

**МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ**

**"Околоземная астрономия-2009"**

**24 - 28 августа 2009 г.**

**г. Казань, РОССИЯ**

**Возвращение космического аппарата  
с геостационарной орбиты к Земле с  
помощью лунного гравитационного  
маневра**

**В.В. Ивашкин**

**Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН**

**Москва, РОССИЯ**

**E-mail: [Ivashkin@spp.Keldysh.ru](mailto:Ivashkin@spp.Keldysh.ru)**

### **Уважаемые коллеги!**

**В работе исследуется проблема перелетов космического аппарата (КА) между Землей и Геостационарной Экваториальной Орбитой (ГСО). Главное внимание уделяется проблеме возвращения КА с ГСО к Земле. Кроме траекторий «прямого» возвращения с начальным уменьшением скорости КА и непосредственным полетом к Земле, предложены, получены и исследованы «обходные» траектории, использующие начальное увеличение скорости КА, полет к Луне, выполнение Лунного гравитационного маневра и последующий полет к Земле.**

**Показано, что энергетические затраты для осуществления «обходного» полета с Лунным гравитационным маневром существенно меньше, чем для «прямого» перелета.**

**Ниже дано Содержание работы.**

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. ВВЕДЕНИЕ – ПЕРЕЛЕТ КА С ЗЕМЛИ НА ГСО.....</b>	<b>4</b>
<b>2. “ПРЯМОЕ” ВОЗВРАЩЕНИЕ КА С ГСО К ЗЕМЛЕ.....</b>	<b>7</b>
<b>3. “ОБХОДНОЙ” ПОЛЕТ КА С ГСО К ЗЕМЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛУННОГО ГРАВИТАЦИОННОГО МАНЕВРА – ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ...8</b>	<b>8</b>
<b>4. ВОЗВРАЩЕНИЕ К ЗЕМЛЕ ГЕОСТАЦИОНАРНОГО СПУТНИКА С ЗАДАННОЙ ГЕГРАФИЧЕСОЙ ДОЛГОТОЙ.....</b>	<b>14</b>
<b>5. ВЛИЯНИЕ ОШИБОК НАЧАЛЬНЫХ ДАННЫХ.....</b>	<b>16</b>
<b>6. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ «ОБХОДНОГО» ПЕРЕЛЕТА С ГСО К ЗЕМЛЕ.....</b>	<b>17</b>
<b>7. ВЫВОДЫ.....</b>	<b>18</b>
<b>8. ЛИТЕРАТУРА.....</b>	<b>19</b>

Сначала – кратко о проблеме выведения КА на ГСО.

Были проанализированы две возможные схемы выведения КА на ГСО с низкой околоземной орбиты ИСЗ [В.В. Ивашкин, Н.Н. Тупицын, 1970]

На Рис. 1 дана сумма величин импульсов скорости для этих схем. Здесь:  
 $w_f^I$  - сумма  $\Delta V_i$  для двухимпульсного (Гомана-Цандера) и трехимпульсного (Штернфельда) выведения в поле притяжения Земли;  
 $w_f^{II}$  - сумма  $\Delta V_i$  для «обходного» двухимпульсного выведения в поле притяжения Земли, Луны и Солнца с использованием Лунного гравитационного маневра. Эта «обходная» схема становится оптимальной при достаточно большом начальном наклонении,  $i_0 > \sim 28^\circ$ .

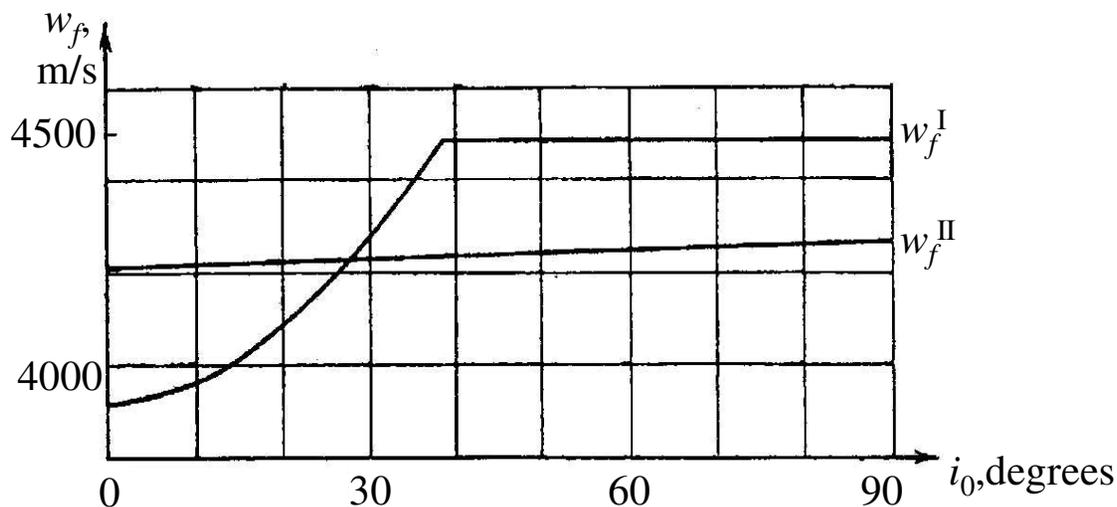


Рис. 1: Сумма величин импульсов скорости для двух схем выведения КА на ГСО

На следующем слайде приведена типичная «обходная» траектория выведения КА на ГСО.

