



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • [Электронная библиотека](#)

[Препринты ИПМ](#) • [Препринт № 49 за 2013 г.](#)



[Гинзбург С.Л.](#), [Дьяченко В.Ф.](#),  
[Имшенник В.С.](#)

Генерация протонов  
высоких энергий в 3D-  
модели взаимодействия  
мощного лазерного  
излучения с плазмой  
сверхкритической плотности

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Гинзбург С.Л., Дьяченко В.Ф., Имшенник В.С. Генерация протонов высоких энергий в 3D-модели взаимодействия мощного лазерного излучения с плазмой сверхкритической плотности // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2013. № 49. 30 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-49>

О р д е н а Л е н и н а  
И Н С Т И Т У Т П Р И К Л А Д Н О Й М А Т Е М А Т И К И  
и м е н и М . В . К е л д ы ш а  
Р о с с и й с к о й а к а д е м и и н а у к

**С.Л. Гинзбург, В.Ф. Дьяченко, В.С. Имшенник**

**Генерация протонов высоких энергий в 3D-модели  
взаимодействия мощного лазерного излучения  
с плазмой сверхкритической плотности**

**Москва — 2013**

**Гинзбург С.Л., Дьяченко В.Ф., Имшенник В.С.**

Генерация протонов высоких энергий в 3D-модели взаимодействия мощного лазерного излучения с плазмой сверхкритической плотности

В трехмерной (3D) модели взаимодействия мощного электромагнитного поля с плазмой сверхкритической плотности путем численного решения уравнений Максвелла – Власова получен эффект генерации протонов высоких энергий, впервые открытый в экспериментах 2000 года на Петаваттном лазере Ливерморской Национальной Лаборатории им. Лоуренса (США).

**Ключевые слова:** Максвелл, Власов, электромагнитное поле, лазерное излучение, протоны высоких энергий, релятивистские электроны.

**Sarra lazarevna Ginzburg, Vladimir Fedotovitch Dyachenko,  
Vladimir Sergeevich Imshennik**

Generation of high-energy protons in 3D - model of interaction between powerful laser radiation with plasma supercritical density

In a three-dimensional (3D) model of interaction of powerful electromagnetic field with a supercritical plasma density by numerical solution of the equations of Maxwell – Vlasov received effect of the generation of high-energy protons for the first time opening in experiments in 2000 on the Petawatt laser Lawrence Livermore National Laboratory (USA).

**Key words:** Maxwell, Vlasov, electromagnetic field, laser radiation, high energy protons, relativistic electrons.

## Оглавление

1. Введение.....	3
2. Постановка задачи для 3D-модели.....	7
2.1. Безразмерная система уравнений. Геометрия области решения. Граничные и начальные условия задачи .....	7
2.2. Единицы измерения 3D-модели. Безразмерные параметры задачи.....	10
3. Результаты расчетов 3D-модели.....	12
4. Энергетические спектры электронов и протонов на верхней границе расчетной области $z = Z$ .....	23
5. Заключение .....	27
Литература .....	30

Система уравнений Максвелла – Власова в трехмерном пространстве (3D - модель) применяется для численного моделирования взаимодействия лазерного излучения огромной мощности потока энергии (вектор Пойнтинга  $3 \cdot 10^{20}$  Вт/см<sup>2</sup>) с твердотельной мишенью из пластика (СН), имеющей сверхкритическую плотность вещества в случае неодимого лазера с длиной волны излучения  $\lambda = 1.05$  мкм (десятикратной). Представленная серия численных расчетов 3D - модели электрон – протонной плазмы, по крайней мере качественно, подтверждает полученный впервые в известных экспериментах 2000 года в Ливерморской Национальной Лаборатории им. Лоуренса (США) эффект ускорения протонов до очень высоких энергий (более 20 МэВ) со значительной интегральной по спектру долей энергии от энергии лазерного излучения (около 5%). В 3D - модели реализуется ранее полученный авторами эффект аномального поглощения лазерного излучения путем задания в начальных условиях шероховатости поверхности мишени, по-видимому естественной, имитируемой бугорками с характерными размерами порядка длины волны излучения. Существенно, что данный нелинейный механизм взаимодействия лазерного излучения с плазмой допускает возможность частичного отражения падающего лазерного излучения, так что в данной 3D - модели эффект отражения (по энергии) составил почти 2/3 падающего излучения. Расчеты показали, что генерация протонов высоких энергий происходит во всем внутреннем объеме плазмы (конечная толщина мишени в 3D - модели, а также конечное время лазерного импульса заимствовались из эксперимента в ЛНЛ).

