



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 63 за 2010 г.



Глотов Ю.М., Сазонов В.В.

Мониторинг микроускорений
на борту ориентированного
космического аппарата

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Глотов Ю.М., Сазонов В.В. Мониторинг микроускорений на борту ориентированного космического аппарата // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2010. № 63. 46 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2010-63>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша

Ю.Н.Глотов, В.В.Сазонов

**МОНИТОРИНГ МИКРОУСКОРЕНИЙ
НА БОРТУ ОРИЕНТИРОВАННОГО
КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА**

Москва - 2010

Аннотация

Мониторинг квазистатических микроускорений на КА серии *Фотон* выполнялся следующим образом. Сначала по измерениям бортовых датчиков, полученным на некотором отрезке времени, строилась реконструкция вращательного движения КА на этом отрезке. Затем вдоль найденного движения микроускорение в заданной точке борта рассчитывалось по известной формуле в функции времени. Вращательное движение КА представлялось решением его уравнений движения. Поскольку движение *Фотонов* было неуправляемым, используемые уравнения были достаточно просты и точны. Полет новых *Фотонов* и перспективных КА, предназначенных для микрогравитационных исследований, будет проходить в ориентированном состоянии, причем ориентация будет поддерживаться гироскопами или двигателями-маховиками. В таком случае для детальной реконструкции вращательного движения необходимо использовать существенно более сложные математические модели. Эти модели должны включать как уравнения движения собственно КА, так и уравнения, описывающие функционирование системы управления ориентацией. В данной работе рассматривается подход, использующий редуцированные модели ориентированного движения КА. Модели предназначены для реконструкции движения сглаживающим фильтром Калмана и расчета микроускорений в области низких частот. Адекватность предлагаемого подхода проверена посредством реконструкции по данным магнитных измерений участков управляемого полета КА *Фотон М-3* и на модельной информации, полученной для разрабатываемого КА.

Y.N.Glotov, V.V.Sazonov. Monitoring of accelerations onboard an oriented spacecraft. Monitoring of accelerations onboard previous spacecraft of the *Foton* series was realized in the following way. First we reconstructed a real spacecraft attitude motion in a time interval of interest by measurements of onboard sensors. Then we calculated an acceleration at a given point of the spacecraft body along the found motion by the well-known formula. The attitude motion was represented by a solution of spacecraft motion equations. The equations were rather simple and accurate because the motion of *Fotons* was uncontrolled. The motion of new *Fotons* will be controlled by CMG or flywheels. Much more complicated mathematical model should be used for a detailed reconstruction of such a motion. The models have to include the equations of the proper spacecraft motion and the equations describing the operation of the control system. We propose in this paper to use the reduced models for reconstructing the oriented motion. The models are intended for reconstruction of the motion in the low-frequency range by smoothing Kalman's filter and for calculation of quasi-steady accelerations. The adequacy of the proposed approach is tested by reconstructing the oriented motion of *Foton M-3* and by processing the model information calculated for the worked out spacecraft.

1. Расчет квазистатических микроускорений, возникающих на борту искусственного спутника Земли. Анализ квазистатических — с частотами менее 0.01 Гц — микроускорений на спутниках *Фотон-11*, *Фотон-12*, *Фотон М-2* и *Фотон М-3* проводился по единой методике, которая совершенствовалась от экспедиции к экспедиции и описана в работах [1 — 12]. Существенную часть этой методики составляет расчет микроускорений по движению спутника. Эта часть разработана с учетом двух обстоятельств. Во-первых, полет перечисленных спутников (и всех предыдущих *Фотонов* и *Бионов*) во время проведения на них основных космических экспериментов был неуправляемым. Во-вторых, квазистатические микроускорения на борту неуправляемого низкоорбитального искусственного спутника Земли описываются простой формулой. Напомним ее.

Начнем с определения. Пусть спутник представляет собой твердое тело, и точка P жестко связана с его корпусом. Микроускорением \mathbf{b} в точке P называется разность между напряженностью гравитационного поля в этой точке и абсолютным ускорением последней. Роль вектора \mathbf{b} в орбитальных экспериментах аналогична роли ускорения свободного падения \mathbf{g} в экспериментах на поверхности Земли. В частности, если в точке P закрепить пробное тело с исчезающе малой массой m_P , то сила реакции, действующая на это тело со стороны спутника, будет равна $-m_P\mathbf{b}$. Микроускорение на неуправляемом низкоорбитальном спутнике описывается формулой [13]

$$\mathbf{b} = \mathbf{d} \times \dot{\boldsymbol{\omega}} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{d}) \times \boldsymbol{\omega} + \frac{\mu_e}{|\mathbf{r}|^3} \left[\frac{3(\mathbf{d} \cdot \mathbf{r})}{|\mathbf{r}|^2} \mathbf{r} - \mathbf{d} \right] + c\rho_a|\mathbf{v}|\mathbf{v}. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{d} — радиус-вектор точки P относительно центра масс спутника — точки O , $\boldsymbol{\omega}$ — абсолютная угловая скорость спутника, точка над буквой означает дифференцирование по времени t , μ_e — гравитационный параметр Земли, \mathbf{r} — геоцентрический радиус-вектор точки O , \mathbf{v} — скорость этой точки относительно гринвичской системы координат, ρ_a — плотность атмосферы в точке O , c — баллистический коэффициент спутника.

Формула (1) выведена без каких-либо частотных ограничений. Однако если спутник имеет жесткую конструкцию и достаточно большие моменты инерции, как *Фотон*, а его угловая скорость не слишком велика, то эта формула дает именно квазистатическое микроускорение.

Расчет реальных квазистатических микроускорений, имевших место на перечисленных выше *Фотонах*, выполнялся следующим образом. Сначала по измерениям бортовых датчиков, полученным на представляющем интерес отрезке времени, строилась реконструкция реального вращательного движения спутника на этом отрезке. Затем вдоль найденного движения микроускорение в заданной точке борта рассчитывалось по формуле (1) в функции времени. Датчиками, по измерениям которых реконструировалось движение

спутника, служили трехосные магнитометры [2, 5, 9], датчики угловой скорости [1, 6, 10] и акселерометры [1, 4, 8, 10, 12]. Вращательное движение спутника представлялось решением его полных (кинематических и динамических) уравнений движения. Начальные условия решения, а также некоторые параметры уравнений движения и соотношений, используемых при вычислении расчетных аналогов данных измерений, находились методом наименьших квадратов из условия наилучшего согласования этих данных с их расчетными аналогами. Такой подход позволил реконструировать вращательное движение спутника по косвенным измерениям.

Для определения квазистатических микроускорений на разрабатываемых космических аппаратах, в частности, новых *Фотонах* описанная расчетная схема должна быть модифицирована. Полет новых спутников будет проходить в ориентированном состоянии и, следовательно, будет управляемым. В таком случае для реконструкции их вращательного движения необходимо использовать, вообще говоря, более сложную систему уравнений движения. Эта система должна включать как уравнения движения собственно спутника — уравнения, о которых говорилось выше и в которых дополнительно учитываются управляющие воздействия, так и уравнения, описывающие функционирование системы управления ориентацией [14, 15]. Кроме того, следует уточнить формулу (1). Если система управления ориентацией спутника создает силу, то отвечающее этой силе ускорение необходимо вычесть из правой части (1). В важном частном случае, когда для управления ориентацией спутника используются гироскопические устройства — гиродины или двигатели-маховики, формула (1) остается справедливой, по крайней мере, на участках полета между разгрузками гиросистемы. Этот случай, основной для новых спутников, будет рассмотрен в ниже в разделе 7. Заметим, что если разгрузки выполняются с помощью магнитного момента, то формула (1) остается справедливой и на участках разгрузки.

Детальные уравнения управляемого вращательного движения спутника обычно сложны (ср. [15]), и их практически невозможно использовать для реконструкции этого движения. Если ограничиться расчетом квазистатических микроускорений, то можно воспользоваться упрощенными уравнениями. Чтобы как-то компенсировать сделанные упрощения, в уравнения следует ввести малые случайные возмущения и для отыскания решений, аппроксимирующих измерения, вместо обычного метода наименьших квадратов использовать сглаживающий фильтр Калмана. Построенное таким образом аппроксимирующее решение — не гладкое, в частности, угловое ускорение $\dot{\omega}$ — разрывная функция. Это обстоятельство может потребовать применения специальных сглаживающих процедур при расчете вдоль такого решения квазистатических микроускорений по формуле (1). При удачном выборе упрощенных уравнений скачки функции $\dot{\omega}$ будут невелики. В ряде случаев наличие такой компоненты можно считать допустимым и обойтись без

дополнительного сглаживания.

Ниже описывается методика реконструкции управляемого вращательного движения спутника по данным измерений магнитного поля Земли (МПЗ), основанная на сглаживающем фильтре Калмана. Приводятся результаты тестирования методики на неуправляемых и управляемых движениях спутника *Фотон М-3* и на модельных данных, полученных с помощью математической модели вращательного движения разрабатываемого спутника.

2. Математические модели вращательного движения спутника, используемые при обработке магнитных измерений. Для описания движения спутника будем использовать четыре правые декартовы системы координат.

$Ox_1x_2x_3$ — система координат, образованная главными центральными осями инерции спутника. Ниже при отсутствии специальных указаний компоненты векторов и координаты точек указываются в этой системе.

$CY_1Y_2Y_3$ — гринвичская система координат. Точка C — центр Земли, плоскость CY_1Y_2 совпадает с плоскостью экватора, положительная полуось CY_1 пересекает гринвичский меридиан, ось CY_3 направлена к Северному полюсу.

$OX_1X_2X_3$ — орбитальная система координат. Ось OX_3 направлена вдоль геоцентрического радиуса-вектора точки O , ось OX_2 — вдоль вектора кинетического момента орбитального движения спутника.

$CZ_1Z_2Z_3$ — квазиинерциальная система координат. Ось CZ_2 параллельна оси OX_2 , ось CZ_3 лежит в плоскости CY_1Y_2 и направлена в восходящий узел орбиты. Плоскость CZ_1Z_3 совпадает с плоскостью оскулирующей орбиты спутника. Абсолютная величина угловой скорости системы $CZ_1Z_2Z_3$ не превышает нескольких градусов в сутки.

Матрицы перехода от системы $Ox_1x_2x_3$ к системам $CY_1Y_2Y_3$, $OX_1X_2X_3$ и $CZ_1Z_2Z_3$ обозначим соответственно $\|g_{ij}\|_{i,j=1}^3$, $\|a_{ij}\|_{i,j=1}^3$ и $\|b_{ij}\|_{i,j=1}^3$. Здесь g_{ij} , a_{ij} и b_{ij} — косинусы углов, которые ось Ox_j образует с осями CY_i , OX_i и CZ_i .

Положение системы $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $OX_1X_2X_3$ будем также задавать углами γ , δ и β , которые введем следующим образом. Система $OX_1X_2X_3$ может быть переведена в систему $Ox_1x_2x_3$ тремя последовательными поворотами: 1) на угол $\delta + \pi/2$ вокруг оси OX_2 , 2) на угол β вокруг новой оси OX_3 , 3) на угол γ вокруг новой оси OX_1 , совпадающей с осью Ox_1 . Элементы матрицы $\|a_{ij}\|$ выражаются через эти углы с помощью формул

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\sin \delta \cos \beta, & a_{21} &= \sin \beta, \\ a_{12} &= \cos \delta \sin \gamma + \sin \delta \sin \beta \cos \gamma, & a_{22} &= \cos \beta \cos \gamma, \\ a_{13} &= \cos \delta \cos \gamma - \sin \delta \sin \beta \sin \gamma, & a_{23} &= -\cos \beta \sin \gamma, \\ a_{31} &= -\cos \delta \cos \beta, \\ a_{32} &= -\sin \delta \sin \gamma + \cos \delta \sin \beta \cos \gamma, \\ a_{33} &= -\sin \delta \cos \gamma - \cos \delta \sin \beta \sin \gamma. \end{aligned}$$

Аналогичным образом вводятся углы γ_g , δ_g и β_g , параметризующие матрицу $\|g_{ij}\|$.

Пусть u — аргумент широты центра масс спутника, т. е. угол между осями CZ_3 и OX_3 , причем направление отсчета этого угла согласовано с направлением оси CZ_2 . Тогда углы γ , $\delta' = \delta + u$ и β задают направление осей системы $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $CZ_1Z_2Z_3$ точно так же, как углы γ , δ и β задают положение первой из этих систем относительно системы $OX_1X_2X_3$. Выражения величин b_{ij} через углы γ , δ' и β получаются из приведенных выше выражений для a_{ij} заменой $\delta \rightarrow \delta'$.

Углы γ , δ , δ' и β используются для графического представления вращательного движения спутника — это движение удобно иллюстрировать графиками зависимости указанных углов от времени. Углы γ_g , δ_g и β_g служат для задания фазового вектора вращательного движения спутника.

Уравнения движения спутника состоят из двух подсистем. Одна подсистема описывает движение центра масс спутника, другая — его движение относительно центра масс (вращательное движение). Подсистема уравнений движения центра масс записывается в гринвичской системе координат относительно компонент векторов \mathbf{r} и \mathbf{v} (см. (1)). В ней учитываются нецентральность гравитационного поля Земли и сопротивление атмосферы. Нецентральность поля учитывается с точностью до членов порядка (16,16) включительно в разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по шаровым функциям. Атмосфера считается вращающейся вместе с Землей, ее плотность рассчитывается согласно модели ГОСТ Р 25645.166-2004. Параметры атмосферы и баллистический коэффициент спутника считаются неизменными на всем интервале интегрирования уравнений движения.

Подсистема уравнений вращательного движения образована динамическими уравнениями Эйлера для компонент угловой скорости спутника и кинематическими уравнениями Пуассона для элементов первых двух строк матрицы $\|g_{ij}\|$. Задание внешних моментов в уравнениях Эйлера зависит от типа реконструируемого движения и метода реконструкции. Ниже при реконструкции неуправляемого движения спутника *Фотон М-3* обычным методом наименьших квадратов в уравнениях Эйлера учитываются гравитационный и восстанавливающий аэродинамический моменты. Кроме того, в уравнениях Эйлера учитывается гиростатический момент внутренних устройств спутника (вентиляторов, роторов и т.п.), компоненты которого считаются постоянными. В этом случае подсистема уравнений вращательного движения имеет вид [9]

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_1 &= \mu(\omega_2\omega_3 - \nu x_2x_3) + k_1, \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda\mu}(\omega_1\omega_3 - \nu x_1x_3) + \frac{\lambda k_2}{1 + \lambda\mu}, \\ \dot{\omega}_3 &= -(1 - \lambda + \lambda\mu)(\omega_1\omega_2 - \nu x_1x_2) + \lambda k_3,\end{aligned}\tag{2}$$

$$\begin{aligned}
\dot{g}_{11} &= g_{12}\omega_3 - g_{13}\omega_2 + \omega_e g_{21}, & \dot{g}_{21} &= g_{22}\omega_3 - g_{23}\omega_2 - \omega_e g_{11}, \\
\dot{g}_{12} &= g_{13}\omega_1 - g_{11}\omega_3 + \omega_e g_{22}, & \dot{g}_{22} &= g_{23}\omega_1 - g_{21}\omega_3 - \omega_e g_{12}, \\
\dot{g}_{13} &= g_{11}\omega_2 - g_{12}\omega_1 + \omega_e g_{23}, & \dot{g}_{23} &= g_{21}\omega_2 - g_{22}\omega_1 - \omega_e g_{13},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_1 &= \kappa(v_2 p_3 - v_3 p_2) + q_2 \omega_3 - q_3 \omega_2, \\
k_2 &= \kappa(v_3 p_1 - v_1 p_3) + q_3 \omega_1 - q_1 \omega_3, \\
k_3 &= \kappa(v_1 p_2 - v_2 p_1) + q_1 \omega_2 - q_2 \omega_1,
\end{aligned}$$

$$\lambda = \frac{I_1}{I_3}, \quad \mu = \frac{I_2 - I_3}{I_1}, \quad \nu = \frac{3\mu_e}{|\mathbf{r}|^5}, \quad \kappa = E\rho_a \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}.$$

Здесь ω_i , x_i и v_i — компоненты векторов $\boldsymbol{\omega}$, \mathbf{r} и \mathbf{v} (см. раздел 1), I_i — моменты инерции спутника относительно осей Ox_i , p_i — параметры аэродинамического момента, q_i — отнесенные к I_1 компоненты гиростатического момента внутренних устройств спутника, ω_e — угловая скорость вращения Земли, E — масштабирующий множитель. При численном интегрировании уравнений (2) единицами измерения времени и длины служат 1000 с и 1000 км, единицы измерения других величин: $[v_i] = \text{км/с}$, $[\omega_i] = [q_i] = 10^{-3}\text{с}^{-1}$, $[p_i] = \text{см/кг}$, $[\rho_a] = \text{кг/м}^3$, $E = 10^{10}$. Элементы третьей строки матрицы $\|g_{ij}\|$ рассчитываются как векторное произведение ее первой и второй строк.

Переменные g_{1i} и g_{2i} зависимы — они связаны условиями ортогональности матрицы $\|g_{ij}\|$. По этой причине начальные условия для g_{1i} , g_{2i} выражаются через углы γ_g , δ_g и β_g . Параметры λ и μ в уравнениях (2) считаются известными. Параметры p_i и q_i считаются неизменными на каждом интервале обработки данных измерений (см. ниже), но их значения определяются в результате этой обработки наряду с неизвестными начальными условиями движения спутника, т. е. p_i и q_i служат параметрами согласования.

При реконструкции неуправляемого движения спутника *Фотон М-3* с помощью сглаживающего фильтра Калмана в уравнениях Эйлера учитываются только гравитационный и восстанавливающий аэродинамический моменты, а гиростатический момент внутренних устройств спутника не учитывается. Эти уравнения имеет вид [5, 9]

$$\begin{aligned}
\dot{\omega}_1 &= \mu(\omega_2\omega_3 - \nu x_2 x_3) + \kappa(v_2 p_3 - v_3 p_2), \\
\dot{\omega}_2 &= \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda\mu}(\omega_1\omega_3 - \nu x_1 x_3) + \frac{\lambda\kappa}{1 + \lambda\mu}(v_3 p_1 - v_1 p_3), \\
\dot{\omega}_3 &= -(1 - \lambda + \lambda\mu)(\omega_1\omega_2 - \nu x_1 x_2) + \lambda\kappa(v_1 p_2 - v_2 p_1).
\end{aligned} \tag{3}$$

Уравнения Пуассона остаются такими же, как в системе (2).

При реконструкции управляемого движения спутника в уравнениях Эйлера учитываются гравитационный и управляющий моменты. Представление управляющего момента выбирается в зависимости от типа реконструируемого движения и обрабатываемой информации. При достаточно полной информации уравнения Эйлера можно взять в виде (уравнения Пуассона остаются такими же, как в системе (2))

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_1 &= \mu(\omega_2\omega_3 - \nu x_2x_3) + \varepsilon_1, & \dot{\omega}_2 &= \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda\mu}(\omega_1\omega_3 - \nu x_1x_3) + \varepsilon_2, \\ \dot{\omega}_3 &= -(1 - \lambda + \lambda\mu)(\omega_1\omega_2 - \nu x_1x_2) + \varepsilon_3,\end{aligned}$$

Здесь ε_i — компоненты углового ускорения, создаваемого управляющим моментом (управляющего ускорения), $[\varepsilon_i] = 10^{-6}\text{с}^{-2}$. Эти величины являются параметрами согласования.

