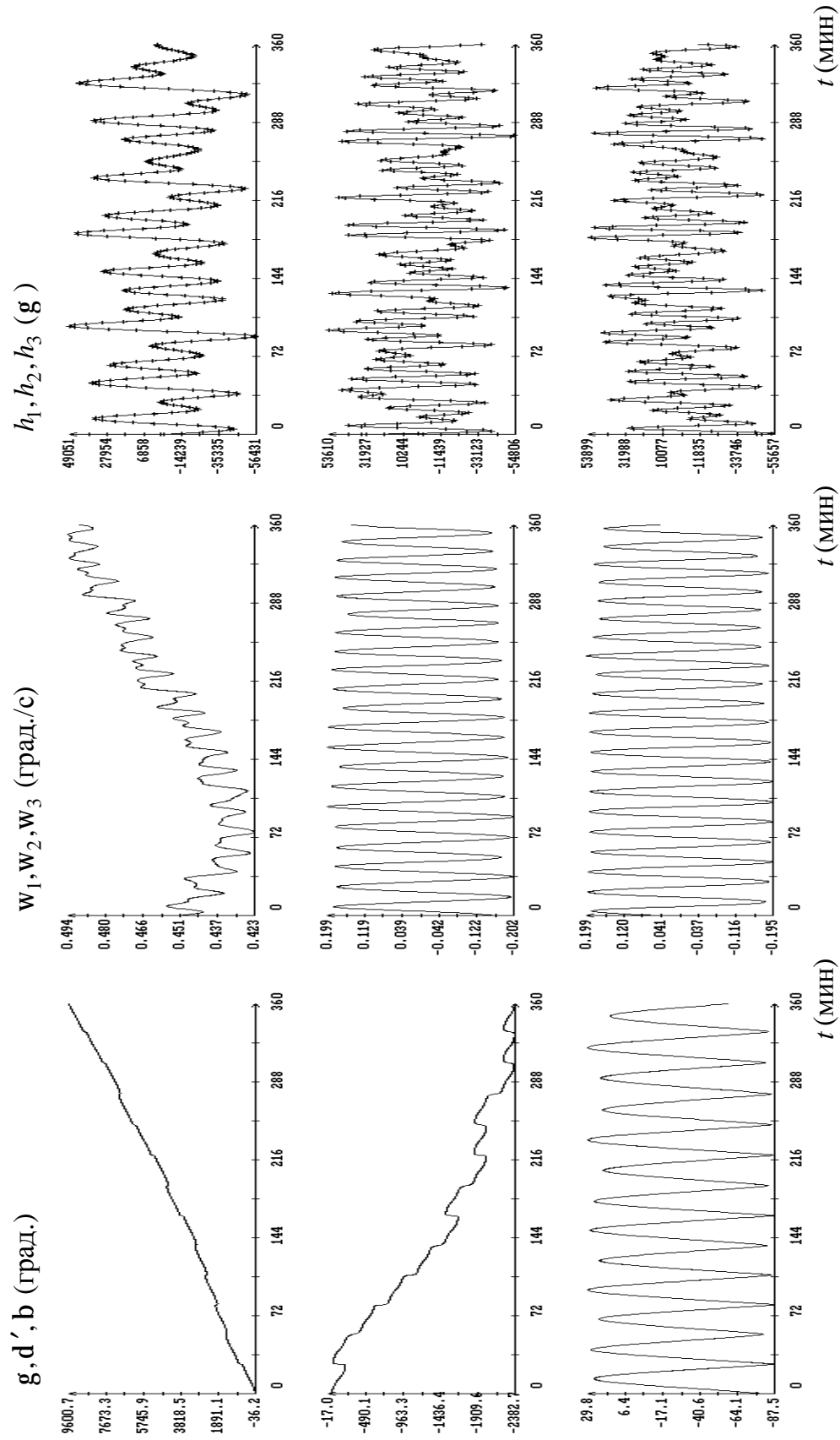


Рис. 8. Интервал 16, вариант обработки М20. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 19:12:27 UTC 24.09.2007 (коррекция времени $t = 12.3\text{c}$, $s_t = 1.7\text{c}$, $s = 542\text{g}$.

