



Герасун В.М., Пындак В.И.,
Несмиянов И.А.,
Дяшкин-Титов В.В.,
Павловский В.Е.

Манипуляторы для
мобильных роботов.
Концепции и принципы
проектирования

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Манипуляторы для мобильных роботов. Концепции и принципы проектирования / В.М.Герасун [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2012. № 44. 24 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-44>

Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук

В.М.Герасун, В.И.Пындак, И.А.Несмиянов, В.В.Дяшкин-Титов,
В.Е.Павловский

**МАНИПУЛЯТОРЫ ДЛЯ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ.
КОНЦЕПЦИИ И ПРИНЦИПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ**

Москва, 2012 г.

УДК 531.1

В.М.Герасун¹, В.И.Пындак¹, И.А.Несмиянов¹, В.В.Дяшкин-Титов¹,
В.Е.Павловский²

¹ ФГОУ ВПО Волгоградская государственная сельскохозяйственная академия

² Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН (ИПМ)

МАНИПУЛЯТОРЫ ДЛЯ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ. КОНЦЕПЦИИ И ПРИНЦИПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

АННОТАЦИЯ

Предложены концептуальные решения по синтезу манипуляторов-триподов для мобильных роботов различного назначения.

Работа частично поддержана грантами РФФИ 10-07-00409, 10-01-00160.

Ключевые слова и выражения: манипулятор, робот.

V.M.Gerasun¹, V.I.Pyndak¹, I.A.Nesmiyanov¹, V.V.Dyashkin-Titov¹,
V.E.Pavlovsky²

¹ Volgograd state agricultural academy

² Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS (KIAM)

MANIPULATORS FOR MOBILE ROBOTS. CONCEPTS AND DESIGN PRINCIPLES.

ABSTRACT

Conceptual solutions on synthesis of tripod manipulators for mobile robots of different function are offered.

The work is partially supported by the RFBR grants 10-07-00409, 10-01-00160.

Key words and phrases: manipulator, robot.

СОДЕРЖАНИЕ

	стр.
1. Введение	3
2. Особенности структурного строения пространственных манипуляторов	4
3. Геометрический синтез манипулятора для мобильного информационного робота на гусеничном шасси	6
4. Кинематика самоходного манипулятора-трипода	11
5. Силовой анализ	18
6. Заключение	22
7. Литература	22
Приложение 1.	23
Приложение 2.	24

1. Введение

Манипуляторы на основе пространственных механизмов платформенного типа обладают повышенной жесткостью, способны обеспечить достаточно высокие динамические характеристики при относительно небольшой металлоёмкости. На базе таких пространственных механизмов в Волгоградской ГСХА разработан ряд манипуляторов (рис.1), особенностями которых являются: большая зона обслуживания, возможность агрегатирования с различными энергетическими модулями, широкий набор вариантов крепления грузозахватного устройства [1, 5].

Манипулятор на основе пространственного механизма может использоваться для позиционирования инструмента, датчиков, приборов на мобильном информационном роботе на гусеничном шасси (рис.2), разработанном в ИПМ им. М.В.Келдыша РАН [2] для поиска подземных электрических и коммуникационных кабелей, магистралей тепло- и водоснабжения, схемы прокладки которых утрачены. Другое актуальное направление использования мобильного информационного робота с манипулятором-триподом, это обследование состояния заброшенных ирригационных каналов сельскохозяйственных угодий или других мелиоративных сооружений на предмет обрушений, провалов, заиления, наличия зарослей кустарников, с целью последующего планирования восстановительных работ.



Рис. 1. Манипулятор на основе пространственного механизма в виде трипода на самоходном колёсном шасси (Волгоградская ГСХА)



Рис. 2. Мобильный информационный робот на гусеничном шасси (ИПМ имени М.В.Келдыша РАН)

2. Особенности структурного строения пространственных манипуляторов

Степень подвижности манипулятора W – число независимых обобщенных координат q , однозначно определяющих положение исполнительного органа в пространстве.

$$W = \mu \cdot N - \sum_{i=1}^{\mu-1} (\mu - i) \cdot p_i \quad (1)$$

где μ – количество степеней свободы того пространства, в пределах которого работает механизм ($\mu=6$ – для пространственного движения);

N – число подвижных звеньев механизма;

P – число кинематических пар механизма;

i – подвижность пары.

Для подавляющего большинства подобных пространственных механизмов число внутренних входов $n_{\text{ц}}$ (исполнительных цилиндров) равно числу степеней подвижности W , от которых зависит максимальное число одновременных управляющих воздействий на манипулятор. Для данного пространственного манипулятора (рис.3) степень подвижности относительно шасси и соответственно число независимых обобщенных координат $q=n_{\text{ц}}=W=4$, данное равенство есть условие нормальности механизма [3].

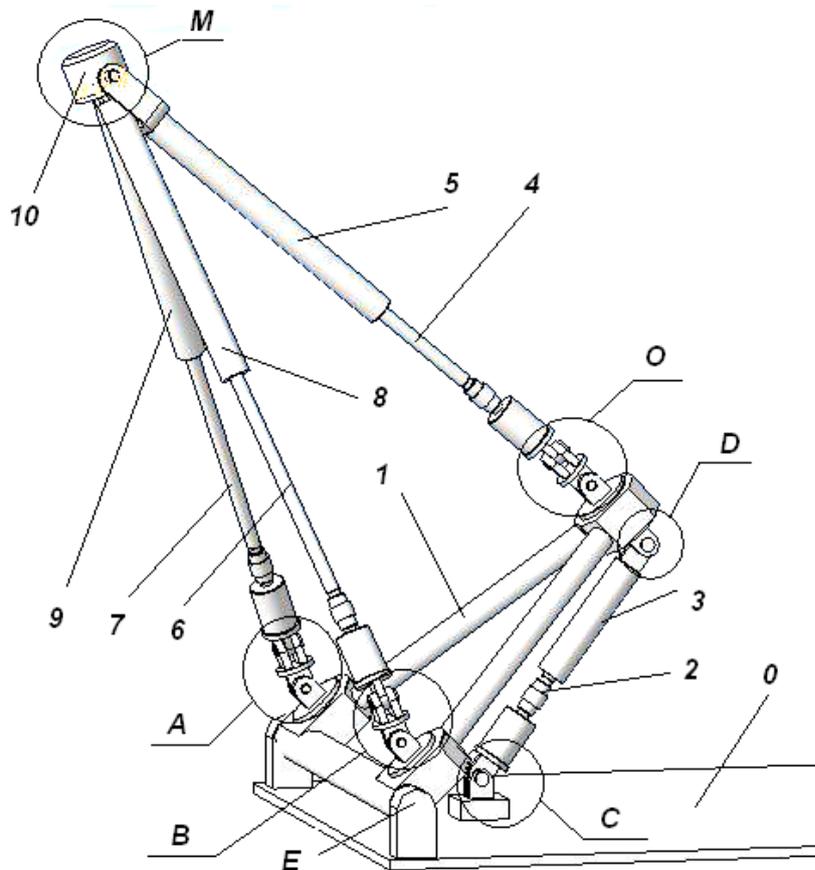


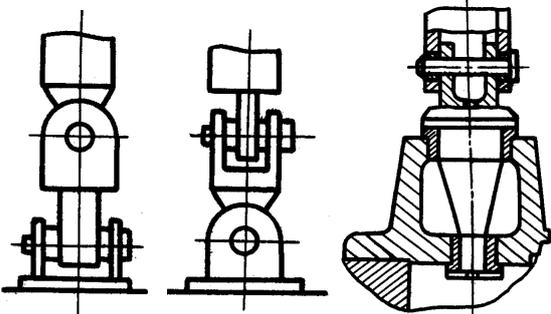
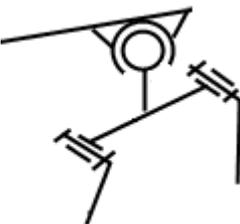
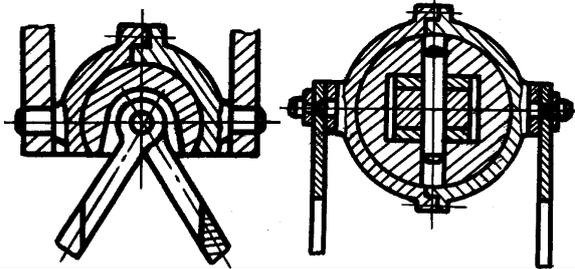
Рис. 3. Манипулятор-трипод

Для синтеза оптимального по структуре манипулятора выражение (1) принимается за целевую функцию ($W=4$). Для данного манипулятора (рис.3) число подвижных звеньев не может быть меньше 10 (схват, поворотная платформа 1 и четыре цилиндра, состоящих из поступательных пар шток-цилиндр: 2-3, 4-5, 6-7, 8-9), с учетом возможных промежуточных звеньев в составных шарнирах принимается ограничение $10 \leq N \leq 15$. Минимальное количество одноподвижных поступательных пар низшего класса равно семи – кинематические пары платформа-шасси (E), шток-платформа (D), цилиндр-шасси (C) и четыре пары шток-цилиндр, с учётом применения в механизме только лишь одноподвижных пар 5 класса их максимально количество будет 17, тогда $7 \leq p_5 \leq 16$. Ограничения по двухподвижным и трёхподвижным кинематическим парам низшего класса запишутся как: $0 \leq p_4 \leq 5$ и $0 \leq p_3 \leq 6$. Суммарное количество кинематических пар для данной схемы манипулятора не может быть менее 12, поэтому $p_5 + p_4 + p_3 \geq 12$.

