



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 40 за 2010 г.



Казакова Р.К.

Точечный взрыв в
атмосфере (Как это было...)

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Казакова Р.К. Точечный взрыв в атмосфере (Как это было...) // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2010. № 40. 17 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2010-40>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

Ордена Ленина

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

Р.К.Казакова

ТОЧЕЧНЫЙ ВЗРЫВ В АТМОСФЕРЕ

(Как это было...)

Москва 2010

Аннотация

Задача о точечном взрыве в атмосфере была впервые решена Д.Е.Охочимским с сотрудниками на быстродействующей вычислительной машине (БЭСМ-1) методом сеток, предложенным М.В.Келдышем в 1953 году. Ниже приводится обзор применения разных методов для решения задачи о точечном взрыве в однородной атмосфере. Указываются недостатки этих методов. Приводятся постановка задачи, исходные данные, на которых считалась задача и результаты расчетов в виде графиков и таблиц.

Abstract “Point blow in atmosphere”

The problem of point explosion in the atmosphere was first solved by D.E. Okhotsimsky with staff at the high-speed computer (BESM-1) with grid method proposed by Keldysh in 1953. Here is an overview of different methods for solving the problem of point explosion in a homogeneous atmosphere. There are indicated shortcomings of these methods, results of calculations in the form of plots and tables, and baseline data on which the problem has been solved.

Перед изложением доклада целесообразно вспомнить историю создания атомного оружия



Атомный взрыв

Первая атомная бомба в СССР была испытана 29 августа 1949 г. Затем шла эпопея создания водородной бомбы. Краткая история создания в СССР ядерной бомбы по воспоминаниям крупнейшего атомщика, Героя Социалистического Труда Льва Петровича Феокистова такова [1] ÷

«...в августе 1953 года на башне в Семипалатинском полигоне была успешно испытана первая советская водородная бомба.

Подтвердились расчеты, полный триумф. А.Д.Сахаров за несколько месяцев становится доктором физ.- мат. наук, академиком, лауреатом Сталинской премии, Героем Социалистического Труда, провозглашается, несмотря на молодость лет, «отцом» водородной бомбы.

В США же считали, что эта бомба не была «настоящей» водородной бомбой, т.к. мощность заряда примерно (только) в 20 раз превосходила мощность атомной бомбы, сброшенной на Хиросиму и имевшей такие же габариты и вес.

Мы же не сомневались, что будем идти и дальше по этому пути, развивая первый успех.

Но, события стали развиваться по другому пути. На одном из совещаний крупного руководства речь шла о том, чтобы прекратить всю предыдущую деятельность и переключиться на поиск новых решений. О старом забыть. В решении принимали участие крупнейшие деятели: Малышев, А.П.Завенягин (зам. министра Средмаша), Тамм.

Помимо всего, ядерный центр переводится из Арзамаса-16 в Челябинск-70.

Через несколько месяцев «революционной» (несмотря на переезды) работы внезапно появились, как свет в темном царстве, новые идеи и стало ясно, что настал «момент истины». Тогда же было принято решение о создании нового научно-ядерного центра – на Урале. По сути дела над созданием водородной бомбы работали только в 1954 году и начале 1955-го.

А в ноябре 1955 года было произведено испытание водородной бомбы. Результаты оказались ошеломляющими. Все прочие варианты были отставлены.

Появились первые в стране лауреаты Ленинской премии во главе с И.В.Курчатовым, многим руководителям было присвоено звание Героя (кому в первый раз, кому во второй и даже в третий), чинам поменьше раздали ордена разного достоинства»



Д.Е.Охоцимский



М.В.Келдыш

М.В.Келдыш был удостоен звания Героя Социалистического Труда, Д.Е.Охоцимский награжден «Орденом Ленина»,

Начало пятидесятых, «Стекловка» (МИ АН СССР)



Р.К.Казакова

З.П.Власова

По-видимому, в последнюю категорию попали и мы с Зариной Петровной Власовой, получив «Медаль за Трудовую Доблесть» за решение задачи о точечном взрыве.

В представляемой работе содержится решение задачи о точечном взрыве в однородной атмосфере. Стиль изложения в этой статье не однороден. Хотелось сохранить манеру изложения, присущую Дмитрию Евгеньевичу

Охотимскому в разделах, относящихся к истории решения, постановке задачи, решению и обсуждению результатов (однако, этот текст не обозначен кавычками).