Последние уравнения пригодны для реконструкции управляемого движения любого типа при условии, что управляющее угловое ускорение достаточно мало. Компоненты управляющего ускорения входят в эти уравнения в самом общем виде, что позволяет не учитывать в них аэродинамический и другие сравнительно малые моменты. Влияние этих моментов на движение спутника будет учтено подгонкой под измерения значений ε_i . Однако для точной реконструкции вращательного движения спутника с помощью таких универсальных уравнений измерительная информация должна быть достаточно полной. Иначе свобода выбора значений ε_i может внести в реконструкцию движения большие ошибки. В частности, последние уравнения надо с осторожностью использовать при реконструкции движения по одним только измерениям МПЗ.

Чтобы реконструкция движения спутника по измерениям МПЗ оказалась точной, следует конкретизировать вид управляющего ускорения. Ниже рассматриваются три примера такой реконструкции, и в них используются две модели управляющего ускорения. Первый пример — реконструкция движения *Фотона М-3* в режиме орбитальной ориентации на первом витке полета, второй пример — реконструкция движения *Фотона М-3* во время эксперимента YES2 по развертыванию тросовой системы, третий пример — реконструкции движения спутника в режиме солнечной ориентации по модельной информации.

В первых двух примерах уравнения Эйлера взяты в виде

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_1 &= \mu(\omega_2\omega_3 - \nu x_2x_3) - 2\xi\omega_1 + \xi^2 a_{22} + \varepsilon_1, \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda\mu}(\omega_1\omega_3 - \nu x_1x_3) - 2\xi\omega_2 - \xi^2 a_{21} + \varepsilon_2, \\ \dot{\omega}_3 &= -(1 - \lambda + \lambda\mu)(\omega_1\omega_2 - \nu x_1x_2) - 2\xi(\omega_3 + \omega_0) + \varepsilon_3.\end{aligned}\tag{4}$$

Здесь ξ — параметр, который считается заданным, ω_0 — орбитальная частота (среднее движение спутника), ε_i — ошибки моделирования управляющего ускорения. Главные члены управляющего ускорения в уравнениях (4) выписаны явно — они содержат параметр ξ . Эти члены направляют ось Ox_3 спутника по оси ($-OX_2$) и гасят его угловую скорость относительно орбитальной системы координат. В результате произвольным остается только угол поворота спутника вокруг оси Ox_2 . Этот угол определяется по измерениям МПЗ. В результате движение спутника получается хорошо определяемым, оценки параметров ε_i должны быть малы по абсолютной величине. Разумеется, надо быть уверенным, что выбранная модель управляющего момента адекватна. Чтобы управляющий момент был эффективен, должно выполняться условие $\xi \gg \omega_0$.

В третьем примере уравнения Эйлера имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_1 &= \mu(\omega_2\omega_3 - \nu x_2x_3) - 2\xi\omega_1 + \xi^2 s_3 + \varepsilon_1, \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda\mu}(\omega_1\omega_3 - \nu x_1x_3) - 2\xi\omega_2 + \varepsilon_2, \\ \dot{\omega}_3 &= -(1 - \lambda + \lambda\mu)(\omega_1\omega_2 - \nu x_1x_2) - 2\xi\omega_3 - \xi^2 s_1 + \varepsilon_3.\end{aligned}\tag{5}$$

Здесь ξ — заданный параметр, s_i — компоненты орта \mathbf{s} направления "Земля — Солнце". Члены с ξ (управляющее ускорение) направляют ось Ox_2 спутника по орту \mathbf{s} и гасят его абсолютную угловую скорость. Произвольным остается только угол поворота спутника вокруг \mathbf{s} , который определяется по измерениям МПЗ. В данном случае также должно быть $\xi \gg \omega_0$.

3. Реконструкция неуправляемого движения методом наименьших квадратов. Фактическое вращательное движение *Фотона М-3* реконструировалось по показаниям бортовых магнитометров. На борту спутника находились четыре трехкомпонентных магнитометра, входящих в состав аппаратуры DIMAS [9]. Эта аппаратура предназначалась для измерения микроускорений на борту спутника. Основными ее датчиками были два акселерометра — низкочастотный и высокочастотный. Магнитные измерения проводились для коррекции показаний высокочастотного акселерометра (ср. [7]) и реконструкции вращательного движения спутника с целью проверки показаний низкочастотного акселерометра по формуле (1).

Магнитные измерения выполнялись непрерывно в течение всего полета. Промежутки времени между соседними измерениями компонент напряженности магнитного поля варьируются в пределах от 1 до 12 с, а в среднем составляют около 5 с. Для реконструкции движения выбирались ряды этих измерений, охватывающие промежутки времени длиной от 2 до 8 часов. Подготовка данных измерений к обработке выполнялась так. Измерения, относящиеся к отрезку времени $t_0 \leq t \leq t_0 + T$, сглаживались конечными рядами Фурье. Обозначим эти ряды $f_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$). Средние квадратические

ошибки сглаживания при построении каждого такого ряда были менее 100γ . Принималось, что ряды $f_i(t)$ задают на отрезке $t_0 \leq t \leq t_0 + T$ компоненты $h_i(t)$ вектора местной напряженности МПЗ в системе координат $Ox_1x_2x_3$. Далее вычислялся набор чисел

$$h_i^{(n)} = f_i(t_n), \quad t_n = t_0 + Tn/N \quad (i = 1, 2, 3; n = 0, 1, \dots, N). \quad (6)$$

Величины $h_i^{(n)}$ называются псевдоизмерениями. Они представляют собой приближенные значения компонент h_i в моменты времени t_n . Обычно $T/N \approx 1$ мин.

Следуя методу наименьших квадратов, аппроксимацией фактического движения спутника на отрезке $t_0 \leq t \leq t_0 + T$ будем считать решение системы (2), доставляющее минимум функционалу

$$\Phi = \sum_{i=1}^3 \left\{ \sum_{n=0}^N \left[h_i^{(n)} - \hat{h}_i(t_n) \right]^2 - (N+1)\Delta_i^2 \right\}, \quad (7)$$

$$\Delta_i = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N \left[h_i^{(n)} - \hat{h}_i(t_n) \right], \quad \hat{h}_i(t) = \sum_{j=1}^3 H_j(t)g_{ji}.$$

Здесь Δ_i — постоянные смещения в псевдоизмерениях, $H_i(t)$ — расчетные значения компонент напряженности МПЗ в гринвичской системе координат в момент времени t . Функции $H_i(t)$ строятся вдоль известной орбиты спутника с использованием аналитической модели МПЗ IGRF2005.

Функционал (7) получен в результате преобразования стандартного функционала метода наименьших квадратов, возникающего при уравнивании соотношений $h_i^{(n)} \approx \hat{h}_i(t_n) + \Delta_i$ ($i = 1, 2, 3; n = 0, 1, \dots, N$) (ср. [2, 5]). Минимизация Φ проводится по начальным условиям решения $\gamma_g(t_0)$, $\delta_g(t_0)$, $\beta_g(t_0)$, $\omega_i(t_0)$ и параметрам математической модели p_i , q_i ($i = 1, 2, 3$). Для простоты письма все уточняемые величины объединим в один вектор z , $\dim z = 12$. В принятых обозначениях $\Phi = \Phi(z)$, $z_* = \operatorname{argmin} \Phi(z)$ — искомая оценка вектора z . Минимизация $\Phi(z)$ выполнялась в несколько этапов разными методами [9]. На заключительном этапе применялся метод Гаусса-Ньютона.

Точность аппроксимации псевдоизмерений и оценки z_* будем характеризовать, следуя методу наименьших квадратов, соответствующими стандартными отклонениями. Последние вычисляются в предположении, что ошибки в псевдоизмерениях некоррелированы и имеют одинаковые дисперсии, средние значения ошибок в псевдоизмерениях одной и той же векторной компоненты напряженности МПЗ равны. Такой подход выбран из соображений удобства и вида функционала (7). При сделанных допущениях z_* — случайный вектор, который имеет приблизительно нормальное распределение со

средним значением, равным истинному значению z . Ковариационная матрица этого вектора и оценка дисперсии ошибок в псевдоизмерениях вычисляются по формулам

$$K_z = \sigma^2 C^{-1} = \| K_{ij} \|_{i,j=1}^{12}, \quad \sigma^2 = \frac{\Phi(z_*)}{3N - \dim z}.$$

Здесь C — вычисленная в точке z_* матрица системы нормальных уравнений, возникающей при минимизации $\Phi(z)$ методом Гаусса-Ньютона, $2C \approx \partial^2 \Phi(z_*) / \partial z^2$. Точность аппроксимации псевдоизмерений будем характеризовать стандартным отклонением σ , точность оценки z_* — стандартными отклонениями $\sqrt{K_{ii}}$ ($i = 1, 2, \dots, \dim z$). Стандартные отклонения величин $\gamma_g(t_0)$, $\omega_i(t_0)$, p_i и т. п. будем обозначать σ_γ , σ_{ω_i} , σ_{p_i} .

Примеры реконструкции движения *Фотона М-3* на двух интервалах времени приведены на рис. 1, 2 (более подробные результаты представлены в [9]). Рисунки иллюстрируют движение спутника относительно квазиинерциальной системы координат $CZ_1Z_2Z_3$ и качество аппроксимации псевдоизмерений. В подписях к рисункам указаны начальные точки интервалов t_0 и оценки стандартного отклонения σ ошибок в псевдоизмерениях.

Каждый из рисунков естественным образом разбивается на три части — левую, среднюю и правую. Правые части иллюстрируют качество аппроксимации псевдоизмерений (6) функциями $\hat{h}_i(t)$ в (7). Здесь в каждой системе координат сплошной линией изображен график одной из этих функций на отрезке $t_0 \leq t \leq t_0 + T$, маркерами указаны точки $(t_n, h_i^{(n)} - \Delta_i)$, $n = 0, 1, \dots, N$. В средней части рисунков помещены графики компонент угловой скорости $\omega_i(t)$ в найденных решениях уравнений (2). На рис. 1 маркеры рядом с этим графиком указывают данные измерений угловой скорости спутника. Эти данные не использовались при обработке и приведены для иллюстрации точности реконструкции движения.

В левой части рисунков находятся графики зависимости от времени углов γ , δ' и β , задающих ориентацию спутника относительно системы координат $CZ_1Z_2Z_3$. Здесь также приведены (вторые сверху) графики функций $\Delta\gamma(t) = \gamma(t) - A - B(t - t_0)$, в которых коэффициенты A и B определены методом наименьших квадратов из условия наилучшей аппроксимации функции $\gamma(t)$ линейным выражением.

Приведем некоторые числовые характеристики найденных реконструкций. В решении на рис. 1

$$\begin{aligned} p_1 &= -0.023, & p_2 &= -0.034, & p_3 &= -0.026, \\ q_1 &= 0.179, & q_2 &= 0.222 & q_3 &= -0.108, \end{aligned}$$

Стандартные отклонения оценок начальных условий и уточняемых параметров составляют

$$\begin{aligned}\sigma_\gamma &= 0.0087, & \sigma_\delta &= 0.0034, & \sigma_\beta &= 0.0047, & \sigma_{\omega_1} &= 0.0060, \\ \sigma_{\omega_2} &= 0.027, & \sigma_{\omega_3} &= 0.012, & \sigma_{p_1} &= 0.0019, & \sigma_{p_2} &= 0.00054, \\ \sigma_{p_3} &= 0.00053, & \sigma_{q_1} &= 0.0093, & \sigma_{q_2} &= 0.017, & \sigma_{q_3} &= 0.0069.\end{aligned}$$

В решении на рис. 2

$$\begin{aligned}p_1 &= 0.003, & p_2 &= -0.036, & p_3 &= -0.013, \\ q_1 &= 0.007, & q_2 &= 0.235 & q_3 &= -0.789,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_\gamma &= 0.0093, & \sigma_\delta &= 0.0055, & \sigma_\beta &= 0.0031, & \sigma_{\omega_1} &= 0.0087, \\ \sigma_{\omega_2} &= 0.027, & \sigma_{\omega_3} &= 0.020, & \sigma_{p_1} &= 0.0014, & \sigma_{p_2} &= 0.00095, \\ \sigma_{p_3} &= 0.00097, & \sigma_{q_1} &= 0.0071, & \sigma_{q_2} &= 0.011, & \sigma_{q_3} &= 0.0013.\end{aligned}$$

Стандартные отклонения углов здесь выражены в радианах, стандартные отклонения остальных величин — в единицах, в которых интегрируются уравнения (1), в частности, $[\sigma_{\omega_i}] = 10^{-3}\text{с}^{-1}$.

Оценки параметров q_i в решении на рис. 2 выглядят неправдоподобно большими. Это связано с тем, что рассматриваемое решение построено для продолжительного отрезка времени, на котором начинает сказываться неадекватность модели. Если длину T отрезка уменьшить, то оценки параметров q_i уменьшатся.

4. Фильтр Калмана. Дискретный фильтр Калмана в достаточно общем виде можно описать следующим образом [16]. Рассмотрим механическую систему, некоторые параметры движения которой измеряются в дискретные моменты времени. Математическую модель движения системы и процесса измерений примем линейной и представим в виде

$$x_n = A_n x_{n-1} + \eta_n, \quad d_n = B_n x_n + \xi_n \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (8)$$

Здесь x_n — фазовый вектор системы, d_n — вектор измерений, ξ_n — вектор случайных ошибок измерений, η_n — вектор случайных возмущений системы. Размерности этих векторов и размеры матриц A_n , B_n считаем не зависящими от n и согласованными должным образом. Полагаем, что $\dim d_n < \dim x_n$ и указанные матрицы имеют полный ранг. В частности, все матрицы A_n — невырожденные. Полагаем далее, что векторы ξ_m и η_n некоррелированы при любых значениях m и n , векторы ξ_m и ξ_n , а также η_m и η_n , некоррелированы при любых $m \neq n$. Математические ожидания и ковариационные матрицы этих векторов определяются соотношениями

$$\text{M}\xi_n = 0, \quad \text{M}\eta_n = 0, \quad \text{M}\xi_n \xi_n^T = K_n, \quad \text{M}\eta_n \eta_n^T = L_n,$$

где K_n и L_n — симметричные, положительно определенные матрицы. Задача состоит в том, чтобы по данным измерений d_1, d_2, \dots, d_n найти оценку \hat{x}_n вектора x_n и ее ковариационную матрицу P_n .

В решении этой задачи, предложенном Калманом, оценка \hat{x}_n оказывается несмещенной, эта оценка и ее ковариационная матрица вычисляются по рекуррентным формулам

$$\begin{aligned}\hat{x}_n &= x'_n + C_n(d_n - B_n x'_n), & P_n &= P'_n - C_n B_n P'_n, \\ C_n &= P'_n B_n^T S_n^{-1}, & S_n &= K_n + B_n P'_n B_n^T, \\ x'_n &= A_n \hat{x}_{n-1}, & P'_n &= A_n P_{n-1} A_n^T + L_n.\end{aligned}\tag{9}$$

Здесь x'_n и P'_n — оценка вектора x_n по измерениям d_1, d_2, \dots, d_{n-1} и ее ковариационная матрица. Отыскание величин \hat{x}_0 и P_0 — отдельная задача. Полагаем, что она решена. В ряде случаев величины \hat{x}_0 и P_0 можно выбирать достаточно произвольно; с увеличением n рекуррентные формулы (9) начинают давать правильные значения \hat{x}_n и P_n .

Соотношения (9) позволяют находить оценку фазового вектора системы по мере поступления измерений. Они находят широкое применение при решении задач управления в реальном времени. Однако аналогичные соотношения можно получить и в задаче апостериорной обработки измерений в рамках модели (8). Эта задача формулируется следующим образом. Пусть на некотором отрезке времени были получены измерения d_n при $n = 1, 2, \dots, N$, и по мере поступления этих измерений по формулам (9) рассчитывались величины x'_n, P'_n, \hat{x}_n и P_n . После того как процесс получения измерений был завершен возникает задача уточнения оценок \hat{x}_n и P_n с использованием всей имеющейся измерительной информации. Уточненную оценку вектора x_n обозначим \tilde{x}_n , ковариационную матрицу новой оценки обозначим Q_n .

Поставленная задача решается [17] с помощью процесса, идущего в обратном направлении — от $n = N - 1$ к $n = 1$:

$$\begin{aligned}\tilde{x}_n &= \hat{x}_n + J_n(\tilde{x}_{n+1} - A_{n+1}\hat{x}_n), & J_n &= P_n A_{n+1}^T (P'_{n+1})^{-1}, \\ Q_n &= P_n + J_n(Q_{n+1} - P'_{n+1})J_n^T.\end{aligned}$$

Здесь $\tilde{x}_N = \hat{x}_N, Q_N = P_N$. Определенные таким образом оценки \tilde{x}_n ($n = 0, 1, \dots, N$) минимизируют выражение

$$\begin{aligned}(x_0 - \hat{x}_0)^T P_0^{-1} (x_0 - \hat{x}_0) + \sum_{n=1}^N (x_n - A_n x_{n-1})^T L_n^{-1} (x_n - A_n x_{n-1}) + \\ + \sum_{n=1}^N (d_n - B_n x_n)^T K_n^{-1} (d_n - B_n x_n)\end{aligned}$$

по переменным x_n ($n = 0, 1, \dots, N$).

Приведем более удобный для последующего использования вид последних итерационных формул

$$\tilde{x}_n = \hat{x}_n + D_n(A_{n+1}^{-1}\tilde{x}_{n+1} - \hat{x}_n), \quad D_n = P_n[A_{n+1}^{-1}P'_{n+1}(A_{n+1}^{-1})^T]^{-1}, \quad (10)$$

$$Q_n = P_n + D_n A_{n+1}^{-1} (Q_{n+1} - P'_{n+1}) (D_n A_{n+1}^{-1})^T.$$

Выписанные выше соотношения относятся к линейному случаю. Перейдем теперь к нелинейной системе. Математическую модель ее движения и процесса измерений примем в виде

$$x_n = F_n(x_{n-1}) + \eta_n, \quad d_n = G_n(x_n) + \xi_n \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (11)$$

В выписанных соотношениях $F_n(x)$ и $G_n(x)$ — гладкие функции, матрицы Якоби которых имеют полный ранг; векторы x_n , d_n , ξ_n и η_n имеют прежний смысл, причем ошибки ξ_n и η_n имеют указанные выше первые и вторые моменты.

Рассмотрим процесс фильтрации, т. е. получение оценки вектора x_n по измерениям d_1, d_2, \dots, d_n . Эту оценку и ее ковариационную матрицу по-прежнему будем обозначать \hat{x}_n и P_n . Рекуррентные соотношения, позволяющие находить искомые величины получаются эвристической модификацией соотношений (9):

$$\begin{aligned} \hat{x}_n &= x'_n + C_n[d_n - G_n(x'_n)], \quad P_n = P'_n - C_n B_n P'_n, \\ C_n &= P'_n B_n^T S_n^{-1}, \quad S_n = K_n + B_n P'_n B_n^T, \\ x'_n &= F_n(\hat{x}_{n-1}), \quad P'_n = A_n P_{n-1} A_n^T + L_n, \\ A_n &= \frac{\partial F_n(x'_n)}{\partial x}, \quad B_n = \frac{\partial G_n(x'_n)}{\partial x}. \end{aligned} \quad (12)$$

Полагаем, что задача отыскания величин \hat{x}_0 и P_0 каким-то образом решена.