Для непосредственного сравнения с экспериментом даются детальные энергетические спектры протонов и электронов, покинувших заднюю границу плазменной мишени. У протонов обнаружено возникновение многопикового (и многопучкового по телесному углу) спектра. Спектры электронов имеют совершенно иной характер: длинный «хвост» с ультрарелятивистскими энергиями при сравнительно скромной средней энергии. Применимость бесстолкновительного описания и протонов и электронов вплоть до полного разрушения плазменной мишени обоснована оценками чрезвычайно больших времен максвеллизации этих частиц.

## 1. Введение

Особый интерес вызывают результаты, полученные впервые в известных лазерных экспериментах с облучением твердотельных мишеней С.П. Хатчетта и др. [1] в Ливерморской Национальной Лаборатории им. Лоуренса (США), в которых, в частности, были надежно зарегистрированы протоны высоких энергий (до 55 МэВ), причем как на пластиковой мишени (СН), так и на золотой мишени (Au). В последующие годы такого рода эксперименты были продолжены во многих лабораториях со все возрастающей интенсивностью: см., например, работу К. Огуры и др. [2], где можно найти большой список подобных работ, в которых удалось не только повторить результаты исследований в

[1], но даже немного повысить характерные энергии ускоренных протонов (до  $\sim 70$  МэВ) путем увеличения мощности сфокусированного лазерного пучка прежде всего.

В представленной работе мы пытаемся применить для теоретической интерпретации указанных экспериментов разработанную нами 3D-модель, исходящую из классической системы уравнений Максвелла – Власова и описанную нами довольно подробно в работе [3]. В ней содержится подтверждение и обоснование нелинейного 3D - механизма поглощения лазерного излучения плазмой со сверхкритической плотностью, впервые предложенного нами в 2D - модели с той же системой уравнений [4]. Тем не менее в качестве базового варианта расчета в [3] была выбрана весьма умеренная мощность лазерного излучения со значением модуля вектора Пойнтинга  $P = 5.558 \cdot 10^{16}$  Вт/см<sup>2</sup> и с длиной волны третьей гармоники неодимового лазера  $\lambda = 0.351$  мкм. Заметим также, что указанная мощность при описании лазерного излучения монохроматической электромагнитной волной, соответствовала амплитудам напряженностей электрического и магнитного поля  $E_0 = 4.58 \cdot 10^3$  МВ/см и  $B_0 = 15.27$  МГц (равных друг другу в гауссовой системе единиц). Такой выбор параметров электромагнитной волны был замечателен тем, что эта величина  $E_0$  была близка значению кулоновского электрического поля на боровской орбите атома водорода ( $5.140 \cdot 10^3$  МВ/см [5]). Главной целью численного решения задачи [3] была демонстрация эффективности нелинейного 3D-механизма взаимодействия излучения с шероховатой поверхностью мишени, которая в действительности могла быть качественно отождествлена с реальной шероховатостью такой поверхности. Фактически это получилось, однако, при характерных размерах заданных на ней бугорков поверхности порядка длины волны рассматриваемого излучения. Характерные размеры, конкретно говоря, цилиндров, имитирующих в данной модели реальную шероховатость поверхности, получились путем оптимизации равными по высоте 0.0670 мкм и по радиусу 0.050 мкм, намного уступая поперечному размеру мишени в десятки и сотни микрометров [1, 2], описываемому приближенно в 3D - модели периодическими граничными условиями [3].