Таким образом, решая оптимизационную задачу можно определить оптимальную структуру манипулятора с требуемой степенью подвижности, лишённого избыточных связей и не имеющего местных подвижностей. Наиболее рациональные варианты исполнения кинематических пар в сочленениях манипулятора-трипода приведены в таблице 1.

Таблица 1

Варианты исполнения кинематических пар в сочленениях манипулятора

Сочленения звеньев	Схема	Эскизы
Одноподвижные C, D, E		
Двухподвижные A, B, O		
Пятиподвижное M		

3. Геометрический синтез манипулятора для мобильного информационного робота на гусеничном шасси

Геометрические размеры звеньев определяются из условия реализации требуемого движения, а в частности, необходимой зоны действия, исходя из геометрических параметров мобильной платформы (рис.4).

За основные геометрические ограничения синтеза манипулятора на основе пространственного механизма примем:

- Угол сектора зоны действия в горизонтальной плоскости $\Theta \geq 90^\circ$;
- Сторона основания пирамиды исполнительного механизма $a < 500$ мм (обусловлено габаритами робота);
- Нижняя точка зоны действия схвата относительно поверхности $z_{Mmin} < 50$ мм;
- Максимальный вылет схвата от передней кромки робота $L_{max} > 300$ мм.

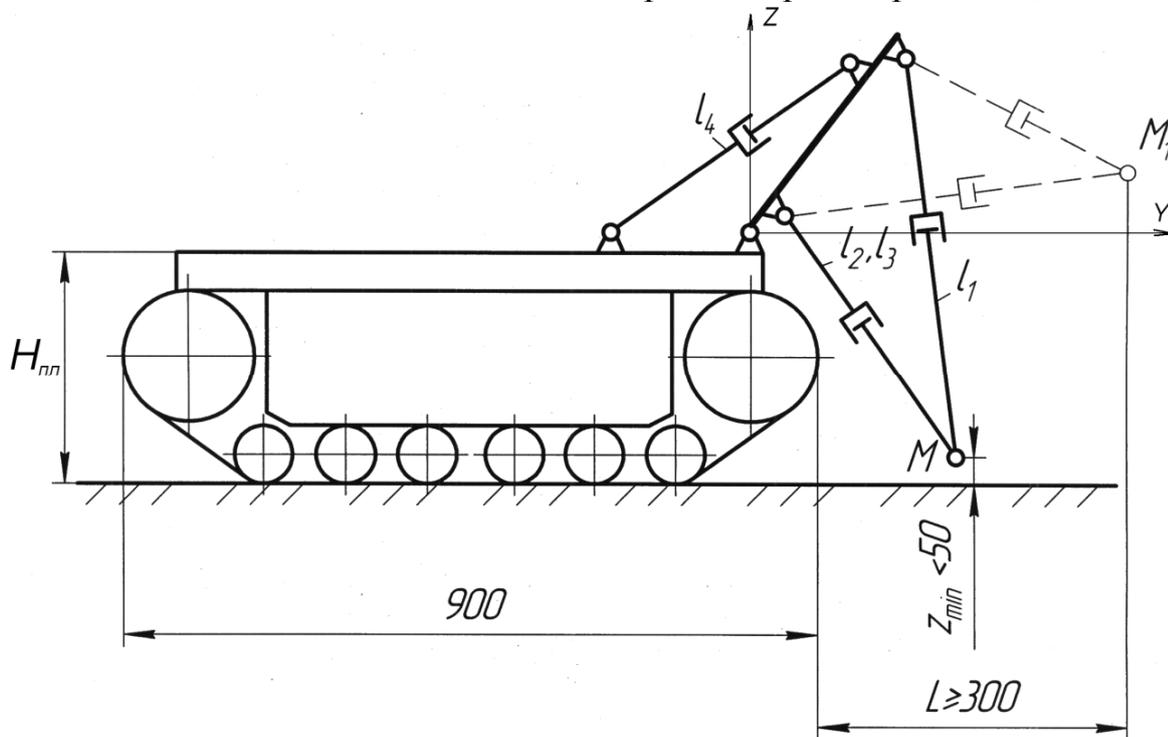


Рис. 4. Схема манипулятора на основе пространственного исполнительного механизма на базе мобильного гусеничного робота

Наибольшее значение угла сектора Θ будет в случае, когда ΔAMB параллелен плоскости XOY (рис.5), и когда длина цилиндра l_2 будет минимальной, а l_3 максимальной в крайнем левом положении, и наоборот l_2 будет максимальной, а l_3 минимальной в крайнем правом положении. Так как механизм симметричен относительно оси OY , то достаточно рассмотреть его движение при постоянной минимальной длине цилиндра l_2 и изменении только l_3 .

Приняв выше указанные допущения ($\Delta AMB \parallel XOY$ и $l_2 = const$) получим плоскую замещающую схему с качающимся цилиндром l_3 и коромыслом l_2 .

$$c = 4l_{2\min}^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) / (2k + 1) \quad (5)$$

После определения решения уравнения (2) находим максимальное удлинение цилиндра l_3 и длину стойки a

$$l_{3\max} = k \cdot h \quad (6)$$

$$a = \sqrt{l_{2\min}^2 + (l_{3\min} + h)^2 - 2l_{2\min} (l_{3\min} + h) \cdot \sin[\nu]} \quad (7)$$

Угол поворота цилиндра α находится в зависимости от угла сектора зоны действия схвата Θ как:

$$\alpha = \frac{\Theta + [\nu] - \pi/6}{2} \quad (8)$$

Зависимости угла зоны действия Θ от различных предельных углов давления $[\nu]$ приведены на рис.6.

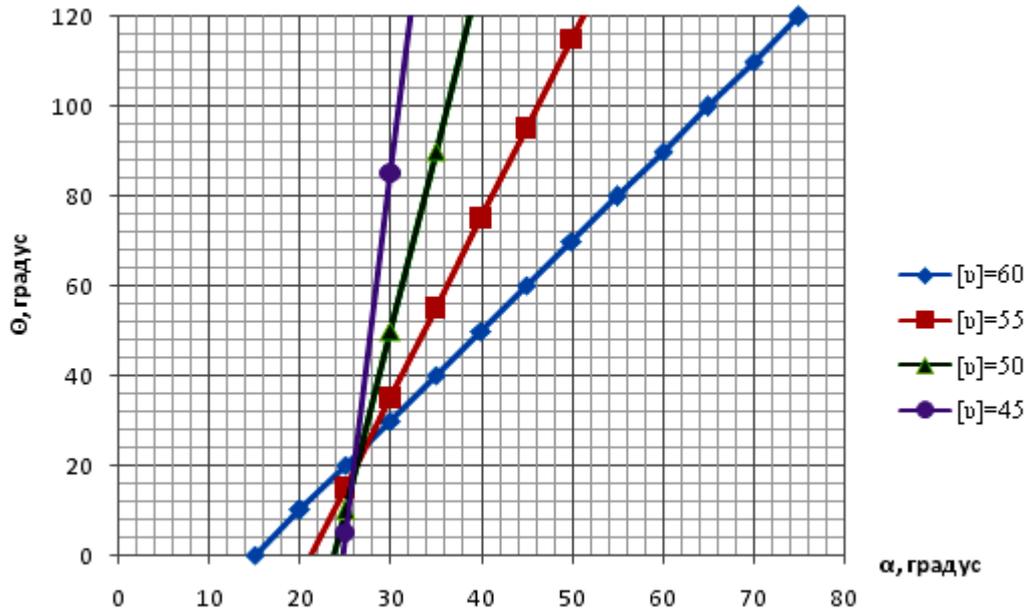


Рис. 6. Зависимость угла зоны действия Θ от угла поворота цилиндров α при различных предельных углах давления $[\nu]$