Перейдем к апостериорному уточнению оценок \hat{x}_n и P_n при $n = 1, 2, \dots, N$ по всей совокупности измерений d_1, d_2, \dots, d_N . Такое уточнение выполняется по формулам, получающимся эвристической модификацией формул (10):

$$\tilde{x}_n = \hat{x}_n + D_n[F_{n+1}^{-1}(\tilde{x}_{n+1}) - \hat{x}_n], \quad D_n = P_n[A_{n+1}^{-1}P'_{n+1}(A_{n+1}^{-1})^T]^{-1}, \quad (13)$$

$$Q_n = P_n + D_n A_{n+1}^{-1} (Q_{n+1} - P'_{n+1}) (D_n A_{n+1}^{-1})^T,$$

$$A_{n+1}^{-1} = \frac{\partial F_{n+1}^{-1}(\tilde{x}_{n+1})}{\partial x}.$$

Здесь $F_m^{-1}(x)$ — функция, обратная к функции $F_m(x)$, и принято во внимание соотношение

$$\frac{\partial F_m^{-1}(x)}{\partial x} = \left[\frac{\partial F_m(x)}{\partial x} \right]^{-1}.$$

Чтобы воспользоваться формулами (13) приходится хранить в памяти компьютера все вычисленные в процессе фильтрации величины \hat{x}_n , P'_n и P_n . В [17] приведены формулы, которыми следует дополнить формулы (13) и которые позволяют вычислять матрицы P'_n и P_n в рекуррентном процессе апостериорного уточнения. Однако применение этих формул часто дает отрицательно определенные ковариационные матрицы, поэтому их использование непрактично.

5. Реконструкция неуправляемого движения с помощью фильтра Калмана. Применим итерационные процессы фильтрации и апостериорного уточнения (сглаживания), описываемые соответственно формулами (12) и (13), для реконструкции вращательного движения спутника по данным (6). В этой задаче фазовый вектор x , его значения x_n и функции $F_n(x)$ определим, приняв за основу математической модели уравнения (3). Переменные g_{1i} , g_{2i} ($i = 1, 2, 3$) этих уравнений будем выражать через углы γ_g , δ_g и β_g . Положим $x^T = (\gamma_g, \delta_g, \beta_g, \omega_1, \omega_2, \omega_3, p_1, p_2, p_3, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3)$ и

$$x_n^T = \left[\gamma_g(t_n), \delta_g(t_n), \beta_g(t_n), \omega_1(t_n), \omega_2(t_n), \omega_3(t_n), p_1^{(n)}, p_2^{(n)}, p_3^{(n)}, \Delta_1^{(n)}, \Delta_2^{(n)}, \Delta_3^{(n)} \right]$$

$$(n = 0, 1, 2, \dots, N).$$

Решение уравнений (3), начальные условия которого в точке t_n равны соответствующим компонентам вектора x_n и которое вычислено при значениях параметров $p_i = p_i^{(n)}$, обозначим

$$\gamma_g = \gamma_g(t|n), \delta_g = \delta_g(t|n), \beta_g = \beta_g(t|n), \omega_i = \omega_i(t|n) \quad (i = 1, 2, 3). \quad (14)$$

В качестве компонент выражения $F_{n+1}(x_n)$ примем величины

$$\gamma_g(t_{n+1}|n), \delta_g(t_{n+1}|n), \beta_g(t_{n+1}|n), \omega_i(t_{n+1}|n), p_i^{(n)}, \Delta_i^{(n)} \quad (i = 1, 2, 3).$$

Эти величины должны располагаться в том же порядке, как в векторе x . Аналогичным образом в качестве компонент выражения $F_n^{-1}(x_n)$ принимаем величины

$$\gamma_g(t_{n-1}|n), \delta_g(t_{n-1}|n), \beta_g(t_{n-1}|n), \omega_i(t_{n-1}|n), p_i^{(n)}, \Delta_i^{(n)} \quad (i = 1, 2, 3).$$

Аргументы функций F_{n+1} и F_n^{-1} здесь для удобства изложения обозначены как x_n , но ясно, что это может быть произвольный вектор x . Справедливы соотношения $F_{n+1}^{-1}[F_{n+1}(x)] = F_n[F_n^{-1}(x)] = x$.

Производные $\partial F_n(x)/\partial x$ и $\partial F_n^{-1}(x)/\partial x$ вычисляются посредством интегрирования уравнений в вариациях для системы (3). Функции $F_{n+1}(x)$ и $\partial F_{n+1}(x)/\partial x$ вычисляются интегрированием уравнений (3) и соответствующих уравнений в вариациях из точки t_n в точку t_{n+1} (вперед); величины

$F_n^{-1}(x)$ и $\partial F_n^{-1}(x)/\partial x$ вычисляются интегрированием уравнений (3) и уравнений в вариациях из точки t_n в точку t_{n-1} (назад).

Вектор измерений d_n и функции $G_n(x)$ определим соотношениями

$$d_n = \left[h_1^{(n)}, h_2^{(n)}, h_3^{(n)} \right]^T,$$

$$G_n(x_n) = \left[\hat{h}_1(t_n) + \Delta_1^{(n)}, \hat{h}_2(t_n) + \Delta_2^{(n)}, \hat{h}_3(t_n) + \Delta_3^{(n)} \right]^T.$$

Здесь функции $\hat{h}_i(t)$ определены соотношениями (7) на решении (14). Вычисление производной $\partial G_n(x)/\partial x$ выполняется с помощью тех же приемов, которые используются при минимизации функционала (7) в методе наименьших квадратов.

Реконструкция движения спутника с помощью фильтра Калмана выполнялась следующим образом. Сначала последовательность измерений (6) обрабатывалась в прямом направлении — от точки t_0 до точки t_N — с использованием рекуррентных соотношений (12). В качестве величин \hat{x}_0 и P_0 использовались оценки наименьших квадратов, получаемые в результате минимизации функционала (7) на уравнениях (2) при $q_1 = q_2 = q_3 = 0$, т. е. фактически на уравнениях (3).

Опишем расчет \hat{x}_0 и P_0 подробнее. В формулах раздела 3 положим $z^T = [\gamma_g(t_0), \delta_g(t_0), \beta_g(t_0), \omega_1(t_0), \omega_2(t_0), \omega_3(t_0), p_1, p_2, p_3]$, $\dim z = 9$. Функционал (7) и соответствующие смещения Δ_i будем рассматривать как функции нового вектора z : $\Phi = \Phi(z)$, $\Delta_i = \Delta_i(z)$. Находим $z_* = \operatorname{argmin} \Phi(z)$, $\Delta_i^* = \Delta_i(z_*)$ и принимаем $\hat{x}_0^T = (z_*^T, \Delta_1^*, \Delta_2^*, \Delta_3^*)$, $P_0 = K_z$.

В расчетах по формулам (12) использовались матрицы

$$K_n = \operatorname{diag} (\sigma_1^2, \sigma_1^2, \sigma_1^2), \quad \sigma_1 = 224 \gamma,$$

$$L_n = \operatorname{diag} (10^{-5}, \dots, 10^{-5}, \sigma_2^2, \sigma_2^2, \sigma_2^2), \quad \sigma_2 = 11 \gamma,$$

одинаковые для всех n . Первые 9 диагональных элементов матрицы L_n численно равны, а их размерности совпадают с квадратами размерностей соответствующих переменных систем (2) и (3). Вычисляемые величины \hat{x}_n , P'_n и P_n запоминались. После завершения обработки последовательности (6) в прямом направлении эта последовательность обрабатывалась в обратном направлении — от точки t_N до точки t_0 . Здесь использовались рекуррентные соотношения (13) и ранее вычисленные величины \hat{x}_n , P'_n и P_n .

Примеры реконструкции движения *Фотона М-3* на двух интервалах времени приведены на рис. 3 — 6. Это те же интервалы, которые представлены на рис. 1, 2 и обсуждались в разделе 3. Рисунки иллюстрируют движение спутника относительно квазиинерциальной системы координат $CZ_1Z_2Z_3$, качество аппроксимации псевдоизмерений и поведение величин $p_i^{(n)}$, $\Delta_i^{(n)}$ в

функции времени. В подписях к рисункам указаны начальные точки интервалов, а на рис. 3, 5 приведены еще и оценки стандартного отклонения σ ошибок в псевдоизмерениях. Здесь σ оценивается среднеквадратичной ошибкой аппроксимации псевдоизмерений.

Рис. 3, 5 устроены аналогично рис. 1, 2, только в правой части этих рисунков маркеры указывают точки $(t_n, h_i^{(n)} - \Delta_i^{(n)})$, $n = 0, 1, \dots, N$. На рис. 4, 6 величины $p_i^{(n)}$, $\Delta_i^{(n)}$ представлены кусочно постоянными функциями времени. На интервале $(t_{n-1}, t_n]$ эти функции принимают значения $p_i^{(n)}$ и $\Delta_i^{(n)}$. Для сравнения горизонтальные прямые на рис. 4, 6 указывают оценки величин p_i и Δ_i , полученные методом наименьших квадратов по методике раздела 3 (при $\dim z=12$).

Детальное сравнение реконструкций движения, выполненных методом наименьших квадратов и с помощью фильтра Калмана дано на рис. 7 — 10. Рис. 7, 8 относятся к интервалу движения, представленному на рис. 1, 3 и 4; рис. 9, 10 относятся к интервалу на рис. 2, 5 и 6. Левые и средние графики на рис. 7 и 9 иллюстрируют функции $\omega_i(t)$ и $\dot{\omega}_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$), причем графики одноименных функций, полученных разными методами, вычерчены в общих системах координат. На первый взгляд совпадение одноименных функций при $i = 2, 3$ весьма точное, а при $i = 1$ нет. В последнем случае разница бросается в глаза. Однако если принять во внимание границы изменения функций, то расхождение функций при $i = 1$ следует признать не таким уж большим. Наиболее заметна разница в графиках функций $\omega_1(t)$ и $\dot{\omega}_1(t)$ на рис. 9. Как уже говорилось в разделе 3, уравнения (2) на этом продолжительном отрезке времени оказались не вполне адекватными.

Правые графики на рис. 7, 9 и левые графики на рис. 8, 10 описывают компоненты векторов

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} = (e_1, e_2, e_3), \quad \mathbf{b}_a = c\rho_a |\mathbf{v}| \mathbf{v} = (b_{a1}, b_{a2}, b_{a3}).$$

Здесь также в каждой системе координат приведены два графика одной и той же функции, полученные разными методами. Первый из выписанных векторов — орт геоцентрического радиуса-вектора центра масс спутника, второй вектор — аэродинамическая составляющая микроускорения. Указанные векторы важны по двум причинам. Во-первых, они используются при расчете микроускорения по формуле (1). Во-вторых, они почти ортогональны, поэтому близость указанных графиков означает близость углов γ , δ , δ' и β в построенных реконструкциях движения. В данном случае совпадение оказалось весьма точным.

Перечисленные графики иллюстрируют поведение во времени основных величин, из которых составляется формула микроускорения (1). Интересно знать и само микроускорение в какой-либо точке борта, где располагается

научное оборудование. Средние и правые графики на рис. 8, 10 описывают компоненты микроускорения $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$, определяемого формулой (1) и рассчитанного для точки $\mathbf{d} = (-1\text{м}, -0.9\text{м}, 0.2\text{м})$. Средние графики рассчитаны по реконструкциям движения, построенным в разделе 3; правые графики дают сравнение результатов, полученных разными методами. Способ сравнения — такой же как на рис. 7, 9. Как видим, результаты разных способов достаточно хорошо совпали между собой. Тем не менее, на рис. 10 совпадение хуже, чем на рис. 8. Это следствие несовпадения функций $\omega_1(t)$ и $\dot{\omega}_1(t)$ на рис. 9.

6. Реконструкция управляемого движения Фотона М-3 с помощью фильтра Калмана. Реализация фильтра Калмана при решении этой задачи аналогична реализации, описанной в предыдущем разделе. Отличие заключается только в использовании уравнений (4) вместо уравнений (3). Сначала опишем результаты реконструкции орбитальной ориентации *Фотона М-3* на первом витке полета. В номинальной орбитальной ориентации спутников *Фотон* оси Ox_1, Ox_2 и Ox_3 направлены соответственно вдоль осей OX_1, OX_3 и $(-OX_2)$ орбитальной системы координат. Фактическое ориентированное движение спутника представляло собой малые колебания в окрестности указанного положения. Задача состоит в том, чтобы реконструировать эти колебания в случае *Фотона М-3* по измерениям МПЗ.

Реконструкция выполнялась с помощью уравнений (4) при $\xi = 0.01 \text{ с}^{-1}$, матрицах K_n предыдущего раздела и

$$L_n = \text{diag} (10^{-6}, \dots, 10^{-6}, \sigma_2^2, \sigma_2^2, \sigma_2^2), \quad \sigma_2 = 5 \gamma.$$

В качестве \hat{x}_0 использовалось номинальное значение фазового вектора системы (4) в режиме орбитальной ориентации в точке t_0 , параметры $p_i^{(0)}$, $\Delta_i^{(0)}$ и матрица P_0 были взяты близкими типичным значениям этих величин, получаемым при реконструкции неуправляемого движения (см. [9]). Результаты реконструкции и расчета микроускорений представлены на рис. 11 — 14. Эти рисунки во многом аналогичны рисункам, приведенным ранее, поэтому далее будем писать в основном об их новых элементах.

На рис. 11 представлена реконструкция движения. В левой его части приведены графики углов γ , δ и β , задающих положение системы $Ox_1x_2x_3$ относительно орбитальной системы координат. В режиме орбитальной ориентации номинальные значения этих углов $\gamma = 90^\circ$, $\delta = -90^\circ$ и $\beta = 0$, номинальные значения компонент угловой скорости $\omega_1 = \omega_2 = 0$, $\omega_3 = -\omega_0$. Как видно из рисунка, колебания спутника в окрестности номинального положения действительно малы. Малость разности $\gamma - 90^\circ$ и угла β во многом зависит от выбора параметра ξ , а малость величины $\delta + 90^\circ$ определяются только магнитными измерениями. В правой части рис. 13 представлена аппроксимация магнитных измерений. Их среднеквадратичная ошибка в данном случае до-

статочно мала: $\sigma = 272 \gamma$.

Рис. 12 содержит графики, иллюстрирующие поведение во времени параметров ε_i и Δ_i . Графики представляют собой ломаные, последовательно соединяющие точки $(t_n, \varepsilon_i^{(n)})$ или $(t_n, \Delta_i^{(n)})$, $n = 0, 1, \dots, N$, относящиеся к данному параметру ε_i или Δ_i . Рис. 13, 14 иллюстрируют поведение во времени некоторых величин, входящих в формулу (1), и компоненты микроускорения в точке $\mathbf{d} = (-0.06\text{м}, 0\text{м}, -0.29\text{м})$. В этой точке располагался акселерометр TAS3.

Гладкость и малые значения функций $\dot{\omega}_i(t)$ и $b_i(t)$ на рис. 13, 14 не должны вводить в заблуждение. Это — результат использованной методики расчета. На самом деле пиковые значения этих функций в режиме орбитальной ориентации были очень большие. Но эти большие значения имели место на очень коротких временных интервалах длиной, как правило, несколько десятых долей секунды, на которых работали реактивные двигатели системы ориентации спутника. Такие короткие интервалы разделялись участками медленного и плавного движения (как на рис. 11—14) длиной несколько десятков секунд. Если на отрезке времени порядка витка вырезать интервалы включения двигателей ориентации, разложить получившиеся угловые скорости спутника, микроускорение и т. п. функции в ряд Фурье и в этих разложениях сохранить первые несколько гармоник, то получим результат, представленный на рис. 11—14. Он отличается от реальной квазистатической компоненты на вклад от указанных импульсных включений двигателей (двигатели могут создавать еще и ускорение, которое надо учитывать в формуле (1)). Однако, если бы ориентация спутника поддерживалась гиросистемой, то этот результат был бы правильным. Аккуратный расчет квазистатических микроускорений в приведенном примере, по-видимому, не имеет практического значения. Этот и следующий примеры — тестирование предлагаемого подхода на реальной измерительной информации.

Точность построенной реконструкции движения спутника характеризуется ковариационной матрицей Q_n . Квадратные корни из диагональных элементов этой матрицы суть стандартные отклонения компонент вектора \tilde{x}_n . Для примера на рис. 11—14 стандартные отклонения углов $\gamma_g(t_n)$, $\delta_g(t_n)$ и $\beta_g(t_n)$ не превосходят 0.25° ($n = 0, 1, \dots, N$). Стандартные отклонения угловых скоростей $\omega_i(t_n)$ не превосходят $10^{-5}c^{-1}$, стандартные отклонения величин $\varepsilon_i^{(n)}$, $\Delta_i^{(n)}$ составляют менее $2 \cdot 10^{-8}c^{-2}$ и 47γ соответственно.

Перейдем к реконструкции движения спутника во время проведения эксперимента YES2. Реконструкция выполнялась при указанных выше значениях ξ , K_n и

$$L_n = \text{diag} (4 \cdot 10^{-6}, \dots, 4 \cdot 10^{-6}, \sigma_2^2, \sigma_2^2, \sigma_2^2), \quad \sigma_2 = 5 \gamma.$$

Полученные результаты представлены на рис. 15—18, аналогичных рис.

11 — 14. В левой части рис. 15 в средней системе координат приведены два графика угла δ . Более плавный график получен фильтрацией по формулам (13), другой рассчитан по измерениям (6) в предположении, что ось Ox_3 совпадает с осью $(-OX_2)$. Как видно из рис. 15, спутник во время эксперимента совершал колебания, близкие колебаниям в плоскости орбиты.

В этом примере среднеквадратичная ошибка данных измерений составляет $\sigma = 395 \gamma$, микроускорение (рис. 18) рассчитано в точке $\mathbf{d} = (-0.06\text{м}, 0\text{м}, -0.29\text{м})$, стандартные отклонения углов $\gamma_g(t_n)$, $\delta_g(t_n)$, $\beta_g(t_n)$, угловых скоростей $\omega_i(t_n)$ и величин $\varepsilon_i^{(n)}$, $\Delta_i^{(n)}$ не превосходят соответственно 0.78° , $2.3 \cdot 10^{-5} c^{-1}$, $5 \cdot 10^{-8} c^{-2}$ и 45γ .

Приведенные в данном разделе стандартные отклонения уточняемых величин зависят от матрицы L_n . Варьируя эти матрицы, можно получать разные стандартные отклонения оцениваемых параметров, практически не меняя оценки самих параметров.

В рассмотренных примерах реконструкция управляемого вращательного движения спутника выглядит удачной. Однако детали реконструкции зависят от выбора выражения для управляющего углового ускорения. В данных примерах вид этого ускорения выбран из общих соображений, а значение параметра ξ найдено подбором. Некоторые вариации этого параметра и матриц K_n , L_n мало сказываются на результатах реконструкции. Однако ясно, что адекватный выбор управляющего ускорения — одно из главных условий успешного решения задачи. По-видимому, наиболее правильное выражение для управляющего ускорения можно получить, строя упрощенные модели работы системы ориентации спутника. Именно таким образом были получены уравнения (4) и в еще бóльшей степени это относится к уравнениям (5) (см. следующий раздел).

7. Реконструкция движения спутника в режиме солнечной ориентации. Исследованию движения спутника в режиме одноосной солнечной ориентации посвящена работа [15]. Там описана достаточно детальная математическая модель системы управления вращательным движением спутника, использующей в качестве исполнительных органов двигатели-маховики, приведены результаты моделирования ориентированного движения и выполнен расчет микроускорений в типовых реализациях такого движения. Для целей данной работы с помощью описанного в [15] программного обеспечения были рассчитаны модельные измерения МПЗ на борту спутника во время поддержания одноосной солнечной ориентации.

