



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 20 за 2009 г.



Гинзбург С.Л., Дьяченко В.Ф.

Численное исследование  
неустойчивости  
релятивистского потока  
плазмы

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Гинзбург С.Л., Дьяченко В.Ф. Численное исследование неустойчивости релятивистского потока плазмы // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2009. № 20. 8 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2009-20>

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
им. М.В. КЕЛДЫША  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

С.Л. Гинзбург, В.Ф. Дьяченко

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ  
РЕЛЯТИВИСТСКОГО ПОТОКА ПЛАЗМЫ

Москва

S.L. Ginzburg, V.F. Dyachenko

NUMERICAL STUDY OF THE INSTABILITY OF A  
RELATIVISTIC PLASMA FLOW

Abstract

A three-dimensional numerical model that describes the interaction of plasma with electromagnetic field in the framework of Maxwell – Vlasov equations is used for simulating the flow of relativistic neutralized plasma.

С.Л. Гинзбург, В.Ф. Дьяченко

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ  
РЕЛЯТИВИСТСКОГО ПОТОКА ПЛАЗМЫ

Аннотация

Трехмерная компьютерная модель взаимодействия плазмы с электромагнитным полем в рамках уравнений Максвелла – Власова применена для расчета движения релятивистского нейтрализованного потока плазмы.

## Введение

Данная работа является продолжением [1–2], посвящена неустойчивости релятивистских джетов и содержит описание на 3–D модели результатов расчета движения в вакууме с релятивистской скоростью нейтрализованного слоя плазмы. Авторы благодарны В.М. Чечеткину за предложенную для расчета тему и обсуждение результатов.

### §1 Постановка задачи

Взаимодействие бесстолкновительной плазмы с электромагнитным полем описывается системой уравнений Максвелла-Власова. При указанном ниже выборе единиц измерения система имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \nabla \times \mathbf{H} + \mathbf{j} &= \mathbf{0}, \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho, \\ \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E} &= \mathbf{0}, \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f_{e,p}}{\partial t} + \mathbf{v}_{e,p} \cdot \frac{\partial f_{e,p}}{\partial \mathbf{x}} + q_{e,p} \left( \mathbf{E} + \mathbf{v}_{e,p} \times \mathbf{H} \right) \cdot \frac{\partial f_{e,p}}{\partial \mathbf{p}} = 0,$$

где  $\mathbf{E}(t, \mathbf{x})$  и  $\mathbf{H}(t, \mathbf{x})$  – напряженность электрического и магнитного поля, соответственно;  $f_{e,p}(t, \mathbf{x}, \mathbf{p})$  – функции распределения,  $\mathbf{v}_{e,p} = \partial w_{e,p} / \partial \mathbf{p}_{e,p}$  – скорости,  $w_{e,p} = [(m_{e,p})^2 + (p_{e,p})^2]^{1/2}$  – энергии,  $m_{e,p}$  – массы покоя,  $q_{e,p}$  – заряды, соответственно, электронов ( $q_e = -1$ ) и протонов ( $q_p = 1$ ) плазмы.

Плотности заряда и тока

$$\rho = \sum q \int f d^3 p, \quad \mathbf{j} = \sum q \int \mathbf{v} f d^3 p,$$

с суммированием по сортам частиц.

Здесь и далее используется следующая система единиц:

длина –  $L$  – произвольный размер,

скорость –  $c$  – скорость света,

время –  $L/c$ ,

масса частицы –  $m$  – масса покоя электрона,

импульс частицы –  $mc$ ,

энергия частицы –  $mc^2$ ,

поле –  $mc^2/eL$ , где  $e$  – элементарный заряд,

концентрация частиц –  $mc^2/4\pi e^2 L^2$ .

В этих единицах масса электрона  $m_e = 1$ , протона  $m_p = 1837$ .

Область расчета определяется параметрами  $0 < x < X$ ,  $0 < y < Y$ ,  $0 < z < Z$ . По осям  $x$  и  $y$  заданы периодические граничные условия. Внешние границы закрыты для входа извне частиц и любых видов энергии.

Задача решалась численным методом, основные принципы алгоритма которого (разностная схема для уравнений Максвелла и метод макрочастиц для уравнения Власова) изложены в [3 – 4].