Определив удлинение h цилиндра l_3 и межосевое расстояние a , принимаем одинаковыми размеры всех цилиндров, и одинаковыми межосевые расстояния основания пирамиды с целью симметричности пространственного механизма манипулятора. Основываясь на симметричности манипулятора и предполагая, что высота крепления нижних шарниров основания пирамиды пространственного механизма манипулятора от поверхности равна высоте платформы робота получим условие (9)

$$\sqrt{l_2^2 - \frac{a^2}{4}} > (H_{nl} - z_{M_{\min}}) \quad (9)$$

из которого определяются минимальные значения длин цилиндров l_2 и l_3 . Параметры цилиндра l_4 (k_1 и h_1) определяются по зависимостям аналогичным

выражениям (2)-(7). Исходя из всех ранее найденных параметров определяется максимальный вылет схвата от кромки платформы робота

$$L_{\max} = \sqrt{l_{1\max}^2 - 3a^2/16} \quad (10)$$

Определение параметров манипулятора по заданным ограничениям проводилось на ЭВМ, в результате расчётов были получены зависимости длин цилиндров l_i и межосевых расстояний a от коэффициента удлинения k (рис.7, 8, 9). Основные оптимальные параметры манипулятора мобильного робота, удовлетворяющие всем ранее принятым ограничениям приведены в таблице 2.

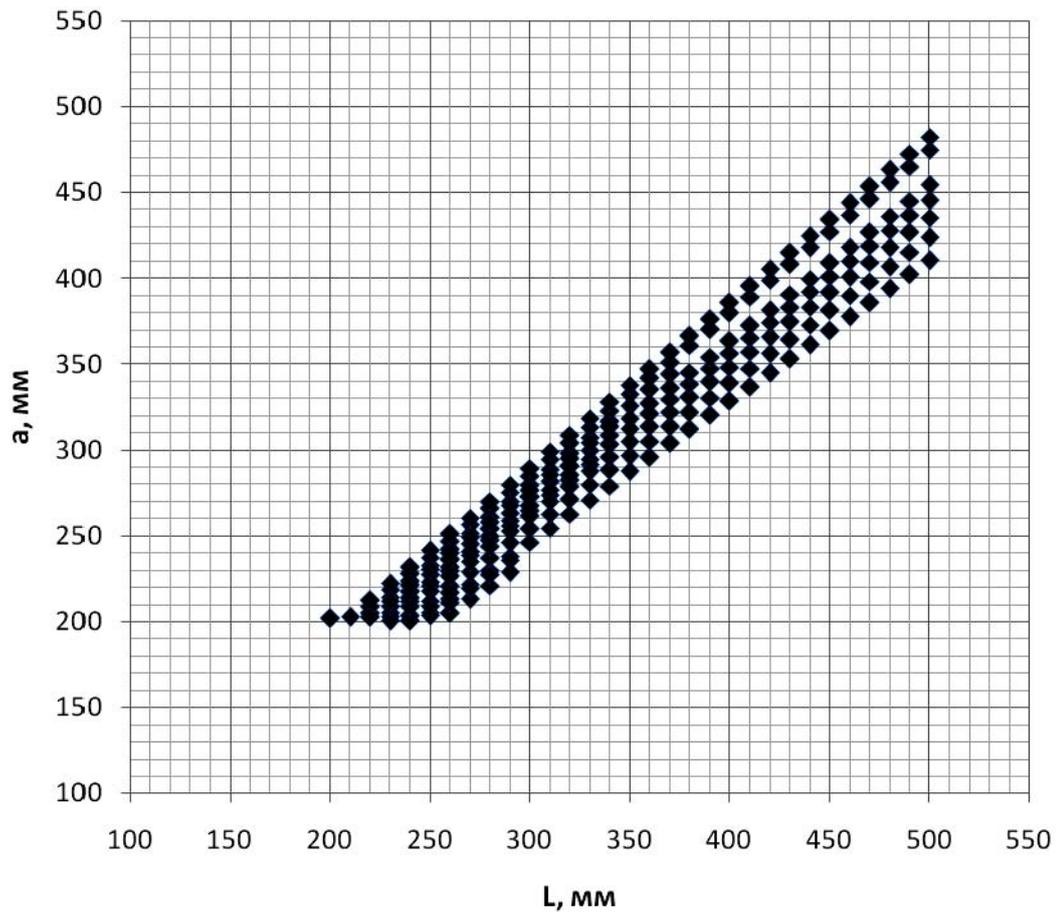


Рис. 7. Область допустимых значений длины основания пирамиды a от длины цилиндров L

Таблица 2

Оптимальные результаты синтеза при $k=1,7$ и обеспечении угла сектора зоны действия $\Theta=100^\circ$

$l_i, \text{мм}$	330	340	350	360	370	380	390	400
$a, \text{мм}$	287.44	296.15	304.86	313.57	322.28	331	339.7	348.41
$L_{\max}, \text{мм}$	303.61	312.81	322	331.21	340.41	349.61	358.81	368

При угле сектора зоны действия $\Theta=100^0$ и $k=1,7$ межосевое расстояние между точками крепления цилиндров на платформе и максимальный вылет схвата от кромки робота определяются как

$$a = 0,876 \cdot l_i \quad L_{\max} = 0,92 \cdot l_i$$

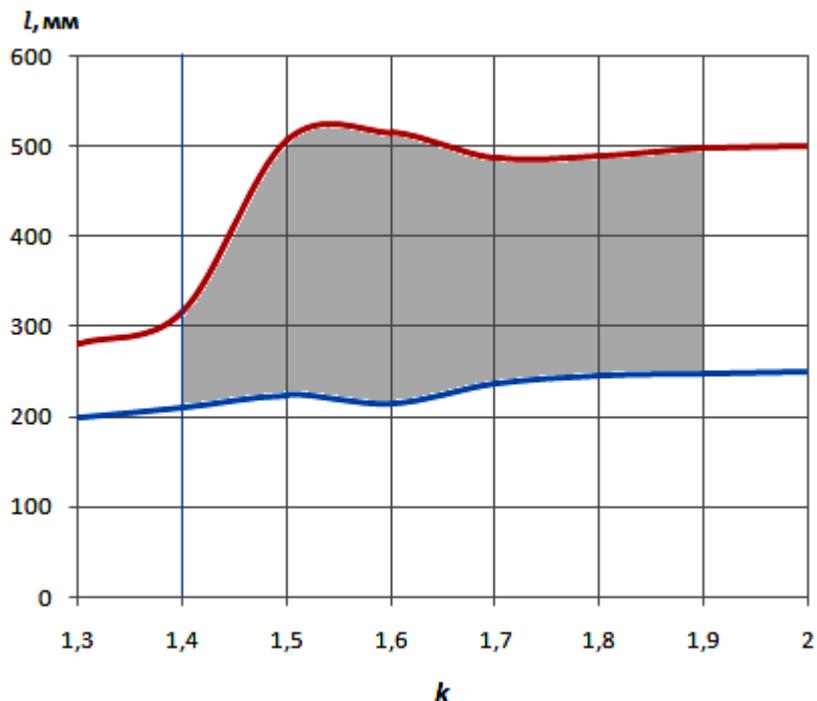


Рис. 8. Область допустимых значений l в зависимости от k из условия обеспечения необходимой зоны действия