Моделирование измерений было проведено для начальной гелиосинхронной орбиты с элементами: наклонение 99° , высота в перигее 800 км, высота в апогее 1000 км. Остальные элементы определялись из условия, что в начальный момент движения 12:00:00 UTC 21.03.2007 г. спутник находился в восходящем узле орбиты и на этот момент долгота восходящего узла, отсчи-

тываемая от точки среднего весеннего равноденствия эпохи даты, составляла 90° , аргумент широты перигея был равен нулю. Параметры модели атмосферы (ГОСТ Р 25645.166-2004), принятые в расчете: $F = F_{81} = 150$, $A_p = 12$. Для расчета МПЗ использовалась аналитическая модель IGRF2005. Движение Солнца задавалось простыми приближенными формулами.

При расчете вращательного движения спутника использовались инерционные параметры $\lambda = 0.16$, $\mu = -0.45$. Огрубленная модель ориентированного движения описывалась уравнениями (5) с указанными значениями λ , μ и $\xi = 0.01 \text{ c}^{-1}$. Огрубленная модель служила базой для построения гораздо более сложной детальной модели (включающей уравнения движения каждого из четырех двигателей-маховиков), которая использовалась для генерации измерений МПЗ. В каждое измерение вносилась случайная нормальная ошибка с нулевым математическим ожиданием и стандартным отклонением 200γ . Расчет измерений был выполнен на отрезке времени длиной 3 ч.

Реконструкция вращательного движения спутника выполнялась с помощью фильтра Калмана. Модель движения основывалась на уравнениях (5) и по существу совпадала с огрубленной моделью ориентированного движения. Матрицы K_n и L_n были те же, что и при реконструкции орбитальной ориентации *Фотона М-3*. Результаты реконструкции представлены на рис. 19 — 22. Эти рисунки аналогичны рис. 11 — 18, но имеются небольшие отличия.

Рис. 19 естественным образом разбивается на три части — левую, среднюю и правую. Правые части иллюстрируют качество аппроксимации псевдоизмерений (6). Среднеквадратичная ошибка аппроксимации в данном случае мала: $\sigma = 254 \gamma$.

В средней части рис. 19 помещены графики компонент угловой скорости $\omega_i(t)$. В каждой системе координат приведены два графика. Один из них результат моделирования, он имеет резкие изломы; другой, плавный, построен по данным (6) с помощью фильтра Калмана. В левой части рисунка находятся графики зависимости от времени углов γ , δ' и β , задающих ориентацию спутника относительно системы координат $CZ_1Z_2Z_3$. Здесь также в каждой системе координат приведены два графика. Угловатые графики отражают результаты моделирования, плавные графики получены фильтрацией.

Рис. 20 содержит графики, иллюстрирующие поведение во времени параметров ε_i и Δ_i . Этот рисунок в точности аналогичен рис. 12 и 16. Левые графики на рис. 21 иллюстрируют зависимость от времени компонент орта \mathbf{s} . Эти графики построены по результатам фильтрации. Видно, что с высокой точностью выполнены соотношения $s_1 = s_3 = 0$, $s_2 = 1$, т. е. режим солнечной ориентации имеет место. То, что ориентация — одноосная, следует из графиков углов на рис. 19. В правой части рис. 21 приведены графики угловых ускорений $\dot{\omega}_i(t)$. Плавные графики получены фильтрацией, а пилообразные — моделированием. Результаты моделирования заданы на очень мелкой сетке, которая была существенно укрупнена при рисовании графиков

— большинство ее узлов были пропущены. По этой причине многие экстремальные значения модельных угловых ускорений на рис. 21 пропущены, в частности, странно выглядят графики компоненты $\dot{\omega}_2(t)$.

Рис. 22 иллюстрируют поведение во времени компонент векторов \mathbf{e} , \mathbf{b}_a и \mathbf{b} . Микроускорение рассчитано в точке $\mathbf{d} = (-0.06\text{м}, 0\text{м}, -0.29\text{м})$. На этом рисунке в каждой системе координат изображено по два графика — результаты фильтрации и моделирования. Относительно правых графиков на рис. 22 можно повторить сказанное про графики угловых ускорений $\dot{\omega}_i(t)$ — многие экстремальные значения модельных микроускорений опущены. Как видим, полученные фильтрацией микроускорения действительно являются квазистатическими и хорошо совпадают с результатами моделирования.

В последнем примере стандартные отклонения углов $\gamma_g(t_n)$, $\delta_g(t_n)$, $\beta_g(t_n)$ составляют менее 0.2° ; стандартные отклонения угловых скоростей $\omega_1(t_n)$ и $\omega_3(t_n)$ не превосходят $1.2 \cdot 10^{-5} \text{с}^{-1}$, а угловой скорости $\omega_2(t_n) - 1.5 \cdot 10^{-6} \text{с}^{-1}$; стандартные отклонения величин $\varepsilon_i^{(n)}$ и $\Delta_i^{(n)}$ меньше $2 \cdot 10^{-8} \text{с}^{-2}$ и 40γ соответственно.

8. Заключение. В данной работе предложена методика расчета квазистатических микроускорений на борту КА, совершающего ориентированный полет, причем ориентация поддерживается с помощью гироскопов или двигателей-маховиков. Методика основана на реконструкции вращательного движения КА по данным измерений магнитного поля Земли, но допускает использование и других видов измерительной информации. В основе методики лежат упрощенные уравнения управляемого движения. Для компенсации упрощений в уравнения введены малые случайные возмущения, а для отыскания их решений, аппроксимирующих измерения, используется сглаживающий фильтр Калмана. Приведены результаты тестирования методики на неуправляемых и управляемых движениях спутника *Фотон М-3* и на модельных данных. Методика может быть использована для мониторинга квазистатических микроускорений на перспективных КА, ориентация которых будет поддерживаться гироскопами или двигателями-маховиками.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 08-01-00467).

Литература

- [1] Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Зайцев А.С. Анализ низкочастотных микроускорений на борту ИСЗ *Фотон-11*. Космические исследования, 2001, т. 39. № 4, с. 419-435.

- [2] Абрашкин В.И., Балакин В.Л., Белоконов И.В., Воронов К.Е., Зайцев А.С., Иванов В.В., Казакова А.Е., Сазонов В.В., Семкин Н.Д. Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон-12* и квазистатические микроускорения на его борту. *Космические исследования*, 2003, т. 41, № 1, с. 45-56.
- [3] Абрашкин В.И., Волков М.В., Егоров А.В., Зайцев А.С., Казакова А.Е., Сазонов В.В. Анализ низкочастотной составляющей в измерениях угловой скорости и микроускорения, выполненных на спутнике *Фотон-12*. *Космические исследования*, 2003, т. 41, № 6, с. 632-651.
- [4] Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Зайцев А.С. Низкочастотные микроускорения на борту ИСЗ *Фотон-11*. *Космические исследования*, 2004, т. 42, № 2, с. 185-200.
- [5] Абрашкин В.И., Богоявленский Н.Л., Воронов К.Е., Казакова А.Е., Пузин Ю.Я., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Чебуков С.Ю. Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон М-2*, и квазистатические микроускорения на его борту. *Космические исследования*, 2007, т. 45, № 5, с. 450-470.
- [6] Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Сазонов В.В., Чебуков С.Ю. Определение вращательного движения спутника *Фотон М-2*, по данным бортовых измерений угловой скорости. *Космические исследования*, 2008, т. 46, № 2, с. 148-167.
- [7] Бойзелинк Т., Ван Бавинхов К., Сазонов В.В., Чебуков С.Ю. Анализ низкочастотной составляющей в измерениях микроускорения, выполненных на спутнике *Фотон М-2*. *Космические исследования*, 2008, т. 46, № 5, с. 463-483.
- [8] Бойзелинк Т., Ван Бавинхов К., Сазонов В.В., Чебуков С.Ю. Определение вращательного движения спутника *Фотон М-2* по данным измерений микроускорения. *Космические исследования*, 2009, т. 47, № 6, с. 463-483.
- [9] Бойзелинк Т., Ван Бавинхов К., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Сазонов В.В. Определение вращательного движения спутника *Фотон М-3* по данным бортовых измерений магнитного поля Земли. *Космические исследования*, 2010, т. 48, № 3, с. 252-265.
- [10] Сазонов В.В. Обработка данных измерений угловой скорости и микроускорения, полученных на спутнике *Фотон-12*. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 62, 2008.

- [11] Beuselinck T., Van Bavinchove C., Sazonov V.V. Quasi-steady accelerations onboard *Foton M-3* spacecraft. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 8, 2010.
- [12] Beuselinck T., Van Bavinchove C., Sazonov V.V. Some tests of acceleration measurement data obtained onboard *Foton M-3*. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 16, 2010.
- [13] Сазонов В.В., Комаров М.М., Полежаев В.И., Никитин С.А., Ермаков М.К., Стажков В.М., Зыков С.Г., Рябуха С.Б., Асеведо Х., Либерман Е. Микроускорения на орбитальной станции *Мир* и оперативный анализ гравитационной чувствительности конвективных процессов тепло-массопереноса. Космические исследования, 1999, т. 37, № 1, с. 86-101.
- [14] Игнатов А.И., Сазонов В.В. Реализация режимов вращательного движения ИСЗ с малым уровнем остаточных микроускорений электромеханическими исполнительными органами. Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, 2008, № 91.
- [15] Игнатов А.И., Сазонов В.В. Оценка остаточных микроускорений на борту ИСЗ в режиме одноосной солнечной ориентации. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 65, 2009.
- [16] Эльясберг П.Е. Определение движения по результатам измерений. М., Наука, 1976.
- [17] Rauch H.E., Tung F., Striebel C.T. Maximum likelihood estimates of linear dynamic systems. AIAA Journal, 1965, vol. 3, No. 8, p. 1445-1450.

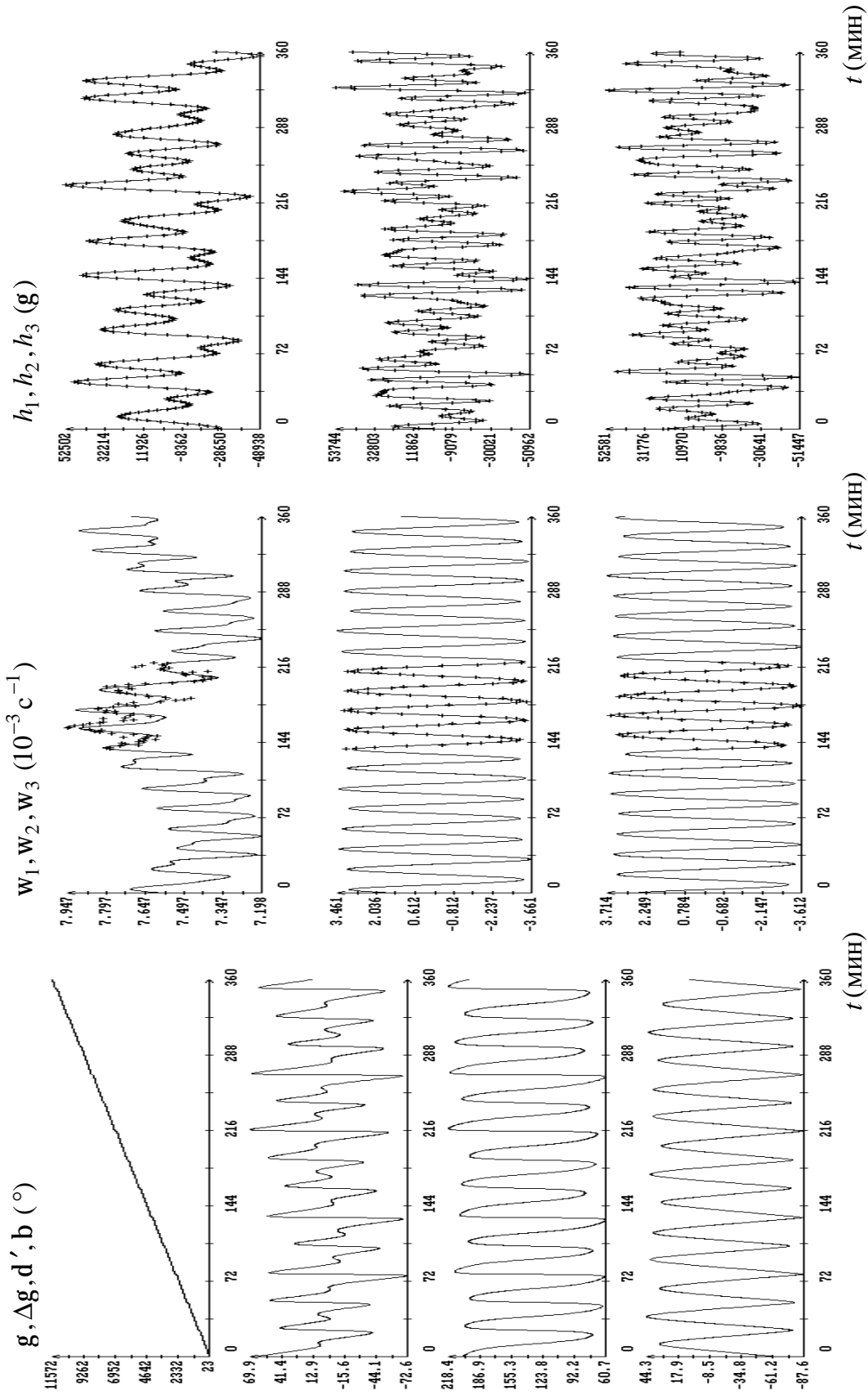


Рис. 1. Реконструкция движения методом наименьших квадратов, $s = 836 \text{ g}$. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 07:09:06 UTC 23.09.2007.

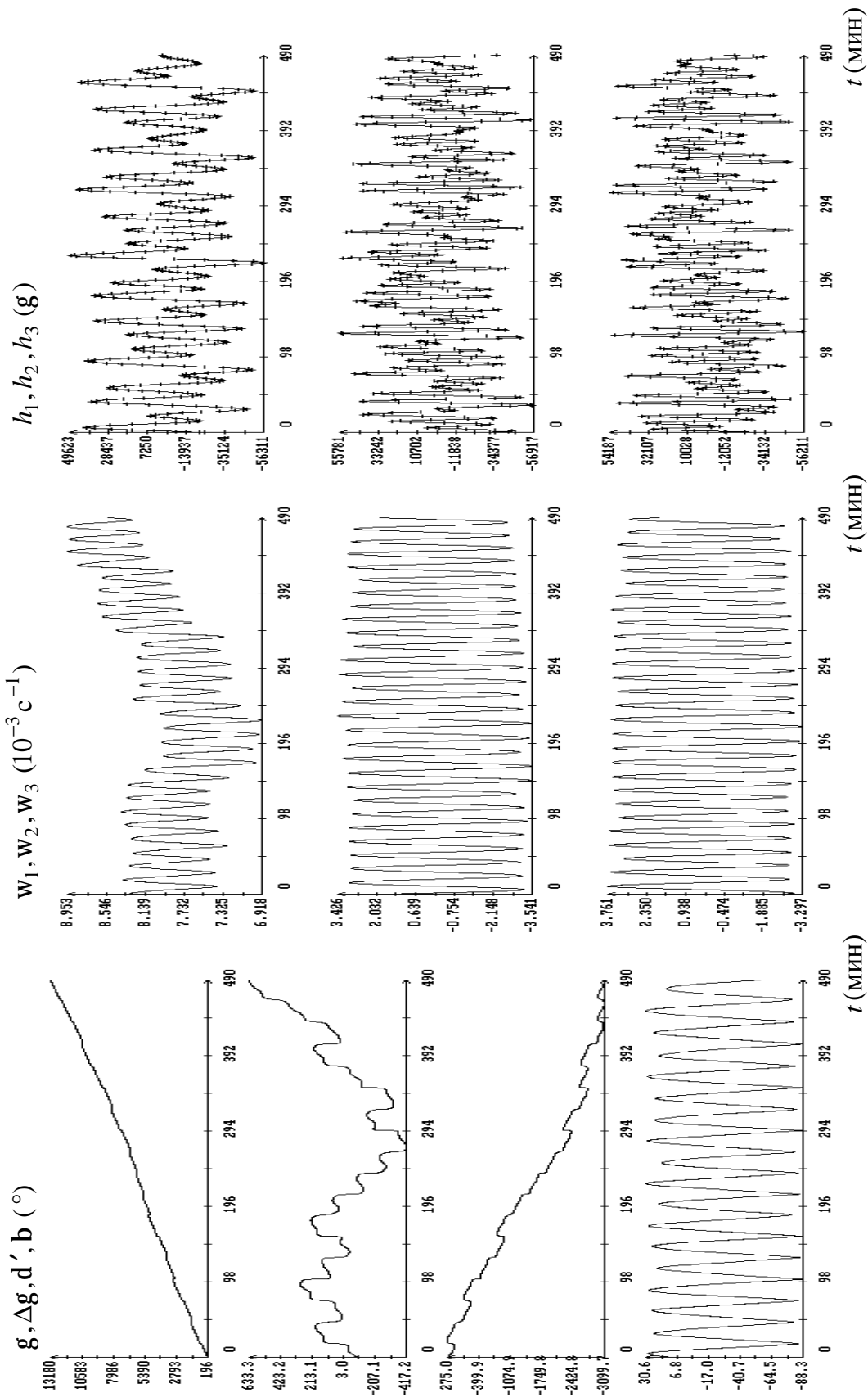


Рис. 2. Реконструкция движения методом наименьших квадратов, $S = 1345g$. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 17:02:25 UTC 24.09.2007.

