



Овчинников М.Ю., Трофимов С.П.

Построение формации для зондирования ионосферы на базе двух спутников с пассивной магнитной системой ориентации

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Овчинников М.Ю., Трофимов С.П. Построение формации для зондирования ионосферы на базе двух спутников с пассивной магнитной системой ориентации // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2010. № 33. 23 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2010-33>

ОРДЕНА ЛЕНИНА
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ им. М.В.КЕЛДЫША
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

М.Ю.Овчинников, С.П.Трофимов

**ПОСТРОЕНИЕ ФОРМАЦИИ ДЛЯ ЗОНДИРОВАНИЯ
ИОНОСФЕРЫ НА БАЗЕ ДВУХ СПУТНИКОВ С ПАССИВНОЙ
МАГНИТНОЙ СИСТЕМОЙ ОРИЕНТАЦИИ**

Москва

2010

Построение формации для зондирования ионосферы на базе двух спутников с пассивной магнитной системой ориентации. М.Ю.Овчинников, С.П.Трофимов. Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, Москва, 23 страницы, 10 рисунков, библиография 8 наименований

Рассмотрена задача разделения двух спутников зондирования ионосферы, снабженных пассивными магнитными системами ориентации. Получено выражение для целевой функции – высоты соединяющей спутники хорды – с учетом различия орбит спутников вследствие разделяющего импульса, разницы в скоростях прецессии долготы восходящего узла и аргумента перигея, влияния атмосферы. Произведена оптимизация по выбору точки разведения и величине разделяющего импульса для двух типов разведения: с последующим торможением и без торможения. Выполнены численные оценки времени разведения и затрат характеристической скорости.

Ключевые слова: пассивные магнитные системы ориентации, оптимизация разделения двух спутников, поддержание формации

Creation of formation for ionosphere sensing based on two satellites equipped with a passive magnetic attitude control system. M.Yu.Ovchinnikov, S.P.Trofimov. Preprint of KIAM RAS, Moscow, 23 Pages, 10 Figures, 8 References

The problem of separation of two ionosphere sensing satellites with passive magnetic attitude control system is studied. The expression for objective functional, i.e. the altitude of a connecting chord, is derived. Optimization of the separation point in orbit and the separation Δv is performed for two types of separation: with further braking and without braking. The numerical evaluation of separation duration and Δv is done.

Key words: passive magnetic attitude control system, optimization of two satellites' separation, formation maintenance

Введение

Использование спутников в метеорологии позволило сделать огромный скачок в точности и длительности прогнозов погоды, сделало доступными наблюдения за глобальными явлениями в тропосфере. Однако если для изучения нижних слоев атмосферы уже имелись методы и технические средства (сеть наземных станций, радиозонды и т.д.), то спутниковые исследования верхних слоев стали истинно пионерскими и, подтвердив имевшиеся к середине XX века гипотезы о существовании в атмосфере проводящего слоя, послужили предпосылкой создания современной теории строения ионосферы. Появилась потребность в наблюдении и предсказании космической погоды: активности Солнца, колебаний концентраций заряда, изменений геомагнитного поля.

Ясно наметившийся в космонавтике в последнее десятилетие тренд в сторону создания группировок малых спутников (Formation Flying) вместо использования одного большого аппарата отразился и на научных методах изучения ионосферы. Появилась возможность так называемого горизонтального зондирования ионосферы: сигнал передается с одного спутника на другой на нескольких (обычно хватает двух) близких частотах. По разности сдвигов фаз можно определить интегральную концентрацию электронов вдоль пути сигнала, а обработка большого массива полученных данных позволяет восстановить трехмерное распределение заряда в ионосфере.

Одним из первых проектов Formation Flying, предназначенных для изучения ионосферы, был совместный проект трех американских университетов Вашингтона, Виргинии и Юты ION-F (Ionospheric Observation Nanosatellite Formation), предусматривавший создание формации из трех аппаратов на близких околокруговых орбитах (рис.1). Эта многоцелевая миссия включала в себя исследования ионосферы с помощью датчиков плазмы, а также методами вертикального и горизонтального зондирования. Помимо этого

планировалась отработка систем ориентации и навигации в режиме группового полета [1].

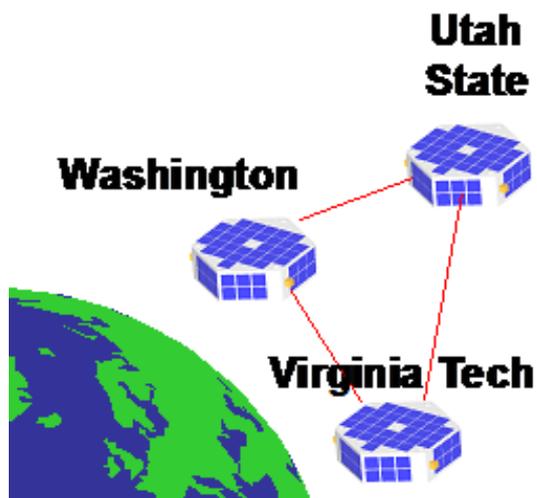


Рис.1. Формация ION-F

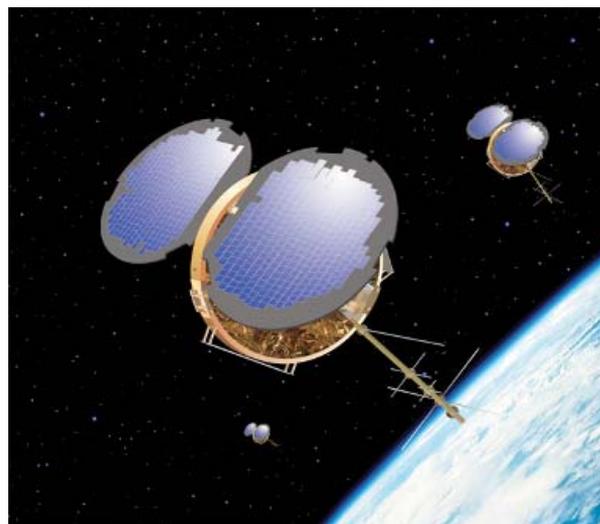


Рис.2. Формация COSMIC/FORMOSAT

Еще более масштабным стал совместный американо-тайваньский проект COSMIC (Constellation Observing System for Meteorology, Ionosphere, and