# I. ВВЕДЕНИЕ - ПЕРЕЛЕТ КА С ЗЕМЛИ НА ГСО - b

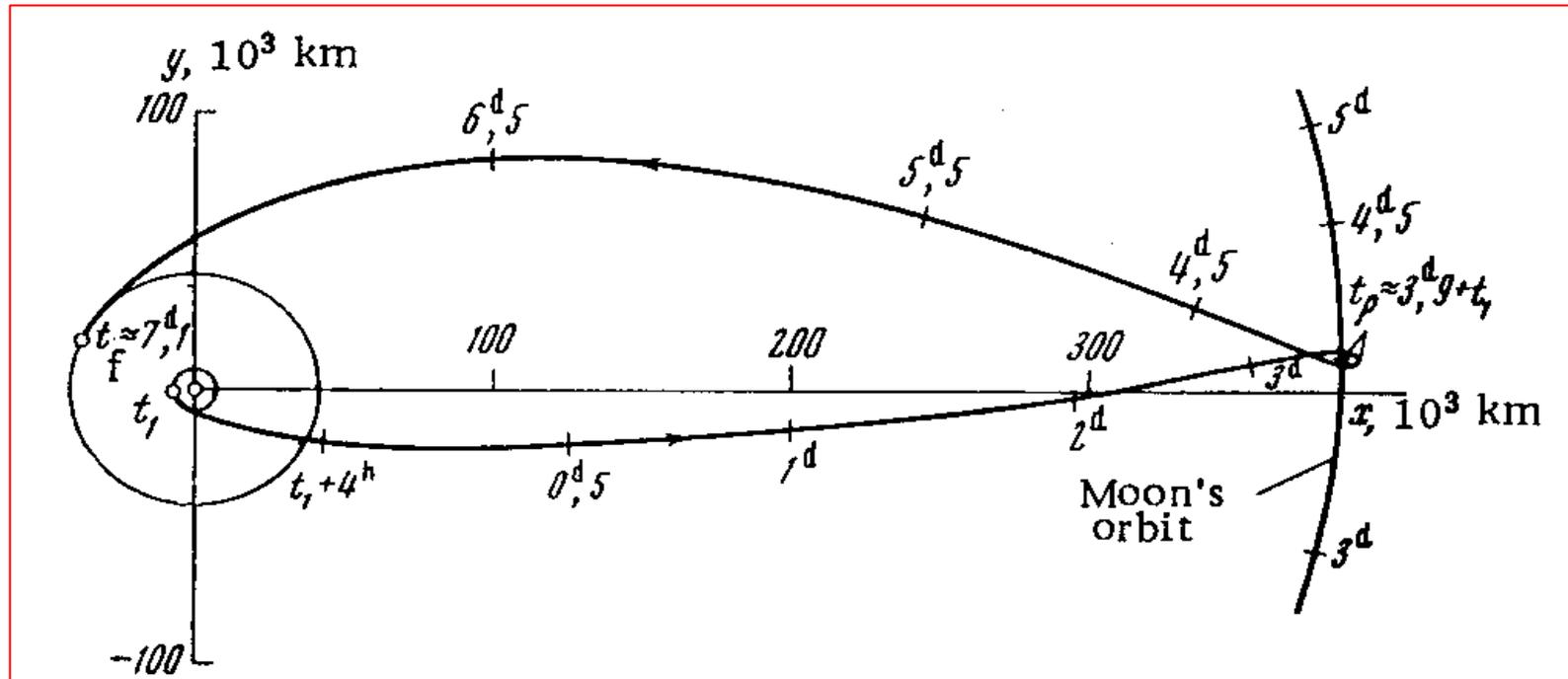
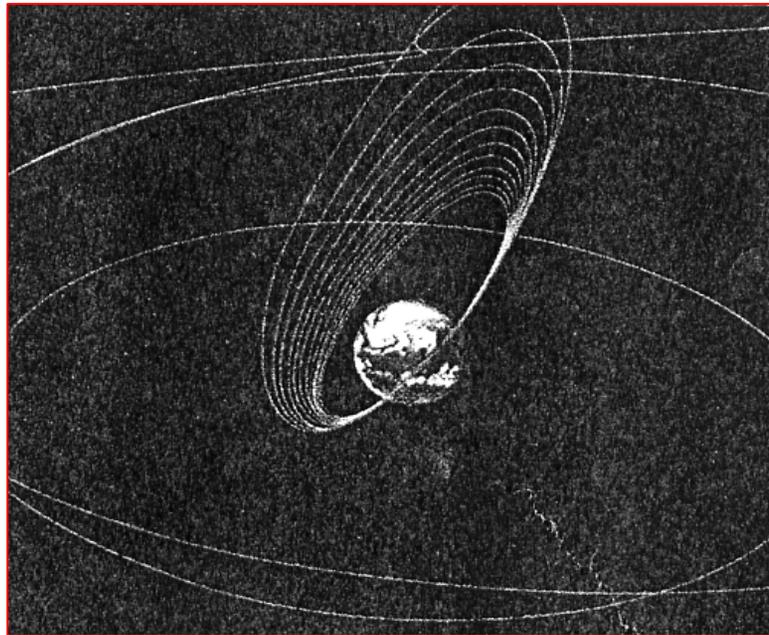


Рис. 2: Обходная траектория выведения КА на ГСО с использованием Лунного гравитационного маневра, в проекции на плоскость Земного экватора [В.В. Ивашкин, Н.Н. Тупицын, 1970]

Позднее эта схема выведения КА на ГСО была реализована. На следующем слайде приведена траектория такого выведения на ГСО КА ASIA SAT 3/HGS-1, 1998.

## I. ВВЕДЕНИЕ - ПЕРЕЛЕТ КА С ЗЕМЛИ НА ГСО - с



**Рис. 3: Траектория перелета на ГСО  
КА ASIA SAT 3/HGS-1  
[Riebe T., Schweitzer M., 1998]**

## 2. “ПРЯМОЕ” ВОЗВРАЩЕНИЕ КА С ГСО К ЗЕМЛЕ

7

А) Проблема увода КА с ГСО также важна. В настоящее время этот увод делается изменением радиуса орбиты на несколько сотен км. Это представляется не лучшим решением проблемы. По-видимому, возвращение КА с ГСО к Земле для его разрушения или мягкой посадки на поверхность Земли может дать лучший вариант решения проблемы.

В) Проанализированы две схемы возвращения к Земле: прямое и обходное с облетом Луны.

С) На Рис. 4 приведена схема “прямого” возвращения КА с ГСО к Земле с начальным торможением скорости КА на  $\Delta V^I$ . Расстояние  $r_{\pi f}$  в конечном оскулирующем перигее есть параметр задачи:

$$0 \leq r_{\pi f} \leq r_{\pi f \max} \approx 6420 \text{ км.}$$

На Рис. 5 приведена величина тормозного импульса скорости в зависимости от конечного перигейного расстояния  $r_{\pi f}$ :

$$\Delta V^I \approx 1.49\text{-}3.075 \text{ км/с.}$$

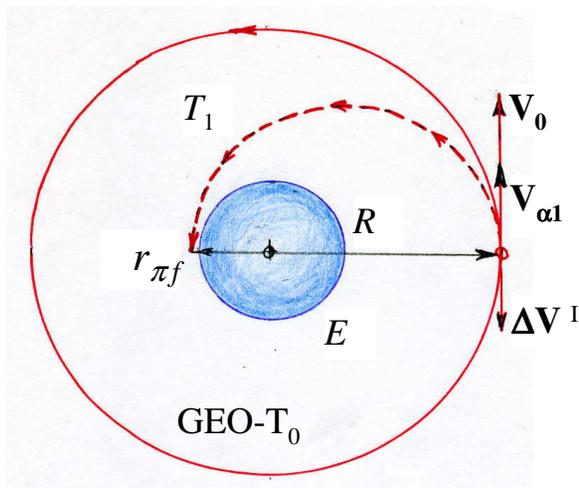


Рис. 4:  
Прямое  
возвращение  
КА с  
ГСО к  
Земле.