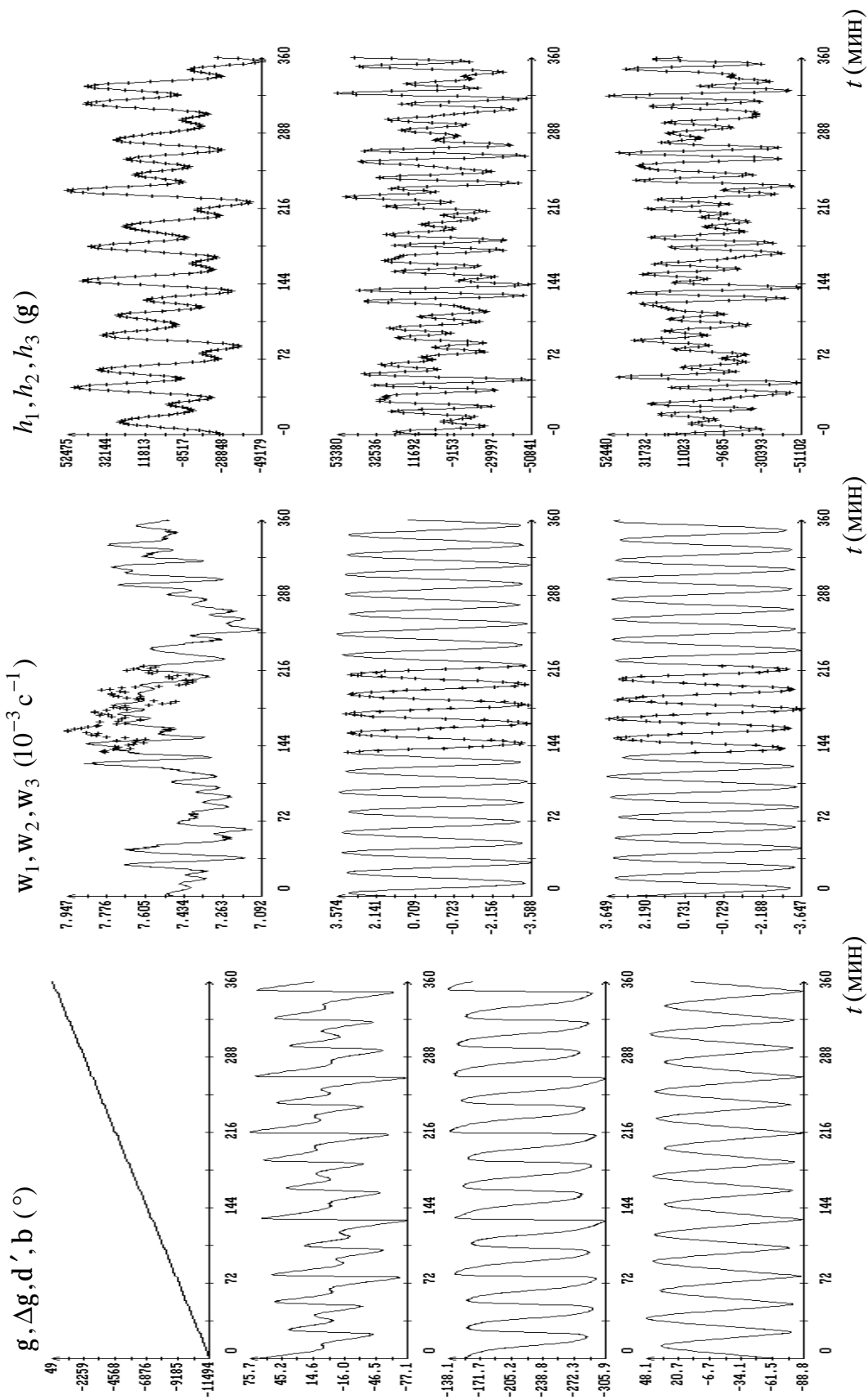


Рис. 3. Реконструкция движения сглаживающим фильтром Калмана, $s = 214g$. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 07:09:06 UTC 23.09.2007.

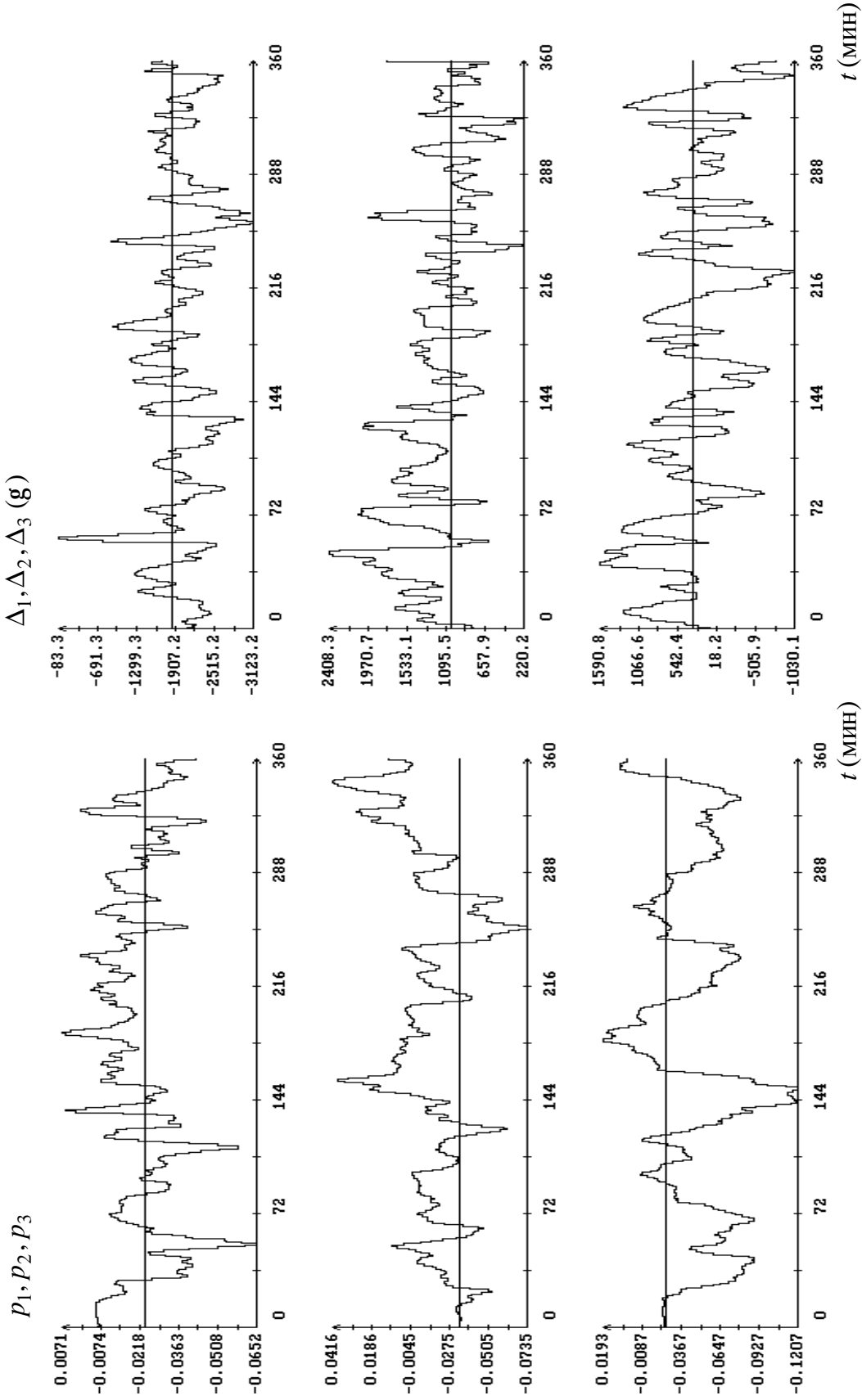


Рис. 4. Результаты обработки магнитных измерений МНК (горизонтальные прямые) и сглаживающим фильтром Калмана (кусочно-постоянные функции). Момент $t = 0$ на графиках соответствует 07:09:06 UTC 23.09.2007.

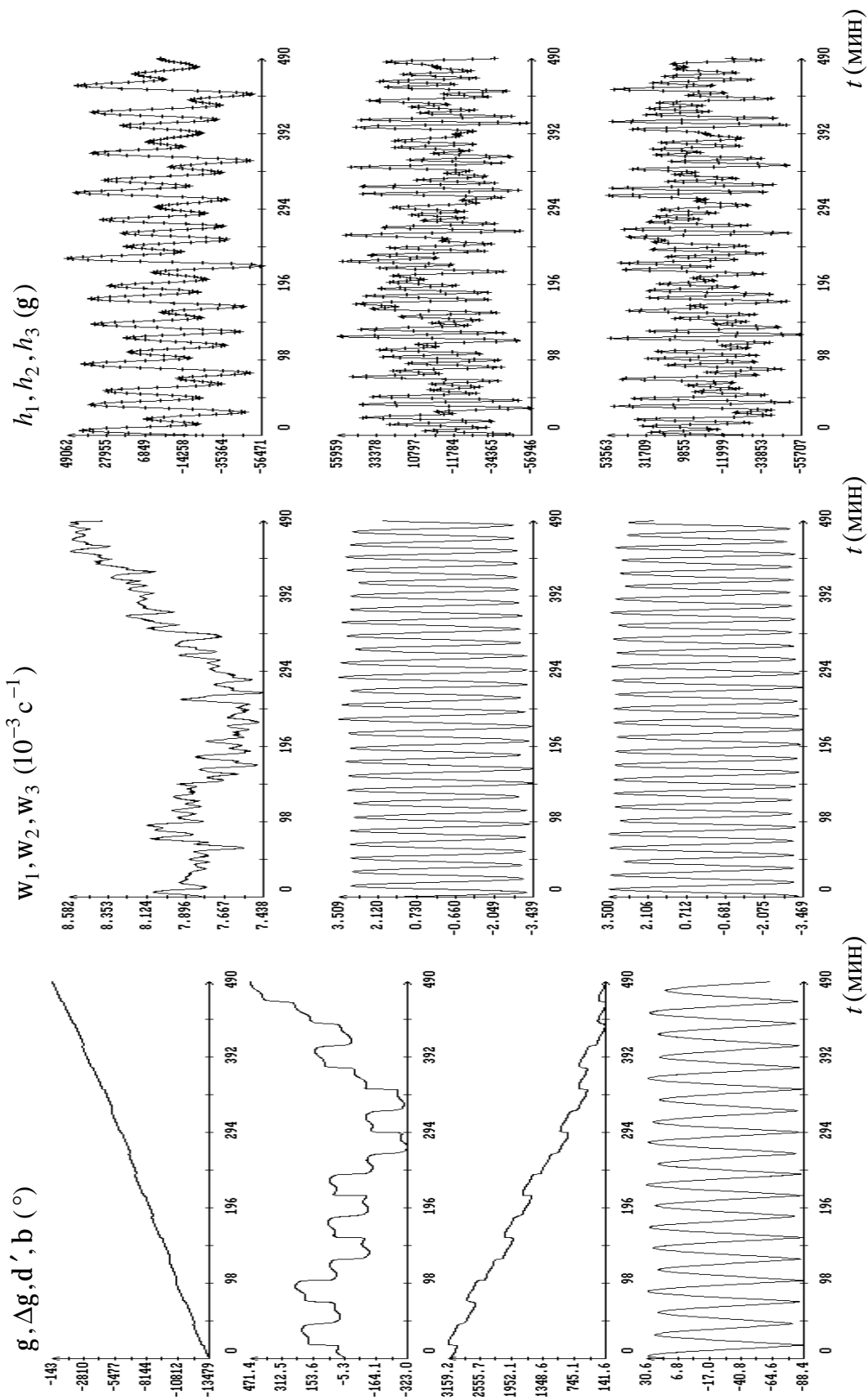


Рис. 5. Реконструкция движения сглаживающим фильтром Калмана, $s = 296 \text{ g}$. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 17:02:25 UTC 24.09.2007.

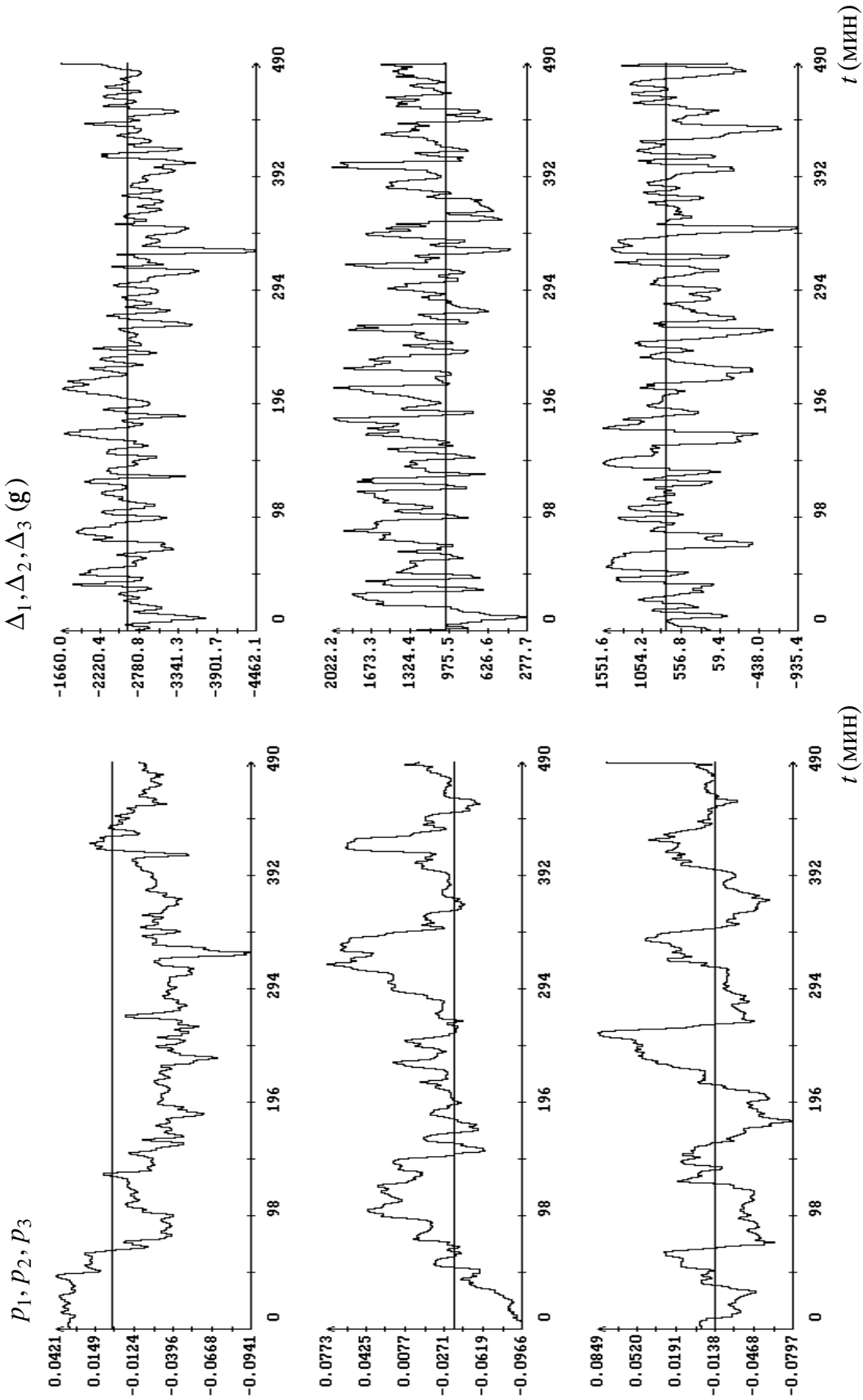


Рис. 6. Результаты обработки магнитных измерений МНК (горизонтальные прямые) и сглаживающим фильтром Калмана (кусочно-постоянные функции). Момент $t = 0$ на графиках соответствует 17:02:25 UTC 24.09.2007.

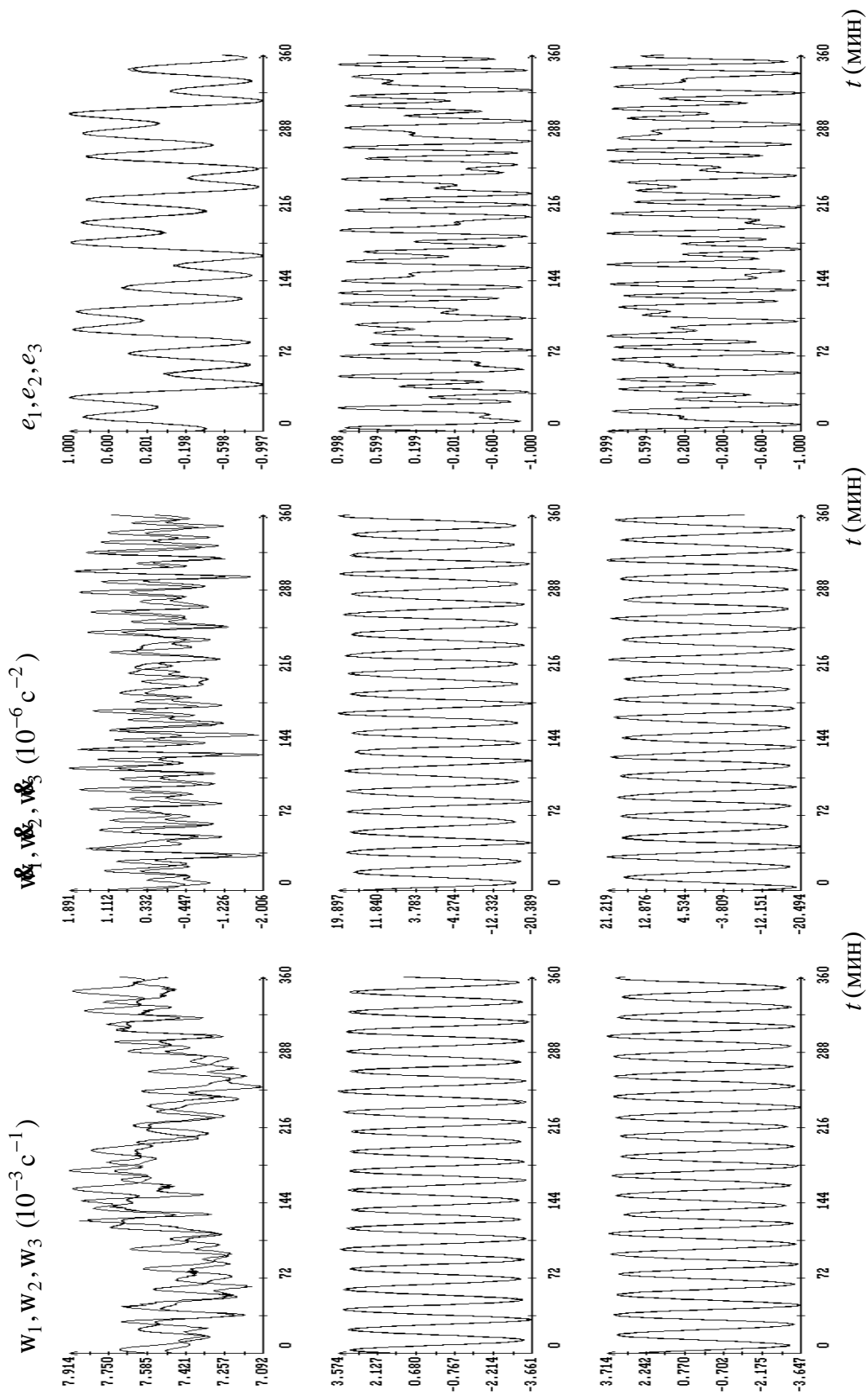


Рис. 7. Сравнение результатов обработки магнитных измерений МНК и сглаживающим фильтром Калмана. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 07:09:06 UTC 23.09.2007.