Задача о точечном взрыве решалась многими исследователями. История этого решения такова.



«Стеклова - 1950», академик Л.И.Седов

В 1946 г. Л.И.Седовым [2] получено решение автомодельной задачи о сильном взрыве без учета противодействия. В этой работе уравнения с частными производными для u , ρ и p (скорость, плотность, давление за скачком) заменяются обыкновенными дифференциальными уравнениями для других переменных (обозначенных V , R , P). Автомодельное движение хорошо согласуется с результатами эксперимента и может быть использовано для описания ранней стадии взрыва, когда давление за фронтом ударной волны еще достаточно велико. При дальнейшем развитии взрыва давление за фронтом падает и влияние давления невозмущенного воздуха перед фронтом ударной волны становится все более существенным.

Учет противодействия сильно усложняет задачу, при этом задача перестает быть автомодельной. Ее решение в точной постановке приводит к интегрированию системы уравнений с частными производными с использованием какого-либо численного метода.

Численное решение задачи о точечном взрыве в однородной атмосфере методом характеристик было получено М.В.Келдышем и И.Л.Кондрашевой в 1952 году и описано в работе [3]. Выполненный расчет был доведен до значений перепада давления на фронте порядка 2,3. Расчет обнаружил важность учета противодействия для точности решения.

В работе также показано, что метод характеристик для решения подобного рода задач дает потерю точности как вблизи центра взрыва, так и вблизи волны при некотором ее ослаблении.

Приближенный метод учета противодействия был предложен в 1953 году в работе Н.С.Бурновой [4]. Решение здесь искалось методом вариаций с автоматическим решением в качестве исходного. Этот метод также оказался непригодным.

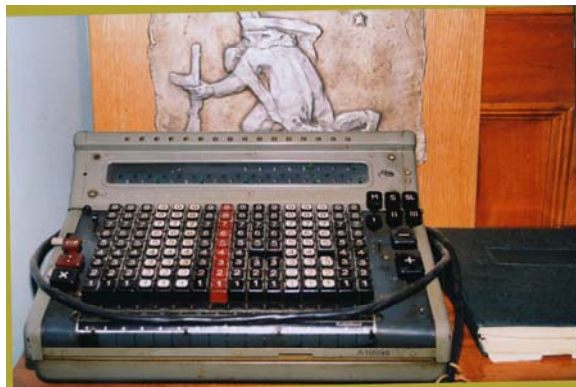
В связи с этим М.В.Келдышем был предложен другой метод численного расчета, основанный на использовании метода сеток. Расчет методом сеток на ручных клавишных машинах типа "Мерседес" был доведен до значений перепада давления на волне порядка 17 и показал удовлетворительное совпадение с прежними расчетами методом характеристик.

В то время в Математическом институте им В.А.Стеклова АН СССР существовало расчетное бюро (РБ) под руководством Константина Адольфовича Семендяева, которое вело расчеты ручным способом. В РБ была введена строжайшая дисциплина, установлена норма расчета точек в смену (кажется, около 1000 точек). Расчетчиками были в основном высококвалифицированные женщины, как правило, с университетским образованием. Тогда не было автоматических ручек, приходилось макать ручку в чернильницу. Говорят, что стена перед расчетчицами была забрызгана чернилами, т.к. левой рукой они нажимали на клавиши Мерседеса, а правой вписывали цифры в большие полотна (норма требовала скорости, поэтому летели брызги на стенку), которые затем передавали соседу для расчета другой характеристики. Какой они не знали.

Что касается К.А.Семендяева, то он был неоднократно отмечен высокими правительственными наградами (В 50-х годах – Орден Трудового Красного Знамени, Трижды Лауреат Сталинской Премии, три Ордена Ленина, в 1962 г. - Лауреат Ленинской Премии).



К.А.Семендяев



Клавишная машина "Мерседес"

Интересно отметить, что схема, неустойчивость которой сразу же выявилась при счете на электронной машине, была до этого весьма основательно опробована в счете на ручных клавишных машинах. Было сосчитано около 20 шагов по времени (для настоящего времени это очень малое число шагов не могло стать основанием для каких-либо выводов). Однако никаких признаков неустойчивости при этом обнаружено не было, хотя счет велся по тем же формулам, что и на электронной машине, и никакие сглаживания и выравнивания при счете не применялись. Причины этого явления не выявлены.