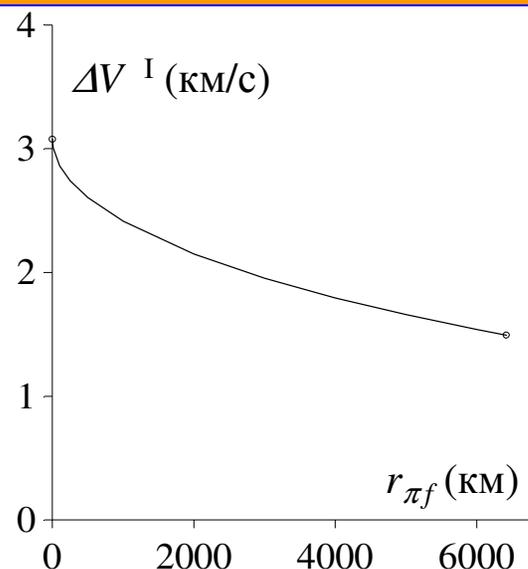


Рис. 5:  
Величина  
импульса  
скорости для  
прямого  
возвращения

### 3. “ОБХОДНОЙ” ПОЛЕТ КА С ГСО К ЗЕМЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛУННОГО ГРАВИТАЦИОННОГО МАНЕВРА

#### ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ - а

а) “Обходной” перелет с ГСО к Земле является обратным по отношению к “обходному” перелету с Земли к ГСО.

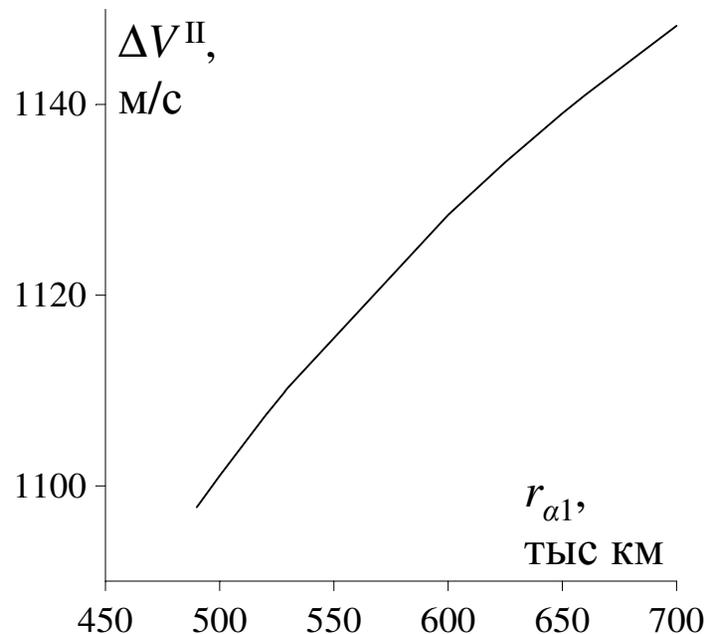
Принята и проанализирована следующая расчетная схема “обходного” перелета с ГСО к Земле. В некоторой точке ГСО (задаваемой углом  $u_0$ ), в некоторый момент  $t_0$ , скорость КА увеличивается на некоторую величину  $\Delta V^II$ , которой соответствует орбита отлета  $T_1$  с апоцентрическим расстоянием  $r_{a1}$ . После этого КА летит к Луне, достигает ее сферы действия, осуществляет специальный лунный гравитационный маневр и затем летит к Земле, входит в Земную атмосферу. Имеем 3-параметрическую задачу.

б) Разработан численный алгоритм определения обходной траектории такого типа [В.В. Ивашкин, 2005, 2006; V.V. Ivashkin, 2006 ]. Он использует интегрирование системы уравнений движения КА в поле притяжения Земли (с учетом ее главной гармоники  $c_{20}$ ), а также Луны и Солнца, как материальных точек. Использован метод интегрирования, разработанный в ИПМ им. Келдыша РАН [В.А. Степаньянц, Д.В. Львов, 2000].

### 3. “ОБХОДНОЙ” ПОЛЕТ КА С ГСО К ЗЕМЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛУННОГО ГРАВИТАЦИОННОГО МАНЕВРА

#### ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ - б

Построено несколько семейств обходных траекторий возвращения КА с ГСО к Земле. Для них полет к Луне происходит по эллиптической орбите с апоцентрическим расстоянием  $r_{a1} \approx 500-700$  тыс км, расстояние в конечном оскулирующем перигеетре  $r_{\pi} \approx 0-6420$  км, что обеспечивает касательный, наклонный или нормальный вход КА в атмосферу Земли, облет Луны делается у восходящего и нисходящего узла ее орбиты. Энергетические затраты для осуществления такого полета составляют  $\sim 1100-1150$  м/с (см. Рис. 6), это существенно меньше затрат для прямого полета (приведенных на Рис. 5, слайд 7).



**Рис. 6: Величина импульса скорости для обходного возвращения с облетом Луны**

**Далее приведено несколько типичных траекторий обходного типа.**

### 3. «ОБХОДНОЙ» ПОЛЕТ КА С ГСО К ЗЕМЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛУННОГО ГРАВИТАЦИОННОГО МАНЕВРА – б (ВОСХ. УЗЕЛ, КАСАТ. ВХОД)

На Рис. 7 и 8 дана типичная обходная траектория с облетом Луны у восходящего узла ее орбиты и «касательным» входом в атмосферу Земли. Для нее: высота конечного оскулирующего перигея  $H_{\pi f} \approx 47$  км; начальное апогейное расстояние  $r_{\alpha 1} = 490\,000$  км; величина импульса скорости  $\Delta V^{\text{II}} \approx 1098$  м/с; миним. расстояние до Луны  $\rho_{\pi} \approx 13,400$  км (2Л-2001,  $\Delta t_{\rho} \approx 3.8$  сут); время полета  $\Delta t_{\Sigma} \approx 9.4$  сут.

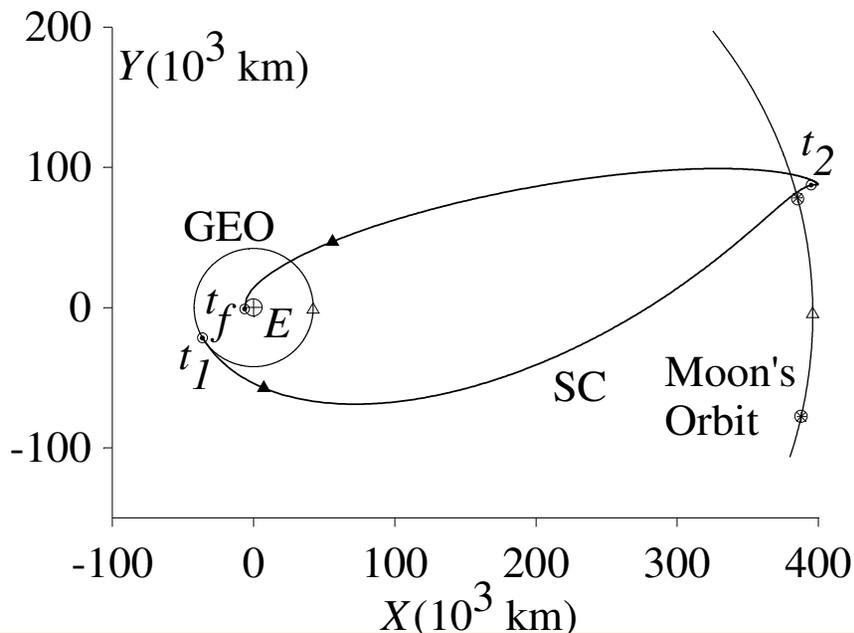


Рис. 7: Геоцентрич. обходная траектория касательного спуска КА с ГСО в атмосферу Земли при использовании Лунного гравитацион. маневра у восходящего узла орбиты Луны, в проекции XY ( $r_{\pi f} \approx 6418$  км).