В начальный момент  $t=0$  электромагнитное поле отсутствует. Электронейтральная плазма, состоящая из электронов и протонов с равной концентрацией  $n_{el} = n_{pr} = 2 \cdot 10^8$  каждого типа частиц, заполняет прямоугольный параллелепипед  $0 < x < 0.3$ ,  $0 < y < 0.3$ ,  $3 < z < 4$  (граничные значения  $X=Y=0.3$ ,  $Z=10$ ). Все частицы имеют скорость вдоль оси  $z$ , равную  $0.99999$ . Кинетическая энергия каждого электрона в этом случае равна  $222.6$ , протона –  $408929$ . В расчетах участвуют  $720000$  макрочастиц каждого типа.

## §2 Результаты расчета

На рис.1 представлено поведение во времени кинетической энергии протонов, электронов и энергии электромагнитного поля.

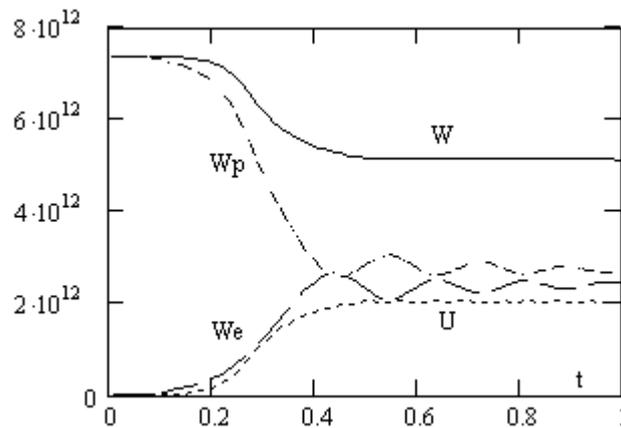


Рис.1  $W$  – суммарная кинетическая энергия протонов и электронов,  $W_p$  – кинетическая энергия протонов,  $W_e$  – кинетическая энергия электронов,  $U$  – энергия электромагнитного поля.

К моменту времени  $t=0,5$  первоначальная энергия протонов почти равномерно распределилась между протонами, электронами и появившимся электромагнитным полем.

На рис.2 - 4 показаны функции распределения по энергиям всего ансамбля электронов и протонов на моменты времени  $t=0.2, 0.3, 0.5$  – (а) и на моменты  $t=0.5, 1$  – (б), а также на момент  $t=1$  – функции распределения энергии электронов и протонов.

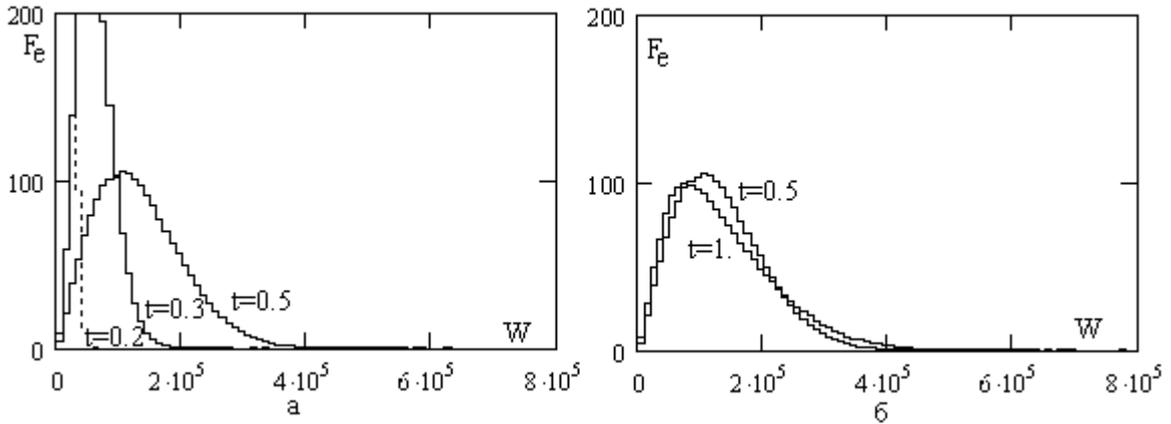


Рис.2 Распределение  $F_e$  электронов по энергиям на времена  $t=0.2, 0.3, 0.5, 1$