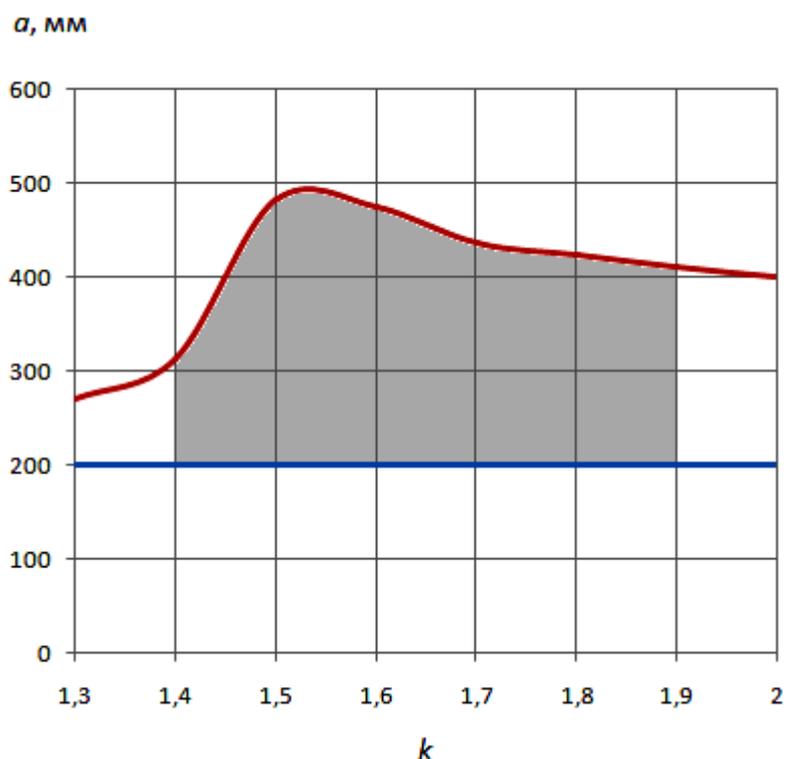


Рис. 9. Область допустимых значений a в зависимости от k из условия обеспечения необходимой зоны действия

Однако, полученные в результате синтеза параметры манипулятора могут отличаться от реальной конструкции, так как в зависимости от грузоподъёмности манипулятора возможно увеличение диаметра исполнительных цилиндров, что в свою очередь повлечёт небольшое уменьшение зоны действия.

4. Кинематика самоходного манипулятора-трипода

Особенность кинематического анализа самоходного манипулятора вытекает из особенностей самого механизма, в котором все подвижные звенья являются ведущими и имеют переменную длину. По этой причине достаточно выявить перемещения единственной «определяющей» точки M , к которой прикреплены штоки трех цилиндров (актуаторов) и схват.

Теоретическая зона возможных перемещений точки M зависит от соотношения длин цилиндров L_1, L_2, L_3, L_4 от взаиморасположения их точек крепления и от величины перемещения самого шасси.

Для определения траектории перемещения точки M было принято допущение – независимость трех движений, а именно:

I-ое движение - за счет изменения длин цилиндров трипода;

II-ое движение – за счет изменения длины цилиндра L_4 ;

III-е движение – за счет перемещения самого шасси в продольном направлении.

Тогда траектория точки M определяется суммой этих движений:

$$\begin{cases} X_M = X_{MI} + X_{MII} + X_{MIII}; \\ Y_M = Y_{MI} + Y_{MII} + Y_{MIII}; \\ Z_M = Z_{MI} + Z_{MII} + Z_{MIII}. \end{cases} \quad (11)$$

где X_M, Y_M, Z_M - координаты точки M в результирующем движении, X_{Mi}, Y_{Mi}, Z_{Mi} ($i=I, II, III$) координаты точки M в i -ом движении.

Для составления уравнений связи между координатами точки M , длинами цилиндров и взаиморасположением их точек крепления была использована известная зависимость [4] между координатами двух точек в пространстве и расстоянием между ними. Эти уравнения применительно к рассматриваемой схеме имеют следующий вид для пространственного перемещения точки M от изменения $L_1+L_2+L_3$ (рис.10) (движение I):

$$\begin{cases} X_{MI}^2 + Y_{MI}^2 + Z_{MI}^2 = L_1^2; \\ (X_{MI} - a)^2 + (Y_{MI} - b)^2 + (Z_{MI} + c)^2 = L_2^2; \\ (X_{MI} + a)^2 + (Y_{MI} - b)^2 + (Z_{MI} + c)^2 = L_3^2. \end{cases} \quad (12)$$

где a, b, c – координаты точек крепления цилиндров;

L_1, L_2, L_3 – текущие значения длин цилиндров 1, 2 и 3 соответственно.

Решив систему (12) получаем зависимости координат точки $M(X_{M1}, Y_{M1}, Z_{M1})$ от длин цилиндров L_1, L_2, L_3 и координат точек крепления цилиндров в виде системы:

$$\begin{cases} X_{M1} = \frac{L_3^2 - L_2^2}{4a}; \\ Y_{M1} = \frac{-abX + c\sqrt{Y}}{4a(b^2 + c^2)}; \\ Z_{M1} = \frac{acX + b\sqrt{Y}}{4a(b^2 + c^2)}. \end{cases} \quad (13)$$

где $X = L_2^2 + L_3^2 - 2L_1^2 - 2(a^2 + b^2 + c^2),$
 $Y = (b^2 + c^2) \left[16aL_1^2 - (L_3^2 - L_2^2)^2 \right] - a^2 X^2.$

Для плоского вращения точки M вокруг точки C за счет изменения длины цилиндра L_4 (рис. 11) (движение II):

$$\begin{cases} X_{MII} = 0; \\ (Y_{MII} - f)^2 + (Z_{MII} + g)^2 = MC^2; \\ (Y'_0 - d)^2 + (Z'_0 + e)^2 = L_4; \\ (Y'_0 - f)^2 + (Z'_0 + g)^2 = O'C^2; \\ (Y_{MII} - Y'_0)^2 + (Z_{MII} - Z'_0)^2 = O'M^2. \end{cases} \quad (14)$$

где d, e, f, g – координаты точек крепления цилиндра и поворотного основания;

$O'C = const$ – расстояние, определяемое конструкцией поворотного основания;

MC и $O'M$ – расстояние, определяемые конструкцией манипулятора, взятые при $L_i = L_{imin} (i=1, 2, 3)$ где L_{imin} – минимальная длина i – го цилиндра.

Решив систему (14) получаем зависимость координат точки $M(X_{MII}, Y_{MII}, Z_{MII})$ от L_4 , координат точек крепления четвертого (поворотного) цилиндра и поворотного основания в виде систем

$$\begin{cases} X_{MII} = 0; \\ Y_{MII} = f \pm \sqrt{MC^2 - (Z_{MII} + g)^2}; \\ Z_{MII} = \frac{F_3 \pm \sqrt{F_3^2 + 4K_2 F_4}}{2K_2}. \end{cases} \quad (15)$$

где $F_3 = 4 \left[O'C^2 \left(\frac{F_1 \pm \sqrt{F_1^2 + 4K_1 F_2}}{2K_1} - g \right) + (MC^2 - O'M^2) \left(\frac{F_1 \pm \sqrt{F_1^2 + 4K_1 F_2}}{2K_1} + g \right) \right];$

$$F_4 = 4(MC^2 - g^2) \left[O'M^2 - \left(\frac{F_1 \pm \sqrt{F_1^2 + 4K_1 F_2}}{K_1} \right)^2 \right] - \left(O'C^2 - O'M^2 - MC^2 - g \frac{F_1 \pm \sqrt{F_1^2 + 4K_1 F_2}}{K_1} \right)^2,$$

$$F_2 = 4(O'C - g^2)(L_4^2 - e^2) - \left[(d - f)^2 - (O'C^2 - g^2 + L_4^2 - e^2) \right]^2,$$

$$F_1 = 4[(g + e) - (g - e)^2 - (d - f)^2] \left[(g - e)(o'c^2 - L_4^2) \right],$$

$$K_2 = 4 \cdot O'C^2,$$

$$K_1 = 4[(d - f)^2 + (g - e)^2].$$

Для линейного перемещения точки M за счет движения шасси (рис.12) (движение III):

$$\begin{cases} X_{MIII} = 0; \\ Y_{MIII} = L_5; \\ Z_{MIII} = 0. \end{cases} \quad (16)$$

где L_5 – перемещение шасси.