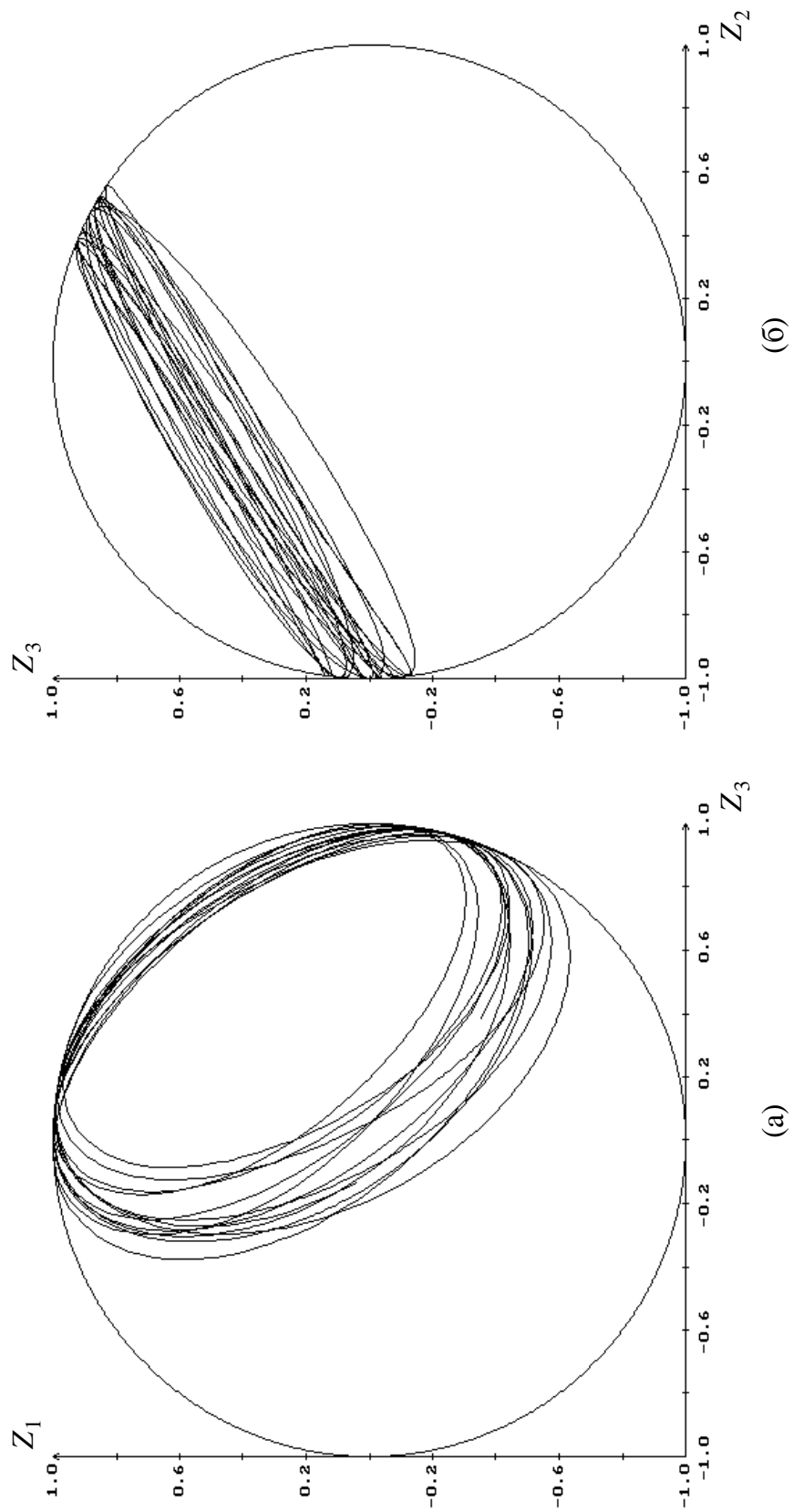


Рис. 9. Интервал 16, вариант обработки M20. Проекция годографа орта оси Ox_1 на плоскость OZ_1Z_3 (плоскость орбиты), (б) OZ_2Z_3 .