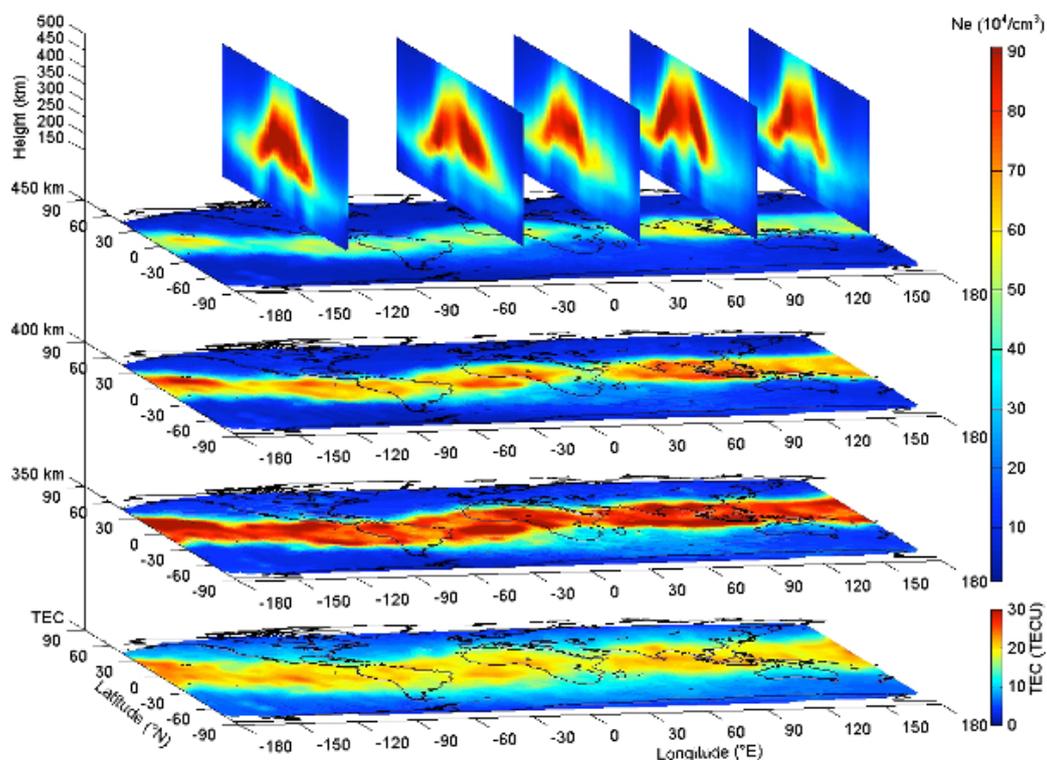


Рис.3. Трехмерное распределение электронов в ионосфере, основанное на полученных в проекте COSMIC данных.

Climate). В рамках него в 2006 году была запущена формация FORMOSAT, состоящая из шести спутников, движущихся по разнесенным в долготе восходящего узла друг от друга на 30° околокруговым орбитам с наклоном 72° и высотой 800 км (рис.2). Главной целью миссии были глобальные метеорологические и ионосферные измерения (температура, давление, влажность, концентрация электронов). За три года работы было получено более полутора миллионов ионосферных профилей, что позволило чрезвычайно точно воссоздать трехмерное распределение заряда в ионосфере (рис.3) [2].

Проведение горизонтального зондирования придает некоторую специфику соответствующим проектам Formation Flying, так как исследователю ионосферы интересно распределение заряда лишь на некоторых высотах (интервалах высот) над поверхностью Земли. Это накладывает ограничение на взаимное расположение спутников в формации – высота соединяющей спутники хорды (рис.4) должна проходить как раз на этих высотах.

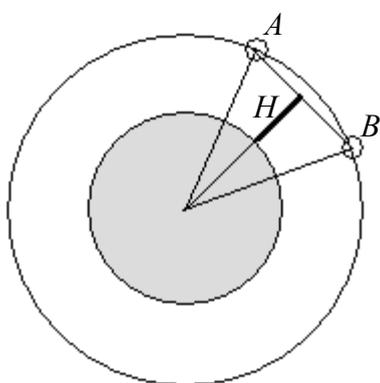


Рис.4. Высота H хорды, соединяющей спутники A и B

В настоящей работе рассматривается задача разведения двух спутников с пассивной магнитной системой ориентации типа ТНС-0 №1 (рис.5) – первого российского наноспутника, запущенного в 2005 году [3] – в свете возможности использования модернизированных аппаратов подобного класса для задач горизонтального зондирования ионосферы. Будет проведено сравнение результатов разведения спутников, снабженных пассивной магнитной и активной системами ориентации.



Рис.5. Внешний вид наноспутника ТНС-0 №1

1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу разведения двух спутников, предназначенных для зондирования ионосферы и снабженных пассивной магнитной системой ориентации. Изначально оба спутника соединены между собой соосно и помещены в капсулу, образуя стартовую конфигурацию. Капсула со спутниками выводится на заданную круговую орбиту при помощи, например, грузового корабля «Прогресс». Далее она ориентируется по магнитному полю, и в выбранной точке орбиты происходит разделение спутников пружинным толкателем, обеспечивающим нужную относительную скорость разведения. Будем считать массо-габаритные характеристики спутников одинаковыми.