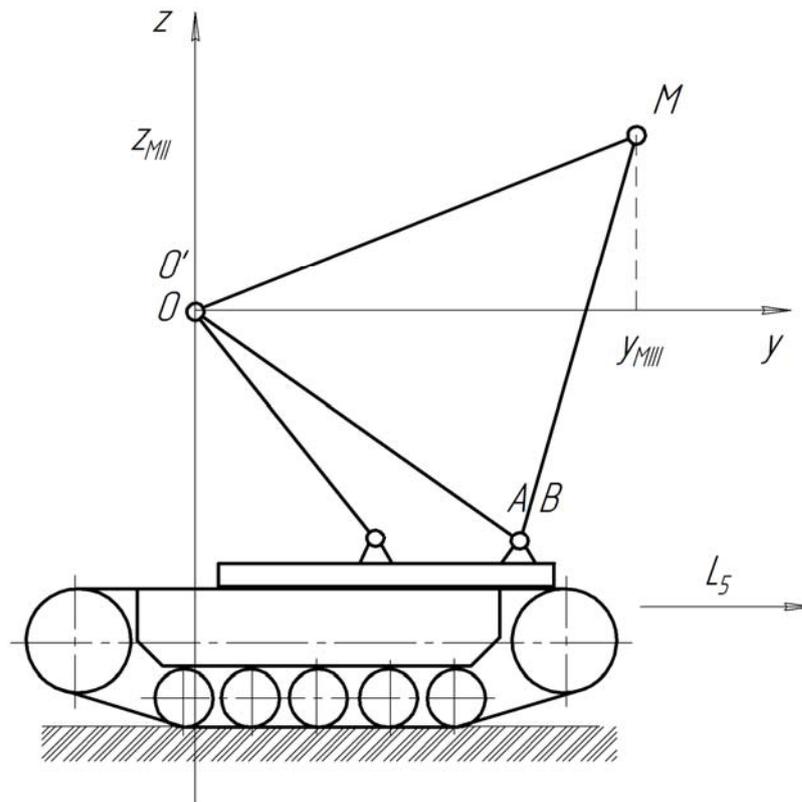


Рис. 12. К определению линейного перемещения точки M

Подставляя полученные зависимости (13), (14) и (16) в уравнение (11) получим следующую систему:

$$\begin{cases} X_M = \frac{L_3^2 - L_2^2}{4a}; \\ Y_M = \frac{-abX + c\sqrt{Y}}{4a(b^2 + c^2)} + f \pm \sqrt{MC^2 - \left[\frac{F_3 \pm \sqrt{F_3^2 + 4K_2F_4}}{2K_2} + g \right]^2} + L_5; \\ Z_M = \frac{acX + b\sqrt{Y}}{4a(b^2 + c^2)} + \frac{F_3 \pm \sqrt{F_3^2 + 4K_2F_4}}{2K_2} \end{cases} \quad (17)$$

Полученная система уравнений полностью определяет теоретическую область кинематически возможных перемещений точки M в пространстве, т.е. теоретическую зону работы гидроманипулятора (рис.13).

Указанная зона является графическим отображением решения системы (17) и образуется следующим образом. При неподвижном шасси и крайнем нижнем положении поворотного основания зона возможных перемещений точки M (вершины пирамиды, образованной тремя цилиндрами L_1 , L_2 и L_3) представляет собой объем фигуры $M_1...M_8$, образованной пересечением шести сферических поверхностей радиусом L_{min} и L_{max} , имеющих центры последовательно в точках O , A и B , где L_{min} и L_{max} – соответственно минимальная и максимальная длина каждого цилиндра L_1 , L_2 , L_3 . Здесь M_n ($n=1, 2...8$) характерные положения точки M , по достижению которых дальнейшее перемещение груза возможно осуществить изменением направления перемещения штока работающего цилиндра или включением в работу другого цилиндра.

Дополнительная рабочая зона образуется при развороте основания с помощью цилиндра L_4 . В этом случае фигура $M_1...M_8$ разворачивается относительно оси СД, занимая положение $M_9...M_{16}$. при перемещении шасси происходит дальнейшее расширение зоны работы гидроманипулятора. изображенная на рис 13 сложная геометрическая фигура $M_1...M_{32}$ ($n=1, 2 ...32$) и является кинематически возможной зоной перемещения точки M , несущей на себе схват. В пределах этой фигуры возможно перемещение вершины пирамиды в любом направлении в пространстве.

Для того чтобы сравнить кинематические возможности манипулятора с другими механизмами позиционирования необходимо полученные значения координат точки M выразить через углы поворота верхнего цилиндра L_1 , который можно считать стрелой, имеющей переменную длину. Обозначим углы поворота этой стрелы в вертикальной и горизонтальной плоскостях соответственно через φ и ψ и изобразим верхний цилиндр L_1 в виде отрезков $O'M$ в системе координат $OXYZ$ (рис. 14). рассматриваемый отрезок имеет

переменную длину и может занимать различные положения в пространстве в зависимости от сочетания длин L_1, L_2, L_3, L_4 и переменная L_5 . Однако последний фактор, т.е. перемещение L_5 не влияет на величину углов φ и ψ , поэтому его можно не рассматривать. Тогда траектория точки O' определяется одним вращательным движением в плоскости YOZ , а точка M совершает сложное движение, представляемое собой сумму вращательного в той же плоскости и пространственного движения в любом направлении в объеме фигуры $M_1 \dots M_{32}$ (рис. 13).

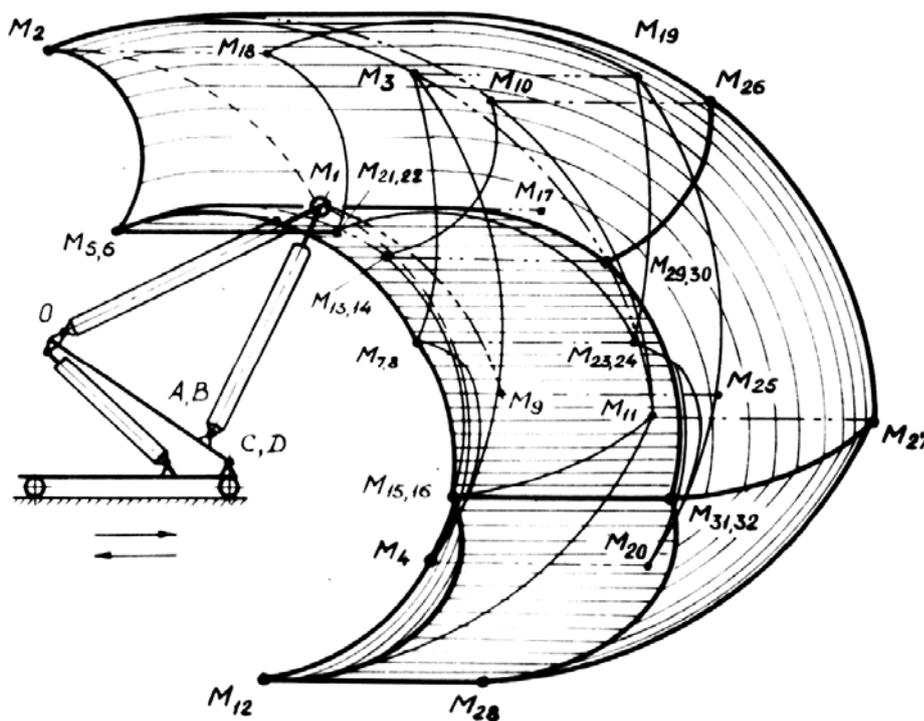


Рис. 13. Зона действия схвата манипулятора

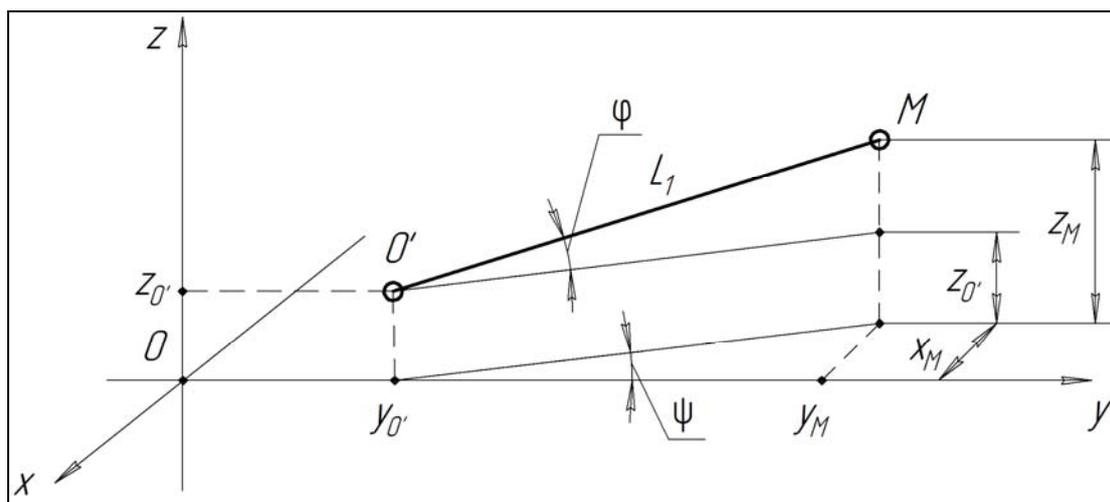


Рис. 14. К определению углов поворота

Из рис. 14 видно, что искомые углы φ и ψ можно определить следующим образом:

$$\varphi = \arcsin \frac{Z_M - Z_{O'}}{L_1} \quad (18)$$

$$\psi = \arctg \frac{X_M X_{O'}}{Y_M - Y_{O'}} \quad (19)$$

где $X_M, Y_M, Z_M, X_{O'}, Y_{O'}, Z_{O'}$ координаты точек M и O' и определяются по следующим зависимостям:

$$\begin{cases} X_M = \frac{L_3^2 - L_2^2}{4a}; \\ Y_M = \frac{-abX + c\sqrt{Y}}{4a(b^2 + c^2)} + f \pm \sqrt{Mc^2 - \left[\frac{F_3 \pm \sqrt{F_3^2 + 4K_2F_4}}{2K_2} + g \right]^2}; \\ Z_M = \frac{acX + b\sqrt{Y}}{4a(b^2 + c^2)} + \frac{F_3 \pm \sqrt{F_3^2 + 4K_2F_4}}{2K_2}. \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} X_{O'} = 0; \\ Y_{O'} = f \pm \sqrt{O'C^2 - \left(\frac{F_1 \pm \sqrt{F_1^2 + 4K_1F_2}}{2K_1} + g \right)^2}; \\ Z_{O'} = \frac{F_1 \pm \sqrt{F_1^2 + 4K_1F_2}}{2K_1}. \end{cases} \quad (21)$$

Подставляя значения X_M, Y_M, Z_M и $X_{O'}, Y_{O'}, Z_{O'}$ в (18) и (19) и проводя соответствующие преобразования, получим:

$$\varphi = \arcsin \frac{(acX + b\sqrt{Y})K_1K_2 + 2a(b^2 + c^2) \left[(F_3 \pm \sqrt{F_3^2 + 4K_2F_4})K_1 - (F_1 \pm \sqrt{F_1^2 + 4K_1F_2})K_2 \right]}{L_1} \quad (22)$$

$$\psi = \arctg \frac{(L_3^2 - L_2^2)(b^2 + c^2)K_1K_2}{(-abX + c\sqrt{Y})K_1K_2 \pm 2a(b^2 + c^2)} \times \quad (23)$$

$$\times \frac{1}{\left[K_1 \sqrt{4Mc^2K_2^2 - (F_3 \pm \sqrt{F_3^2 + 4K_2F_4} + 2gK_2)^2} - K_2 \sqrt{4o'c^2K_1^2 - (F_1 \pm \sqrt{F_1^2 + 4K_1F_2} + 2K_1g)^2} \right]}$$

5. Силовой анализ

Силовой анализ всей конструкции разделен на два этапа: первоначально рассмотрена трехстержневая пространственная система, смонтированная на неподвижном поворотном основании, а затем учитывается поворот системы.

Тогда определение усилий в цилиндрах сводится к разложению внешней силы на три направления в пространстве. Рассмотрим общий случай, считая что по отношению к осям координат внешняя сила направлена произвольно (рис. 15). Этим учитывается уклон местности, ветровые нагрузки и ряд других факторов.

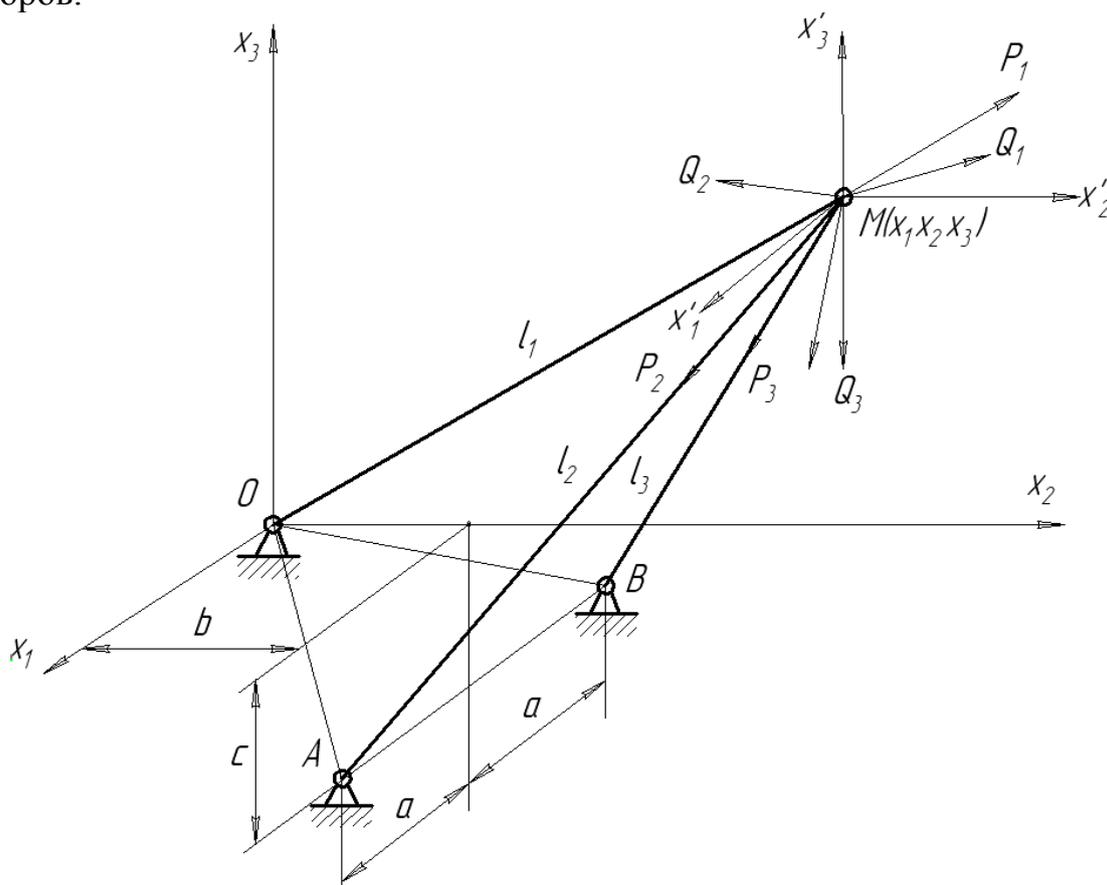


Рис. 15. К силовому анализу манипулятора

Введем следующие обозначения: l_j - текущие значения длины силовых цилиндров. P_j - усилия на штоках цилиндров, Q_j - проекции внешней силы на оси координат. X_j - координаты точки M пересечения осей симметрии цилиндров в системе координат $OX_1X_2X_3$; a_{ij} - координаты точек крепления корпусов цилиндров на основании в системе координат $M(x'_1x'_2x'_3)$ ($i=j=1, 2, 3$).

Внешняя сила приложена к вершине M трехстержневого узла. Силы, проходящие через эту точку, в системе координат $M(x'_1x'_2x'_3)$ должны удовлетворять следующему условию:

$$\begin{cases} \lambda_{11}P_1 + \lambda_{12}P_2 + \lambda_{13}P_3 \pm Q_1 = 0; \\ \lambda_{21}P_1 + \lambda_{22}P_2 + \lambda_{23}P_3 \pm Q_2 = 0; \\ \lambda_{31}P_1 + \lambda_{32}P_2 + \lambda_{33}P_3 - Q_3 = 0. \end{cases} \quad (24)$$

где λ_{ij} – косинусы углов, образуемых цилиндрами с осями координат (направляющие косинусы): $i=j=1,2,3$.