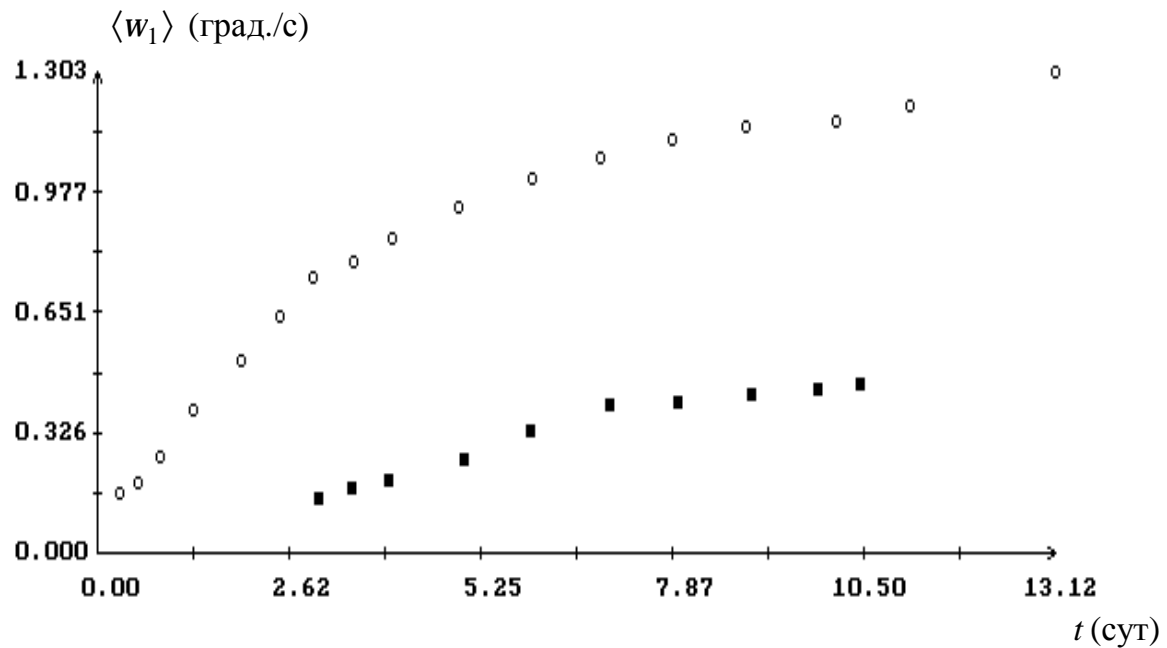


Рис. 10. Величины $\langle w_1 \rangle$ для Фотона М-2 (о) и Фотона М-3 (□).
Момент времени $t = 0$ соответствует началу полета.

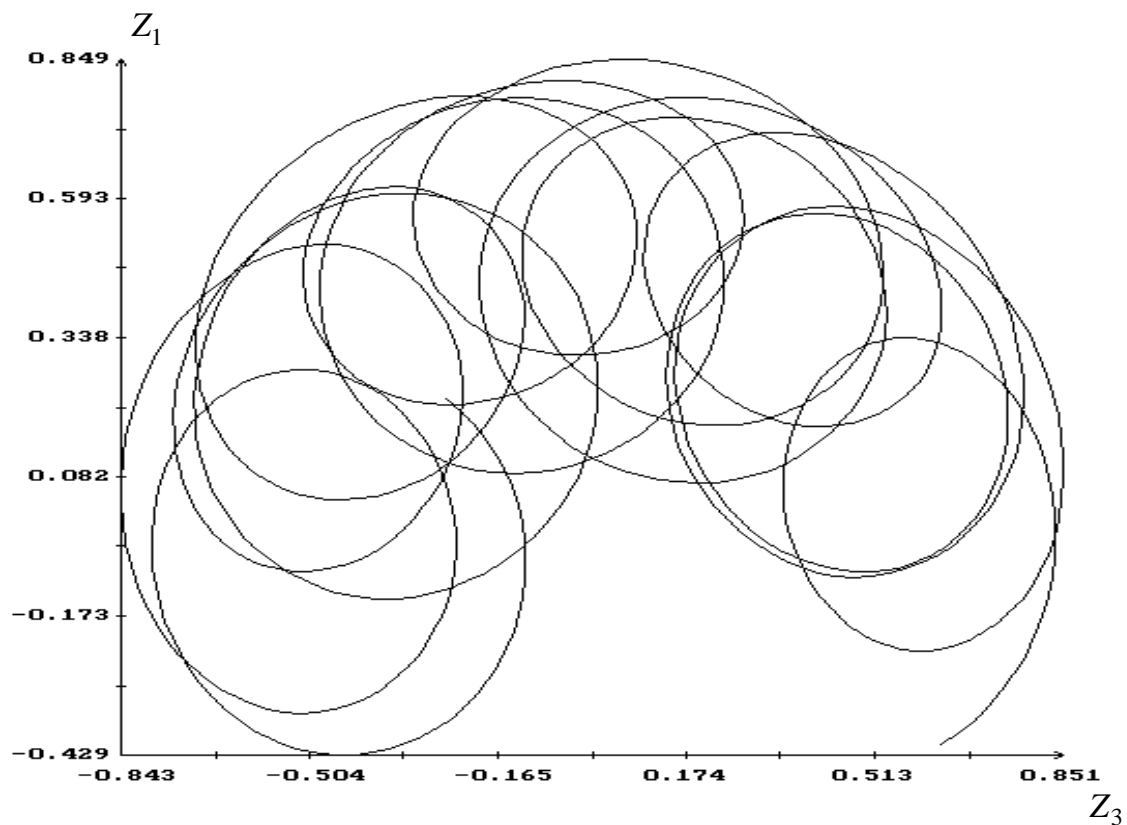


Рис. 11. Вращательное движение of Фотона М-2 в течение 270мин: проекция годографа орта оси Ox_1 на плоскость орбиты CZ_1Z_3 09.06.2005.