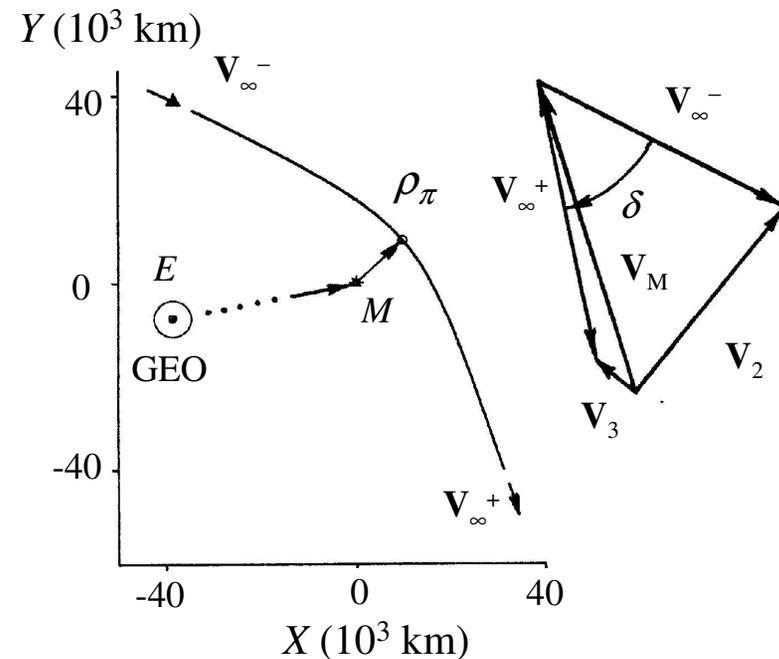


Рис. 8: Селеноцентр. движение КА вблизи Луны в проекции XY, и схема изменения скорости КА при Лунном гравит. маневре ( $\rho_{\pi} \approx 13400$  км).

### 3. “ОБХОДНОЙ” ПОЛЕТ КА С ГСО К ЗЕМЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛУННОГО ГРАВИТАЦИОННОГО МАНЕВРА – с

Гравитационный маневр у восходящего узла, “нормальный” вход в атмосферу

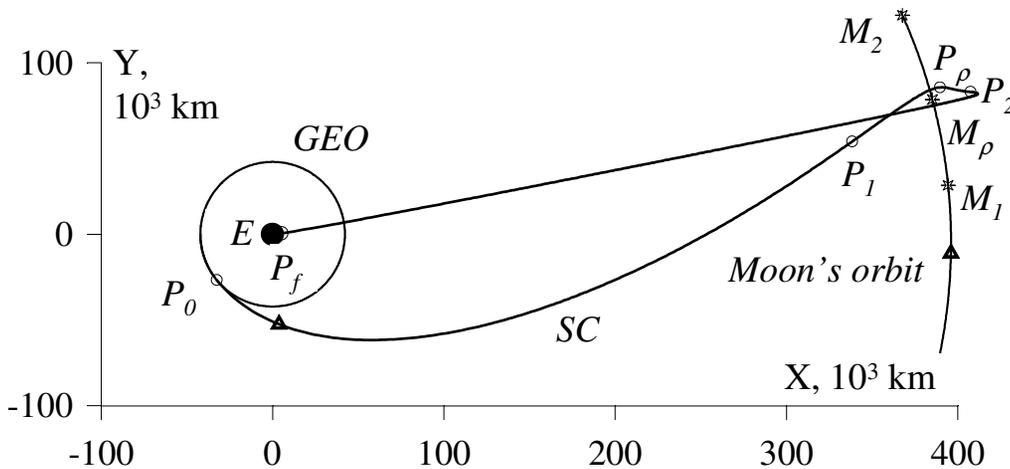


Рис. 9. Геоцентрич. обходная траектория нормального спуска КА с ГСО в атмосферу Земли при использовании Лунного гравитац. маневра у восходящего узла орбиты Луны, в проекции XY ( $r_{\pi f} \approx 0$ ;  $r_{a1} = 600$  тыс км;  $\Delta V^{\Pi} \approx 1128$  м/с;  $\Delta t_{\Sigma} = 8.5$  сут)

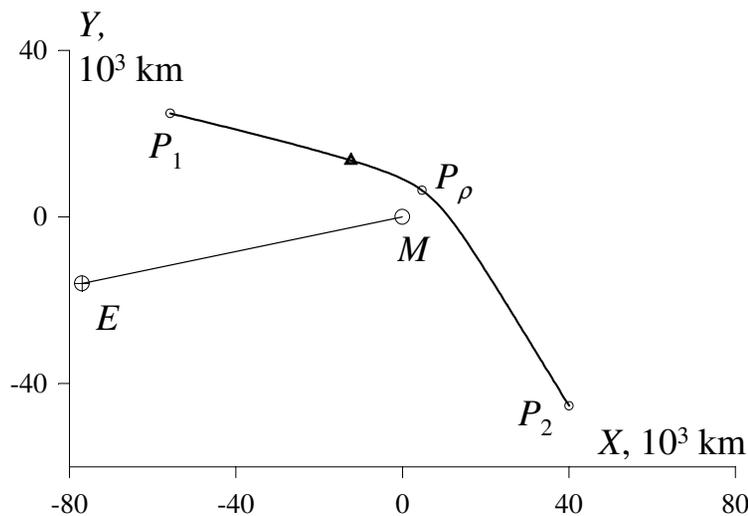


Рис. 10. Селеноцентр. движение КА вблизи Луны, для нормального спуска КА с ГСО в атмосферу Земли при облете Луны у восходящего узла ее орбиты, в проекции XY ( $\rho_{\pi} \approx 6492$  км;  $\Delta t_p \approx 3.3$  сут;).

### 3. “ОБХОДНОЙ” ПОЛЕТ КА С ГСО К ЗЕМЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛУННОГО ГРАВИТАЦИОННОГО МАНЕВРА – d