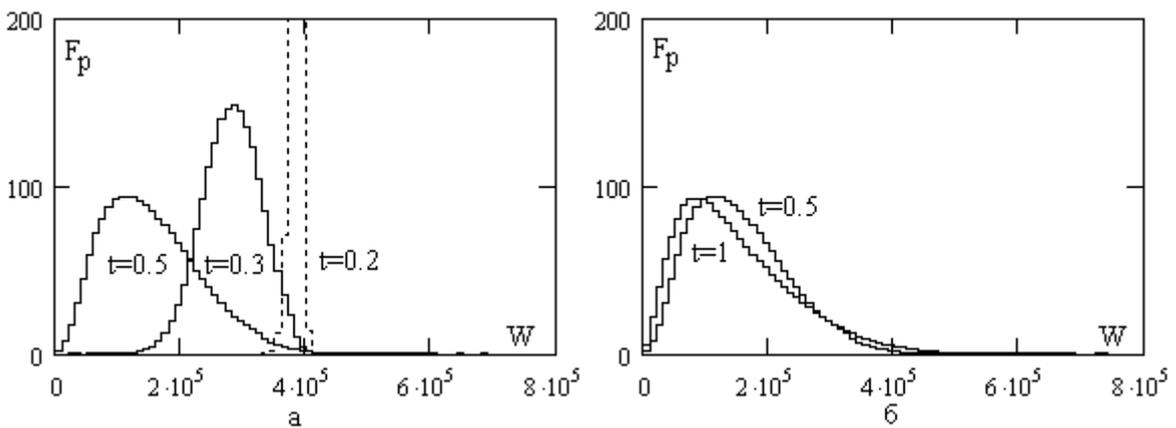


Рис.3 Распределение  $F_p$  протонов по энергиям на времена  $t=0.2, 0.3, 0.5, 1$

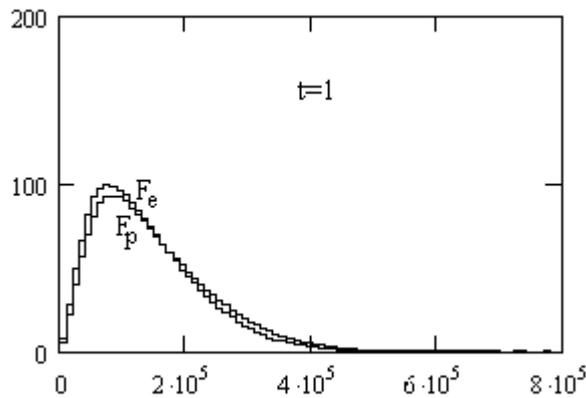


Рис.4 Распределение  $F_e$  электронов и  $F_p$  протонов по энергиям на время  $t=1$ .

Рис.2 – 3 демонстрируют наличие двух процессов: заметное ускорение электронов и заметное торможение протонов. К моменту  $t=1$  их кинетические энергии практически выравниваются.

На рис.5 – 7 представлена эволюция проекций  $(P_x, z)$  и  $(P_z, z)$  фазовых портретов электронов и протонов на разные моменты времени.

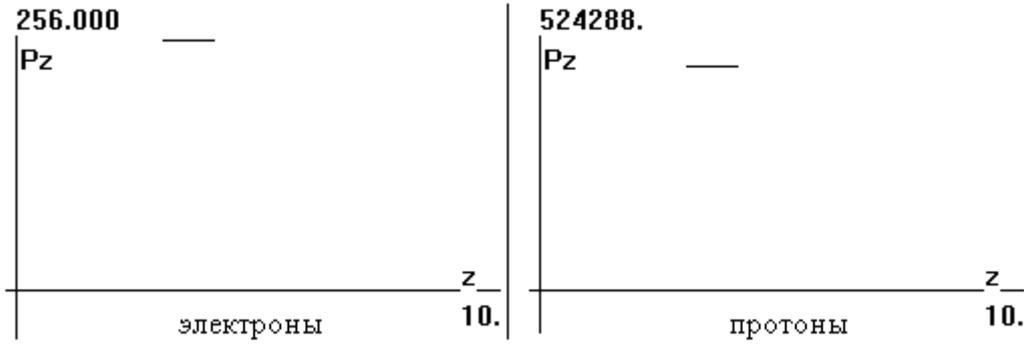


Рис.5 Проекция  $(P_z, z)$  фазовых портретов электронов и протонов при  $t=0$  ( $P_x=0$ ).