Исходя из назначения аппаратов, целевой функцией данной задачи, как было указано выше, является высота соединяющей их хорды над поверхностью Земли. Рассмотрим два возможных случая в постановке задачи:

- разведение с последующим торможением;
- разведение без торможения.

В первом случае, подразумеваемом наличие на спутниках тормозной установки (к примеру, двигателей на холодном газе), естественно потребовать наибо́льшего разведения до достижения нужной высоты хорды. Последующий тормозной импульс обеспечит прекращения расхождения аппаратов вдоль орбиты и устрани́т возникшие вследствие разделяющего импульса различия в элементах орбиты.

Во втором случае, особо перспективном в плане простоты реализации и минимальности затрат ввиду отсутствия необходимости в тормозной установке, задачей оптимального разведения является максимизация времени, в течение которого значение высоты хорды находится в заданном диапазоне, пригодном для проведения исследований ионосферы.

Более подробно особенности каждого способа разведения аппаратов анализируются ниже. Пока же нужно отметить, что в обоих случаях будут

рассматриваться лишь вековые эффекты, влияющие на высоту соединяющей хорды. Другими словами, уравнения движения спутников в орбитальных элементах будут записаны в осредненной за один виток форме конечных приращений. Подобный подход вполне естественен с учетом большой величины временных интервалов, характерных для разведения аппаратов (от нескольких сотен до нескольких тысяч витков).

2. Элементы теории оптимального маневрирования

Приведем некоторые сведения из теории оптимального маневрирования для спутника, находящегося на околокруговой орбите [4],[5]. Они понадобятся при описании влияния разделяющего импульса на орбиты спутников.

Для описания движения воспользуемся цилиндрической системой координат r, u, z с началом в притягивающем центре (рис.6). В этой системе r – расстояние от центра до проекции спутника на плоскость опорной круговой орбиты радиуса r_0 , u – угол, отсчитываемый в плоскости опорной орбиты от некоторой выбранной оси x по направлению полета спутника, z – расстояние от плоскости опорной орбиты до спутника. Ось z , перпендикулярная плоскости опорной орбиты, направлена таким образом, что если смотреть с положительного направления оси z , спутник движется против хода часовой стрелки. Будем считать отклонения орбиты спутника от опорной круговой орбиты небольшими, чтобы можно было воспользоваться линеаризованными уравнениями движения.

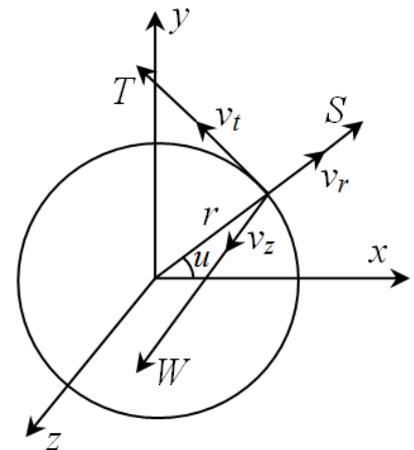


Рис.6. Цилиндрическая система координат

Возмущающим ускорением будем считать суммарное ускорение, возникающее в результате действия всех сил за исключением силы,

создаваемой центральным гравитационным полем ($g = \frac{\mu}{r^2}$, $\mu = \gamma M_{\oplus}$). Проекции возмущающего ускорения на оси орбитальной системы координат (ОСК) с началом в центре масс спутника – прямую вдоль радиус-вектора, нормаль к нему в плоскости опорной орбиты и ось z – будем обозначать S , T и W соответственно. Так как опорная орбита – круговая, то вторая ось ОСК совпадает с касательной к орбите. Считая отношение $\frac{z}{r}$ малым, и пренебрегая величинами второго порядка малости по этому отношению, можно написать уравнения движения спутника в проекциях на оси ОСК:

$$\begin{aligned} S - g &= \ddot{r} - r\dot{i}^2 \\ T &= \frac{1}{r} \frac{d}{dt}(r^2\dot{i}) \\ W &= \ddot{z} + g \frac{z}{r}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Будем считать, что возмущающее ускорение мало по сравнению с g , а вызываемые им отклонения от кругового движения малы по сравнению с r_0 и $v_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}}$. Тогда с точностью до малых первого порядка можно определять ускорения S , T и W как соответствующие опорной орбите. Это позволяет решать первые два уравнения системы (2.1) независимо от третьего, так как величины S и T с точностью до малых первого порядка не зависят от бокового отклонения z . Подставляя обозначения $v_r = \dot{r}$ и $v_t = r\dot{i}$ в первые два уравнения, получаем:

$$\begin{aligned} \dot{v}_r &= S - \frac{\mu}{r^2} + \frac{v_t^2}{r} \\ \dot{v}_t &= T - \frac{v_t v_r}{r} \\ \dot{r} &= v_r. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Обозначим через Δr , Δv_r , Δv_t , $\Delta \dot{v}_t$, Δv_z разности между значениями соответствующих величин для возмущенной и опорной орбит:

$$r = r_0 + \Delta r, \quad v_r = \Delta v_r, \quad v_t = v_0 + \Delta v_t, \quad \dot{v}_t = \Delta \dot{v}_t, \quad v_z = \Delta v_z. \quad (2.3)$$

Подставим эти зависимости в (2.2) и, считая введенные разности малыми, получим

$$\begin{aligned} \Delta \dot{v}_r - 2\omega_0 \Delta v_t - \omega_0^2 \Delta r &= S \\ \Delta \dot{v}_t + \omega_0 \Delta v_r &= T \\ \Delta \dot{r} &= \Delta \dot{v}_r, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где $\omega_0 = \frac{v_0}{r_0}$ – угловая скорость движения спутника по опорной круговой орбите.