Гравитационный маневр у нисходящего узла, “касательный” вход в атмосферу

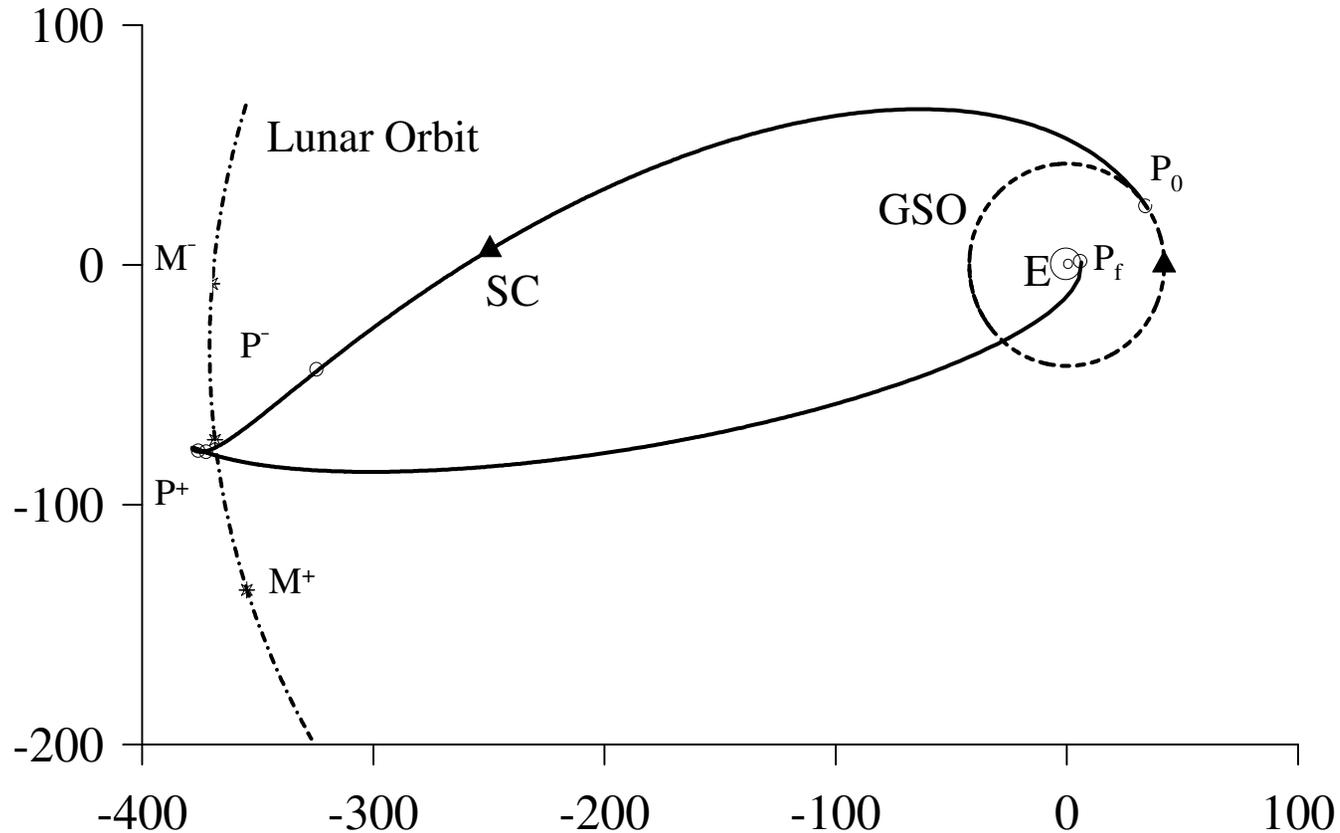


Рис. 11: Обходная траектория возвращения КА с ГСО к Земле при облете Луны у ее нисходящего узла и «касательном» входе в атмосферу, в проекции XY ( $H_{\pi f} \approx 45$  км,  $r_{a1} \approx 528$  тыс км,  $\Delta V^{\Pi} \approx 1110$  м/с;  $\rho_{\pi} \approx 8500$  км,  $\Delta t_{\rho} \approx 3.28$  сут (15/Л-2001),  $\Delta t_{\Sigma} \approx 8.17$  сут).

### 3. “ОБХОДНОЙ” ПОЛЕТ КА С ГСО К ЗЕМЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛУННОГО ГРАВИТАЦИОННОГО МАНЕВРА – e

Гравитационный маневр у нисходящего узла, “нормальный” вход в атмосферу

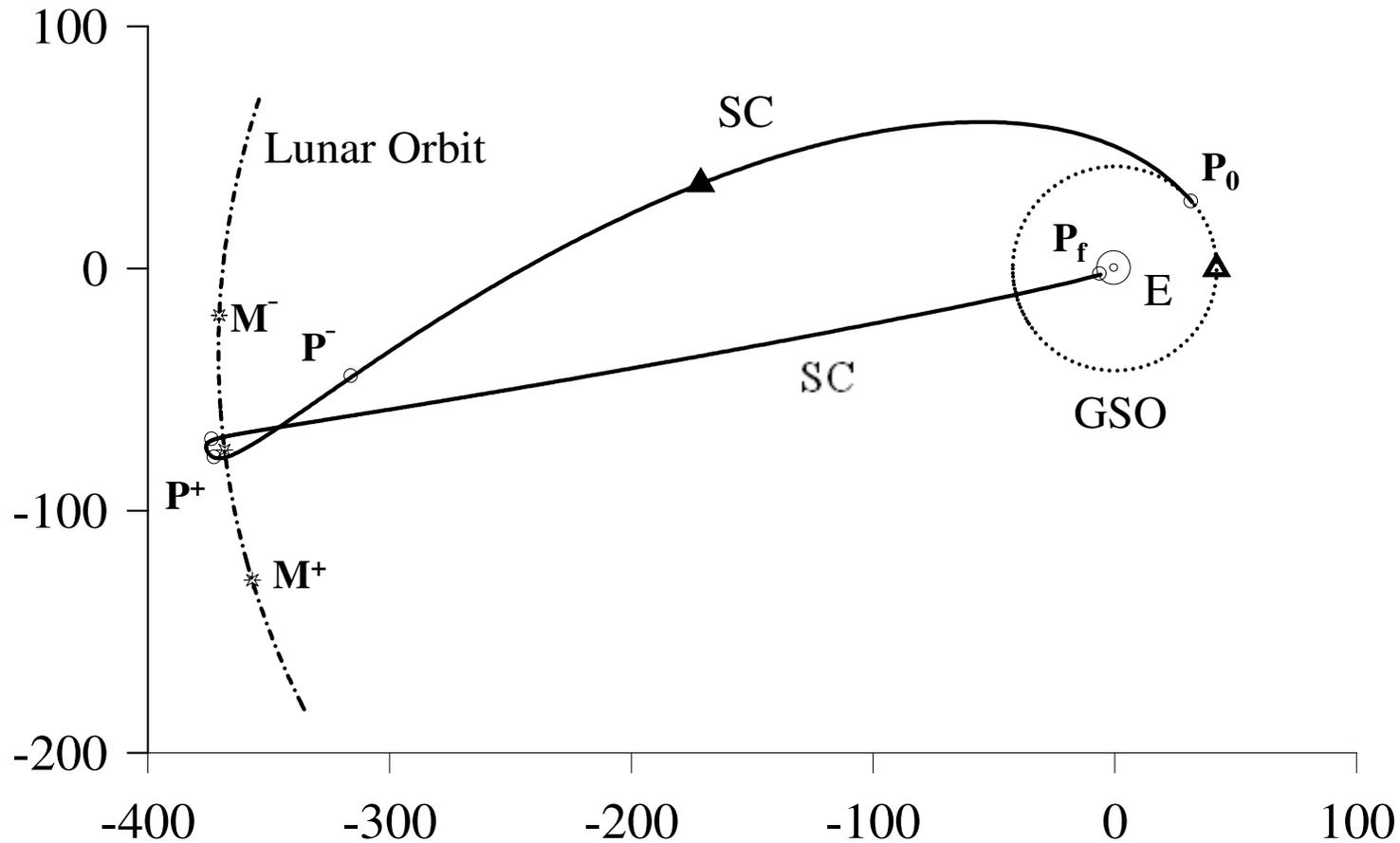


Рис. 12. Обходная траектория возвращения КА с ГСО к Земле при облете Луны у ее нисходящего узла и «нормальном» входе в атмосферу, в проекции XY ( $r_{\text{пл}} \approx 0$ ,  $r_{a1} = 700$  тыс км,  $\Delta V^{\text{II}} = 1148$  м/с;  $\rho_{\pi} \approx 5050$  км,  $\Delta t_{\rho} = 2.87$  сут,  $\Delta t_{\Sigma} = 7.73$  сут).