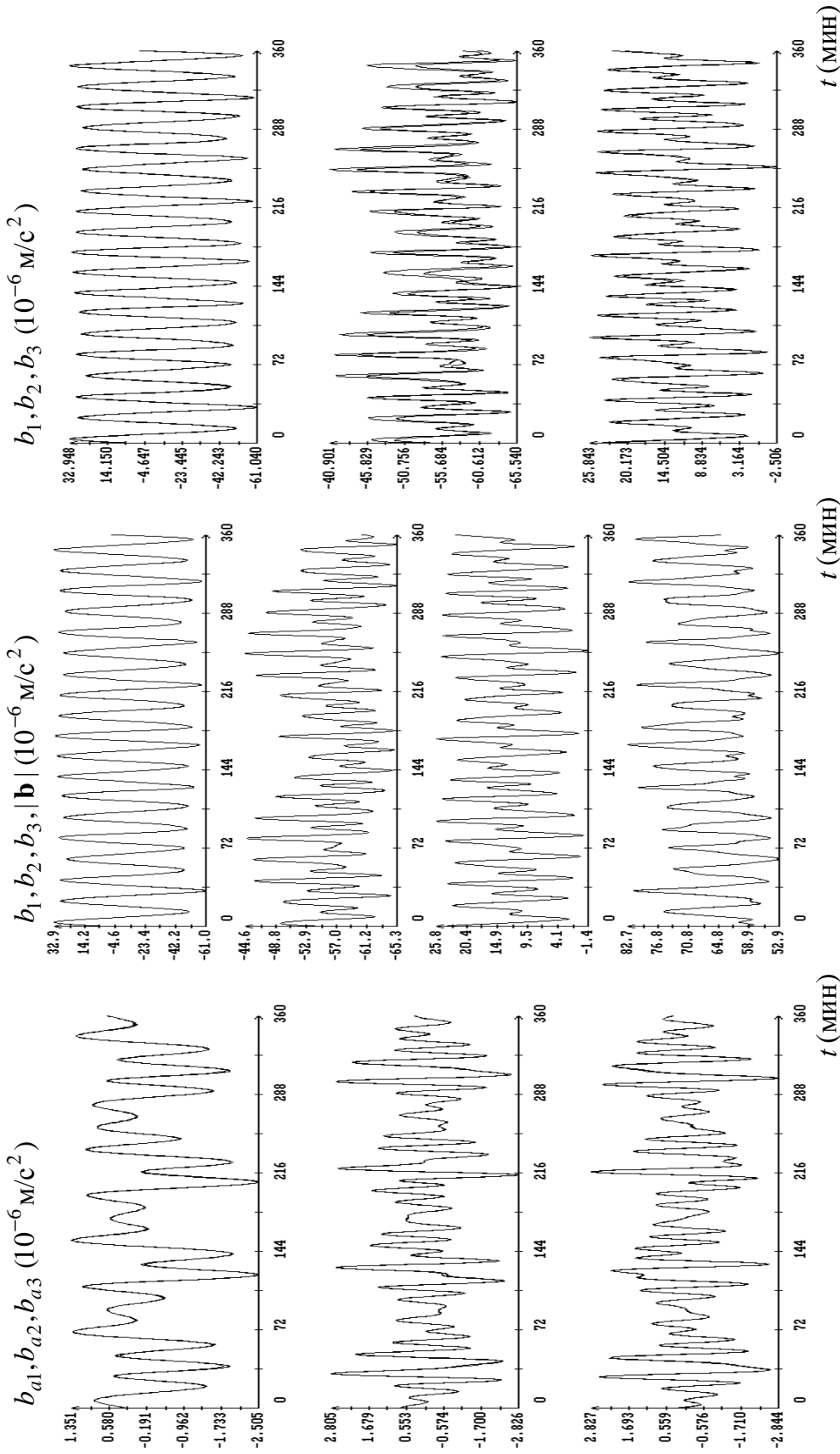


Рис. 8. Слева сравнение результатов обработки магнитных измерений МНК и сглаживающим фильтром Калмана, в центре расчет микроускорений по результатам обработки магнитных измерений МНК, справа сравнение микроускорений рассчитанных по результатам МНК и сглаживающего фильтра Калмана. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 07:09:06 UTC 23.09.2007.

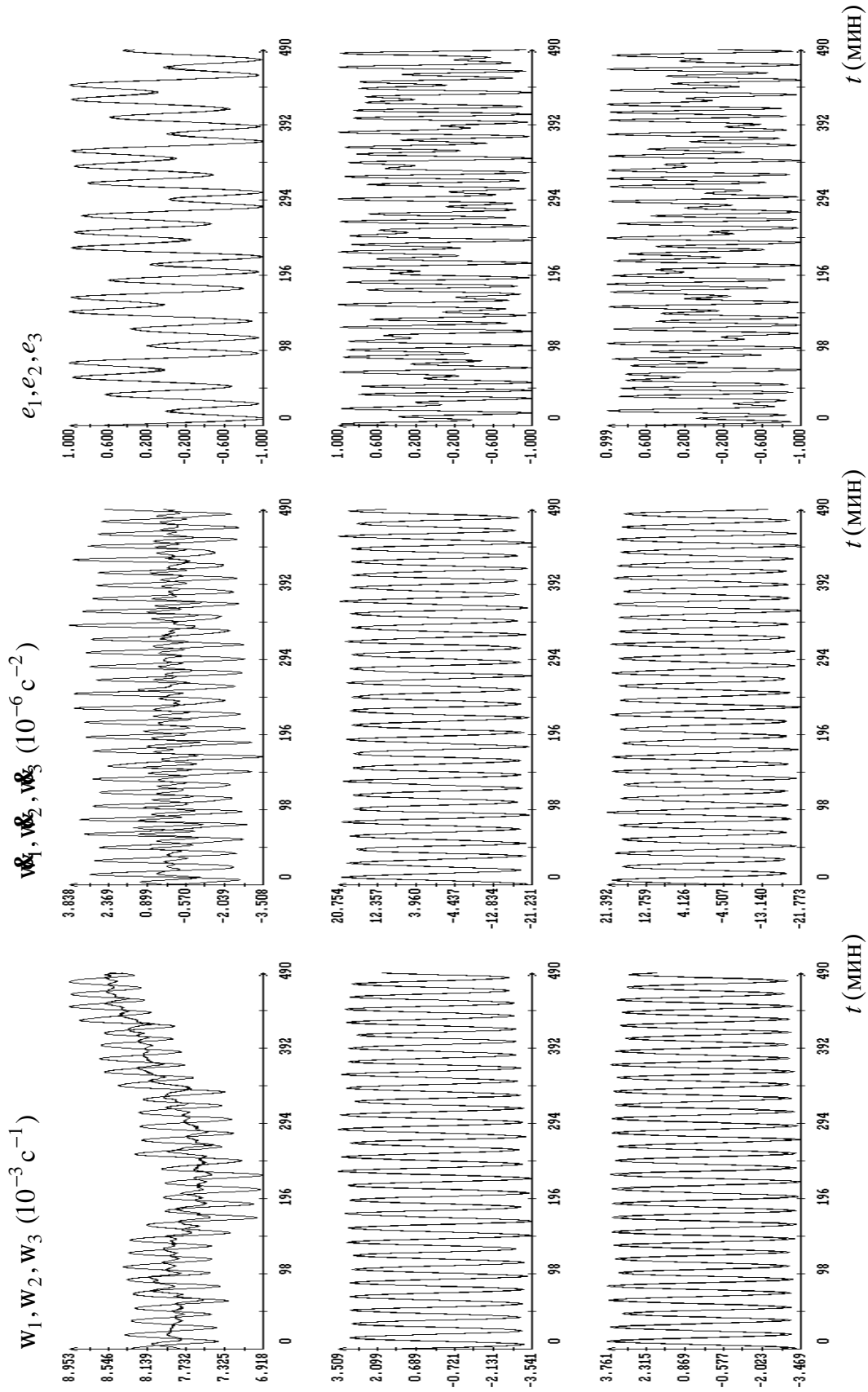


Рис. 9. Сравнение результатов обработки измерений магнитных измерений МНК и сглаживающим фильтром Калмана. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 17:02:25 UTC 24.09.2007.

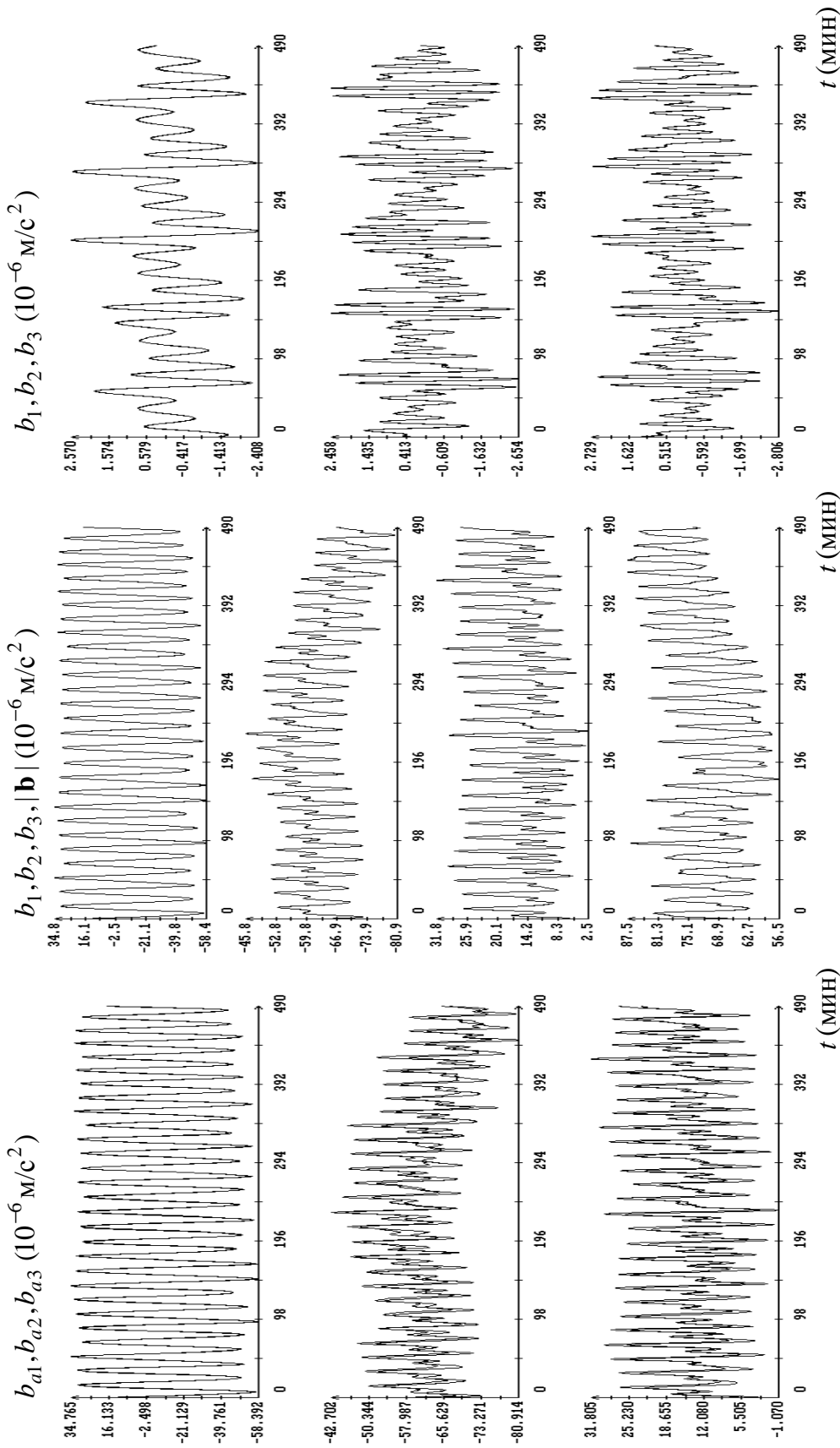


Рис. 10. Слева сравнение результатов обработки магнитных измерений МНК и сглаживающим фильтром Калмана, в центре расчет микроускорений по результатам обработки магнитных измерений МНК, справа сравнение микроускорений рассчитанных по результатам МНК и сглаживающего фильтра Калмана. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 17:02:25 UTC 24.09.2007.

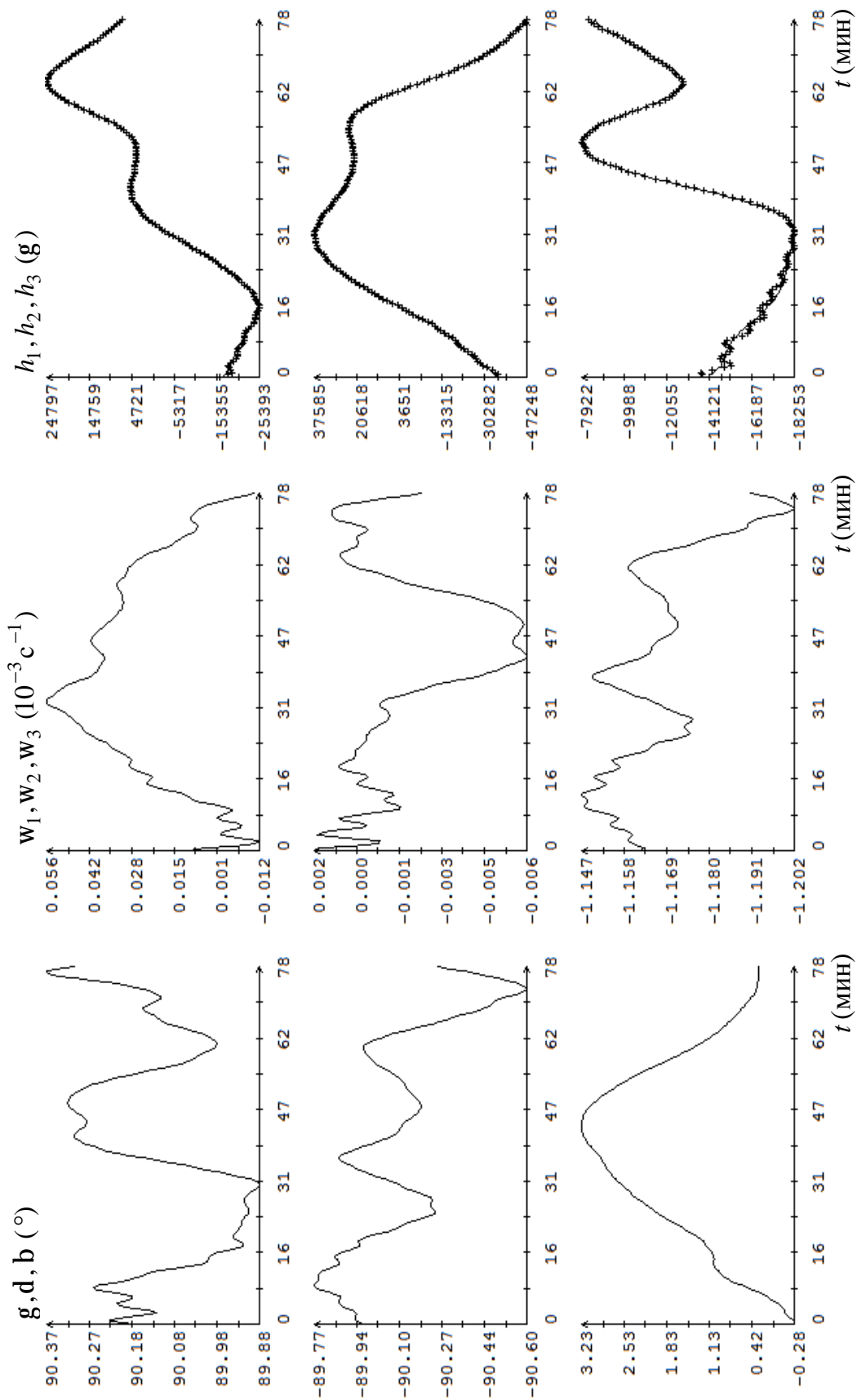


Рис. 11. Реконструкция орбитальной ориентации спутника сглаживающим фильтром Калмана, $S = 272\text{g}$.
 Момент $t = 0$ на графиках соответствует 11:21:58 UTC 14.09.2007.

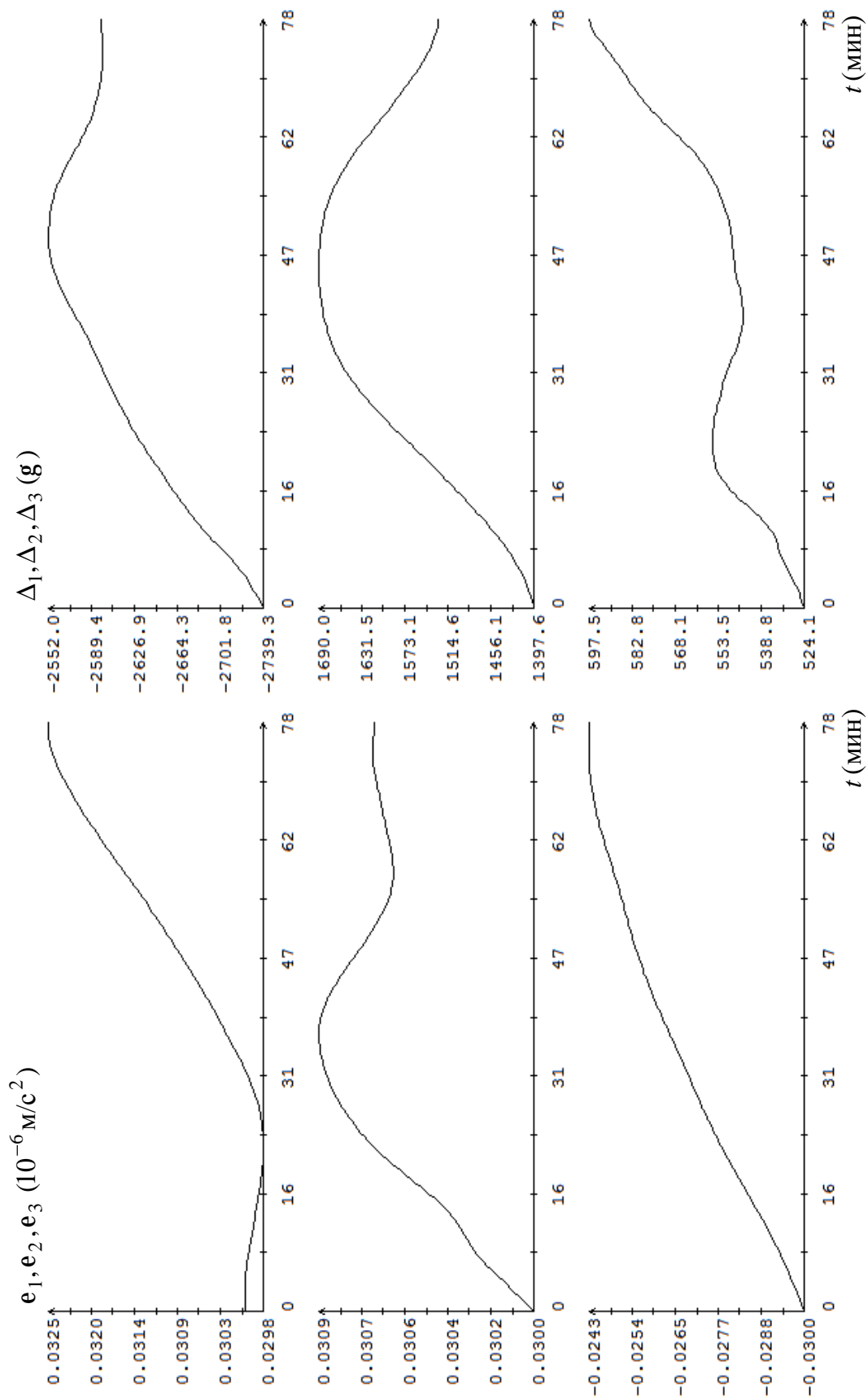


Рис. 12. Оценки параметров модели, полученные при реконструкции орбитальной ориентации спутника сглаживающим фильтром Калмана. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 11:21:58 UTC 14.09.2007.