Опыт решения данной задачи на ЭВМ выявил чрезвычайно высокую эффективность использования автоматических быстродействующих цифровых машин для задач такого типа, а также перспективность их использования для решения задач, существенно более сложных и трудоемких.

Для характеристики производительности машины БЭСМ (см. рис. ниже) можно указать на то, что полный **расчет одного шага** по времени с выводом всех результатов на печать занимал **около 2 –3 минут**, в то время как счет одного шага **на руках** занимает **около двух дней** работы двух квалифицированных вычислителей.

На решение **всей задачи** при ее двукратном расчёте было затрачено **около 12 –14 часов машинного времени**. Решение **всей задачи на руках** потребовало бы **около года** работы двух вычислителей (текст того далекого времени ярко иллюстрирует восторг по поводу появления такого вычислительного "чуда").

При выполнении описываемой работы на БЭСМ основное время было потрачено на подготовку задачи к проведению ее на машине и на обработку полученных результатов

Первая советская быстродействующая электронно-счетная машина.

50-ые годы

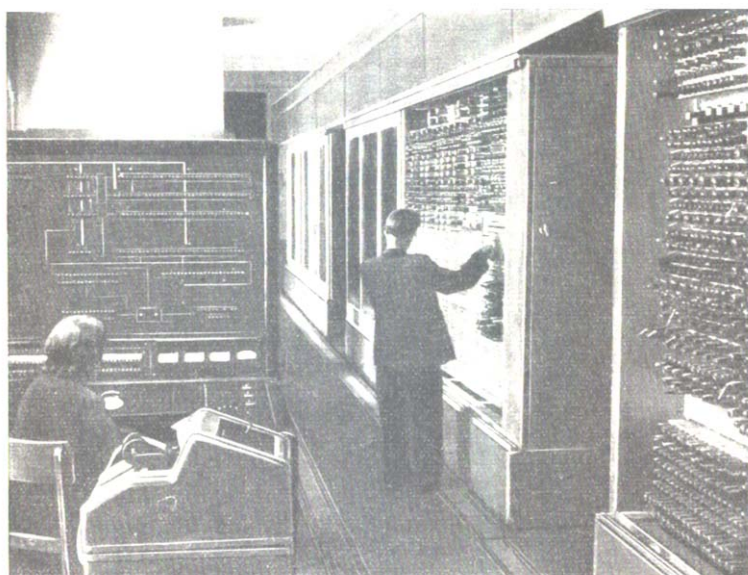


Рис. 1. Общий вид БЭСМ

Этим "чудом" [5] была наша первая советская вычислительная машина, созданная в Институте точной механики и вычислительной техники АН СССР и называвшаяся БЭСМ (Быстродействующая Электронная Счетная Машина).

СОЗДАТЕЛИ ПЕРВЫХ СОВЕТСКИХ БЭСМ



Академик С.А.ЛЕБЕДЕВ (справа) и В.А.МЕЛЬНИКОВ

(Снимок известного фотокорреспондента Е.УМНОВА)

конструкции академика Сергея Алексеевича Лебедева. В ее создании принимали участие студенты МЭИ и других вузов. Среди них были тогда ещё просто Володя Мельников, Сева Бурцев, ставшие впоследствии знаменитыми академиками.

На выше приведенном фото машины БЭСМ виден слева пульт машины с нанесенной схемой машины, а справа Володя Мельников проверяет один из блоков ламповой конструкции первой БЭСМ.

БЭСМ занимала тогда половину первого этажа Института точной механики и вычислительной техники АН СССР. Вдоль всего этого помещения стояли стойки с триггерами и диодами, относящиеся к арифметическим устройствам и устройствам систем управления. Отдельные стойки содержали устройства внешней памяти – магнитные барабаны и бобины с перфолентами (которые периодически сматывались, чтобы освободить бобину для следующей выдачи). Самым главным специалистом по магнитным барабанам был Марк Тяпкин. Лампы часто выходили из строя, тогда машину ставили на профилактику. Чтобы убедиться, что все лампы хорошо вставлены в блоки, существовал ненаучный, но верный способ проверки. Один из механиков носил кирзовые сапоги. В нужный момент его звали для окончательной проверки. Он спокойно со знанием дела (какую стойку надо проверить) размахивался со всей силой и бил ногой, как кувалдой, по перекладине соответствующей стойки. Если машина не сбивалась, то профилактика заканчивалась.