Аналогично для отклонений от плоскости орбиты имеем

$$\ddot{z} + \omega_0^2 z = W. \quad (2.5)$$

Отклонения $\Delta v_t, \Delta v_r, \Delta v_z$ можно рассматривать как составляющие импульса скорости, используемые для целенаправленного изменения орбиты. В такой постановке задачи, отвлекаясь от влияния возмущающих сил ($S=T=W=0$), после интегрирования (2.4) и (2.5) получим выражения для отклонений от опорной круговой орбиты вследствие приложенного в момент $t=0$ импульса скорости:

$$\frac{\Delta r}{r_0} = \frac{\Delta v_r}{v_0} \sin \omega_0 t + 2 \frac{\Delta v_t}{v_0} (1 - \cos \omega_0 t) \quad (2.6a)$$

$$\Delta u = -2 \frac{\Delta v_r}{v_0} (1 - \cos \omega_0 t) - \frac{\Delta v_t}{v_0} (3\omega_0 t - 4 \sin \omega_0 t) \quad (2.6б)$$

$$\frac{z}{r_0} = \frac{\Delta v_z}{v_0} \sin \omega_0 t. \quad (2.6в)$$

Из первого соотношения легко видеть, что для большой полуоси

$$\frac{\Delta a}{r_0} = 2 \frac{\Delta v_t}{v_0}. \quad (2.6г)$$

Впоследствии будем пользоваться выражениями (2.6a)-(2.6г) для учета влияния разделяющего импульса на орбиты спутников.

3. Осредненная модель геомагнитного поля

Так как к моменту разделения спутников капсула ориентирована по магнитному полю (ошибкой ориентации пренебрегаем), то разделяющий импульс скорости, сообщаемый спутникам пружинным толкателем, также направлен вдоль вектора индукции геомагнитного поля в точке разделения. Это предположение позволяет упростить систему управления спутников: нет необходимости управлять их угловым движением, а требуется лишь выбрать точку на орбите, где следует провести их разделение.

Общее выражение для вектора индукции магнитного поля Земли в заданной точке пространства есть $\vec{B} = -\nabla U_m$, где U_m – магнитный потенциал, представляемый в виде разложения в ряд Гаусса по сферическим гармоникам

$$U_m(r, \theta, \lambda, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R_{\oplus}}{r} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (g_n^m(t) \cos m\lambda + h_n^m(t) \sin m\lambda) P_n^m(\cos \theta), \quad (3.1)$$

r – расстояние до точки от притягивающего центра, θ – ее полярный угол (дополнение географической широты), λ – долгота точки, R_{\oplus} – средний радиус Земли (6371,032 км), $P_n^m(\cos \theta)$ – присоединенные функции Лежандра, $g_n^m(t)$ и $h_n^m(t)$ – табулированные коэффициенты Гаусса, зависящие от времени [6]. Члены разложения первого порядка представляют собой потенциал диполя с магнитным моментом $\mu_m = 7,812 \cdot 10^{22} \text{ А} \cdot \text{м}^2$. Ось диполя образует с осью вращения Земли угол $\delta_m \approx 168,5^\circ$.

Хотя представление геомагнитного поля в виде ряда Гаусса весьма точно, оно непригодно для аналитического исследования в задачах небесной механики. В таких случаях используются более простые модели. Одной из них является осредненная модель геомагнитного поля [6]. В осредненной модели вектор магнитной индукции в орбитальной системе координат равномерно вращается вокруг нормали к плоскости орбиты, образуя прямой круговой конус с углом полураствора, равным наклонению орбиты i (рис.7). Модуль вектора индукции при движении вдоль орбиты полагается постоянным и равным, к

примеру, полусумме наибольшего и наименьшего из принимаемых им в дипольном приближении значений

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_m}{2r^3} (1 + \sqrt{1 + 3 \sin^2 i}), \quad (3.2)$$

либо интегральному среднему значению за виток (опять же в дипольном приближении)

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_m}{\pi r^3} \int_0^\pi \sqrt{1 + 3 \sin^2 i \sin^2 u} du. \quad (3.3)$$

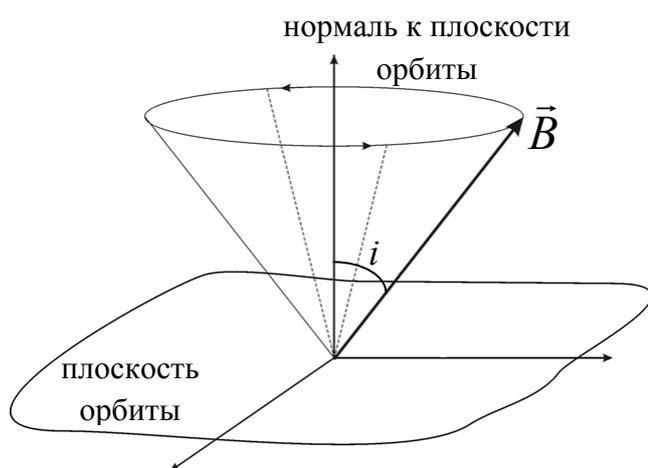


Рис.7. Интерпретация осредненной модели геомагнитного поля

Проекции вектора магнитной индукции на оси орбитальной системы координат в осредненной модели равны

$$\begin{aligned} B_r &= -|\vec{B}| \sin i \sin u \\ B_t &= |\vec{B}| \sin i \cos u \\ B_z &= |\vec{B}| \cos i. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Далее будем считать, что разделяющий импульс скорости сообщается спутникам вдоль

направления, задаваемого в ОСК вектором $(-\sin i \sin u \quad \sin i \cos u \quad \cos i)^T$, где u – аргумент широты точки их разделения на опорной круговой орбите.

