



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 29 за 2010 г.



Иванов Д.С., Карпенко С.О.,  
Овчинников М.Ю.

Лабораторные испытания  
токовых катушек с  
сердечником

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Иванов Д.С., Карпенко С.О., Овчинников М.Ю. Лабораторные испытания токовых катушек с сердечником // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2010. № 29. 26 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2010-29>

ОРДЕНА ЛЕНИНА  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ им.М.В.КЕЛДЫША  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

Д.С. Иванов, С.О. Карпенко, М.Ю. Овчинников

**ЛАБОРАТОРНЫЕ ИСПЫТАНИЯ  
ТОКОВЫХ КАТУШЕК С СЕРДЕЧНИКОМ**

Москва

2010

**Лабораторные испытания токовых катушек с сердечником.** Д.С. Иванов, С.О. Карпенко, М.Ю. Овчинников. Препринт ИПМ им.М.В. Келдыша РАН, Москва, 26 страниц, 27 рисунков, библиография 3 наименования.

Дано описание магнитных токовых катушек, используемых в качестве исполнительных органов для управления ориентацией малых космических аппаратов. Приведены их основные характеристические параметры, разработана методика их исследования. Проведён анализ ошибок определения характеристик. Представлены результаты испытаний токовых катушек, разработанных в ИТЦ «СканЭкс».

**Ключевые слова:** токовая катушка с сердечником, магнитометр, магнитные характеристики

Laboratory Investigation of the Magnetic Torquer Features, D.S.Ivanov, S.O.Karpenko, M.Yu.Ovchinnikov, Preprint of KIAM RAS, Moscow, 26 Pages, 27 Figures, 3 References

Magnetic torquers fabricated by the ITC “ScanEx” which are used as actuators for satellite attitude control system are represented. Its main features are given and methods of its investigation are developed. Determination features error analysis is done. Results of magnetic torquers testing are presented.

**Key words:** magnetic torques, magnetometer, magnetic property

## 1. Введение

На малых космических аппаратах в качестве исполнительных элементов системы ориентации традиционно используются электромагниты или, по-другому, магнитные токовые катушки с сердечником из магнитомягкого материала (рис.1). При их взаимодействии с магнитным полем Земли возникает механический момент, с помощью которого достигается заданное угловое движения аппарата.

Токовая катушка с сердечником представляет собой стержень из магнитомягкого материала с намотанным изолированным медным проводом. Магнитомягкие материалы – это магнитные материалы, которые намагничиваются до насыщения и перемагничиваются в относительно слабых магнитных полях напряжённостью, например, в несколько десятков А/м. При температурах ниже точки Кюри такие материалы спонтанно намагничены, но внешне не проявляют магнитных свойств, так как состоят из хаотически ориентированных намагниченных до насыщения областей (доменов). Магнитомягкие материалы характеризуются высокими значениями магнитной проницаемости  $\mu_a \sim 10^2—10^5$ . Коэрцитивная сила  $H_c$  колеблется от 0,8 до 8 а/м, а потери на магнитный гистерезис очень малы  $\sim 1—10^3$  Дж/м<sup>2</sup> на один цикл перемагничивания [1].

Формирование дипольного момента с помощью электромагнита можно описать следующим образом. При подаче на обмотку электромагнита напряжения внутри токовой катушки образуется магнитное поле, которое воздействует на домены сердечника (рис.2). Домены выстраиваются по магнитному полю; сердечник приобретает магнитный момент, который, взаимодействуя с магнитным полем Земли, создаёт механический момент, действующий на спутник.



Рис. 1. Внешний вид электромагнита

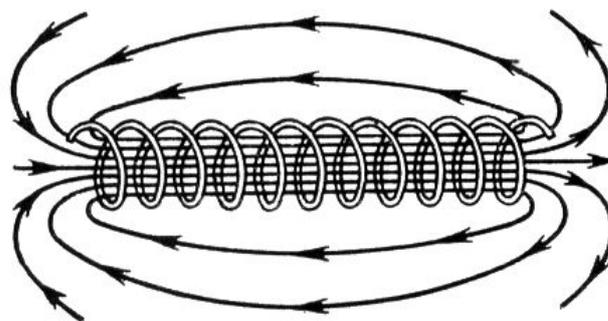


Рис. 2. Магнитное поле обмотки магнита

При использовании электромагнита в качестве исполнительного элемента на борту спутника необходимо провести калибровку для определения следующих его характеристик:

- исследование линейности в зависимости магнитного дипольного момента от прилагаемого напряжения;
- определение максимально возможного магнитного дипольного момента;
- определение величины остаточной намагниченности после снятия внешнего поля;

- определение потерь в магнитном сердечнике вследствие гистерезиса;
- исследование температурной зависимости магнитного дипольного момента от напряжения.

Также необходимо исследовать точность полученных характеристик.

## 2. Определение магнитного дипольного момента

Рассмотрим электромагнит, представляющий собой металлический цилиндр, на который по всей длине намотана медная проволока. При подаче напряжения на обмотку электромагнита вокруг него образуется магнитное поле. Рассмотрим магнитное поле в точке  $A$  на некотором расстоянии от центра катушки (рис. 3).

Здесь  $m$  – магнитный дипольный момент катушки,  $\theta$  – угол между осью магнита и радиус-вектором  $\mathbf{R}$  точки  $A$  относительно центра катушки,  $L$  – длина катушки,  $\mathbf{B}$  – вектор магнитной индукции, создаваемый катушкой в точке  $A$ . Он может быть разложен на две составляющие: радиальную  $\mathbf{B}_r$  и тангенциальную  $\mathbf{B}_t$ :  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_r + \mathbf{B}_t$ .

Выражения, описывающие магнитное поле вокруг однородно намагниченного стержня длиной  $L$  при условии, что  $R \geq \frac{L}{2}$ , имеют вид [3]

$$B_r = \frac{\mu_0}{4\pi} m \left[ \frac{\frac{R}{L} - \frac{\cos \theta}{2}}{\left( R^2 - RL \cos \theta + \frac{L^2}{4} \right)^{3/2}} - \frac{\frac{R}{L} + \frac{\cos \theta}{2}}{\left( R^2 + RL \cos \theta + \frac{L^2}{4} \right)^{3/2}} \right],$$

$$B_t = \frac{\mu_0}{4\pi} m \left[ \frac{\frac{\sin \theta}{2}}{\left( R^2 - RL \cos \theta + \frac{L^2}{4} \right)^{3/2}} + \frac{\frac{\sin \theta}{2}}{\left( R^2 + RL \cos \theta + \frac{L^2}{4} \right)^{3/2}} \right],$$

где  $B_r = |\mathbf{B}_r|$ ,  $B_t = |\mathbf{B}_t|$ ,  $m = |\mathbf{m}|$ ,  $R = |\mathbf{R}|$ , а  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м. При  $\theta = 0^\circ$  и  $\theta = 90^\circ$  эти выражения принимают вид

$$\begin{cases} B_r = 0 \\ B_t = \frac{\mu_0}{4\pi} m \frac{1}{\left( R^2 + \frac{L^2}{4} \right)^{3/2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} B_r = \frac{\mu_0}{4\pi} m \left[ \frac{\frac{R}{L} - \frac{1}{2}}{\left(R^2 - RL + \frac{L^2}{4}\right)^{3/2}} - \frac{\frac{R}{L} + \frac{1}{2}}{\left(R^2 + RL + \frac{L^2}{4}\right)^{3/2}} \right] \\ B_t = 0. \end{cases}$$

соответственно. Из них получим выражение для  $m$  при  $\theta = 90^\circ$

$$m = \frac{4\pi}{\mu_0} \left(R^2 + \frac{L^2}{4}\right)^{3/2} B_t \quad (1)$$

и при  $\theta = 0^\circ$

$$m = \frac{4\pi}{\mu_0} \left[ \frac{\frac{R}{L} - \frac{1}{2}}{\left(R^2 - RL + \frac{L^2}{4}\right)^{3/2}} - \frac{\frac{R}{L} + \frac{1}{2}}{\left(R^2 + RL + \frac{L^2}{4}\right)^{3/2}} \right]^{-1} B_r. \quad (2)$$

Таким образом, задача определения магнитного момента сводится к измерению индукции магнитного поля на известном расстоянии от электромагнита.

### 3. Методика проведения экспериментов

Исследование магнитного дипольного момента и ряда других характеристик электромагнита может быть выполнено разными способами. Например, в [2] предлагается использовать установку по измерению угла поворота электромагнита, подвешенного на торсионе и помещенного в постоянное магнитное поле специального имитатора. В [3] для получения характеристик используется магнитометр. Для проведения исследования в этой работе предложена установка, представленная на рис. 4.

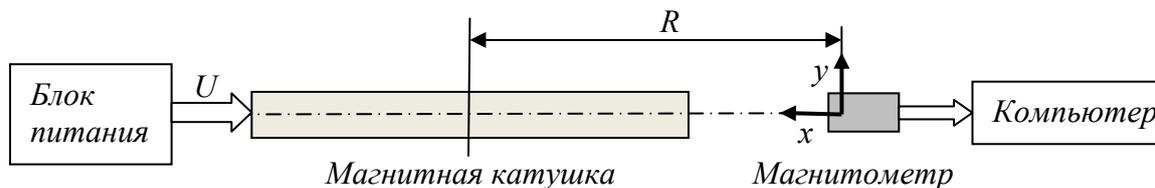


Рис. 4. Схема установки для изучения свойств электромагнита

Токовая катушка (рис.5) помещается на плоскость стола таким образом, чтобы её ось была параллельна оси чувствительного элемента магнитометра. На рис. 6 изображена плата трёхосного магнитометра. Измерительные элементы в плоскости  $Oxy$  находятся в небольшом микрочипе слева. Так как неизвестно, в какой именно точке кристалла производятся измерения, то за измерительную точку принимается центр кристалла.

Нами предложена следующая методика проведения экспериментов. На вход токовой катушки подаётся напряжение. Магнитометр помещается на некотором расстоянии  $R$  от катушки. Данные с магнитометра считываются специальной разработанной в ИПМ им.М.В.Келдыша РАН программой. После снятия данных магнитный дипольный момент токовой катушки вычисляется с помощью формул (1), (2).