#### 4. СПУСК К ЗЕМЛЕ СПУТНИКА С ЗАДАННОЙ ГЕОГРАФИЧЕСКОЙ ДОЛГОТОЙ 14

Обходная траектория спуска на Землю КА на ГСО, когда задана его географическая долгота, осуществляется с помощью предварительного «фазирования» КА.

Можно применить, например, старт КА к Луне двумя импульсами, между ними КА делает один или несколько пассивных витков по орбите  $T_1$ , получающейся после первого импульса, см Рис. 13. Ее период выбирается так, чтобы прибыть в точку отлета к Луне  $P_2$  в нужное время.

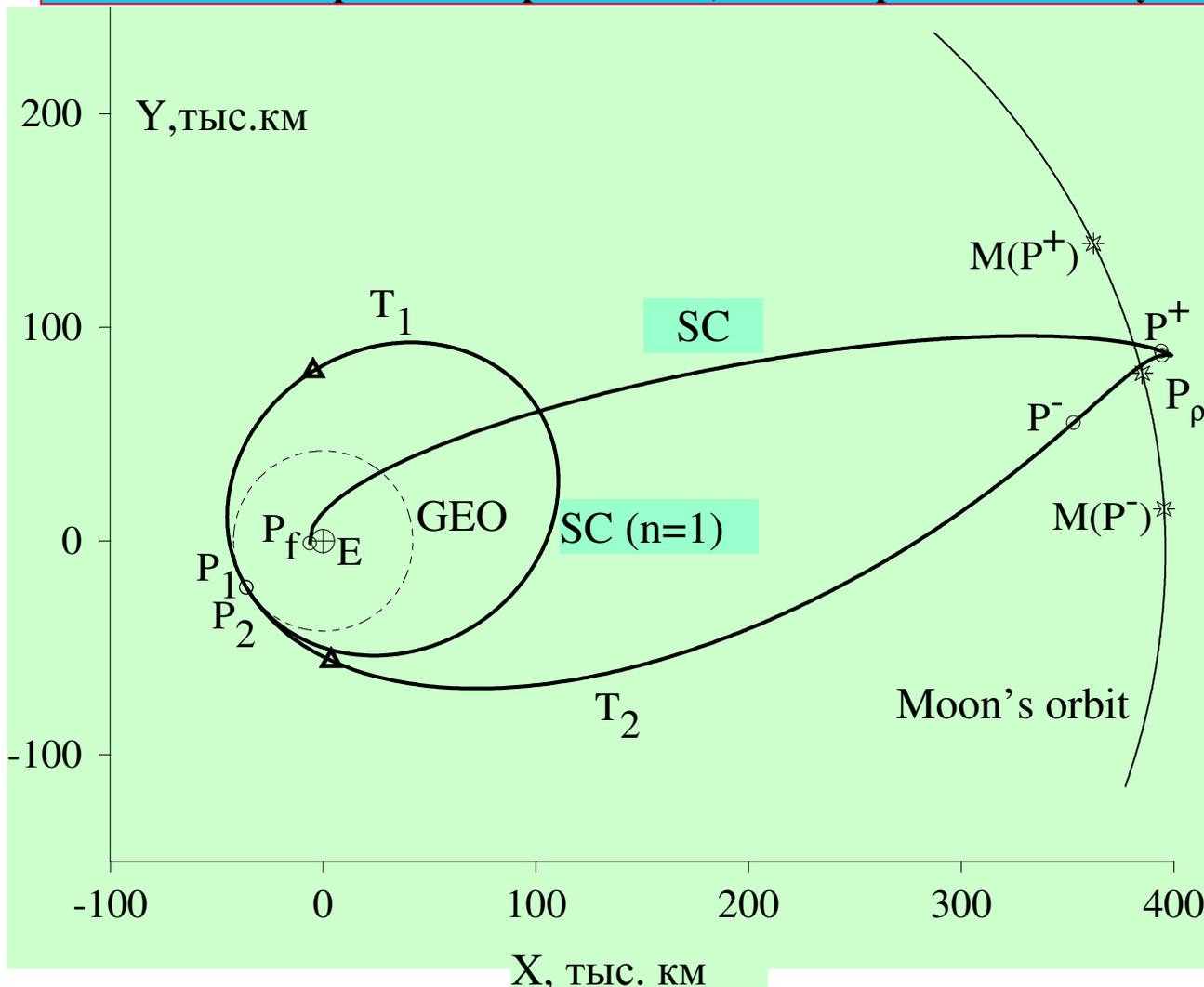


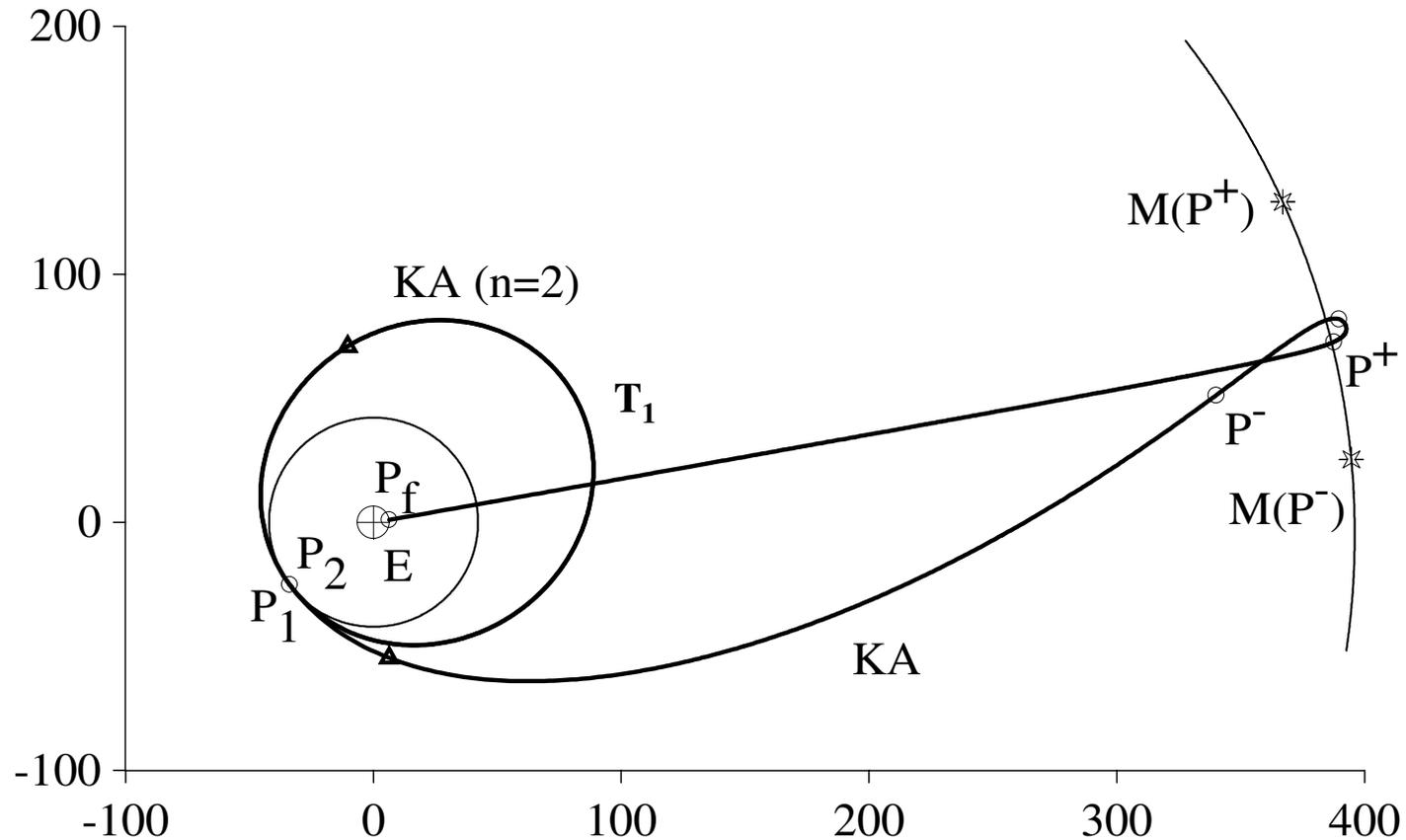
Рис. 13. «Касательный» обходной спуск с ГСО к Земле спутника с заданной географической долготой ( $\lambda_0 \approx 16^\circ$ ): точка  $P_1$  - переход на фазирующую орбиту  $T_1$ , 27.12.2000; пассивный виток по орбите  $T_1$ ; точка  $P_2$  - старт к Луне, 29.12.2000; точка  $P_f$  - подлет к Земле 8.01.2001.

Такая схема уменьшит также гравитационные потери и расход топлива при работе разгонных двигателей КА для старта к Луне.

#### 4. СПУСК К ЗЕМЛЕ СПУТНИКА С ЗАДАННОЙ ГЕОГРАФИЧЕСКОЙ ДОЛГОТОЙ - б

Случай “нормального” входа в атмосферу

15



**Рис. 14. “Нормальный” обходной спуск с ГСО к Земле спутника с заданной географической долготой ( $\lambda_0 \approx 16^\circ$ ): точка  $P_1$  - переход на фазирующую орбиту  $T_1$ ,  $t_0 = 26.12.2000$ ; два пассивных фазирующих витка по орбите  $T_1$ ; точка  $P_2$  - старт к Луне 30.12.2000;  $P_f$  - вход в атмосферу Земли 7.01.2001.**

### Случай “нормального” номинального входа в атмосферу Земли

Ошибки в работе двигателей при старте с ГСО приводят к отклонению начальных кинематических параметров (время, координаты, компоненты скорости) от номинальных значений и к отклонению орбиты от номинальной.

Поэтому в общем случае, ввиду сложности траектории, требуется коррекция полета. Важно выявить возможность выполнения полета без коррекции.