4. Выражение для высоты хорды в нулевом приближении

Компоненты разделяющего импульса на оси орбитальной системы координат, в соответствии с выражениями (3.4) и сделанными выше предположениями об идентичности массо-габаритных характеристик спутников и ориентации капсулы вдоль вектора индукции магнитного поля, равны

$$\Delta v_r = \mp \Delta v \sin i \sin u, \quad \Delta v_t = \pm \Delta v \sin i \cos u, \quad \Delta v_z = \pm \Delta v \cos i, \quad (4.1)$$

где верхние и нижние знаки относятся к разным спутникам, а Δv – величина разделяющего импульса скорости, сообщенного каждому из спутников.

Обозначим $\varepsilon = \frac{\Delta v}{v_0}$, где v_0 – круговая скорость на опорной орбите. Оценим

порядок величины параметра ε , исходя из типичной для пружинных толкателей скорости разделения:

$$\varepsilon \approx \frac{1 \text{ м/с}}{10^4 \text{ м/с}} = 10^{-4}. \quad (4.2)$$

Отметим заранее, что при характерном времени разведения спутников порядка нескольких недель или, в оборотах вокруг Земли, несколько сотен витков, справедливо двойное неравенство

$$\varepsilon \ll N\varepsilon \ll 1, \quad (4.3)$$

где N – число витков от момента разделения до окончания процесса разведения.

Проследим за эволюцией высоты соединяющей спутники хорды с течением времени, которое будем отсчитывать от момента разделения. Как и условились ранее, будем принимать во внимание только вековые эффекты. В

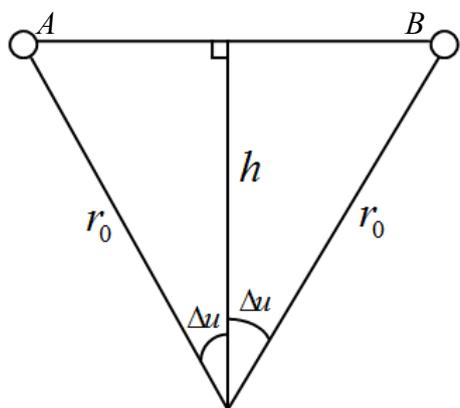


Рис.8. Влияние расхождения спутников A и B по аргументу широты на высоту h соединяющей хорды

качестве главного из них в данном случае выступает эффект расхождения спутников по аргументу широты. Из формулы (2.6б) получаем, что за N оборотов:

$$\Delta u = -6\pi N \frac{\Delta v_t}{v_0}. \quad (4.4)$$

Действительно, из-за касательной составляющей разделяющего импульса скорости изменятся большие полуоси орбит спутников (см. формулу (2.6г)), а, значит, и периоды их обращения. Один аппарат будет опережать по аргументу широты на $|\Delta u|$, а другой – на $|\Delta u|$ отставать от их барицентра, продолжающего движение по опорной круговой орбите. Далее под Δu будем понимать

абсолютную величину такого опережения (отставания). Для высоты соединяющей хорды h , отсчитанной от притягивающего центра, имеем (рис.8):

$$h = r_0 \cos \Delta u . \quad (4.5)$$

В силу второй части двойного неравенства (4.3) аргумент косинуса в полученном выражении мал, что и позволяет называть формулу (4.5) выражением для высоты соединяющей хорды в нулевом приближении. Кроме того, гарантируется физическая корректность введения термина высоты хорды:

$$h > R_{\oplus} .$$

Заметим, что разведение спутников обеспечивается за счет первого ненулевого (после единицы) члена $\frac{(\Delta u)^2}{2} \square 100N^2 \varepsilon^2 \sin^2 i \cos^2 u$ в разложении косинуса по степеням малого аргумента.

5. Радиальное смещение

Теперь займемся вычислением поправок к полученному нулевому приближению. Вначале рассмотрим

радиальное отклонение положения спутников от опорной круговой орбиты. Пусть расстояние до притягивающего центра для первого аппарата стало $r_1 = r_0 + \Delta r_1$, а для второго – $r_2 = r_0 + \Delta r_2$ (рис.9), причем $\Delta r_1 \leq \Delta r_2 \square r_0$.

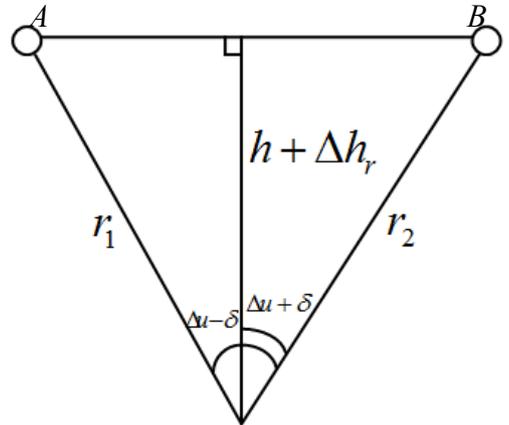


Рис.9. Влияние радиального смещения спутников A и B на высоту соединяющей хорды

Тогда, считая расхождение по аргументу широты между двумя спутниками заданным и равным, согласно нулевому приближению,

$2\Delta u$, найдем поправку первого порядка Δh_r для высоты соединяющей хорды.