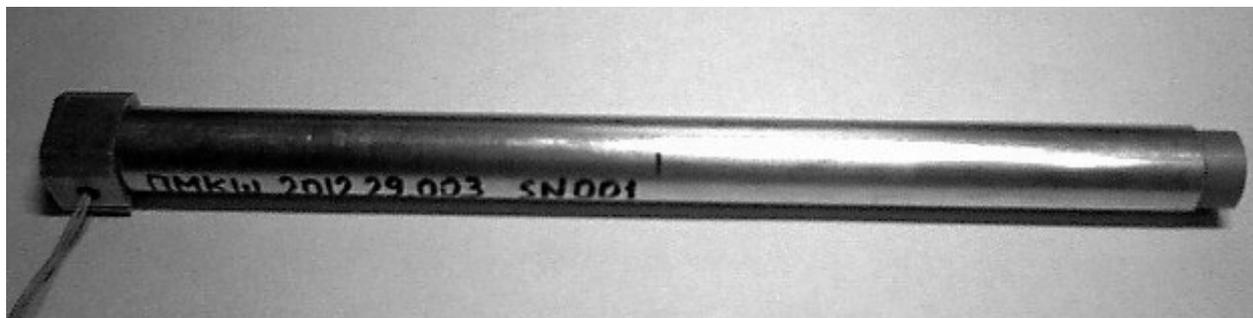


Рис. 5. Токовая катушка производства ИТЦ «СканЭкс»

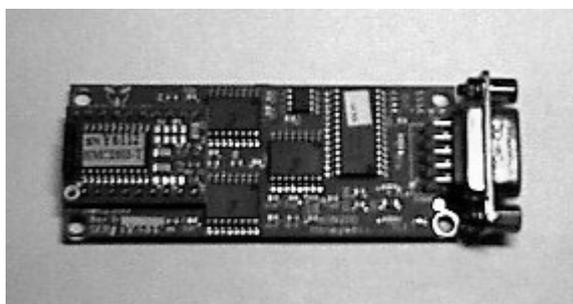


Рис. 6. Плата магнитометра

Для проведения эксперимента по определению линейной зависимости магнитного момента катушки от напряжения выполняется варьирование напряжения на входе катушки. Напряжение равномерно увеличивается от 0 до 12В, затем равномерно уменьшается до 0. После оно изменяется до -12В, затем снова до 0 и так далее.

Для определения максимально возможного магнитного дипольного момента напряжение увеличивается равномерно до тех пор, пока еще увеличивается момент. Значение напряжения, при котором дипольный момент перестаёт увеличиваться, принимается за напряжение, при котором наступает насыщение сердечника.

Для определения величины остаточной намагниченности измеряется фоновое магнитное поле, затем измеряется магнитное поле в присутствии отключённого от питания электромагнита. Далее напряжение на электромагните равномерно увеличивается до максимума и затем равномерно уменьшается до нуля, и немедленно после этого измеряется магнитное поле. Из-за остаточной намагниченности измерения фонового поля и поля от катушки без напряжения могут отличаться, что связано с эффектом остаточной намагниченности сердечника. С течением времени при отсутствии напряжения измерения фона снова приходят в норму – остаточная намагниченность исчезает, так как магнитные домены возвращаются в первоначальное положение.

Для определения температурной зависимости магнитного момента проводятся следующие эксперименты. Токовая катушка охлаждается до определенной температуры, после чего на неё подаётся постоянное напряжение, измеряется магнитное поле катушки в процессе её нагрева до комнатной температуры, определяется зависимость магнитного момента катушки от температуры. И так повторяется несколько раз.

При проведении измерений обращается внимание на следующие факторы.

- Установка помещается как можно дальше от металлических элементов и конструкций, а стенд вообще не должен содержать намагничивающихся частей. Расстояние от стенда до крупных металлических намагничивающихся конструкций должно составлять не менее 2 м; расстояние до компьютера, предназначенного для сбора и анализа информации – не менее 1.5 м; расстояние до блока питания – не менее 1.5 м.

- Выбирается разумное расстояние  $R$  между магнитометром и катушкой. С одной стороны, оно должно быть достаточно большим, чтобы сам магнитометр не вносил существенных искажений в магнитное поле электромагнита. С другой стороны, оно не должно быть слишком большим, чтобы измерения поля электромагнита были значительно больше значения внешних фоновых шумов.

- Для получения общей картины эксперименты проводятся на различных расстояниях  $R$  магнитометра от центра токовой катушки при углах  $\theta = 0^\circ$  и  $\theta = 90^\circ$ , после чего результаты сравниваются.

- Обеспечивается максимальная точность положения и ориентации магнитометра и токовой катушки относительно заданного положения.

#### 4. Анализ ошибок

При определении магнитного дипольного момента по формулам (1) и (2) неизбежно будут возникать ошибки вследствие следующих причин:

- неточность задания взаимного положения токовой катушки и магнитометра ( $\sigma_R = 1\text{мм}$ );

- “шум” магнитометра ( $\sigma_B = 60\text{нТл}$ );

- неточность калибровки магнитометра;

- изменение внешнего магнитного поля во время экспериментов;

- неопределённость точки измерения в чувствительном кристалле магнитометра ( $\Delta R = 12,5\text{мм}$ );

- неточность знания эффективной длины токовой катушки ( $\Delta L = 22\text{мм}$ );

- неточность задания подаваемого на катушку напряжения  $U$  ( $\sigma_U = 0,1\text{В}$ ).

Проанализируем, какой вклад в ошибку определения дипольного момента катушки по формулам (1) и (2) вносят указанные источники неточности.

##### 4.1. Неточность взаимного положения

Перепишем выражения (1) и (2) для простоты следующим образом. При  $\theta = 90^\circ$ :

$$m = F_t(R, L, B_t). \quad (3)$$

При  $\theta = 0^\circ$  –

$$m = F_r(R, L, B_r). \quad (4)$$

Теперь проварьируем формулы (3) и (4) по  $R$ . Получим

$$\delta m = \frac{\partial F_r(R, L, B_r)}{\partial R} \delta R, \quad (5)$$

$$\delta m = \frac{\partial F_t(R, L, B_t)}{\partial R} \delta R. \quad (6)$$

Таким образом, зная частную производную функции  $F$  по  $R$ , по малому отклонению  $\delta R$  можно получить ошибку определения  $\delta m$ . Примем за длину катушки измеренное значение  $L = 205,5 \text{ мм}$  и проследим, как будет влиять ошибка взаимного положения магнитометра и токовой катушки в зависимости от расстояния, на котором производятся измерения и от приложенного к катушке напряжения. Из рис. 7 и рис. 8 видно, что самая большая ошибка возникает при небольших  $R$  и при больших подаваемых значениях напряжений. Ошибки взаимного положения нельзя устранить, поскольку они обусловлены точностью измерителя установки (в нашем случае миллиметровой шкалой измерителя). Однако

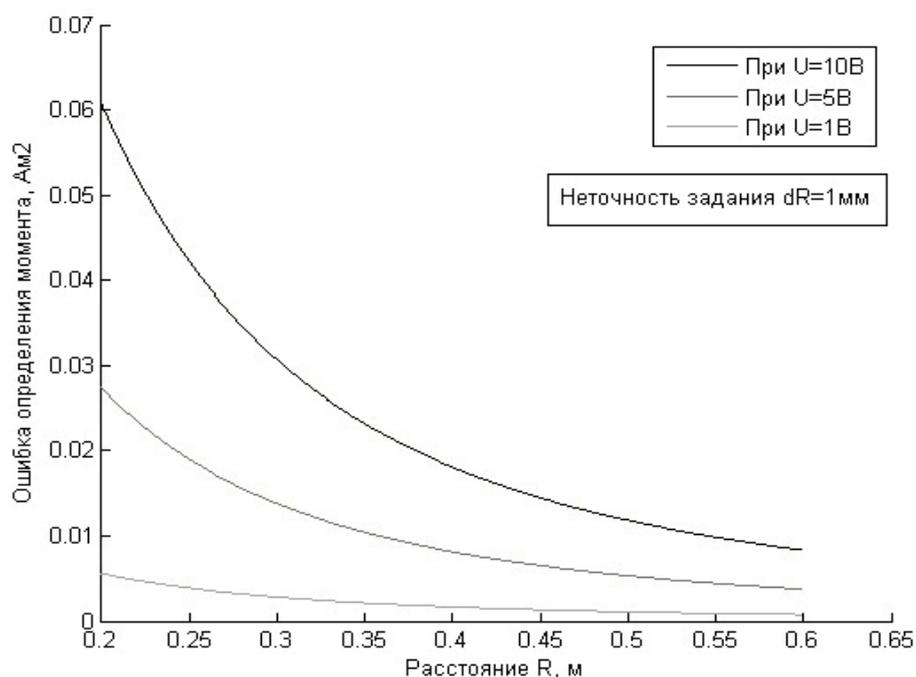


Рис. 7. Ошибка определения дипольного момента от неточности положения,  $\theta = 90^\circ$

можно предположить, что математическое ожидание неточности установки стремится к нулю при увеличении числа опытов; это следует из закона распределения погрешности. Поэтому усреднение получаемых значений моментов при разных экспериментах даст наилучшее приближение.