Введем новые неизвестные

$$N_j = \frac{P_j}{\ell_j} \quad (25)$$

Имея ввиду известные соотношения для определения направляющих косинусов и воспользовавшись (25) система уравнений (24) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} a_{11}N_1 + a_{12}N_2 + a_{13}N_3 \pm Q_1 = 0; \\ a_{21}N_1 + a_{22}N_2 + a_{23}N_3 \pm Q_2 = 0; \\ a_{31}N_1 + a_{32}N_2 + a_{33}N_3 - Q_3 = 0. \end{cases} \quad (26)$$

Благодаря этому удается избежать предварительного определения направляющих косинусов, коэффициентами при новых неизвестных являются непосредственно координаты концов цилиндров в системе координат $M(x'_1x'_2x'_3)$. В результате решения системы уравнений (26) перехода с помощью (25) и усилиям P_j и возвращения к системе координат $OX_1X_2X_3$ полагая, что составляющие Q_1 и Q_2 имеют отрицательный знак, получим:

$$\begin{cases} P_1 = \frac{[(x_2 - b)Q_3 - (x_3 + c)Q_2]\ell_1}{bx_3 + cx_2}; \\ P_2 = \frac{[(bx_3 + cx_2)Q_1 + (ax_3 - cx_1)Q_2 - (ax_2 + b)Q_3]\ell_2}{2a(bx_3 + cx_2)}; \\ P_3 = -\frac{[(bx_3 + cx_2)Q_1 - (ax_3 + cx_1)Q_2 + (ax_2 - bx_1)Q_3]\ell_3}{2a(bx_3 + cx_2)}. \end{cases} \quad (27)$$

При инженерных расчетах можно считать, что внешняя сила направлена вертикально: $Q_1=Q_2=0$; $Q_3=Q$. Для «компенсации» этого допущения, а также для учета динамичности системы и, в частности, связанного с этим явления перераспределения усилий между цилиндрами, введем соответствующие коэффициенты k_D . Тогда зависимости (27) принимают вид:

$$\begin{cases} P_1 = \frac{x_2 - b}{bx_3 + cx_2} k_D \ell_1 Q; \\ P_2 = -\frac{ax_2 + bx_1}{2a(bx_3 + cx_2)} k_D \ell_2 Q; \\ P_3 = -\frac{ax_2 - bx_1}{2a(bx_3 + cx_2)} k_D \ell_3 Q. \end{cases} \quad (28)$$

Как известно из кинематического анализа координаты вершины $M(x_1, x_2, x_3)$ являются функциями длин силовых цилиндров:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{\ell_3^2 - \ell_2^2}{4a}; \\ x_2 = \frac{-abU + c\sqrt{V}}{4a(b^2 + c^2)}; \\ x_3 = \frac{acU + b\sqrt{V}}{4a(b^2 + c^2)}. \end{cases} \quad (29)$$

где

$$U = \ell_2^2 + \ell_3^2 - 2\ell_1 - 2(a^2 + b^2 + c^2),$$

$$V = (b^2 + c^2) \left[16a^2\ell_1^2 - (\ell_3^2 - \ell_2^2)^2 \right] - a^2U^2.$$

Усилия P_1, P_2, P_3 также являются функциями длины силовых цилиндров и целиком и полностью зависят от величины хода и последовательности перемещений штоков цилиндров, поскольку, в свою очередь $\ell_j = f(y_j)$, где y_j – текущее значение хода штока соответствующего цилиндра.

При повороте основания, несущего трехстержневую пространственную систему, происходит перераспределение усилий в цилиндрах. Найденные зависимости (27) и (28) могут быть справедливы для любого положения основания, если под размерами a, b, c определяющими местонахождение опор A, O и B в подвижной системе координат $OX_1X_2X_3$ (рис.15) подразумевать их текущие значения в системе координат $O'X'_1X'_2X'_3$, оси которой параллельны и одинаковы ориентированы по отношению к базовой системе отсчета $O_1X_1X_2X_3$.

При практических расчетах более удобно предполагать используя принципы относительности движения, что система является неподвижной, а направление действия внешней силы Q изменяется, отклоняясь на угол Θ , равный углу поворота основания (рис. 16).

Начало отсчёта этого угла берется при $\ell_4 = \ell_{\min}$ где ℓ_4 - текущее значение длины цилиндра поворота основания. В этом случае за основу принимаются формулы (27) считая, что при $\Theta = 0$ сила Q направлена вертикально, значения составляющих по осям координат этой силы находятся из соотношений:

$$Q = 0; \quad Q_2 = Q \sin \Theta; \quad Q_3 = Q \cos \Theta; \quad (30)$$

В общем случае, когда первоначально высшая сила задана своими проекциями Q_j на оси координат, их новые значения Q'_j определяются зависимостями:

$$Q'_1 = Q_1; \quad Q'_2 = Q_2 \sin \Theta; \quad Q'_3 = Q_3 \cos \Theta; \quad (31)$$

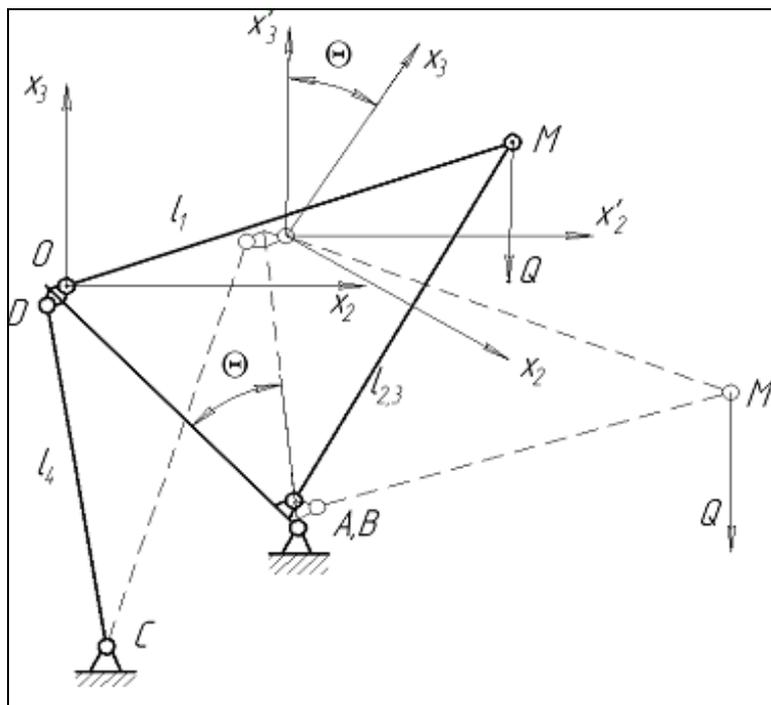


Рис. 16. К силовому анализу манипулятора при повороте его основания

В результате силового анализа трехстержневой пространственной системы, проводимого с помощью формул (27) и (28) установлено, что усилие P_1 в верхнем цилиндре 1 (OM) достигает максимального значения при перемещении вершины M в крайнее нижнее положение, что соответствует следующему сочетанию длин цилиндров:

$$l_1 = l_{\max}; \quad l_2 = l_{\min}; \quad l_3 = l_{\min}; \quad (32)$$

При наклоне основания с помощью цилиндра 4 (CD) происходит дальнейшее возрастание усилия P_1 .

Максимальные значения усилия P_2 и P_3 в нижних цилиндрах имеют место при перемещении вершины M в горизонтальной плоскости, когда длины цилиндров определяются зависимостями

$$l_1 = l_{\min}; \quad l_2 = l_{\min}; \quad l_3 = l_{\max}; \quad (33)$$

или

$$l_1 = l_{\min}; \quad l_2 = l_{\max}; \quad l_3 = l_{\min};$$

При этом, если $P_2 = P_{2\max}$, то $P_3 = P_{3\min}$ и наоборот. После решения главной задачи силового анализа – определения усилий в цилиндрах, дальнейший расчет системы производится известными способами. Для нахождения усилий в цилиндре 4 (CD) поворота основания составляются обычные уравнения равновесия.

6. Заключение

В работе предложена концепция манипулятора-трипода для мобильных роботов. Выполнены необходимые условия проектирования таких манипуляторов – кинематический синтез и силовой расчет. Показаны возможные примеры использования подобных манипуляторов.

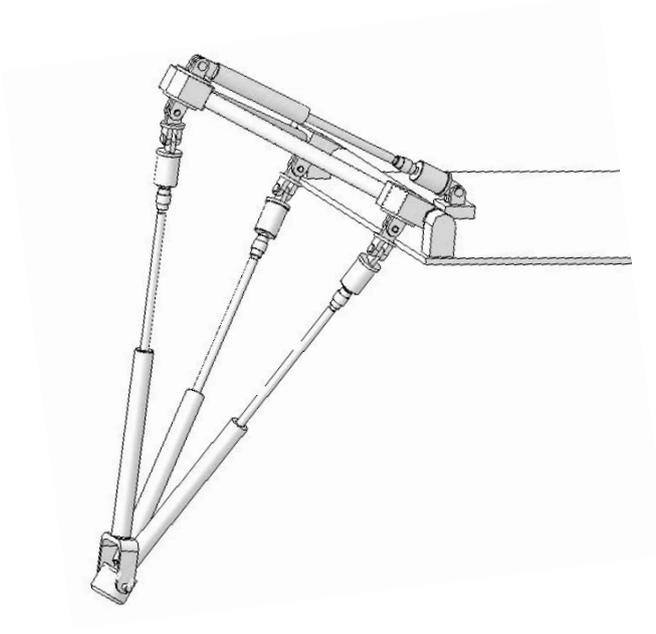
В развитие работы предполагается отработка манипулятора-трипода на мобильном гусеничном роботе в ИПМ им.М.В.Келдыша РАН.