Для этого, используя тригонометрическую формулу для косинуса суммы, из

тождества $h + \Delta h_r = (r_0 + \Delta r_1) \cos(\Delta u - \delta) = (r_0 + \Delta r_2) \cos(\Delta u + \delta)$ получим с

точностью до членов первого порядка малости

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\Delta r_2 - \Delta r_1}{2r_0} \operatorname{ctg} \Delta u, \quad (5.1)$$

откуда после несложных вычислений следует выражение для поправки Δh_r :

$$\Delta h_r = \frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{2} \cos \Delta u. \quad (5.2)$$

Применим полученную формулу при последовательном рассмотрении всех типов эффектов, приводящих к радиальному смещению спутников. Можно выделить три причины такого смещения:

- изменение орбит спутников после приложения разделяющего импульса (орбиты становятся эллиптическими);
- изменение аргумента перигея как следствие возникающей ввиду несферичности Земли прецессии орбиты;
- атмосферное торможение.

Таким образом, можно записать

$$\Delta h_r = \Delta h_{\text{separ}} + \Delta h_{\text{perig}} + \Delta h_{\text{atm}}. \quad (5.3)$$

Из формулы (2.6a) легко видеть, что, во-первых, вековое смещение Δr отсутствует, во-вторых, для периодических смещений справедливо $\Delta r_1 = -\Delta r_2$. Значит, с точностью до малых первого порядка $\Delta h_{\text{separ}} = 0$.

Нетрудно также показать, что и $\Delta h_{\text{perig}} = 0$. Как известно, изменение $\delta\omega$ аргумента перигея ω орбиты с наклоном i и параметром орбиты p за один оборот, обусловленное зональной гармоникой J_2 гравитационного поля Земли, определяется выражением

$$\delta\omega = \frac{3\pi}{2} \left(\frac{R_{\oplus}}{p} \right)^2 (5 \cos^2 i - 1) J_2, \quad (5.4)$$

где $J_2 \approx 1082,23 \cdot 10^{-6}$ [7]. Расстояние от притягивающего центра до точки орбиты с аргументом широты u изменится за оборот на величину

$$\Delta r = - \frac{p \sin(u - \omega)}{(1 + e \cos(u - \omega))^2} \delta\omega. \quad (5.5)$$

Так как возникающий эксцентриситет e у орбит спутников после приложения разделяющего импульса имеет порядок ε , то можно не учитывать разницу в скоростях изменения аргумента перигея, возникающую ввиду различия в наклонениях и параметрах орбит для двух аппаратов. А по причине того, что получаемые спутниками при разделении добавки к их скоростям направлены в противоположные стороны, аргументы перигея будут различаться на π . Снова приходим к результату $\Delta r_1 = -\Delta r_2$, что и дает $\Delta h_{perig} = 0$.

Итак, для первых двух причин радиального смещения в первом порядке малости не дают поправок в выражение для высоты соединяющей хорды не только вековые, но и периодические эффекты.

Что касается влияния атмосферы, то здесь придется выполнить некоторые оценочные расчеты. Относительное снижение спутника за виток орбиты приближенно вычисляется по формуле

$$\frac{\Delta r}{r_0} \approx -4\pi \frac{F_{atm}}{mg}, \quad (5.6)$$

где $F_{atm} = c_x S \frac{\rho v_0^2}{2}$ – сила лобового сопротивления атмосферы, m – масса аппарата [7]. Если, для примера, взять опорную орбиту высотой 550 км, то плотность атмосферы на этой высоте $\rho \cong 4 \cdot 10^{-13}$ кг/м³. Поэтому для спутника с коэффициентом лобового сопротивления $c_x \approx 2$, массой $m \approx 10$ кг и площадью миделева сечения $S \approx 0,1$ м² имеем $\frac{\Delta r}{r_0} \approx 10^{-7}$. Таким образом, уменьшение

расстояния до притягивающего центра за несколько сотен витков будет порядка ε . Значит, эффект торможения в атмосфере – единственный из приводящих к радиальному смещению, который необходимо учитывать. Будем считать плотность атмосферы (а, значит, и силу сопротивления) постоянной в течение процесса разведения аппаратов. Тогда за N оборотов по орбите

$$\frac{\Delta r}{r_0} \approx -4\pi N \frac{F_{atm}}{mg}. \quad (5.7)$$

Считая $\Delta r_1 = \Delta r_2 = \Delta r$, получаем в итоге

$$\Delta h_r = \Delta h_{atm} \approx -4\pi N \frac{F_{atm}}{mg} r_0 \cos \Delta u. \quad (5.8)$$

Отметим, что относительный вклад радиальной поправки в значение высоты соединяющей хорды после нескольких сотен витков будет порядка $4\pi N \frac{F_{atm}}{mg}$.

6. Боковое смещение

Перейдем к рассмотрению эффектов, приводящих к боковому смещению спутников из плоскости опорной круговой орбиты. Причин бокового смещения, очевидно, две:

- разница в наклонениях и долготах восходящего узла орбит спутников после приложения разделяющего импульса;
- изменение долготы восходящего узла как следствие возникающей ввиду несферичности Земли прецессии орбиты.

Первая причина приводит к периодическому выходу спутника из плоскости опорной орбиты, не давая вековых эффектов. Это ясно следует из формулы (2.6в). Поэтому сразу обратимся ко второй причине.

Так как опорная круговая орбита тоже прецессирует, то в действительности к боковому смещению приводит не сам факт прецессии орбит спутников, а различие в ее скоростях, обусловленное неодинаковостью размеров и наклонений орбит. Далее боковое смещение будем отсчитывать именно от прецессирующей плоскости опорной орбиты.