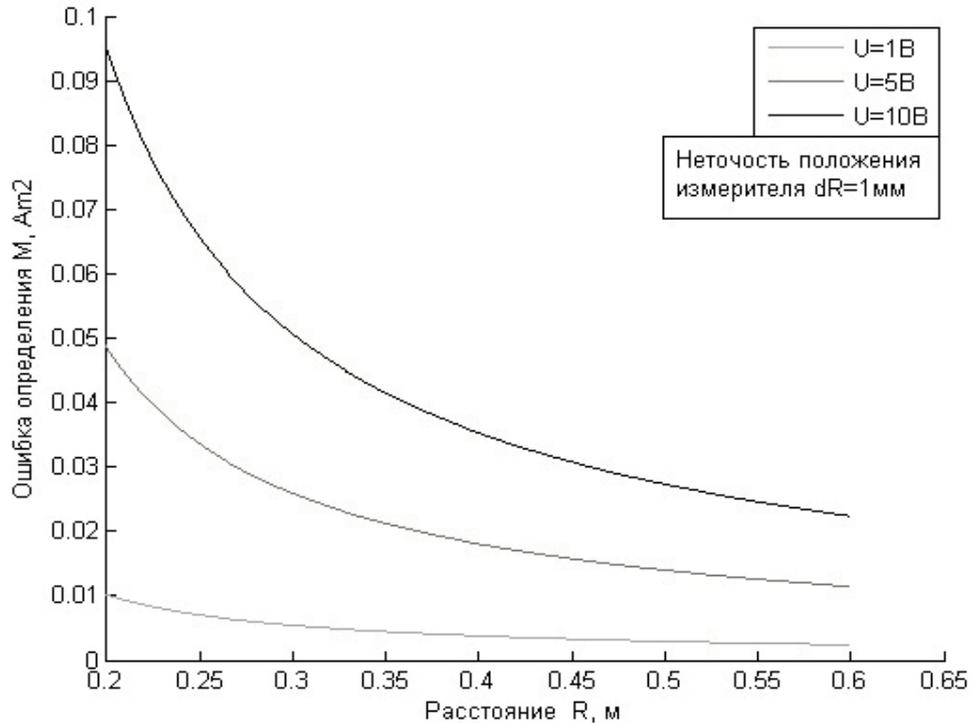


Рис. 8. Ошибка определения дипольного момента от неточности положения,  $\theta = 0^\circ$

#### 4.2. Шум измерений

Проварьируем подобно формулам (5) и (6) значение дипольного момента по величине индукции магнитного поля:

$$\delta m = \frac{\partial F_r(R, L, B_r)}{\partial B_r} \delta B_r, \quad (7)$$

$$\delta m = \frac{\partial F_t(R, L, B_t)}{\partial B_t} \delta B_t. \quad (8)$$

Как видно из рис. 9 и рис. 10, ошибка определения дипольного момента при шуме магнитометра растет с увеличением расстояния, однако все равно имеет слишком малую величину, которая практически не вносит вклад в общую ошибку определения момента, и ею можно пренебречь.

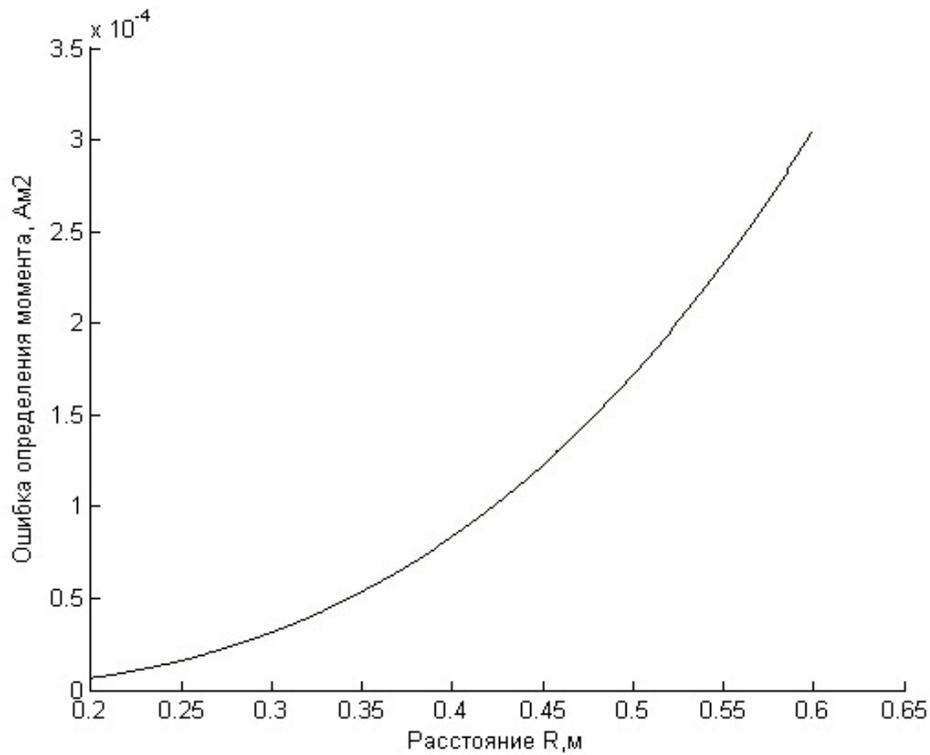


Рис. 9. Ошибка определения дипольного момента от расстояния R при шуме  $\sigma_B = 60 \text{ нТл}$ ,  $\theta = 0^\circ$

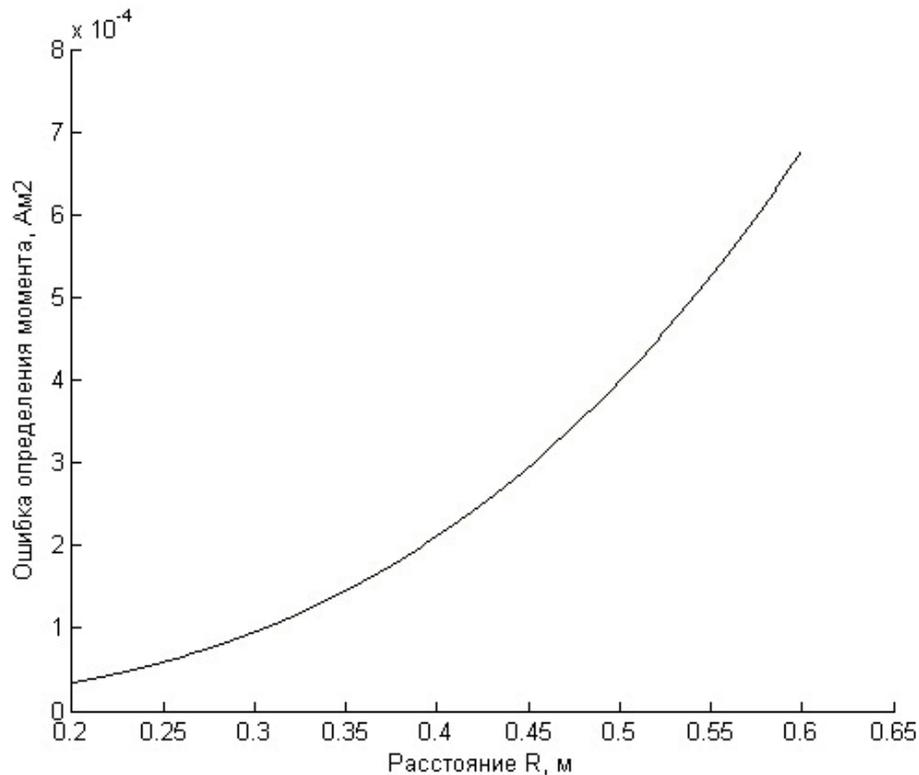


Рис. 10. Ошибка определения дипольного момента от расстояния R при шуме  $\sigma_B = 60 \text{ нТл}$ ,  $\theta = 90^\circ$

### 4.3. Калибровка магнитометра

Модель измерения магнитометра запишем следующим образом:

$$M_i = KPB_i + m. \quad (9)$$

Здесь  $M_i$  – показания магнитометра (измерения);  $B_i$  – внешнее поле (измеряемая величина);  $K = \text{diag}(k_1, k_2, k_3)$  – диагональная матрица, состоящая из коэффициентов усиления каждого датчика;  $P$  – матрица, обуславливающая неточность в обеспечении взаимно перпендикулярного расположения осей чувствительных элементов;  $m$  – смещение нуля. Для используемого в экспериментах датчика были использованы следующие значения входящих в (9) параметров:

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9907 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9963 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 0.9990 & -0.0400 & 0.0182 \\ 0.0043 & 0.9993 & 0.0366 \\ -0.0480 & 0.0410 & 0.9980 \end{bmatrix}, m = \begin{bmatrix} 27.8 \\ 41.4 \\ -87.1 \end{bmatrix}.$$

Качество калибровки магнитометра можно оценить следующим образом. При измерении магнитометром магнитного поля, создаваемого токовой катушкой при изменении напряжения на ней, чувствительный элемент магнитометра, направленный перпендикулярно силовым линиям тока, после калибровки должен выдавать постоянное значение, равное значению внешнего магнитного поля. На рис. 11 изображены измеряемые значения нечувствительной оси до калибровки и после.

Как видно, до калибровки, чувствительный элемент вдоль указанной оси выдавал некоторые значения, связанные с изменением магнитного момента катушки, однако после калибровки выходные значения стали практически постоянными. Таким образом, калибровка магнитометра проведена достаточно качественно.

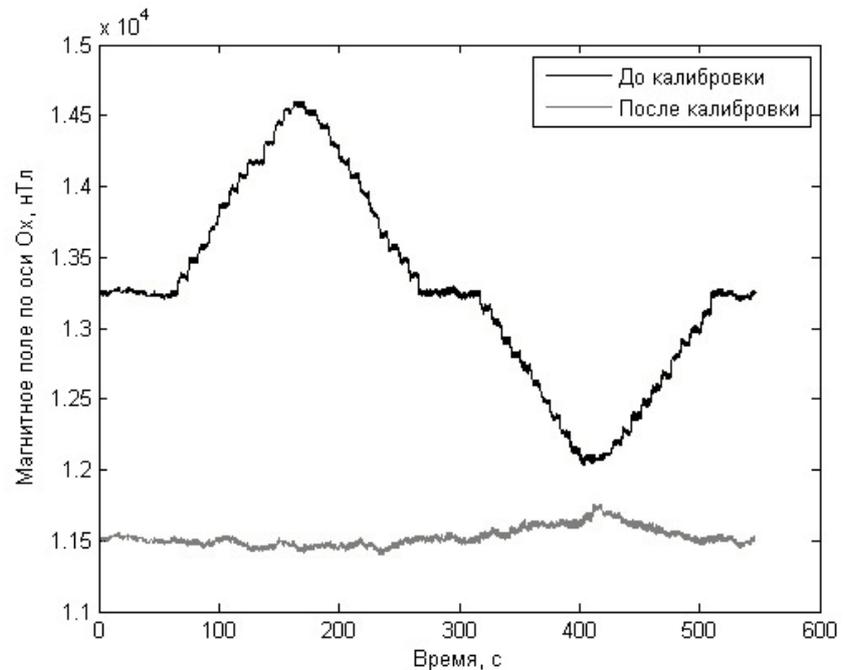


Рис. 11. Калибровка магнитометра

#### 4.4. Изменение фонового поля

Эксперимент по измерению магнитного поля катушки проводится в два этапа: изменение напряжения от 0 до 12В и обратно и изменение от 0 до -12В и обратно. До эксперимента, после и между двумя этапами проводятся измерения внешнего магнитного поля. Это необходимо для вычисления величины магнитной индукции, создаваемой катушкой: от измеренной величины отнимается величина магнитного фона. Однако во время проведения эксперимента фон может изменяться. Поэтому для получения более точных результатов за величину фоновой напряжённости поля принимается среднее значение между средними измеренными

ми значениями до начала этапа и после. На рис. 12 изображена разница между измеренным фоном до и после проведения этапа, что дает представление о величине изменения фона во время экспериментов. Видно, что максимальное изменение фона не превышает 600 нТл. Это в десять раз больше шума магнитометра. Значит, ошибка определения момента вследствие изменения фона имеет порядок  $\delta m = 10^{-2} \text{ Ам}^2$  и является малой величиной по сравнению с ошибкой взаимного положения.