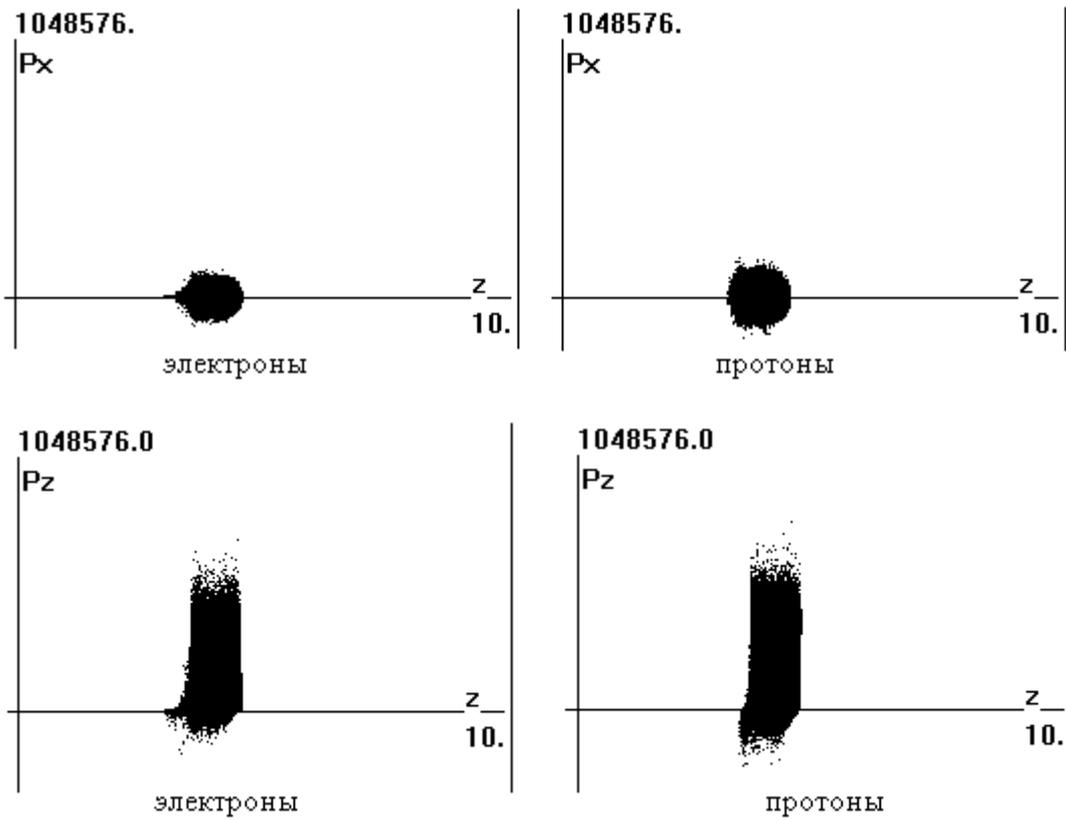


Рис.6 Проекция  $(P_x, z)$  и  $(P_z, z)$  фазовых портретов электронов и протонов при  $t=0.5$ .