Отладка программы занимала много времени. Отлаживалась прежде тестовая программа. Отладкой обычно занимался сам Сергей Алексеевич (С.А.). Он забирался с ногами на стул (С.А. был небольшого роста), рядом с ним находился его любимец, Володя Мельников или Гера Артамонов, который в дальнейшем стал ведущим специалистом. Программы на БЭСМ писались в шестнадцатеричной системе, но отладка шла в двоичной системе. Проникали

вглубь операций. На этом уровне выбирали, какая операция требует меньше времени исполнения. Например, операцию деления лучше заменить операциями сдвига (сдвиг-самая простая операция).

Иногда профилактика машины затягивалась, но математики не уходили, т.к. в любой момент машину могли отдать для счета. Дмитрий Евгеньевич (ДЕ) всегда присутствовал при решении задачи. Человек он обстоятельный и, зная, что придется считать ночью, приносил авоську с продуктами. Тогда, так просто, уехать домой было нельзя, поскольку институт находился в поле. Ленинского проспекта еще не было и нам долго приходилось идти по бурьяну после автобуса, застать которого было редчайшей удачей. Сейчас трудно во все это поверить! В таких условиях решались сложнейшие задачи.

Что касается задачи о точечном взрыве то анализ, полученных на БЭСМ результатов, позволил дать полное описание картины развития взрыва (при определенных начальных данных). Если вспомнить обстановку того времени, в котором считалась эта задача, то она выглядела так.

Естественно, задача имела определенный гриф секретности. Исполнители имели специальные опечатанные портфели, в которых хранились все материалы, относящиеся к решаемой задаче: задания, рабочие тетради с формулами и даже с характеристиками БЭСМ, отрывные тетради, графики, расчеты и перепись документов, хранящихся в портфеле. Перфокарты с исходными данными также имели печать секретности. Уничтожение перфокарт проходило в присутствии сотрудников особого отдела. Выводимые на печать результаты были зашифрованы.

Кстати, поскольку разговор пошел о секретности, то вспоминается факт, касающийся создания нашего института Прикладной математики (изначально институт назывался Отделением прикладной математики Математического института им. В.А.Стеклова – ОПМ МИАН СССР, причем, официально мы считались «почтовым ящиком»). Известно, что Институт был создан в 1953 году в период укрепления оборонного щита Советского Союза. В институте были собраны специалисты, занимавшиеся атомной, космической тематикой и вычислительной математикой. В ОПМ вошли сотрудники Математического института им. В.А.Стеклова, будущего Вычислительного центра АН СССР, будущие кибернетики во главе с А.А. Ляпуновым и довольно многочисленный состав сотрудников во главе с Андреем Николаевичем Тихоновым. А вот по поводу секретности - интересно, что касается последних, то они на вопрос: "Откуда вы пришли?". Отвечали: "Из овощной базы".

Шутка? А вот и нет. Совсем недавно я прочитала в книге Льва Петровича Феокистова " Оружие, которое себя исчерпало"[1] упоминание об "овощной базе", напротив Цирка на Цветном бульваре, где проходило оформление документов сотрудникам, окончившим физ.-фак. МГУ и получившим направление в некоторое неизвестное предприятие (теперь известно, что это город Арзамас). Не исключено, что там же находилась и расчетная группа, вошедшая также в наш институт.

Постановка задачи

Рассматривается нетеплопроводный, лишенный вязкости газ, подчиняющийся уравнению состояния Клайперона.

Излучение не учитывается. Газ находится в покое. В момент времени $t=0$ происходит точечный взрыв, т.е. мгновенное выделение в некоторой точке пространства конечной энергии E_0 . В результате взрыва образуется ударная волна, отделяющая область возмущенного движения газа от покоящегося газа. Движение предполагается сферически симметричным. Все характеристики движения газа зависят только от одной геометрической координаты r (расстояние от центра взрыва) и времени t .

В качестве независимых переменных были взяты лагранжевы координаты t и s , где t – время, прошедшее с момента взрыва, s – координата частицы в момент прохождения через нее ударной волны.

Основными искомыми функциями являются скорость частиц u , давление p , плотность ρ , расстояние от центра взрыва r .