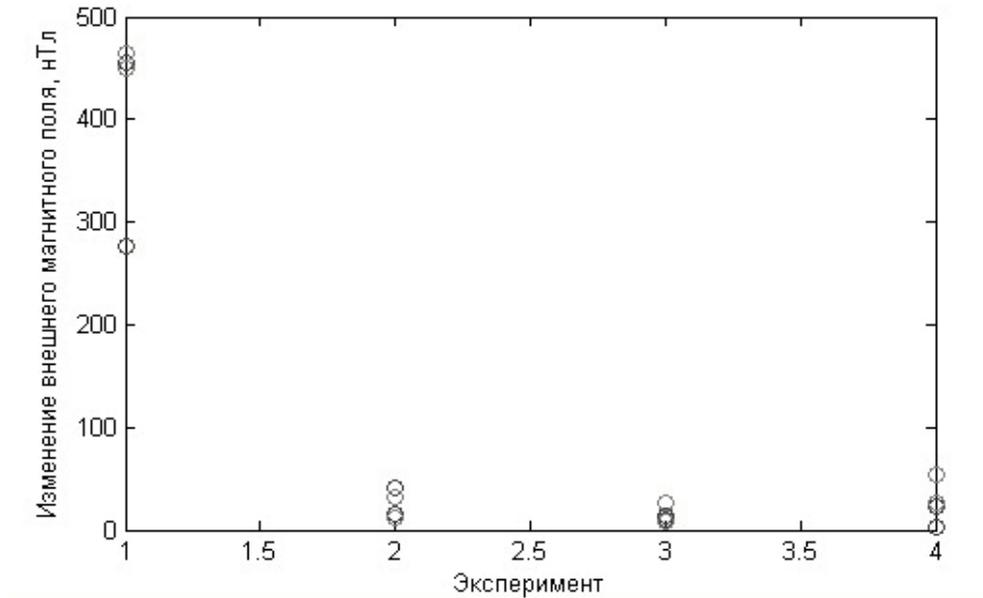


Рис.12. Изменение фона во время экспериментов

#### 4.5. Неопределённость точки измерения

Рассмотрим влияние неточности знания положения измерительной точки в микрочипе магнитометра. Воспользуемся формулами (5) и (6) и посмотрим, какую ошибку вносит  $\delta R = 5 \text{ мм}$ . Неточность задания  $\delta R = 5 \text{ мм}$  влечет за собой большие ошибки в определении дипольного момента – порядка 10% (рис. 13 и 14). Однако эти ошибки будут иметь характер смещения на постоянную величину, а значит, её можно найти.

Запишем формулы (1) и (2) в следующем виде:

$$m = \frac{4\pi}{\mu_0} \left( (R + \Delta R_1)^2 + \frac{L^2}{4} \right)^{3/2} B_t, \quad (\text{при } \theta = 90^\circ), \quad (10)$$

$$m = \frac{4\pi}{\mu_0} \left[ \frac{\frac{(R + \Delta R_2)}{L} - \frac{1}{2}}{\left( (R + \Delta R_2)^2 - (R + \Delta R_2)L + \frac{L^2}{4} \right)^{3/2}} - \frac{\frac{(R + \Delta R_2)}{L} + \frac{1}{2}}{\left( (R + \Delta R_2)^2 + (R + \Delta R_2)L + \frac{L^2}{4} \right)^{3/2}} \right]^{-1} B_r$$

(при  $\theta = 0^\circ$ ).

Здесь  $\Delta R_1$  – положение измерительной точки чувствительной оси  $Ox$  в микрочипе относительно центра,  $\Delta R_2$  – положение измерительной точки чувствительной оси  $Oy$ .

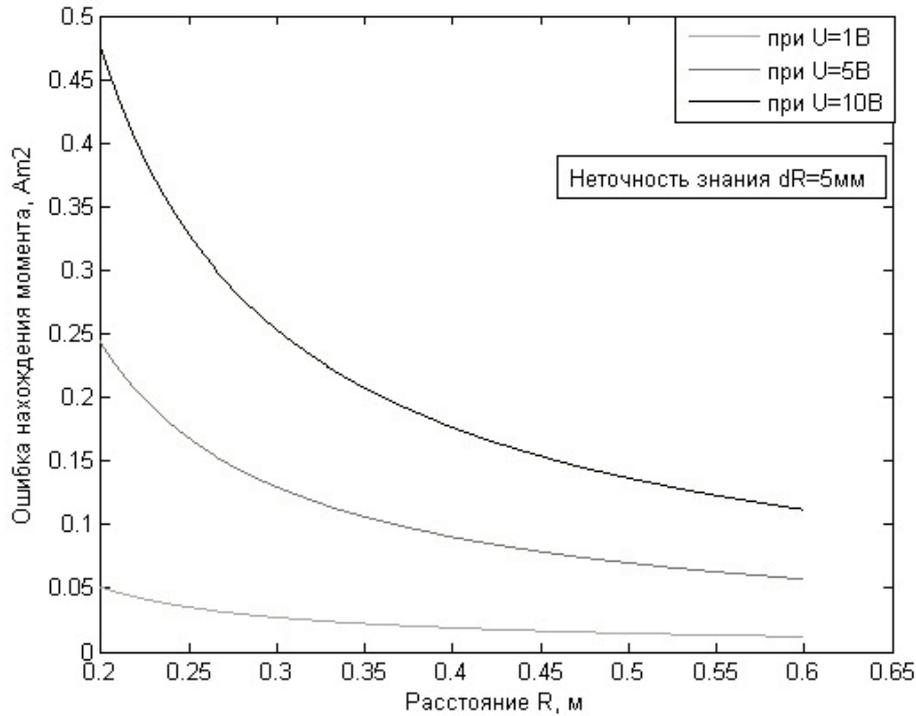


Рис.13. Ошибка определения дипольного момента при  $\delta R = 5\text{мм}$ ,  $\theta = 0^\circ$

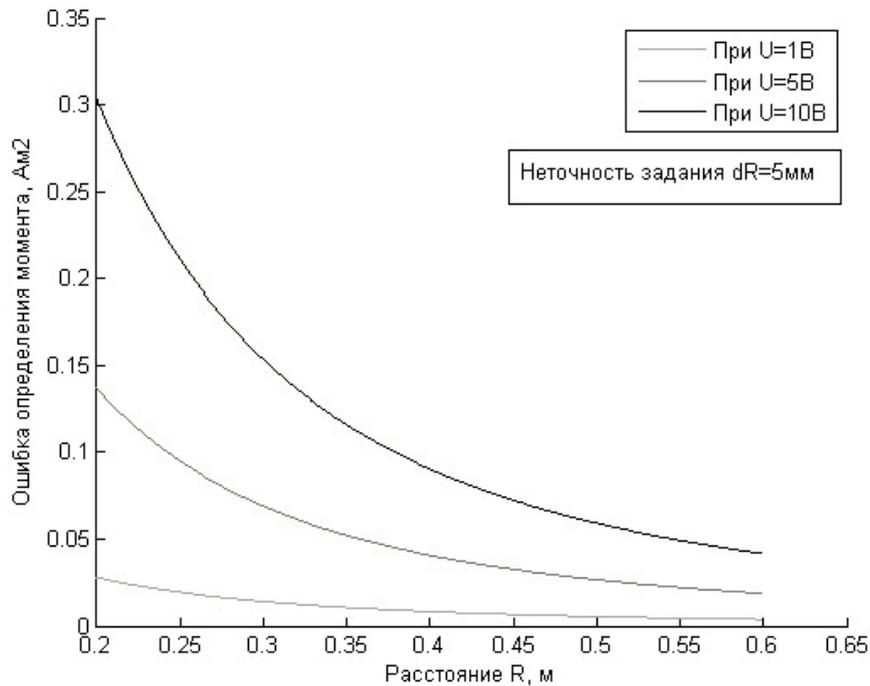


Рис.14. Ошибка определения дипольного момента при  $\delta R = 5\text{мм}$ ,  $\theta = 90^\circ$

Составим функционал, который будет представлять собой сумму квадратов от разниц вычисленных моментов для экспериментов при различных  $R$  и различных напряжениях:

$$\Phi = \sum_u (m_{1u} - m_{2u})^2 + \sum_u (m_{3u} - m_{2u})^2 + \sum_u (m_{1u} - m_{3u})^2. \quad (11)$$

Здесь  $m_{1u}$ ,  $m_{2u}$ ,  $m_{3u}$  – моменты, вычисленные для значений  $R = 200\text{мм}$ ,  $400\text{мм}$ ,  $600\text{мм}$  соответственно,  $u$  – подаваемое на катушку напряжение, которое принимает только целые значения. Далее, чтобы минимизировать функционал по  $\Delta R$ , необходимо решить относительно  $\Delta R$  уравнение:

$$F(\Delta R) = \frac{\partial \Phi(\Delta R)}{\partial \Delta R} = 0.$$

Это уравнение нелинейное, будем решать его численно методом Ньютона. В качестве первого приближения примем  $\Delta R_1 = 0$ . Далее будем итерационно вычислять  $\Delta R_i$  по формуле:

$$\Delta R_i = \Delta R_{i-1} - F(\Delta R_{i-1}) \left( \frac{\partial F}{\partial \Delta R} \right) \Big|_{\Delta R = \Delta R_{i-1}}^{-1}.$$

Вычисления прекращаются, когда  $|\Delta R_i - \Delta R_{i-1}| < 1\text{мм}$ . То есть вычисляется точка измерения до тех пор, пока точность её знания не станет лучше точности задания взаимного положения катушки и магнитометра.