Для случая, когда номинальная траектория приводит к “нормальному” входу в атмосферу ( $r_{\text{пт}} \approx 0$ ), в Таблице даны *предельные вариации начальных кинематических параметров*, для которых вариация перигейного расстояния меньше радиуса Земли (6370 км) и КА после облета Луны входит в атмосферу Земли.

Табл. 1. *Предельные вариации начальных кинематических параметров (при  $\Delta r_{\text{пт}} < 6370$  км) для случая номинального “нормального” входа в атмосферу Земли.*

$\Delta t_0$ , с	$\Delta x_0$ , км	$\Delta y_0$ , км	$\Delta z_0$ , км	$\Delta V_{x0}$ , м/с	$\Delta V_{y0}$ , м/с	$\Delta V_{z0}$ , м/с
6500	150	130	280	10	6	65

Обычные отклонения *начальных кинематических параметров* ( $\Delta t_0 < 10$  с,  $|\Delta r_0| < 1$  км,  $|\Delta V_0| < 1$  м/с) значительно меньше указанных в Таблице предельных значений. Поэтому возвращение с ГСО по “нормальной” обходной траектории может быть реализовано без коррекции полета.

Для качественного анализа обходных траекторий с облетом Луны использована модель «точечной» сферы действия Луны. В этой модели траектория КА состоит из двух дуг кеплеровских геоцентрических орбит, соединенных в Луне в момент ее облета, здесь скорость КА меняется скачком из-за гравитационного маневра.

В пространстве скоростей КА после облета Луны:

- Множество точек для заданного конечного перигейного расстояния  $r_{\text{пф}}$  (0-6420 км) есть гиперboloид  $H$ , см. рис. 15;
- Множество точек для заданной орбиты  $T_1$  отлета с ГСО есть сфера  $\Sigma$  с центром в конце скорости Луны.
- Их пересечение  $A=H \cap \Sigma$  дает множество скоростей КА после облета Луны и множество орбит подлета к Земле, см. Рис. 15.

Эта модель позволяет дать анализ основных характеристик решений. В частности,

- Если скорость подлета к Луне  $V_{\infty} < V_{\infty \text{ min}}$  ( $r_{\alpha 1} < r_{\alpha \text{ min}} \approx 500$  тыс. км), то нет решения задачи.
- Если  $V_{\infty} = V_{\infty \text{ min}}$ , есть единственное решение.
- Если  $V_{\infty} > V_{\infty \text{ min}}$ , то есть одна (или две) кривая из точек решений, см. Рис. 15а.