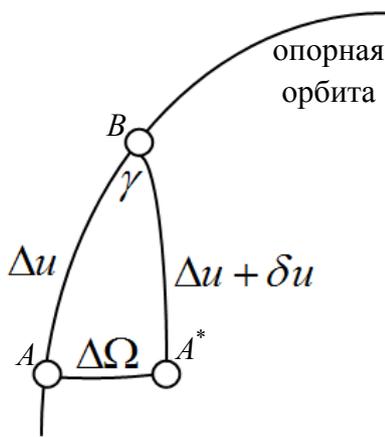
Как известно, изменение $\delta\Omega$ долготы восходящего узла Ω орбиты с наклонением i и параметром орбиты p за один оборот, обусловленное зональной гармоникой J_2 гравитационного поля Земли, определяется выражением

$$\delta\Omega = -3\pi \left(\frac{R_{\oplus}}{p} \right)^2 J_2 \cos i. \quad (6.1)$$

где $J_2 \approx 1082,23 \cdot 10^{-6}$ – уже упоминавшаяся выше константа [7]. Введем обозначение $\Omega_0 = 3\pi \left(\frac{R_{\oplus}}{r_0} \right)^2 J_2$. Воспользовавшись формулой (2.6г) и формулой для изменения наклона орбиты при приложении нормального к плоскости орбиты импульса скорости

$$\Delta i = \frac{\Delta v_z}{v_0} \cos u, \quad (6.2)$$

где u – аргумент широты точки приложения импульса [5], найдем разность в



изменении долгот восходящего узла для опорной орбиты и орбиты одного из спутников:

$$\Delta \Omega = \Omega_0 \left(4 \frac{\Delta v_t}{v_0} + \frac{\Delta v_z}{v_0} \operatorname{tgi} \cos u \right). \quad (6.3)$$

Рассмотрим, какое влияние оказывает боковое смещение на высоту соединяющей хорды. Пусть орбита спутника A отклонилась от опорной орбиты на $\Delta \Omega$ по долготе восходящего узла (рис.10). Тогда это приведет к изменению δu расхождения аппаратов по аргументу широты. Из теоремы

Рис.10. Влияние бокового смещения одного из спутников на расхождение их по аргументу широты

косинусов для сферического треугольника

$$\cos \Delta \Omega = \cos \Delta u \cos (\Delta u + \delta u) + \sin \Delta u \sin (\Delta u + \delta u) \cos \gamma, \quad (6.4)$$

считая $\cos \gamma \approx 1$ в силу малости γ , получим

$$\Delta \Omega \approx \delta u. \quad (6.5)$$

В соответствии с формулой (4.5) для нулевого приближения поправка к высоте соединяющей хорды, возникающая из-за бокового смещения, определяется так:

$$\Delta h_c = -r_0 \Delta \Omega \sin \Delta u. \quad (6.6)$$

После подстановки в (6.3) выражений (4.1) для компонент импульса скорости окончательно имеем

$$\Delta h_c = -5N \varepsilon r_0 \Omega_0 \sin i \cos u \sin \Delta u. \quad (6.7)$$

Заметим, что относительный вклад боковой поправки в значение высоты соединяющей хорды после нескольких сотен витков будет порядка $100N^2\varepsilon^2\Omega_0 \sin^2 i \cos^2 u$.

7. Оптимизация разных способов разведения спутников

В итоге для высоты соединяющей хорды получаем окончательную формулу с учетом всех заслуживающих рассмотрения эффектов

$$h = r_0 \cos \Delta u - 4\pi N \frac{F_{atm}}{mg} r_0 \cos \Delta u - 5N\varepsilon r_0 \Omega_0 \sin i \cos u \sin \Delta u, \quad (7.1)$$

где

$$\Delta u = 6\pi N \varepsilon \sin i \cos u. \quad (7.2)$$

Проанализируем это выражение в свете особенностей каждого из двух способов разведения, обозначенных при постановке задачи.

Начнем с варианта разведения с последующим торможением. Такой тип разведения может использоваться в случае, если нужно зафиксировать определенное значение высоты соединяющей хорды. Естественным требованием тогда является наискорейшее достижение требуемой высоты при некоторой заданной величине импульса разделения Δv . После этого к обоим спутникам в точках их орбит, имеющих такой же аргумент широты u , какой был в точке разделения, прикладывается тормозящий импульс, равный по величине разделяющему, но противоположный по направлению.

Можно заметить, что при описанном подходе возникает проблема смещения перигея орбит спутников за счет прецессии в течение процесса разведения. Тормозящий импульс будет приложен не точно в соответствующей апсидальной точке (перигее для одного спутника и апогее для другого), вследствие чего финальные орбиты аппаратов не совпадут с опорной круговой орбитой. Не вдаваясь глубоко в теорию оптимального маневрирования, отметим лишь, что для исключения подобного нежелательного эффекта применяется метод четырехимпульсного маневрирования [5].