С помощью рассмотренного метода удалось получить следующие значения:

$$\Delta R_1 = 5\text{мм},$$

$$\Delta R_2 = -4\text{мм}.$$

Полученные значения находятся в пределах размеров измерительного микрочипа, поэтому являются адекватными. Таким образом, ошибки, связанные с неточностью знания точки измерения в кристалле, исключены.

#### 4.6. Неточность знания длины катушки

Рассмотрим ошибки, которые возникают вследствие неточности знания длины катушки. Формулы (1) и (2) применимы в том случае, когда намотка полностью покрывает сердечник. Однако сердечник рассматриваемых нами образцов не полностью покрыт проводом. Длина намотки составляет  $L = 205,5\text{мм}$ , а длина сердечника  $L_c = 220\text{мм}$ . Возникает вопрос, что считать длиной катушки и как влияет неточность знания длины катушки на ошибку определения момента. Подобно формулам (5) и (6), произведём варьирование по  $L$ :

$$\delta m = \frac{\partial F_r(R, L, B_r)}{\partial L} \delta L,$$

$$\delta m = \frac{\partial F_t(R, L, B_t)}{\partial L} \delta L.$$

При неточности знания длины  $\delta L = 5\text{мм}$  ошибки определения значительны и могут составлять до 5% (рис.15 и рис. 16). Попробуем найти некоторую эффективную длину катушки по методике, аналогичной приведённой выше.

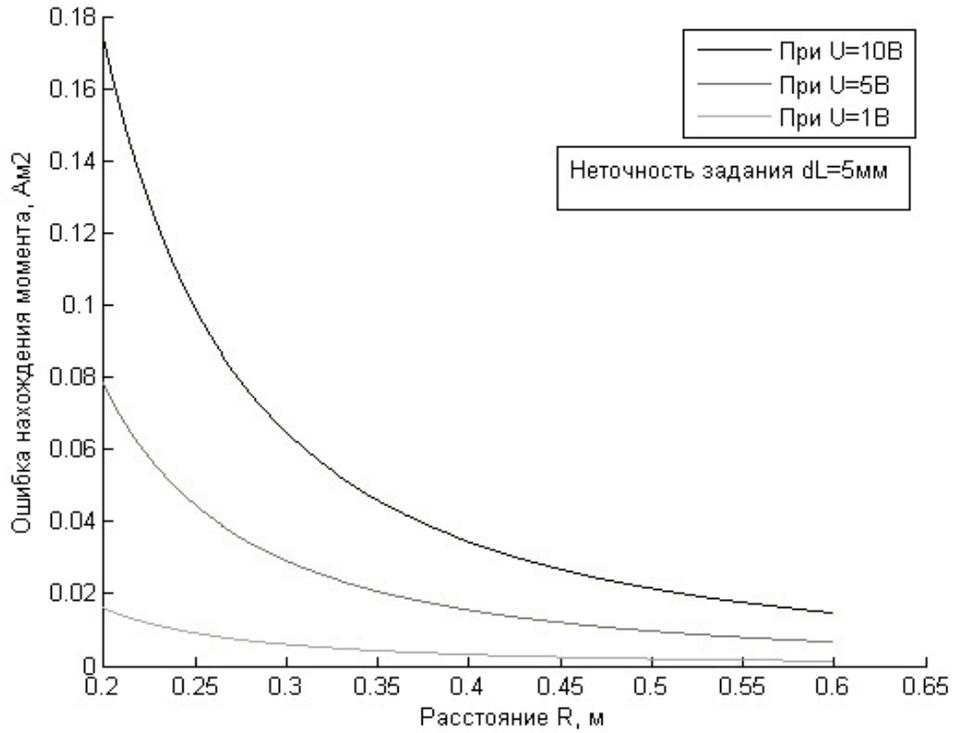


Рис.15. Ошибка определения дипольного момента при  $\delta L = 5\text{мм}$ ,  $\theta = 0^\circ$

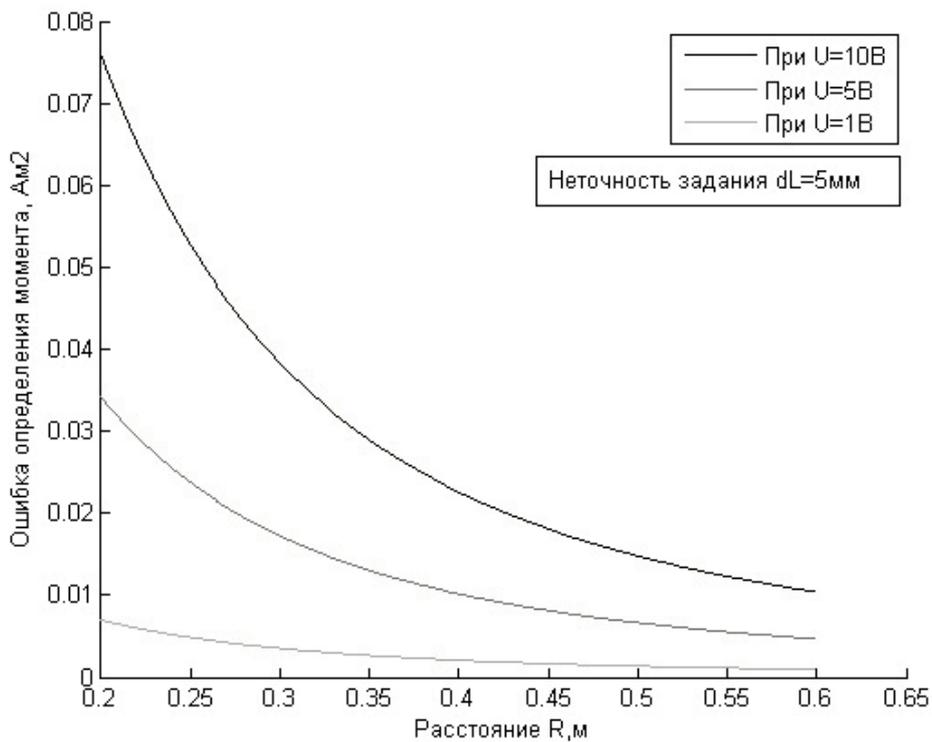


Рис.16. Ошибка определения дипольного момента при  $\delta L = 5\text{мм}$ ,  $\theta = 90^\circ$

Запишем выражения для момента

$$m = m(R, L + \Delta L, B),$$

где  $L + \Delta L$  – это и есть некоторая эффективная длина катушки. Составим функционал (11) и будем искать решение уравнения

$$F(\Delta L) = \frac{\partial \Phi(\Delta L)}{\partial \Delta L} = 0.$$

Аналогично описанному выше будем искать значение  $\Delta L$  с помощью итерационной формулы

$$\Delta L_i = \Delta L_{i-1} - F(\Delta L_{i-1}) \left( \frac{\partial F}{\partial \Delta L} \right)^{-1} \Bigg|_{\Delta L = \Delta L_{i-1}} .$$

В результате поиска получаем значение  $L + \Delta L = 210,5 \text{ мм}$ , которое оказалось для всех трёх катушек одинаковым.

#### 4.7. Неточность задания напряжения

Наконец, рассмотрим влияние неточности подаваемого на катушку напряжения. Эта ошибка связана с максимальным разрешением задаваемого напряжения на дисплее источника питания, составляющим  $\sigma_U = 0,1B$ , что влечёт создание добавочного момента в катушке. Однако так как данная ошибка является случайной, можно предполагать, что математическое ожидание получаемых моментов для многих экспериментов будет стремиться к истинному значению.

### 5. Проведение измерений

#### 5.1. Изучение электромагнитного фона

В лаборатории, где производились эксперименты по определению дипольного момента магнитных катушек, был произведён замер фонового электромагнитного поля на протяжении 30 минут. Зависимость магнитного поля от времени представлена на рис. 17. Магнитное поле за этот довольно большой промежуток

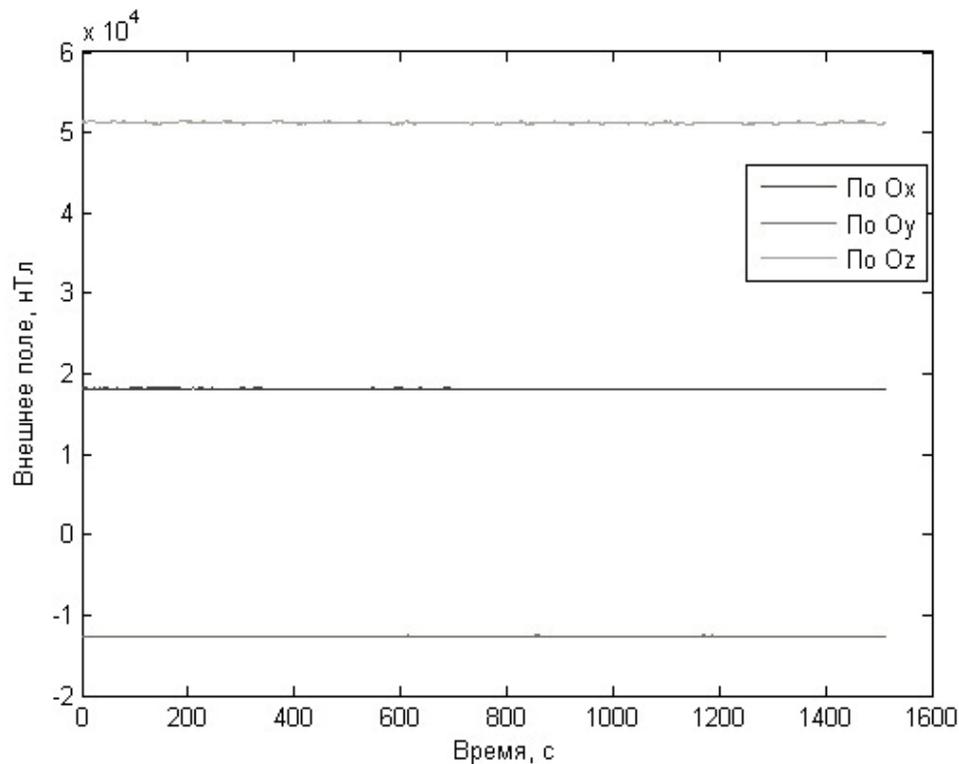


Рис. 17. Внешнее магнитное поле (фон)

времени оставалось постоянным. Это означает, что магнитный фон стабилен в лаборатории и вполне подходит для проведения экспериментов.