Параметры задачи:

$$E_0, p_0, \rho_0, \gamma = C_p / C_v,$$

где C_p – теплоемкость при постоянном давлении.

C_v – теплоемкость при постоянном объеме.

Расчет ведется с безразмерными координатами:

лагранжева координата σ , безразмерные время τ , давление p , плотность ρ , скорость u , эйлерова координата ξ .

Для большей наглядности приводятся размерные характеристики, отвечающие некоторым стандартным значениям энергии взрыва, давления, и плотности в невозмущенной части пространства.

В качестве стандартного значения энергии взрыва взята энергия

$$E_0 = 8,54 \cdot 10^{12} \text{ кгм}.$$

Значение константы E при выбранном γ получается равным

$$E = \alpha E_0 = 1,175 E_0,$$

или в нашем случае

$$E = 10,03 \cdot 10^{12} \text{ кгм}.$$

Величины p и ρ взяты соответствующими стандартным условиям у поверхности Земли:

$$p_0 = 10,21 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-2}, \quad \rho_0 = 0,125 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2 \cdot \text{м}^{-4}.$$

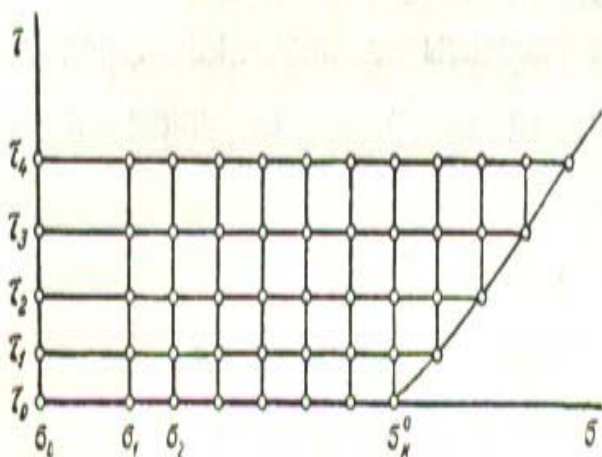
Расчеты были начаты от автомодельного решения при следующих значениях времени, расстояния ударной волны от центра взрыва и давления за фронтом:

$$\tau_0 = 0,00037119 \quad (t = 0,001280 \text{ сек.}),$$

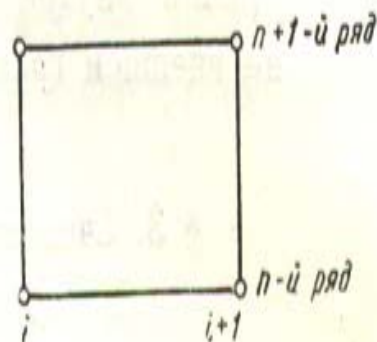
$$\xi = 0,042448 \quad (r = 42,05 \text{ м}),$$

$P = 1743,3$ ($p = 1799$ ата) .

В основу расчетного метода в задаче о точечном взрыве была положена, с некоторыми изменениями и дополнениями, схема, основанная на методе сеток [6] . (Рисунок ниже также взят из работы [6]) .



Фиг. 1



Фиг. 2

Расчеты проводились в два этапа. Первый этап был закончен в конце 1954 года, второй – в конце 1955 года. Расчет доведен до перепада давления на ударной волне, равного 1,031 на первом этапе, и до 1.005 на втором этапе.

Надо осознать в какой ситуации решалась эта задача.

До этого времени гидродинамики строили, в меру возможностей, аналитические решения классических уравнений газодинамики для идеального газа – уравнений Эйлера, и достигли в этом определенных успехов. Введение в рассмотрение дополнительных факторов – противодействия, вязкости и т.п. приводило к тому, что применение аналитических методов сталкивалось с большими трудностями.

В этот момент смелостью М.В.Келдыша, А.Н.Тихонова была осуществлена попытка соединить для решения, как сейчас говорят, технологической задачи,

- численные методы (с не существующей теорией на тот момент),
- первую ЭВМ (возможности которой в полном объеме не осознавали даже ее создатели),
- постановку газодинамической задачи, хотя бы в какой-то мере делающей шаг к реальности.

Эта попытка была осуществлена с тщательностью, присущей нашей математической школе. Все совершенные действия фиксировались, все полученные результаты описывались, сколько бы парадоксальными и неожиданными они ни казались.