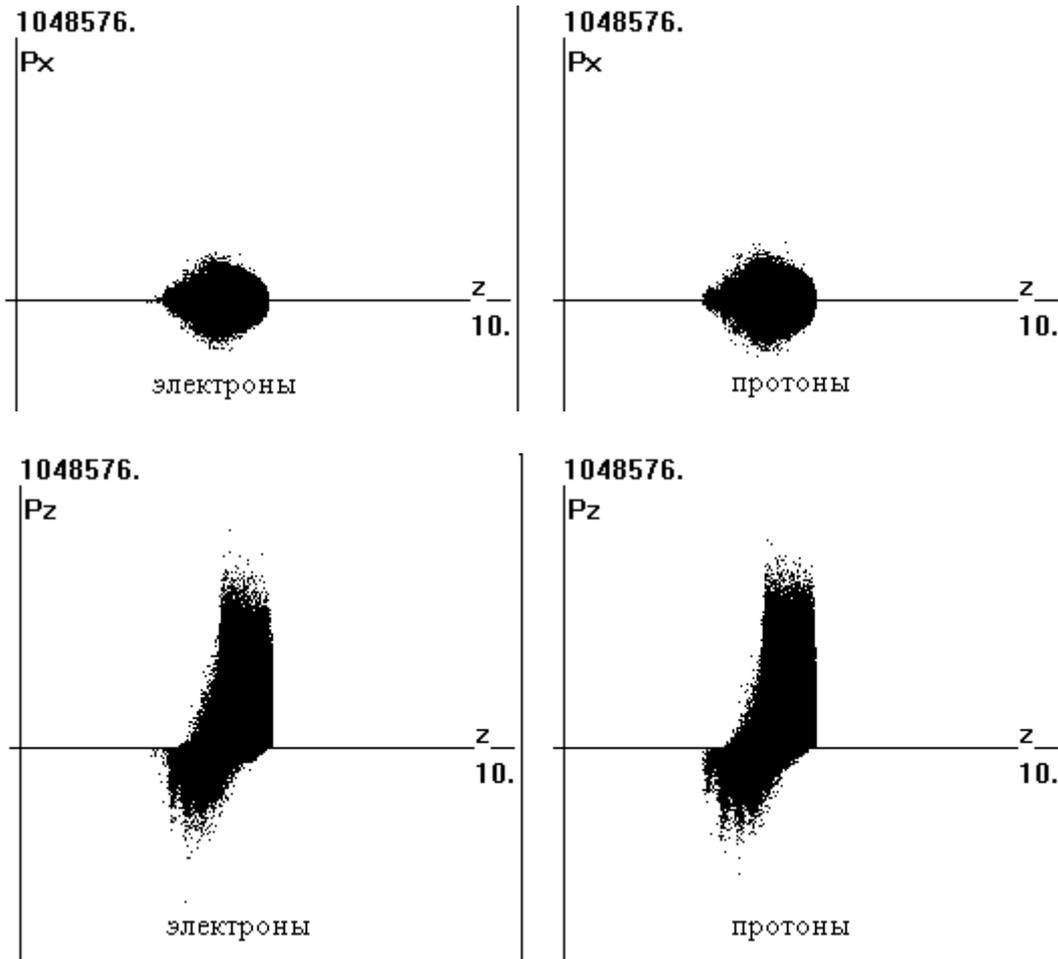


Рис.7 Проекция  $(P_x, z)$  и  $(P_z, z)$  фазовых портретов электронов и протонов при  $t=1$ .

### §3 Заключение

Поставленная задача имеет точное решение – движение слоя нейтральной плазмы как целого с постоянной скоростью и отсутствие электромагнитного поля. Исследование устойчивости этого тривиального решения можно проводить, вводя различные возмущения концентраций и скоростей. Но любой численный метод, округляя результат каждой арифметической операции, сам вводит в расчет возмущения, которые и малы, и случайны.

Таким образом, тривиальное решение неустойчиво. Энергии электронной и протонной компонент выравниваются, появляется электромагнитное поле того же порядка.

## Литература

- [1] С.Л. Гинзбург, В.Ф. Дьяченко, В.В. Палейчик, А.Л. Судариков, В.М. Чечеткин. Плазменная неустойчивость в релятивистских джетах. // Письма в астрономический журнал. 2004, Т.30, №5.
- [2] С.Л. Гинзбург, В.Ф. Дьяченко, В.В. Палейчик, А.Л. Судариков, В.М. Чечеткин. Влияние позитронов и  $\gamma$  - фактора электронов на плазменную неустойчивость релятивистских джетов. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша 2004. №28.
- [3] В.Ф. Дьяченко. О расчетах задач бесстолкновительной плазмы. // ЖВМ и МФ 1985, №4.
- [4] В.Ф. Дьяченко Десять лекций по физической математике. // г. Москва Издательство «Факториал», 1997.

## Содержание

Введение .....	3
§1 Постановка задачи .....	3
§2 Результаты расчета .....	4
§3 Заключение .....	7
Литература .....	8