## 5.2. Проверка линейности магнитного момента от подаваемого напряжения

Эксперименты проводились следующим образом:

- катушка и магнитометр устанавливались согласно рис. 2 на плоскую платформу;
- запускалась программа, считывающая измерения с магнитометра;
- после 30 секунд считывания на катушку подавалось напряжение от 1 до 12 В с шагом 1В и обратно до 1В; после изменения напряжения на каждом шаге измерения снимались 5 секунд;
- далее снова производился замер фона в течение 30 секунд;
- на катушку подавалось напряжение от -1 до -12 В с шагом 1В и обратно до -1В;
- снова производился замер фона;
- файл с измерениями магнитометра обрабатывался программой в среде MatLab 6.0;
- производилась калибровка измерений;
- определялись значения, соответствующие каждому значению напряжения: находилось среднее значение за 5 секунд измерений (рис. 18 и рис. 19);
- по формулам (1) и (2) находились значения дипольного момента, соответствующие каждому значению напряжения;
- методом наименьших квадратов определялись коэффициенты линейной зависимости и среднеквадратичное отклонение.

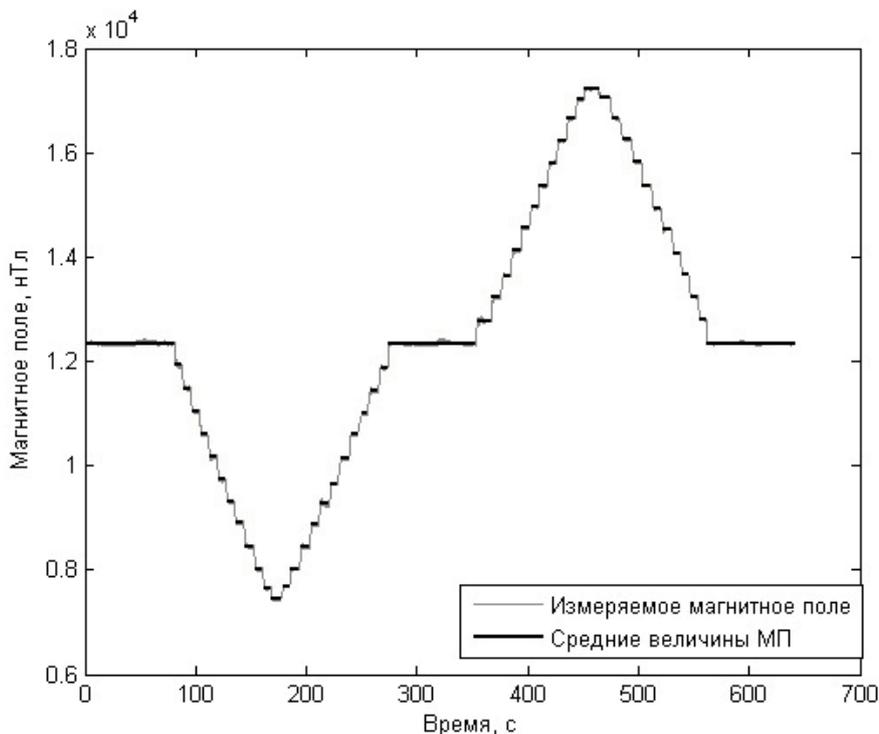


Рис. 18. Обработка измерений

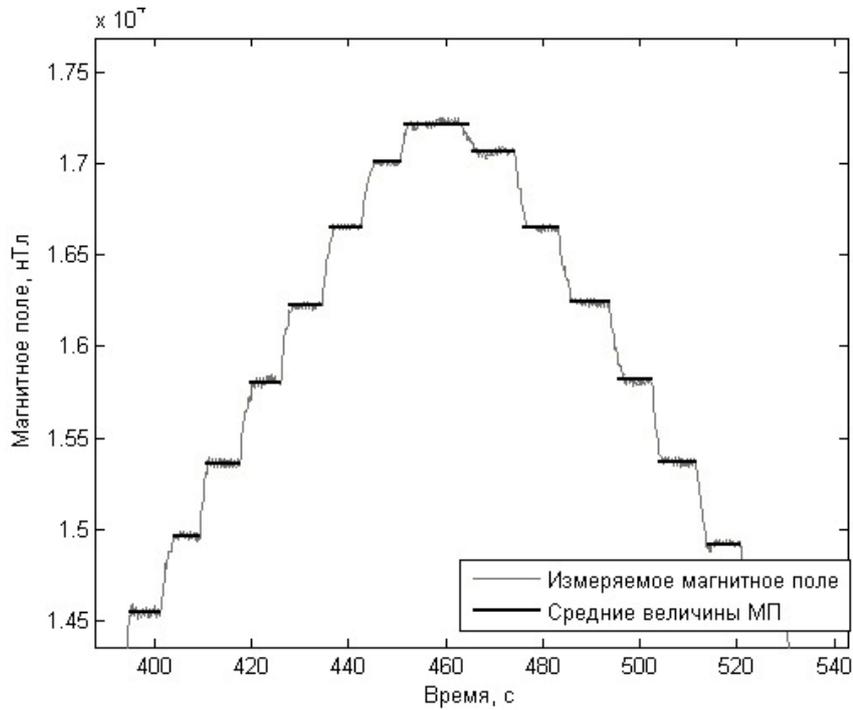


Рис. 19. Обработка измерений (увеличение)

На рис. 20 изображена линейная зависимость магнитного дипольного момента, построенная с помощью метода наименьших квадратов для одной из катушек, а на рис. 21 – график отклонений получаемых значений от этой линейной зависимости. В табл. 1 приведены значения линейных коэффициентов и среднеквадратичное отклонение для каждой катушки на основе всех экспериментов и на основе только экспериментов с  $R = 600\text{ мм}$ . Последнее значение было выбрано так как, согласно анализу ошибок, проведённому в пункте 4 настоящей работы, при нём наблюдалось наименьшее влияние ошибок. Линейный закон представляется в виде

$$m = a \cdot U + b,$$

где  $a$  – коэффициент пропорциональности между напряжением, подаваемым на катушки, и создаваемым магнитным дипольным моментом,  $b$  – смещение поля (значение момента в отсутствие напряжения). Однако обратим внимание на то, что параметр  $b$ , который по сути является остаточной намагниченностью, с большой точностью можно считать нулевым, так как значения  $b$ , вычисляемые методом наименьших квадратов, на порядок меньше среднеквадратичного отклонения (табл. 1), то есть значения  $b$  лежат в пределах  $\pm \sigma$ .

Табл. 1. Параметры аппроксимирующей прямой

Номер катушки	$a$	$B$	$\sigma$
1	0,4466	-0,0014	0,0260
1, $R = 600\text{ мм}$	0,4477	-0,0002	0,0096
2	0,4461	-0,0017	0,0336
2, $R = 600\text{ мм}$	0,4448	0,0055	0,0162
3	0,4552	-0,0034	0,0359
3, $R = 600\text{ мм}$	0,4528	-0,0079	0,0154

Обратим внимание на график отклонения значений момента в каждом эксперименте от вычисленной линейной зависимости (рис. 21). Из распределения отклонений можно заключить, что, несмотря на довольно неплохое описание зависимости  $m(U)$  линейным законом (рис. 20), реальная зависимость несколько отличается от линейной. Это объясняется тем, что, начиная с напряжения примерно  $\pm 5V$ , слабо проявляется насыщение магнитного сердечника: увеличивающееся внешнее магнитное поля начинает увеличивать магнитный момент нелинейно, вследствие того что большая часть магнитных доменов уже развернулась по магнитному полю и всё меньше доменов остаются хаотически направленными.

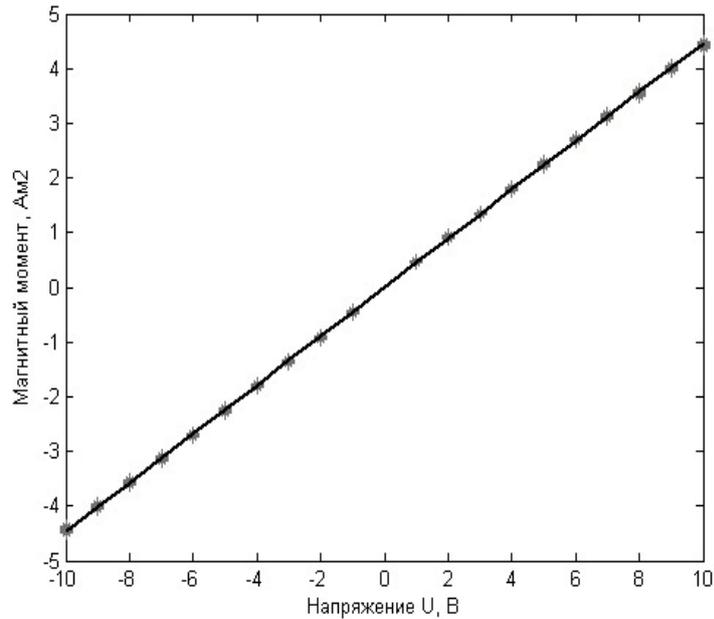


Рис. 20. Линейная зависимость дипольного момента от напряжения для катушки №1

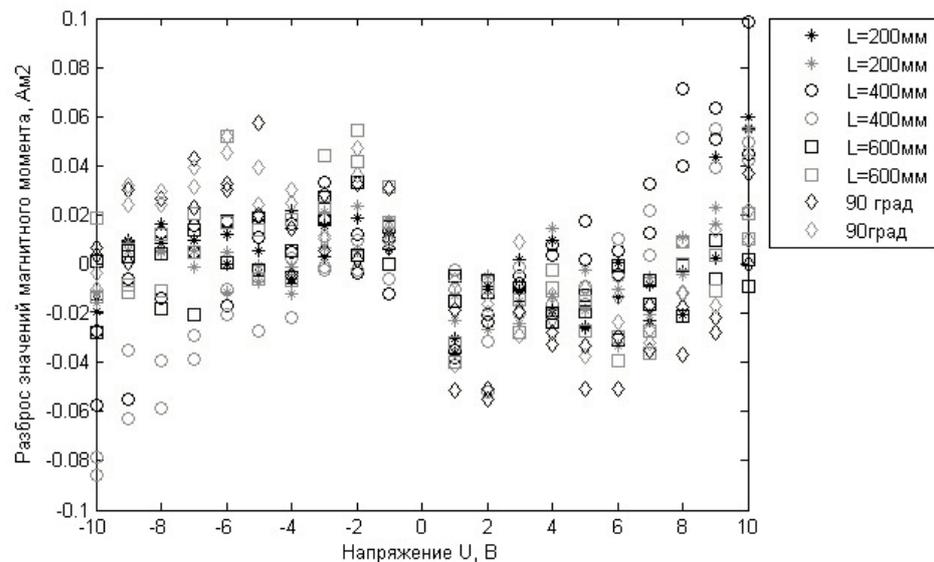


Рис. 21. Отклонение полученных значений от линейного закона для катушки №1

Тогда такую зависимость можно попробовать аппроксимировать кубическим законом вида

$$m = a_1 \cdot U^3 + a_2 \cdot U^2 + a_3 \cdot U + a_4.$$

Отклонения получаемых значений момента от кубического закона, полученного с помощью метода наименьших квадратов, изображены на рис. 22. По распределению отклонений, которые равномерно разбросаны относительно нуля по сравнению с рис. 21, можно судить о том, что кубический закон более удачно аппроксимирует зависимость  $m(U)$ . Значения коэффициентов для первой катушки таковы:

$$a_1 = -8.1 \cdot 10^{-5}, \quad a_2 = -1 \cdot 10^{-4}, \quad a_3 = 0.452, \quad a_4 = 0.0025.$$