Результаты расчетов и их интерпретация сейчас, конечно, может вызывать улыбку у специалистов. Но это происходит только потому, что исследование проблем, с которыми мы тогда столкнулись, создавали многолетние работы, которые их решили, кстати, не полностью и на данный момент.

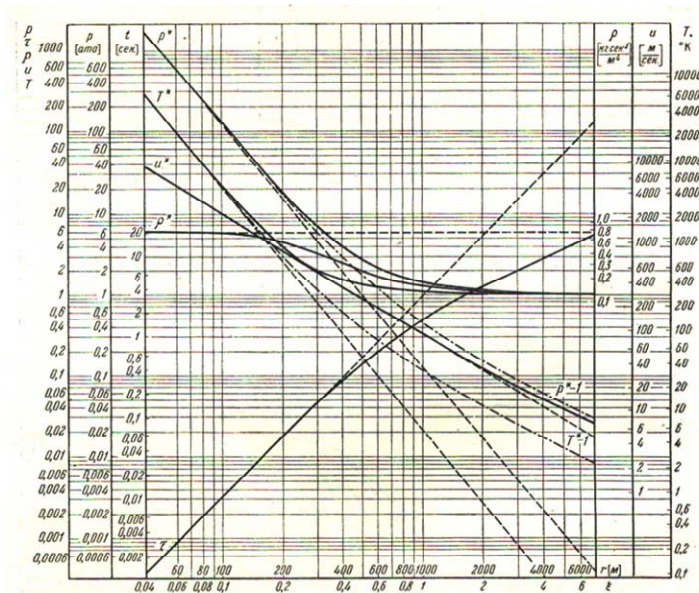
Не важно, в какой степени разработчики ядерного оружия использовали в тот момент наши расчеты, в итоге для задачи точечного взрыва с противодавлением делается заключение, в частности, применительно к температуре:

В точках, более удаленных от центра взрыва, например, для расстояний: $\xi = 0,2962$ (203,4 м) и $\xi = 0,3522$ (348,9 м), после прохождения ударной волны температура несколько понижается за счет понижения давления, затем снова начинает возрастать при прохождении через эти точки более нагретого газа из области центра, и дальнейшее изменение температуры имеет тот же характер, что и для точек вблизи центра.

На больших расстояниях от центра для $\xi = 0,6460 - 1,938$ (640 – 1920 м) температура тела повышается только в момент прохождения ударной волны и затем постепенно падает. В фазе разрежения она становится меньше наружной температуры. В дальнейшем температура постепенно приближается к температуре газа перед волной.

Соответствующие заключения делаются для других параметров задачи.

Далее приводятся результаты расчетов с 46 счетными интервалами.



Фиг. 6. Давление, скорость, плотность и температура за фронтом ударной волны и время в зависимости от положения фронта

На этом графике приведены кривые в логарифмической шкале параметров течения полученные из автомодельного решения (пунктирные линии) и в результате численных расчетов.

Хорошо видно, что автомодельные решения, как и должно быть, представляют собой прямые.

Численные решения, полученные с учетом противодействия на первых, малых временах, совпадают с ними, а затем начинают сильно отличаться, причем качественно. Например, график давления достаточно быстро отклоняется от прямой и выходит на константу (в логарифмической шкале), также как и графики скорости и плотности. В частности, из этих расчетов следует ограниченность возможности применения рассматриваемого аналитического автомодельного решения в условиях учета противодействия.

Приведем, на наш взгляд, наиболее показательный график (всего в работе приведены 23 графика для разных характеристик – все графики начерчены нашими лаборантами, т.к., в то время не существовало графопостроителей, тем не менее, графики построены вполне на современном уровне).

На выше приведенном графике приведены кривые (в логарифмической шкале) параметров течения (давление, скорость, температура, плотность, положение фронта волны), полученные из автомодельного решения (пунктирные линии) и в результате численных расчетов. Хорошо видно, что автомодельные решения, как и должно быть, представляют собой прямые. Численные решения, полученные с учетом противодействия, на первых, малых временах, совпадают с ними, а затем начинают сильно отличаться, причем качественно. Например, график давления достаточно быстро отклоняется от прямой и выходит на константу (в логарифмической шкале), так же как и графики скорости и плотности. В частности, из этих расчетов следует ограниченность возможности применения рассматриваемого аналитического автомодельного решения в условиях учета противодействия.