Сделаем численные оценки величины Δv разделяющего импульса скорости, необходимой для разведения аппаратов за $N=200$ витков, если наклонение и высота опорной орбиты 56° и 550 км соответственно, а требуемая высота над земной поверхностью соединяющей спутники хорды 250 км. В силу $\Delta u \ll 1$ можно переписать (7.1) в виде

$$h = r_0 - 18r_0 \left(1 + \frac{5\Omega_0}{3\pi} \right) (\pi N \varepsilon \sin i \cos u)^2 - 4\pi N \frac{F_{atm}}{mg} r_0. \quad (7.3)$$

Отбрасывая во втором слагаемом $\frac{5\Omega_0}{3\pi} \ll 1$, получим:

$$\frac{r_0 - h}{r_0} = 18(\pi N \varepsilon \sin i \cos u)^2 + 4\pi N \frac{F_{atm}}{mg}. \quad (7.4)$$

Атмосферная поправка уже была оценена для длительности разведения в несколько сотен витков, она имеет порядок 10^{-4} , и потому ею можно пренебречь в сравнении с левой частью равенства. Также из (7.4) видно, что минимальное ε достигается при $u=0$ (разделение аппаратов над экватором). После подстановки указанных выше числовых значений получаем в таком случае $\varepsilon \approx 0,94 \cdot 10^{-4}$, что соответствует $\Delta v \approx 71$ см/с. Для сравнения упомянем результат $\Delta v \approx 61$ см/с, полученный при отсутствии ограничений на направление разделяющего импульса (случай активной ориентации) с помощью методов теории оптимального управления и основанного на численно-аналитической теории движения небесных тел программного комплекса THEONA [8].

Теперь рассмотрим вариант разведения без последующего торможения. Этот тип разведения, не требующий, что существенно, наличия двигательной установки на спутниках, эффективен, если целью является максимально долгое удержание высоты соединяющей хорды в заданном интервале.

Для задач зондирования ионосферы, к примеру, важно, чтобы высота хорды была не менее 100 км над поверхностью Земли [9]. Из (7.1) следует, что медленность разведения можно обеспечить двумя путями: увеличением аргумента широты точки разделения (смещением ее в приполярную зону) или

уменьшением разделяющего импульса. Разумней использовать последнее: наряду с нужной скоростью разведения достигается уменьшение отброшенных нами периодических отклонений от плоскости опорной орбиты, которые, как следует из (2.6в), в линейном приближении имеют амплитуду ε .

Пусть необходимое время работы миссии – около полугода, или, через число оборотов, $N \approx 8000$. По-прежнему можно считать $\Delta u \ll 1$, так как увеличение более чем на порядок количества витков будет компенсироваться уменьшением ε аналогичного порядка. Проводя аналогичные вычисления, что и для предыдущего способа разведения, получим для разделения над экватором $\varepsilon \approx 0,3 \cdot 10^{-5}$, что соответствует $\Delta v \approx 2$ см/с. Здесь уже была учтена атмосферная поправка, которая на столь значительном промежутке времени дает вклад около 2% в уменьшение высоты хорды.

Если пружинный толкатель не способен обеспечить столь малую разделяющую скорость, то медленности разведения можно добиться надлежащим выбором точки разделения аппаратов. Так, для толкателя с $\Delta v = 10$ см/с нужно взять $u \approx 78,5^\circ$ ($\cos u \approx 0,2$).

Отметим интересный факт: независимо от величины разделяющего импульса, а также типа и длительности разведения, вклад в уменьшение высоты хорды поправки, связанной с боковым смещением, всегда постоянен и мал: $\frac{5\Omega_0}{3\pi} \approx 0,6 \cdot 10^{-3}$. Поэтому при расчетах им можно везде пренебрегать.

Заключение

Учитывая особенности миссий Formation Flying, предназначенных для исследования ионосферы, оценены все основные эффекты, влияющие на ключевой параметр – высоту соединяющей пару спутников хорды. Обоснована достаточность учета лишь одной поправки – влияния атмосферного торможения.

Проведена оптимизация по выбору точки разведения спутников, пассивно ориентированных по геомагнитному полю и разделяемых пружинным толкателем. Более того, показана принципиальная возможность разведения без последующего торможения. Это позволяет вообще обойтись без двигательных установок, что сокращает материальные расходы и массу аппаратов.

Благодарности

Авторы благодарят А.А.Баранова за обсуждение изложенных в настоящей работе идей и ценные советы и И.Е.Зараменских за полезные замечания. Работа выполнена при поддержке РФФИ и Минобрнауки.

Литература

- [1] <http://rrsl.ee.washington.edu/Projects/NanoSat/proposal.ps>
- [2] http://www.cosmic.ucar.edu/groupAct/references/Schreiner_presentation.pdf
- [3] *M.Yu.Ovchinnikov, A.A.Ilyin, N.V.Kupriynova, V.I.Penkov, A.S.Selivanov.* Attitude dynamics of the first Russian nanosatellite TNS-0 //Acta Astronautica, 2007. – V.61, Issue 1-6, pp. 277–285.
- [4] *И.К.Бажин, В.П.Гаврилов и др.* Навигационное обеспечение полета орбитального комплекса «Салют-6»-«Союз»-«Прогресс». – М.: Наука, 1985.
- [5] *А.А.Баранов.* Изменение положения КА в спутниковой системе //Космич. иссслед. 2008. – Т.46, №3, с. 219-224
- [6] *Б.М.Яновский.* Земной магнетизм: Учебное пособие. – Изд. 4-е, перераб. и дополн. Под ред. В.В.Металловой. – Л: Издательство Ленинградского университета, 1978. – 592 с.
- [7] *С.А.Мирер.* Механика космического полета. Орбитальное движение: Учебное пособие. – М: Резолит, 2007. – 270 с.
- [8] *А.Р.Голиков.* Численно-аналитическая теория движения искусственных спутников небесных тел //Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша АН СССР, 1990, №70, 26 с.
- [9] *Я.Л.Альперт.* Распространение электромагнитных волн и ионосфера. – М.: Наука, 1972

Оглавление

Введение	3
1. Постановка задачи.....	6
2. Элементы теории оптимального маневрирования.....	7
3. Осредненная модель геомагнитного поля	10
4. Выражение для высоты хорды в нулевом приближении	11
5. Радиальное смещение	13
6. Боковое смещение	16
7. Оптимизация разных способов разведения спутников	18
Заключение.....	20
Благодарности.....	21
Литература	22