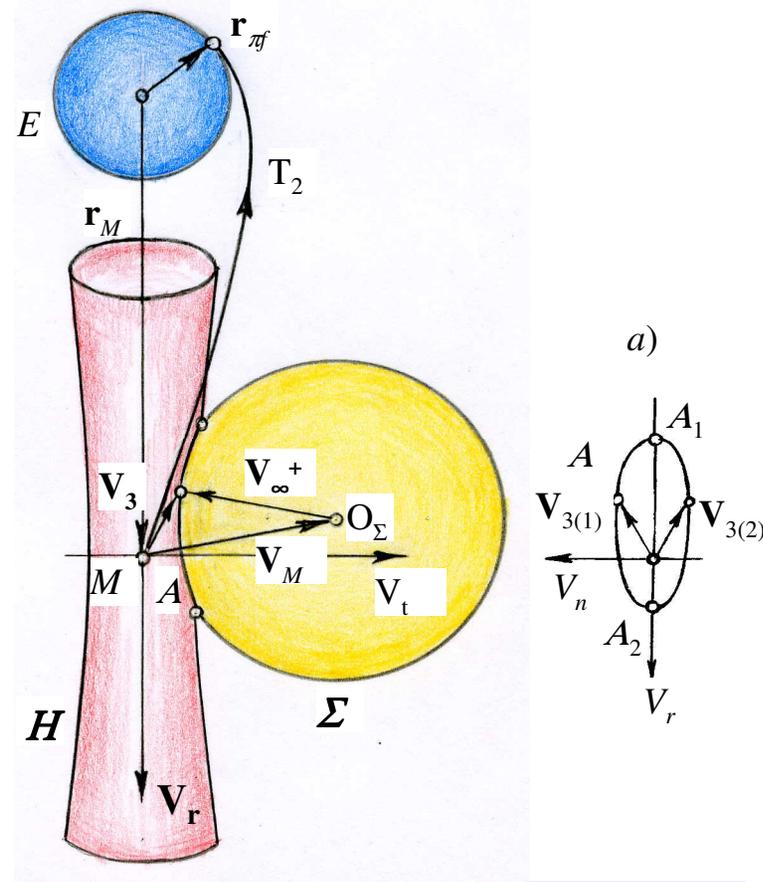


Рис. 15: Множества геоцентрических скоростей КА  $V_3$  для полета от Луны к Земле;  
а) Вид с оси  $V_t$  на множество  $A=H \cap \Sigma$ .

## 7. ВЫВОДЫ

**В работе построены (в рамках задачи четырех тел – КА, Земля с учетом ее сжатия, Луна и Солнце) обходные траектории возвращения КА с геостационарной орбиты к Земле с использованием Лунного гравитационного маневра. Показана их реализуемость с учетом возможности облета Луны.**

**Показано, что эти обходные траектории позволяют осуществить возвращение КА с ГСО к Земле с существенно меньшими энергетическими затратами, с меньшим расходом топлива, чем траектории прямого спуска к Земле.**

**Данная схема спуска, вообще говоря, требует более точных и сложных систем навигации и управления. При этом показано, что обходные траектории с “нормальным” номинальным входом в атмосферу Земли могут быть осуществлены без коррекции движения КА.**

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных исследований (Гранты 06-01-000531, 08-01-00710) и Гранта поддержки научной школы. Автор признателен Г.Т. Кайзер за помощь по характеристикам геостационарных спутников.

**Спасибо за внимание!**

1. **Ивашкин В.В., Тупицын Н.Н. Об использовании гравитационного поля Луны для выведения космического аппарата на стационарную орбиту спутника Земли. // Препринт, Институт прикладной математики Академии наук СССР, Москва, 1970. 32 с.**
2. **Ивашкин В.В., Тупицын Н.Н. Об использовании гравитационного поля Луны для выведения космического аппарата на стационарную орбиту спутника Земли. // Космические исследования. 1971, т. IX, вып. 2, с. 163-172.**
3. **Ивашкин В.В. Оптимизация космических маневров при ограничениях на расстояния до планет. М.: Наука, 1975, 392 с.**
4. **Graziani F., Gastronuovo M.M., Teofilatto P., *Geostationary orbits from mid-latitude launch sites via lunar gravity assist*, American Astronautical Society Publications, Advances in Astronautical Sciences. Vol. 84, 1993, AAS 93-289, pp. 561-572.**
5. **Hohman W. Die Erreichbarkeit der Himmelskörper. München, 1925 // В кн. Пионеры ракетной техники: Гансвинд. Годдард. Эсно-Пельтри. Оберт. Гоман. Избранные труды. М.: Наука, 1977. С. 526 – 607.**
6. **Цандер Ф.А. Перелеты на другие планеты (Теория межпланетных путешествий) // В кн.: Пионеры ракетной техники: Кибальчич. Циолковский. Цандер. Кондратюк. Избранные труды. М.: Наука, 1964. С. 277 – 359.**
7. **Sternfeld A., Sur les trajectoires permettant d'approcher d'un corps attractifs central à partir d'une orbite Keplérienne donnée, Comptes rendus de l'Académie des Sciences (Paris), 1934, Vol. 198, pp. 711— 713.**
8. **Штернфельд А.А. Введение в космонавтику. а) 1937, М.- Л.: ОНТИ, 318 с. б) Изд. 2-е, М: Наука, 1975, 240 с.**
9. **NSSDS Master Catalog Spacecraft. [http:// nssdc.gsfs.nasa.gov/database](http://nssdc.gsfs.nasa.gov/database).**
10. **Riebe T., Schweitzer M., Space operations and support, AEROSPACE AMERICA, 1998, p. 83.**

## 8. REFERENCES - b

11. Ivashkin V.V., *Lunar Space Projects*, American Astronautical Society Publications, Science and Technology Series, Vol. 108, 2004. AAS 03-763, pp. 481-499.
12. Ивашкин В.В., Райкунов Г.Г. Оптимальное обслуживание системы ИСЗ. // Известия Академии Наук. Техническая кибернетика. 1993. N 1. С. 111–120.
13. Ивашкин В.В. Ари Штернфельд и космонавтика. // Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2005 г., N 20, 32 с.  
[http://www.keldysh.ru/papers/2005/source/rep2005\\_20.pdf](http://www.keldysh.ru/papers/2005/source/rep2005_20.pdf).
14. Ивашкин В.В. Траектории возвращения с геостационарной орбиты к Земле при использовании гравитационного поля Луны. // Препринт N 22, ИПМ им. Келдыша РАН, 2006, 20 стр. [http://www.keldysh.ru/papers/2006/source/rep2006\\_22.pdf](http://www.keldysh.ru/papers/2006/source/rep2006_22.pdf).
15. Ивашкин В.В. О траекториях возвращения космического аппарата с геостационарной орбиты к Земле с использованием гравитационного маневра у Луны. // Доклады Академии наук, 2006, 2006, том 409, N 6, с. 770-773.
16. Ivashkin V.V. SPACE FLIGHT FROM GEOSTATIONARY ORBIT TO THE EARTH USING LUNAR GRAVITY ASSIST, *57th International. Astronautical Congress IAC-06*, Valencia, Spain, 2-6 Oct. 2006. Final Papers. Paper IAC-06-C1.8.4.
17. Степаньянц В.А., Львов Д.В. Эффективный алгоритм решения системы дифференциальных уравнений движения. // Математич. моделирование. 2000, т. 12, вып. 6, с. 9-14.
18. Robbins H.M., *An Analytical Study of the Impulsive Approximation*, AIAA J., 1966, Vol. 4, No. 8, pp. 1417-1423.
19. Ивашкин В.В., Голиков А.Р. ТРАЕКТОРИИ ПЕРЕЛЕТА МЕЖДУ ЗЕМЛЕЙ И ГЕОСТАЦИОНАРНОЙ ОРБИТОЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЛУНЫ // Препринты ИПМ им.М.В. Келдыша, 2008. N 95. 24 с.  
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2008-95>.