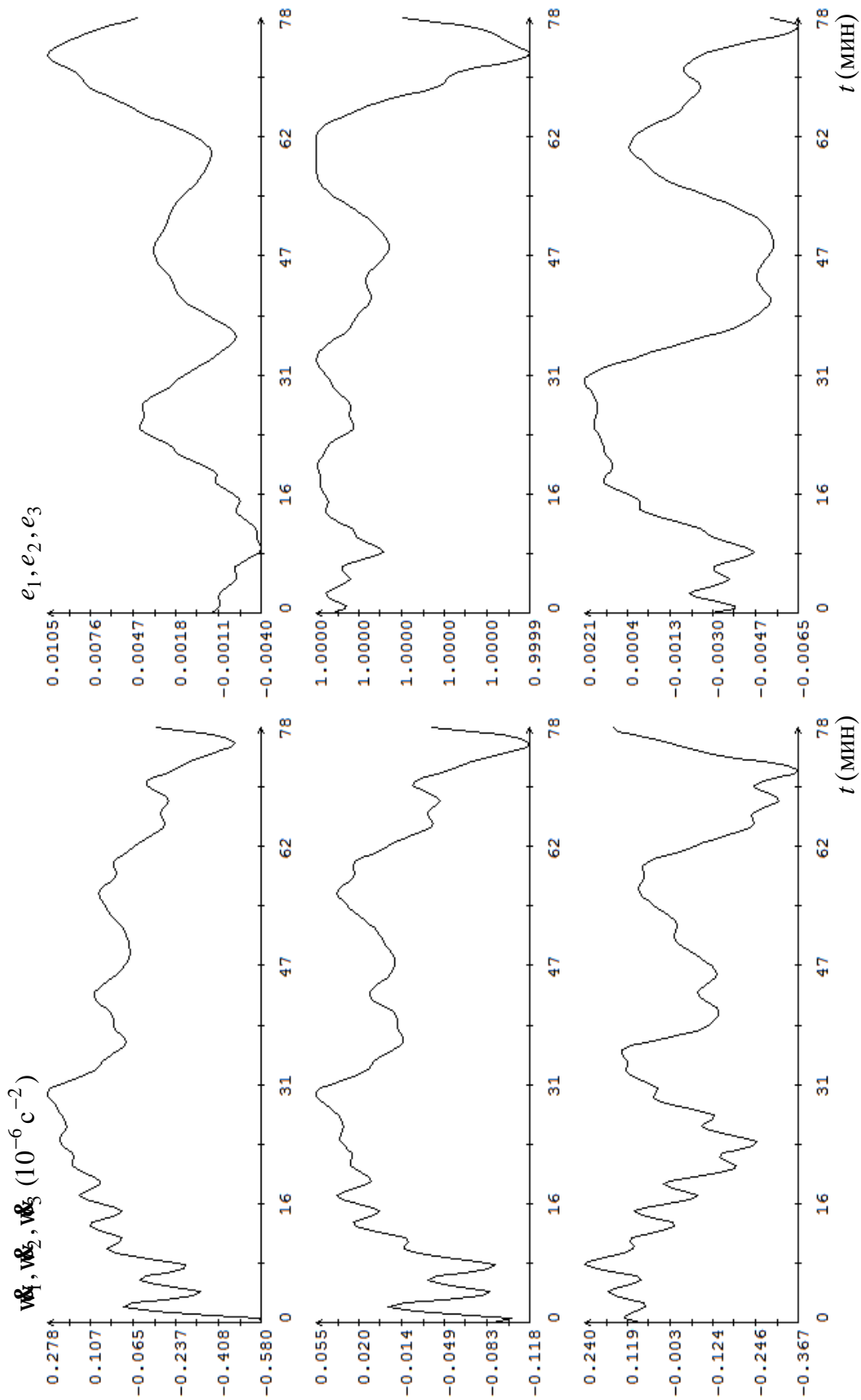


Рис. 13. Угловое ускорение и компоненты орта $\mathbf{e}(t)$ в реконструкции орбитальной ориентации спутника сглаживающим фильтром Калмана. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 11:21:58 UTC 14.09.2007.

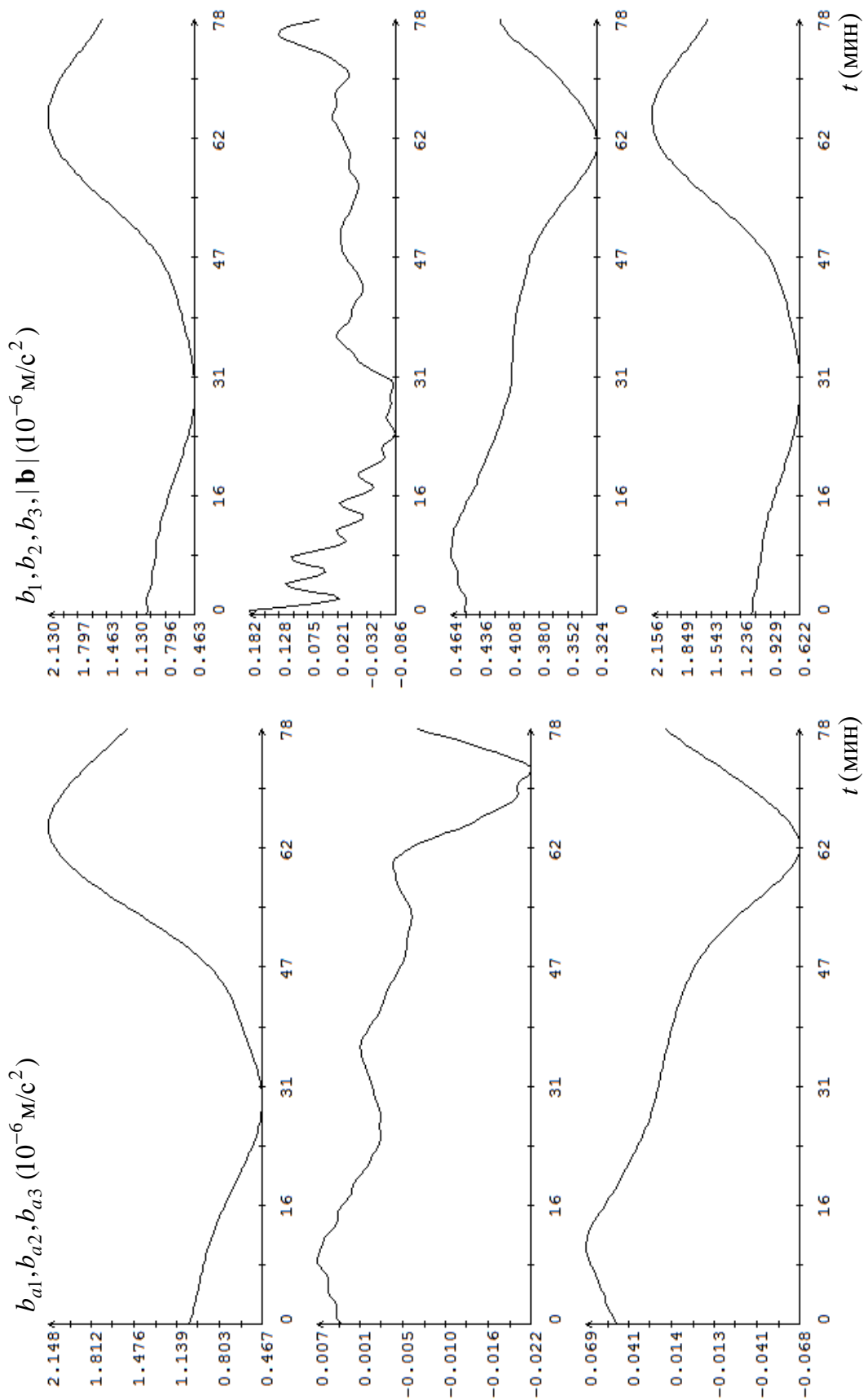


Рис. 14. Компоненты функции $\mathbf{b}_a(t)$ и микроускорение в орбитальной ориентации спутника, реконструированной сглаживающим фильтром Калмана. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 11:21:58 UTC 14.09.2007.

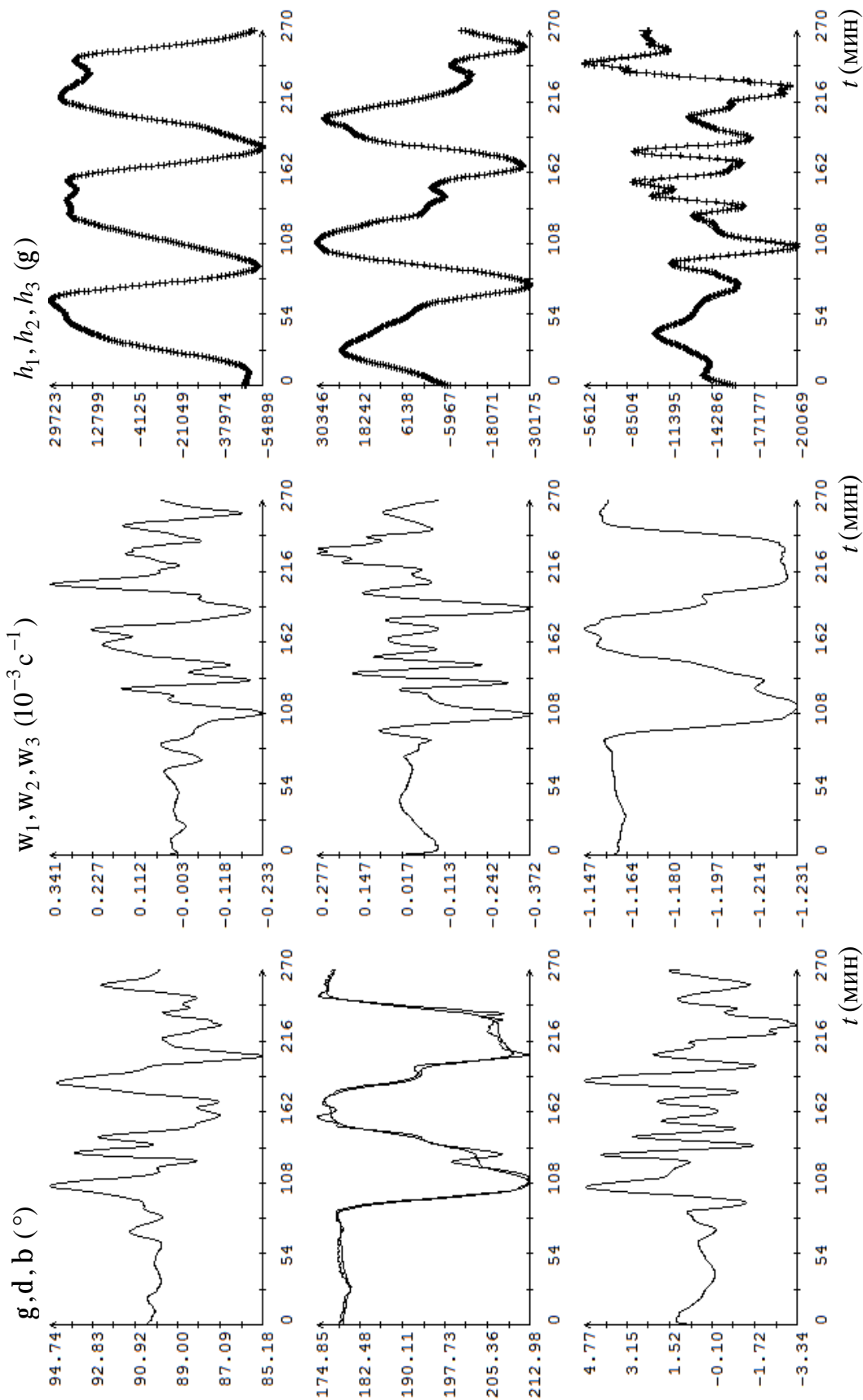


Рис. 15. Реконструкция движения спутника во время эксперимента YES2 сглаживающим фильтром Калмана, $S = 395g$. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 03:19:59 UTC 25.09.2007.

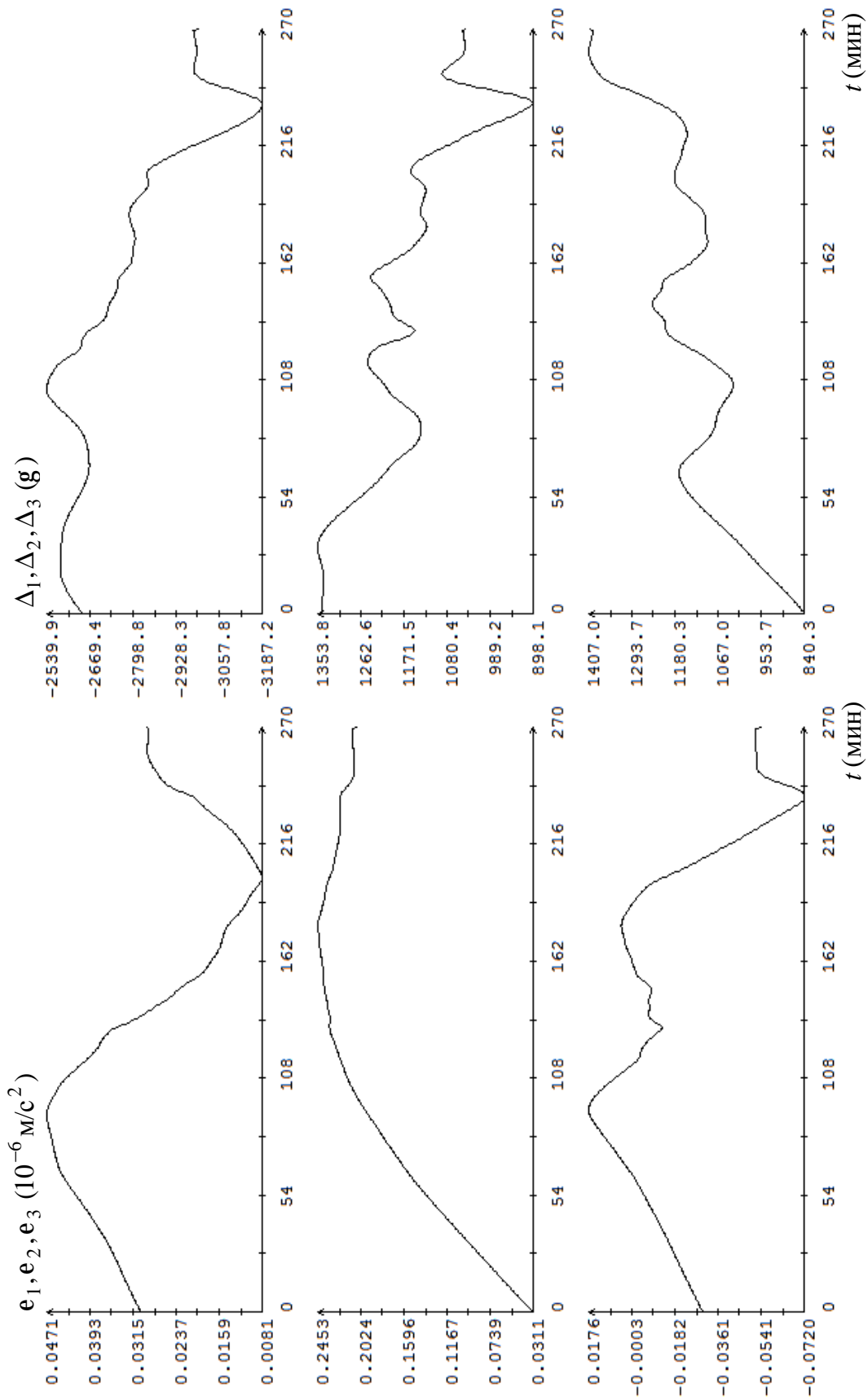


Рис. 16. Оценки параметров модели, полученные при реконструкции движения спутника во время эксперимента YES2 сглаживающим фильтром Калмана. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 03:19:59 UTC 25.09.2007.

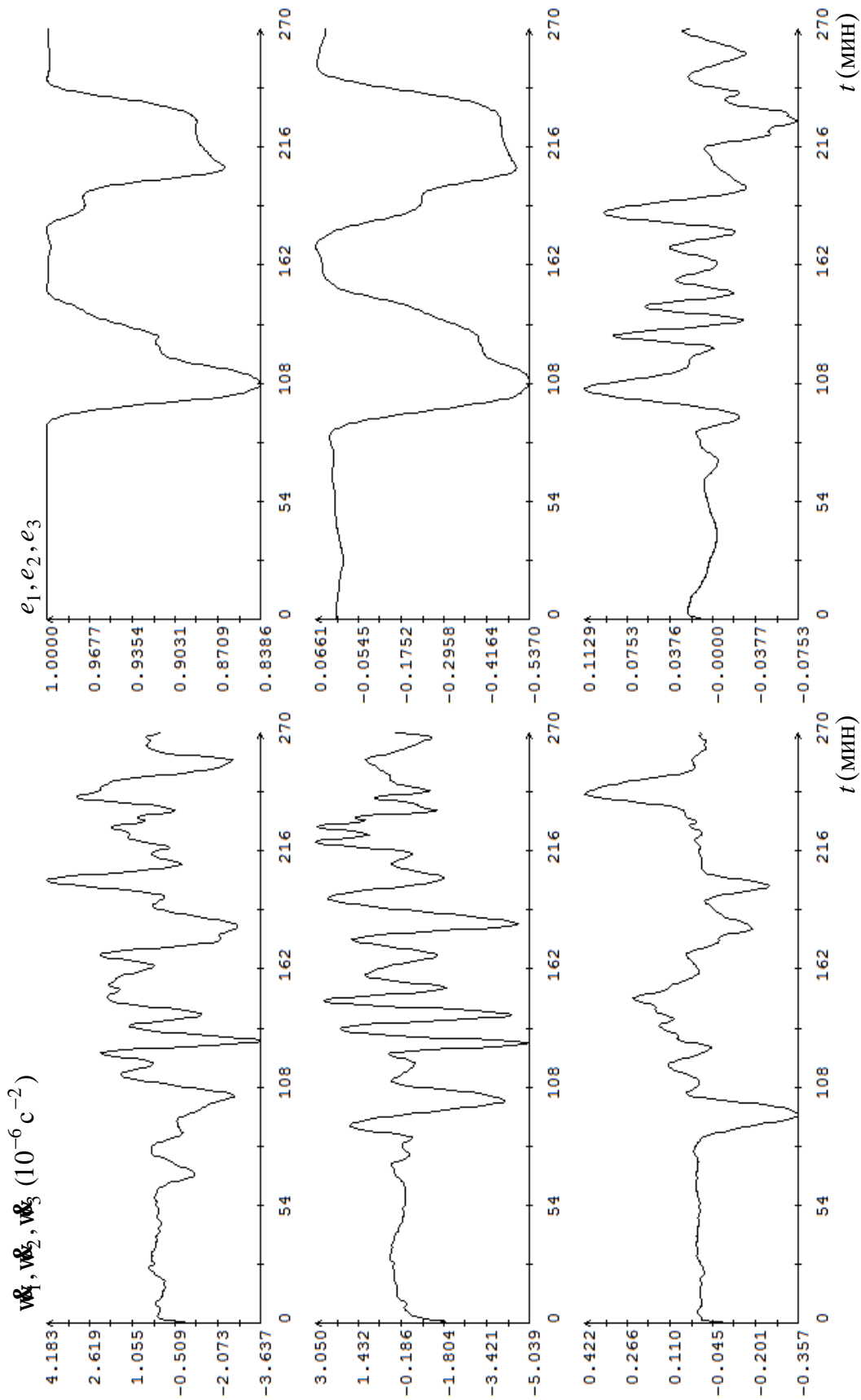


Рис. 17. Угловое ускорение и компоненты орта $\mathbf{e}(t)$ в реконструкции орбитальной ориентации спутника сглаживающим фильтром Калмана. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 03:19:59 UTC 25.09.2007.