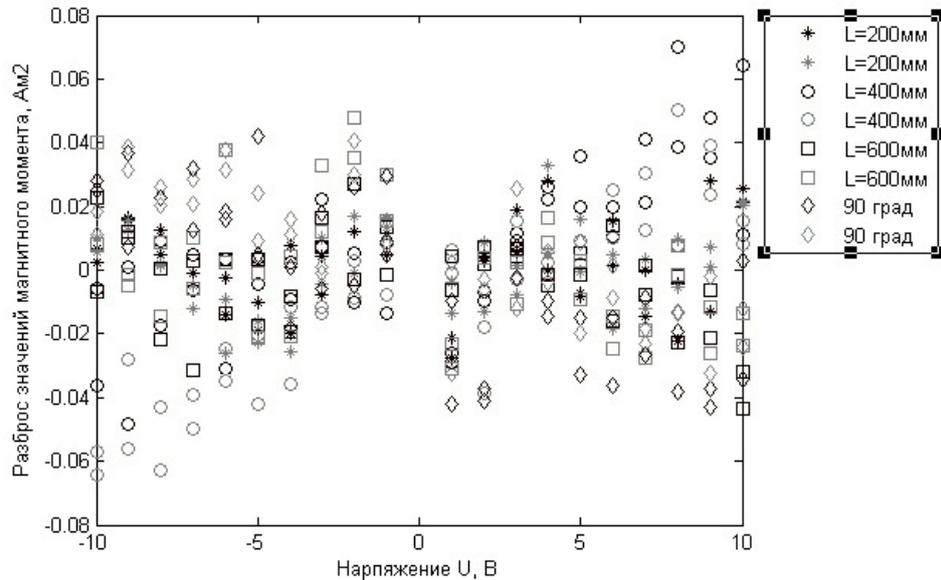


Рис. 22. Отклонение полученных значений от кубического закона для катушки №1

Как видно, параметры  $a_1$  и  $a_2$  достаточно малы, поэтому линейный закон преобладает. Среднеквадратичная ошибка кубического закона равна  $\sigma = 0.02 \text{ Ам}^2$ , что мало отличается от ошибки линейного закона.

### 5.3. Определение максимально возможного дипольного момента

Для определения максимально возможного магнитного дипольного момента проводились эксперименты с увеличением напряжения до 20–25В. На рис. 23 изображена зависимость момента от напряжения для одной из катушек. Как видно из графика, примерно при значении 11В зависимость момента от напряжения становится нелинейной, насыщение происходит при значениях  $\sim 25\text{В}$ . Значение максимально возможного момента  $m_{\max} \approx 6 \text{ Ам}^2$ . Максимально возможный момент магнитного материала обусловлен количеством магнитных доменов, которые при большом значении внешнего магнитного поля практически все ориентированы по нему, и приращение этого поля не даёт увеличения магнитного дипольного момента.

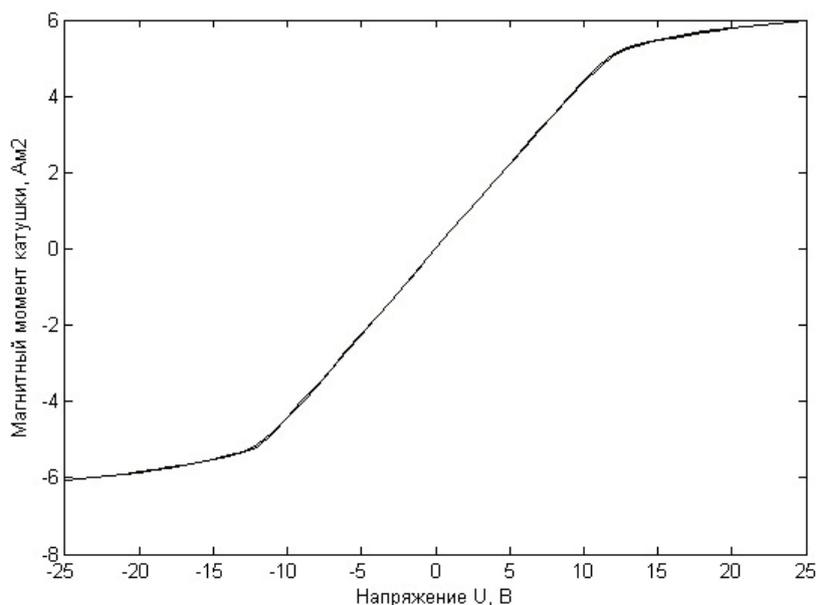


Рис.23. Насыщение катушки №1

#### 5.4. Определение остаточной намагниченности

При использовании магнитных катушек важно знать величину остаточной намагниченности, размер гистерезисной петли сердечника катушки и время релаксации – время, за которое остаточный магнитный момент исчезает.

Были проведены следующие испытания по определению этих характеристик. На расстоянии  $R$  от магнитной катушки помещался магнитометр, на катушку подавалось напряжение, после чего блок питания катушки отключался. Величина магнитного поля, создаваемого сердечником в отсутствие напряжения, и будет остаточной намагниченностью материала, а время, за которое магнитное поле станет равным магнитному фону, будет временем релаксации. Напряжение на катушку подавалось в диапазоне от -10В до 10В с шагом 1В (рис.24). На рис. 25

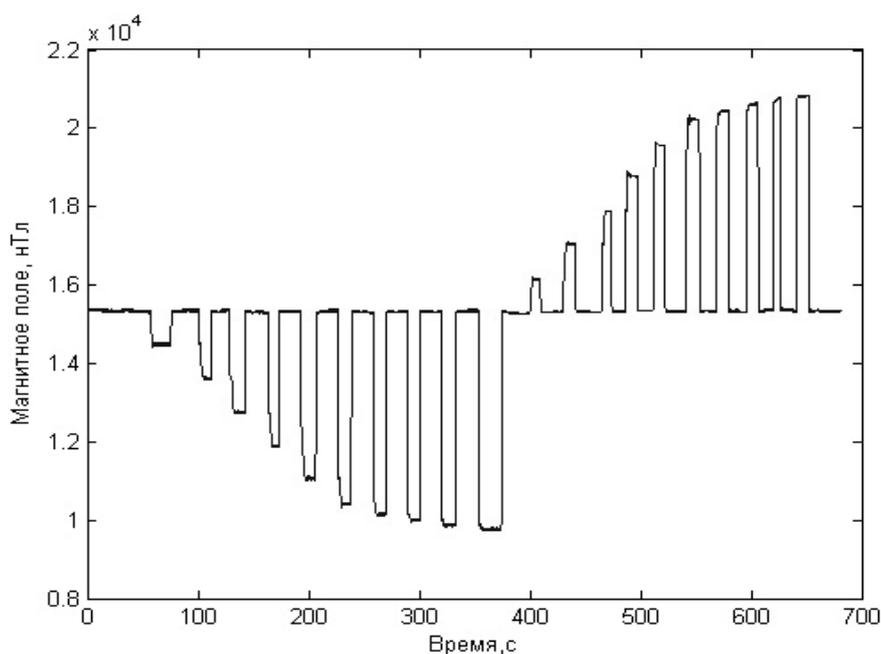


Рис.24. Эксперимент по определению остаточной намагниченности катушки

приведено увеличенное изображение графика с рис.24. Как видно, остаточной намагниченности практически не наблюдается. Это означает, что либо время релаксации крайне мало, либо значение остаточной намагниченности намного меньше чувствительности магнитометра, а значит, эта величина составляет  $m_{ост.} < 10^{-4} \text{ Ам}^2$ .

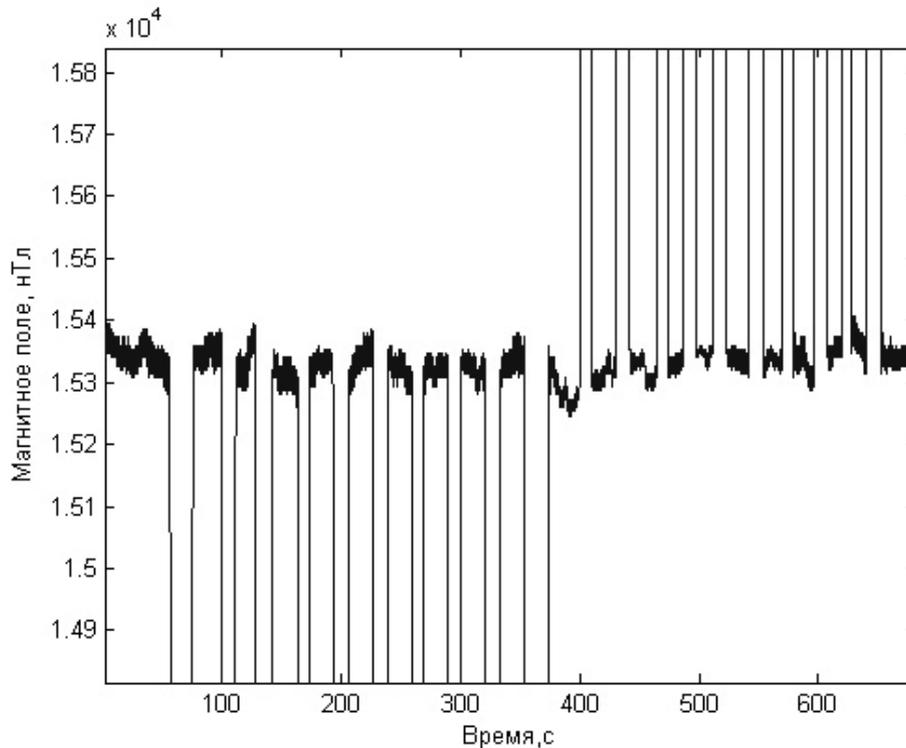


Рис.25. Эксперимент по определению остаточной намагниченности катушки (увеличение)

Практически нулевую остаточную намагниченность можно объяснить тем, что сердечник магнитных катушек был выполнен из магнитомягкого материала «Пермаллой 79НМ», который характеризуется малой коэрцитивной силой: магнитные домены очень быстро возвращаются в исходное хаотическое положение в отсутствие внешнего магнитного поля.