Рассчитано огромное количество таблиц характеристик ударной волны: распределение давления, скорости частиц и плотности по радиусу для различных моментов времени τ ; изменение давления, скорости частиц, плотности и скорости звука с течением времени на различных расстояниях ξ от центра взрыва и многие другие

Продолжение таблицы 1

τ	ξ^*	c	ρ^*	$P_{ц}$
0,15478498	0,53615332	1,7863459	2,4925263	0,90752183
0,17338380	0,56881836	1,7269304	2,3185739	0,86325296
0,19257978	0,60154095	1,6766648	2,1760040	0,83111245
0,24075188	0,68006497	1,5833527	1,9225047	0,78783981
0,28279541	0,74537449	1,5262107	1,7744325	0,77671520
0,32624714	0,81084844	1,4817491	1,6629836	0,77986937
0,37087547	0,87618419	1,4463630	1,5766384	0,79243432
0,41649606	0,94159634	1,4176835	1,5081888	0,81090524
0,46296120	1,0068640	1,3940443	1,4527996	0,83265022
0,54835908	1,1375785	1,3607171	1,3692012	0,87839736
0,65517718	1,2682835	1,3309649	1,3095564	0,91923625
0,72426297	1,3596500	1,3163134	1,2772341	0,94230499
0,82415753	1,4902189	1,2994275	1,2404266	0,96695357
0,92521260	1,6207801	1,2860887	1,2115796	0,98311912
1,0272174	1,7513436	1,2751971	1,1884897	0,99288293
1,1300115	1,8819135	1,2662619	1,1695159	0,99826189
1,3374959	2,1430754	1,2524510	1,1405230	1,0019609
1,4420092	2,2736588	1,2470215	1,1292188	1,0021915
1,6944759	2,5870958	1,2367219	1,1079008	1,0016508
1,9062747	2,8483764	1,2302327	1,0945604	1,0011213
2,1190714	3,1096352	1,2250545	1,0839654	1,0007686

Были получены различные характеристики:

-зависимость характеристик ударной волны на фронте и в центре в зависимости от времени,

-распределение давления, скорости частиц и плотности по радиусу для различных моментов времени τ ,

-изменение давления, скорости частиц, плотности и скорости звука с течением времени на различных расстояниях ξ от центра взрыва, и ряд других таблиц.

Основным результатом проведенной работы явилось утверждение: Прикладные задачи (в данном случае механики сплошной среды) можно продуктивно решать с помощью численных методов, применяя ЭВМ. Это банальное, по нынешним временам утверждение, было, в общем-то, революционным.

Легенда гласит, что на совещании, на котором А.Н.Тихонов высказал это утверждение, Ландау сказал, что это невозможно, а если, тем не менее, будет сделано, то ЭТО будет научным подвигом. Этот подвиг был совершен усилиями многих людей, и представленная работа [6] явилась одной из первых, неизбежно несовершенной ступенью этого подвига.

Данная работа, на самом деле, дала не столько ответы на поставленные вопросы, сколько во многом определила направления, по которым в дальнейшем развивалась прикладная математика.

В заключение хотелось бы привести слова крупнейшего ученого атомщика, Героя Социалистического Труда Льва Петровича Феокистова: «...если кто-то... вознамерится сделать атомную бомбу...мой вам совет, искреннее пожелание человека, который все это прошел: **пусть ни ум ваш, ни руки не затронет эта тема**»[1].

Литература

1. Феоктистов Л.П. Оружие, которое себя исчерпало. Российский комитет ВМПЯВ. М. 1999, 247 с.
2. Седов Л.И. Распространение сильных взрывных волн. ПММ, 10, вып.2, 1946, с. 241-250.
3. Келдыш М.В., Кондрашева И.Л. Взрыв в атмосфере с учетом противодействия. Отчет Математического института АН СССР, 1952.
4. Бурнова Н.С. Исследование задачи о точечном взрыве. Диссертация МГУ, 1953. РЖ Мех., № 3 (1954), 2535.
5. Лебедев С.А. Электронные вычислительные машины. Изд. Академии наук СССР. М. 1956, 47 с.
6. Охоцимский Д.Е., Кондрашева И.Л., Власова З.П., Казакова Р.К. Расчет точечного взрыва с учетом противодействия. Труды Математического института им. В.А.Стеклова. Л. Изд. АН СССР. М. 1957, 65 с.