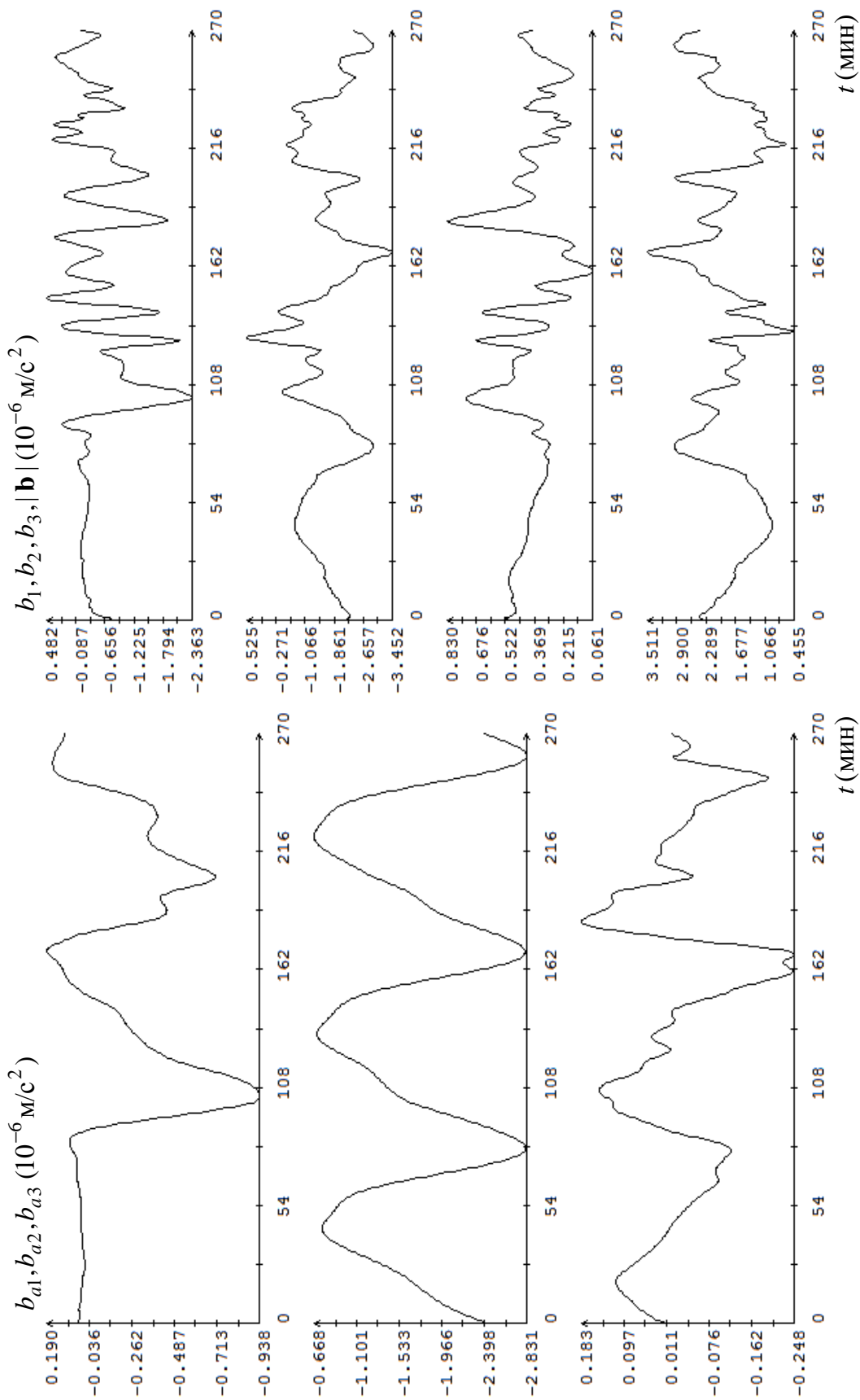


Рис. 18. Компоненты функции $\mathbf{b}_a(t)$ и микроускорение в орбитальной ориентации спутника, реконструированной сглаживающим фильтром Калмана. Момент $t = 0$ на графиках соответствует 03:19:59 UTC 25.09.2007.

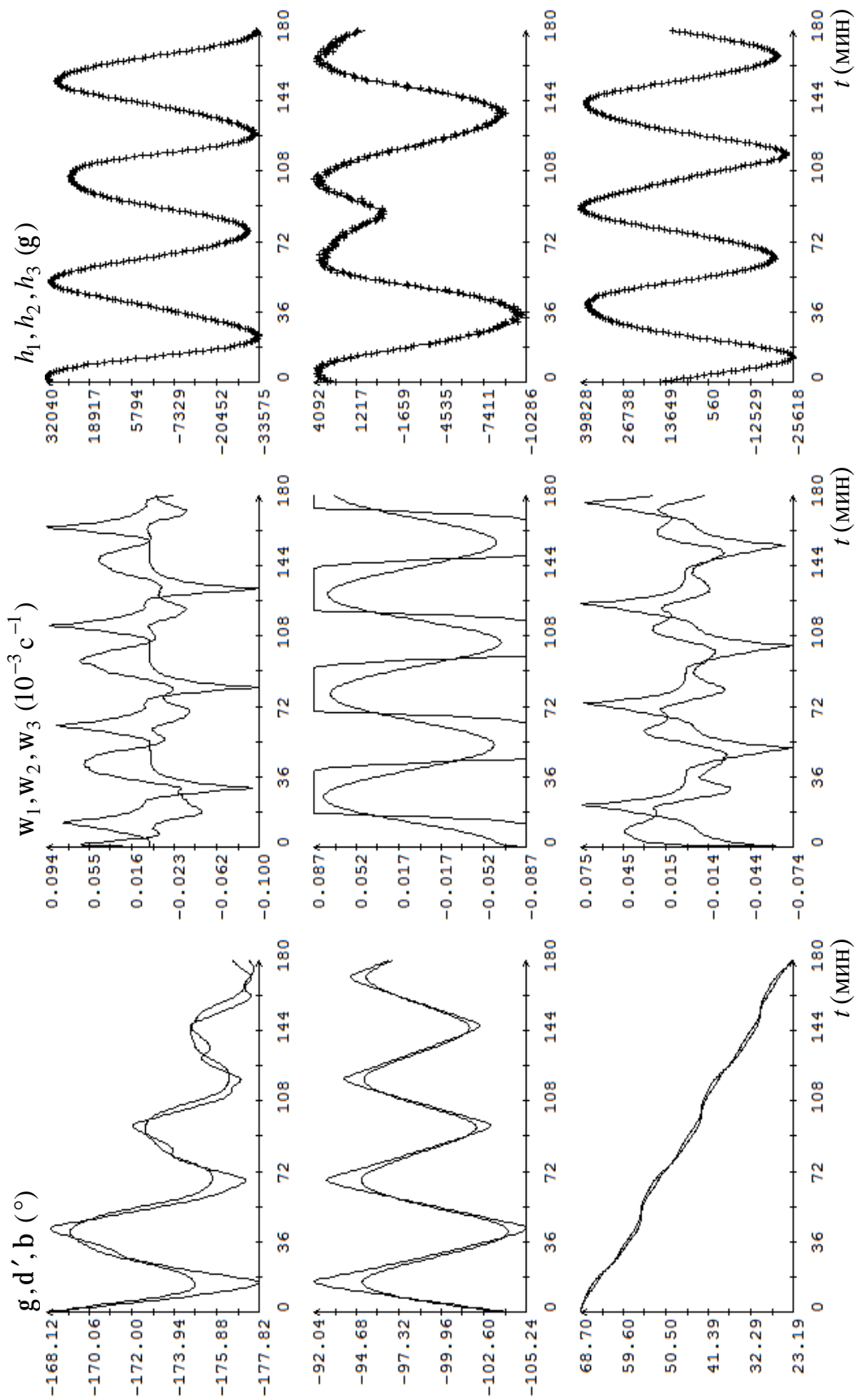


Рис. 19. Реконструкция солнечной ориентации спутника сглаживающим фильтром Калмана, $S = 254\text{g}$.

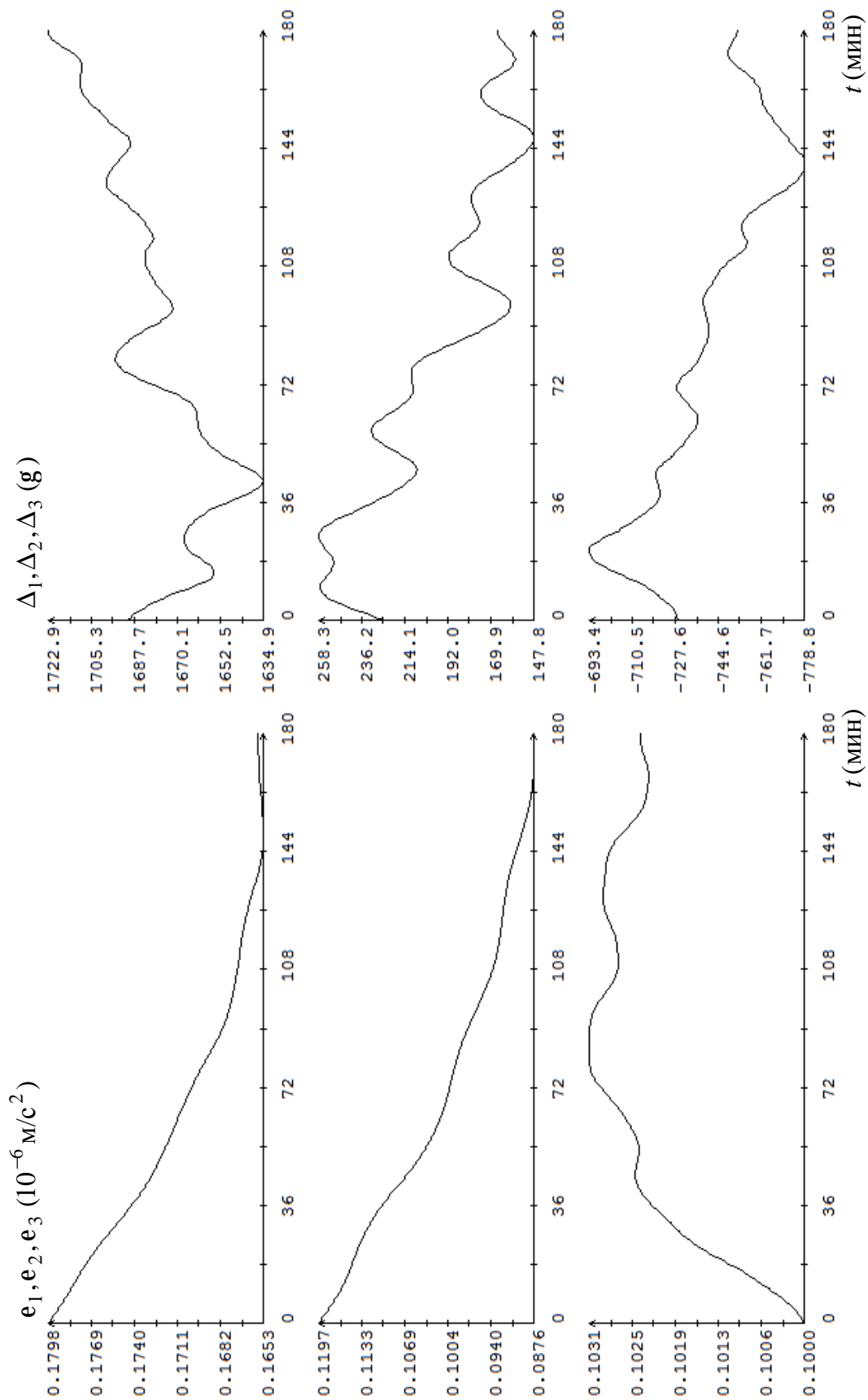


Рис. 20. Оценки параметров модели, полученные при реконструкции солнечной ориентации спутника сглаживающим фильтром Калмана.

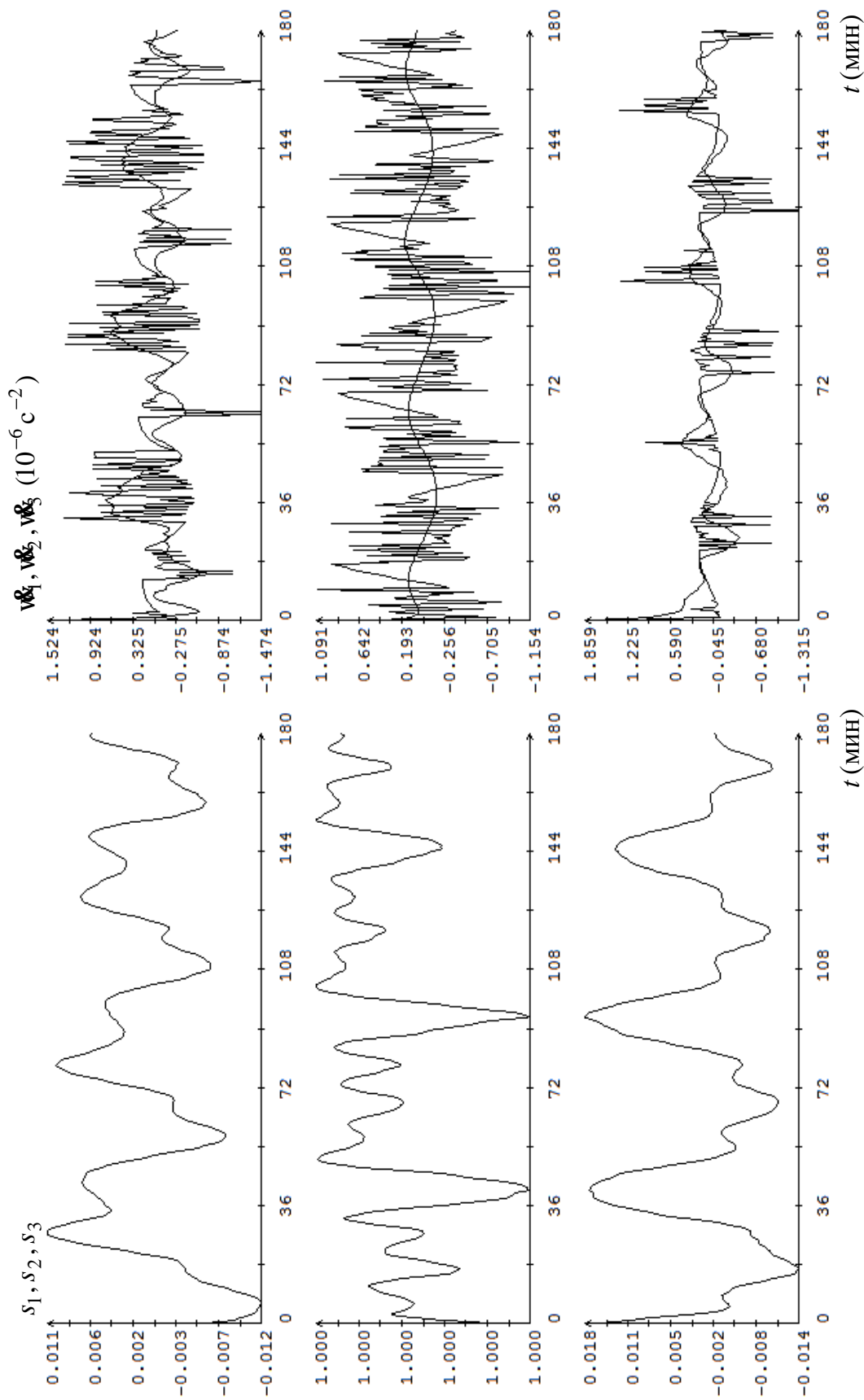


Рис. 21. Компоненты орта $s(t)$ и угловое ускорение в реконструкции солнечной ориентации спутника сглаживающим фильтром Калмана.

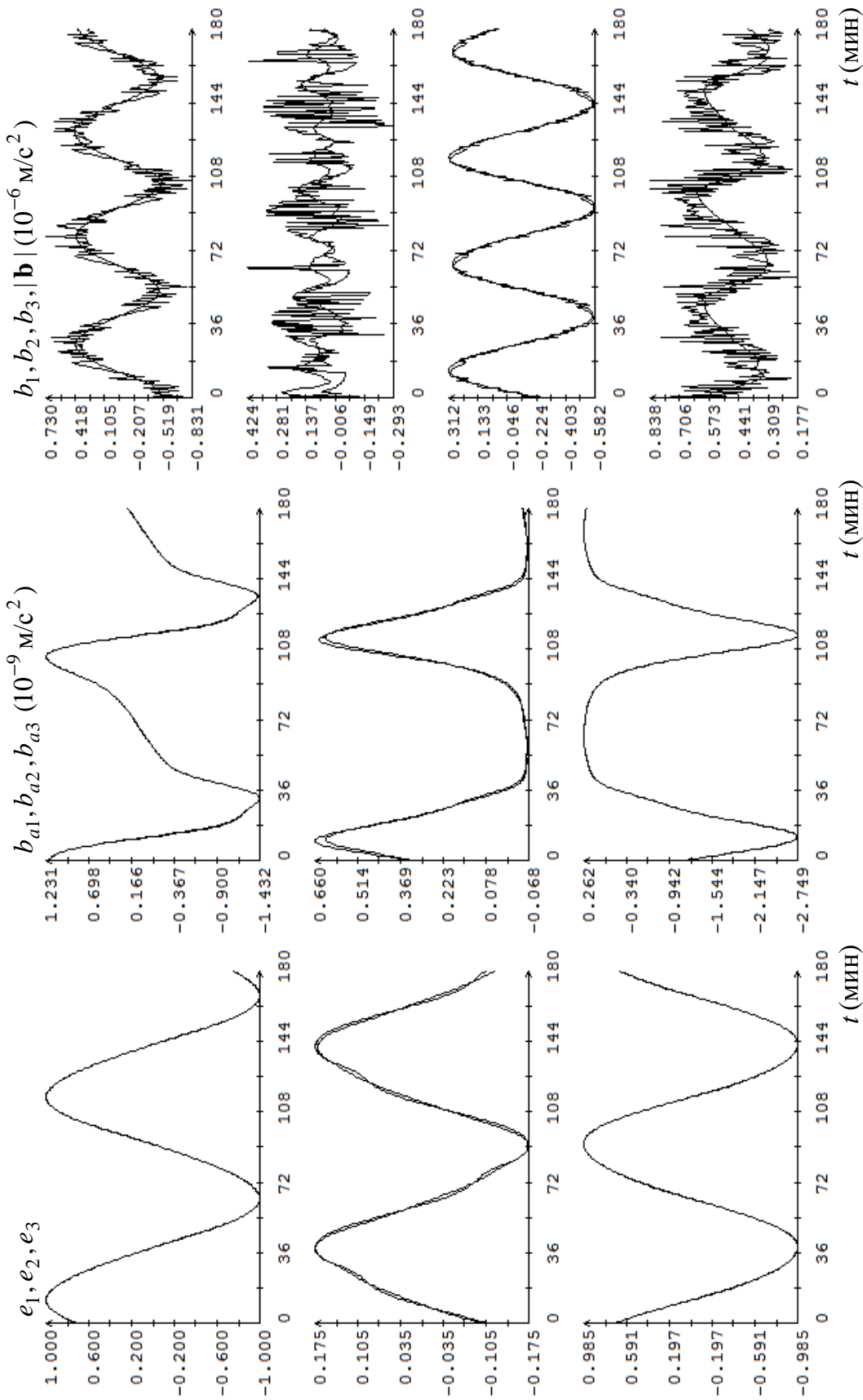


Рис. 22. Компоненты функций $e(t)$, $b_a(t)$ и микроускорение в реконструкции солнечной ориентации спутника сглаживающим фильтром Калмана.