7. Литература

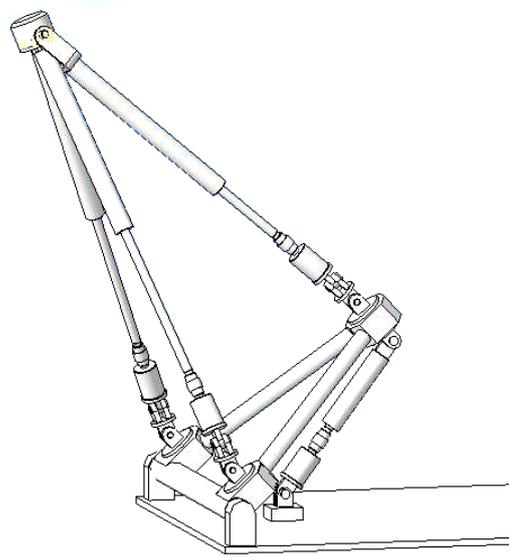
1. Герасун В.М., Рогачёв А.Ф., Несмиянов И.А. Опыт использования пространственных механизмов в кинематических цепях манипуляторов. Экстремальная робототехника. // Труды XXI Международной научно-практической конференции. Санкт-Петербург: Изд-во "Политехника-сервис", 2010.-с.169-172.
2. В.Е.Павловский, В.В.Евграфов, А.Н.Забегаяев, А.В.Калиниченко, В.В.Павловский, Н.В.Петровская. Мобильный информационный робот на гусеничном шасси. Экстремальная робототехника. // Труды XXI Международной научно-практической конференции. Санкт-Петербург: Изд-во "Политехника-сервис", 2010.- с.103-108.
3. Семёнов Ю.А., Семёнова Н.С. Структурный анализ механизмов // Теория механизмов и машин. 2003, №2, с.3-14.
4. Жуковский Н.Е. Теоретическая механика. Учеб. пособ. для вузов. Изд.2. Л.: Главполиграфиздат, 1952. - 812 с.
5. Исследование телескопических грузоподъёмных устройств. Отчёт по НИР.- Тема Б-667406 №ГР 75024886 /Листопад Г.Е., Строков В.Л., Пындак В.И., Герасун В.М., Худяков Л.Н./ВСХИ. – Волгоград, 1978 г. – 98 с.

Приложение 1.

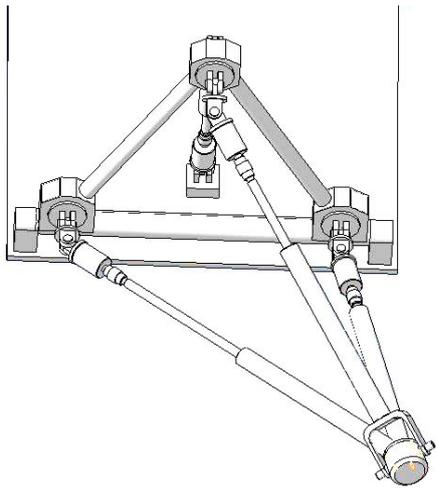
Моделирование положений спроектированного манипулятора в КОМПАС-3D



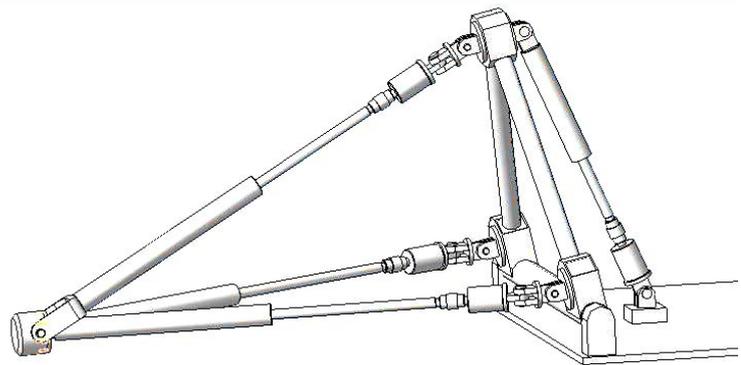
Положение схвата в нижней точке
зоны действия



Положение схвата в наивысшей точке
зоны действия



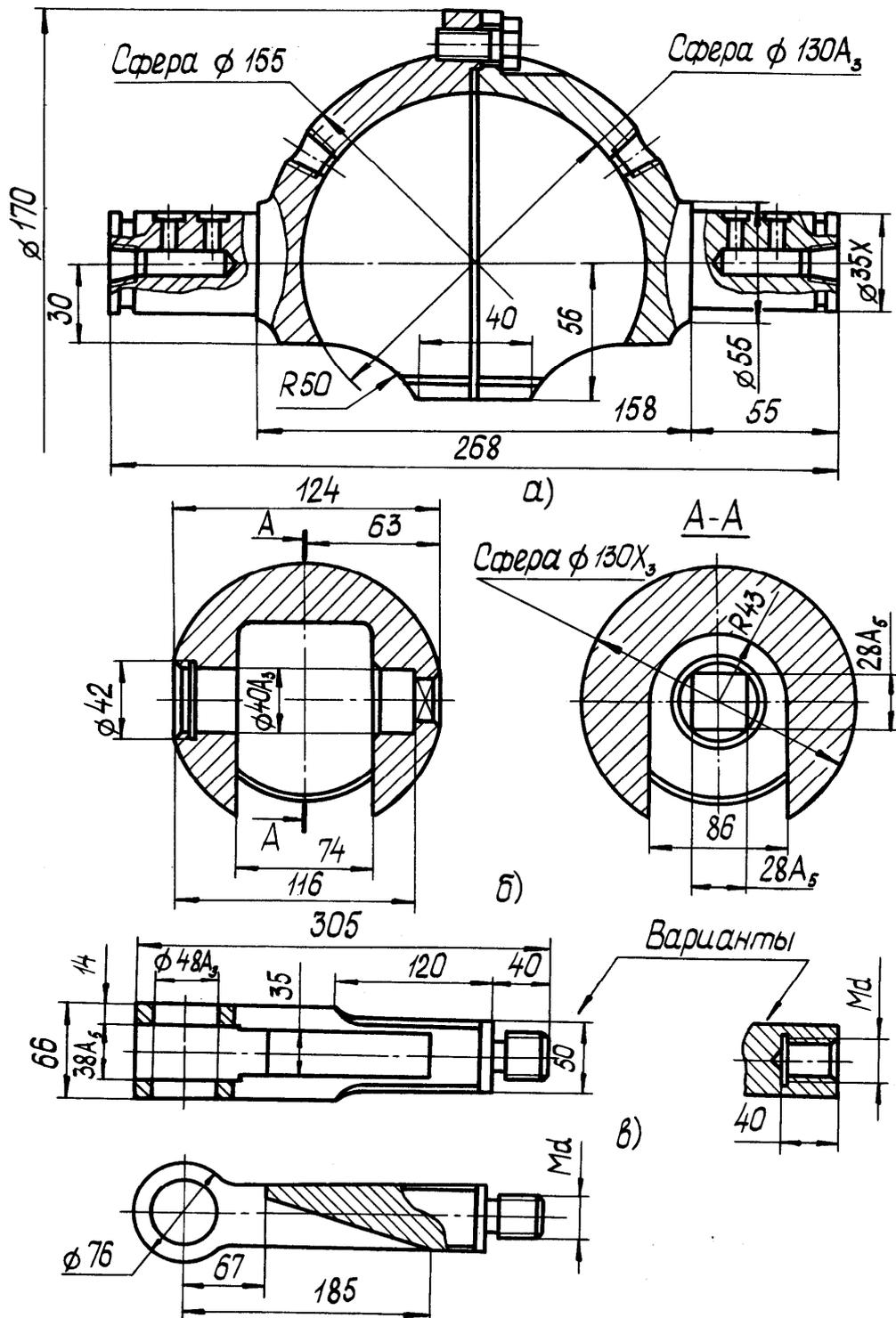
Поворот схвата в горизонтальной
плоскости



Максимальный вылет схвата от
передней кромки робота

Приложение 2.

Конструктивное исполнение элементов унифицированного шарнира М



Подписано в печать 28.06.2012. Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 1,4. Тираж 59 экз. Заказ 58.
ИПМ им.М.В.Келдыша РАН. 125047, Москва, Миусская пл., 4.