### 5.5. Температурная зависимость

Магнитное поле, создаваемое магнитной катушкой, складывается из магнитного поля сердечника катушки и магнитного поля, создаваемого соленоидом. Соленоидом называется катушка, намотанная на цилиндрическую поверхность, в нашем случае – на цилиндрический сердечник. Магнитное поле сердечника катушки, который представляет собой магнитомягкий материал, линейно зависит от внешнего для него магнитного поля, создаваемого внутри соленоида. Магнитное поле внутри соленоида рассчитывается по формуле:

$$B = \mu_0 n I, \quad (12)$$

где  $n$  – это число витков соленоида,  $I$  – это ток, текущий по соленоиду. Ток для замкнутой цепи рассчитывается по закону Ома

$$I = \frac{U}{R}, \quad (13)$$

где  $U$  – это напряжение на участке цепи,  $R$  – сопротивление цепи. Известно, что удельное сопротивление материала  $\rho$ , из которого изготовлен соленоид, зависит от температуры по закону

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha [T - T_0]), \quad (14)$$

где  $\rho_0$  – удельное сопротивление проволоки при температуре  $T_0$ ,  $\alpha$  – температурный коэффициент удельного сопротивления. Таким образом, магнитный момент катушки зависит от температуры.

Были проведены следующие испытания. Магнитная катушка охлаждалась, после чего на неё подавалось постоянное напряжение  $U$ . К сердечнику катушки как к наиболее теплоёмкой части была прикреплена термопара, с помощью которой производился замер температуры катушки. На расстоянии  $R$  от катушки при  $\theta = 0^\circ$  устанавливался магнитометр, с помощью которого измерялось изменение магнитного момента. На рис. 26 изображена зависимость магнитного поля от времени. Как видно, в момент  $t = 20\text{с}$  на катушку было подано напряжение, и с течением времени из-за нагрева магнитный дипольный момент катушки уменьшался. На рис. 27 представлена зависимость магнитного дипольного момента катушки от температуры. Звёздочками обозначены магнитные моменты, вычисленные по формулам (1) и (2), толстая линия – линейная зависимость магнитного момента катушки от времени

$$m = aT + b,$$

полученная с помощью метода наименьших квадратов, где  $T$  – температура в  $^\circ\text{C}$ .

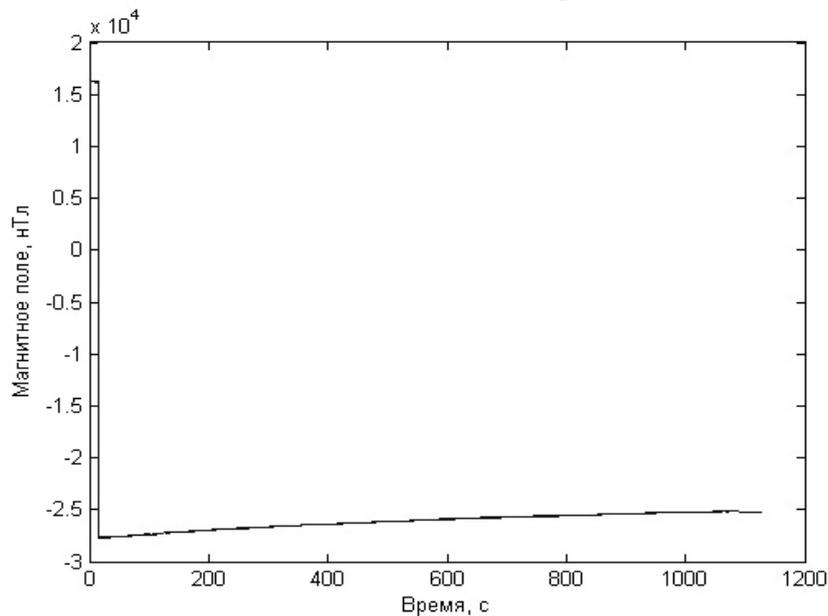


Рис.26. Зависимость магнитного поля катушки от времени

Причину уменьшения магнитного момента при увеличении температуры можно проследить из формул (12), (13) и (14). При увеличении температуры сопротивление обмотки растёт, следовательно, уменьшается значение тока, уменьшается магнитное поле внутри соленоида, а значит, уменьшается и магнитный момент сердечника катушки, так как он пропорционален внешнему магнитному полю.

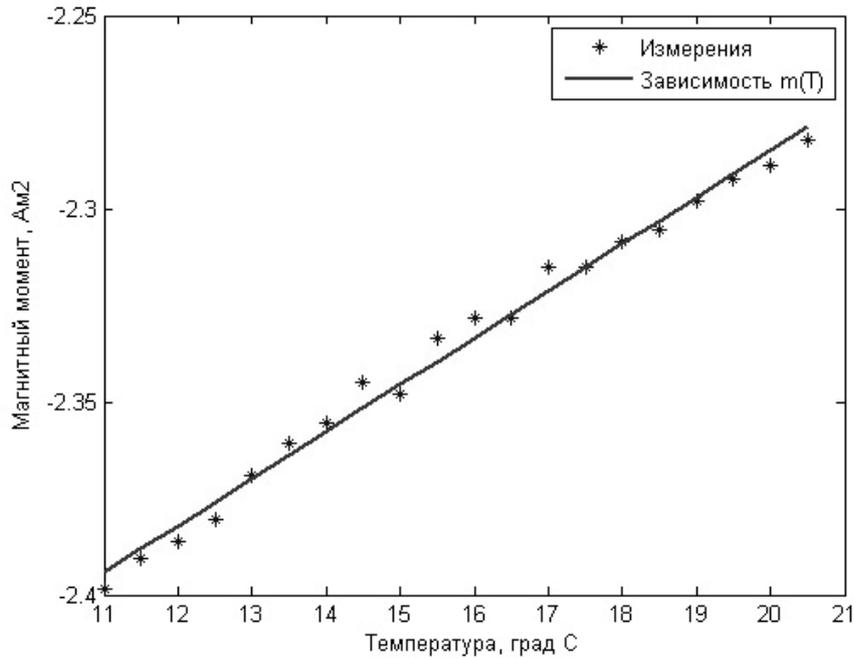


Рис.27. Зависимость магнитного дипольного момента от температуры при  $U = 5В$

В табл. 2 приведены параметры аппроксимирующей прямой для катушек при напряжении  $U = 5В$  и параметры прямой для катушки № 3 при  $U = 10В$ . Как видно из таблицы, при удвоении напряжения коэффициент пропорциональности удвоился. Это объясняется линейностью тока от напряжения и линейностью магнитного поля соленоида от тока по формуле (12). При одном и том же изменении сопротивления соленоида, магнитный дипольный момент будет изменяться больше при большем токе через соленоид.

При температуре  $T \approx 20^{\circ}$  значения магнитных моментов совпадают с моментами, полученными в разделе 5.1 настоящей работы.

Табл.2. Параметры аппроксимирующей прямой

Номер катушки	a	B	$\sigma$ , Ам <sup>2</sup>
1, U=5В	0,0144	-2,5530	0,0028
2, U=5В	0,0132	-2,5478	0,0037
3, U=5В	0,0121	-2,5277	0,0036
3, U=10В	0,0213	-4,9964	0,0044

## 6. Заключение

Создана методика и получены основные характеристики магнитных катушек на стенде, созданном в ИПМ им.М.В.Келдыша РАН при поддержке РФФИ и Роснауки для отработки алгоритмов управления и идентификации подвижных объектов в полунатурных условиях. Исследованы основные характеристики магнитных катушек, разработанных в ООО ИТЦ «СканЭкс». Особое внимание было уделено вопросу определения погрешности получаемых характеристик, что важно для оценок точности управления ориентацией малого космического аппарата. Поведение рассматриваемых характеристик качественно объяснено на основе теории магнитных материалов.

Работа выполнена по заказу ООО ИТЦ «СканЭкс» (контракт № 9/0506-СП) при поддержке РФФИ (гранты №№ 09-01-00431 и 07-01-92001).

## 7. Список литературы

1. <http://ru.wikipedia.org>
2. S. Theil, P. Offerdinger, O. Matthews, Assessment of parasitic torques from magnetorquers, *Advances in the Astronautical Sciences*, 2003, Vol. 113, pp. 315-320.
3. J. Lee, A. Ng, R. Jobanputra, On determining dipole moments of a magnetic torquer rod – experiments and discussions, *Canadian Aeronautics and Space*, Vol. 48, pp.120 – 135.

## Содержание

1. Введение .....	3
2. Определение магнитного дипольного момента .....	4
3. Методика проведения экспериментов.....	5
4. Анализ ошибок .....	7
4.1. Неточность взаимного положения .....	7
4.2. Шум измерений .....	9
4.3. Калибровка магнитометра .....	10
4.4. Изменение фонового поля .....	11
4.5. Неопределённость точки измерения .....	12
4.6. Неточность знания длины катушки.....	14
4.7. Неточность задания напряжения .....	16
5. Проведение измерений .....	16
5.1. Изучение электромагнитного фона .....	16
5.2. Проверка линейности магнитного момента от подаваемого напряжения ..	17
5.3. Определение максимально возможного дипольного момента.....	20
5.4. Определение остаточной намагниченности .....	21
5.5. Температурная зависимость.....	22
6. Заключение.....	25
7. Список литературы .....	25