В данной работе мы принимаем следующие характеристики падающей на поверхность мишени электромагнитной волны (монохроматической с длиной волны  $\lambda = 1.05$  мкм): мощность  $P = 3 \cdot 10^{20}$  Вт/см<sup>2</sup> из [1], так что амплитуды напряженностей электрической и магнитной компонент становятся равны соответственно  $E_0 = 3.36 \cdot 10^5$  МВ/см и  $B_0 = 1.12 \cdot 10^3$  МГц. При этом следует оговориться, что для падающей электромагнитной волны задается (см. [3]) круговая поляризация, а не линейная. Последнее условие более предпочтительно в численном расчете, поскольку в таком случае модуль вектора Пойнтинга строго постоянен во времени, а не пульсирует с высокой частотой самой волны. Это описание, казалось бы, более приемлемо также и с точки зрения свойств лазерного излучения, которое, считается неполяризованным.

По всей вероятности сразу нужно заметить, что исходные уравнения Максвелла – Власова в данной работе рассматриваются в гауссовой системе единиц для величин электромагнитного поля, которое в 3D - модели имеет максимальное число из шести компонент. Выше же были приведены значения этих величин в СИ (SI), (практических единицах) для иллюстративных целей, которые к представленной 3D - модели прямого отношения не имеют. Огромная мощность падающей электромагнитной волны, заимствованная из эксперимента, приводит к развитию в веществе мишени, которое мы далее будем считать полностью ионизованным и к тому же состоящим из смеси электронов и протонов (электрон – протонной плазмой) с учетом релятивистских эффектов, в особенности, конечно, для электронной компоненты. При этом нужно иметь в виду, что уравнения Власова для бесстолкновительной плазмы являются релятивистски инвариантными (см. книгу [6]). Входящая в эти уравнения сила Лоренца – релятивистски инвариантна, точно так же как и система уравнений Максвелла, служащая для определения величин электромагнитного поля в плазме.

Обсуждение постановки задачи начнем с определения равных друг другу начальных концентраций электронов и протонов плазмы, локальные величины которых в процессе взаимодействия падающей электромагнитной волны с плазмой, конечно, уже отличаются. Итак, прежде всего, определим начальные концентрации этих частиц, свойственные твердотельным плотностям вещества порядка  $1 \text{ г / см}^3$ . Эти концентрации нужно сравнивать с критической величиной концентрации электронов, равной:

$$N_{cr} = (m\omega^2 / 4\pi e^2), \quad (1)$$

где  $m$  и  $e$  – масса покоя и электрический заряд электронов. Их значения, будучи подставлены в (1) вместе с круговой частотой падающей электромагнитной волны  $\omega = 1.79 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$  (для  $\lambda = 1.05 \text{ мкм}$ ), дают величину:

$$N_{cr} = 1.000 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}, \quad (2)$$

которая весьма мала по сравнению с концентрацией электронов при полной ионизации практически всех твердых тел. Для плотности вещества  $\rho_0 = 1 \text{ г / см}^3$ , состоящего из одних атомов водорода, концентрация  $N_0$  равна

$$N_0 = \frac{\rho_0}{m_p} = \frac{1}{1.673 \cdot 10^{-24}} = 5.977 \cdot 10^{23} \text{ см}^{-3}. \quad (3)$$

В (3), конечно, подразумевалась полная ионизация. Соответствующая оценка процесса ионизации вещества только электронным ударом, приведенная в [3], показывает, что эффектом кинетики ионизации можно, вообще говоря, пренебрегать. В самом деле, согласно оценке из [3] (см. уравнение (П.7)) характерное

время ионизации  $t_{ion}$  со значением концентрации атомов водорода  $N_0$  из (3), будет равно  $t_{ion} = 6.73 \cdot 10^{-16}$  с, которое уступает периоду падающей электромагнитной волны  $\frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1.79 \cdot 10^{15}} = 3.51 \cdot 10^{-15}$  с в несколько раз (в 5.22 раза). В

данной оценке максимальная скорость электронов (с целью завышения оценки времени  $t_{ion}$ ) была взята равной скорости света. Поскольку полученная величина  $t_{ion}$  входит показателем экспоненты в (П.8) из [3], такое понижение по сравнению с величиной периода означает возможность полностью пренебрегать характерными временами кинетики ионизации.

В случае пластиковой мишени (СН) более вероятна неполная ионизация атомов углерода и превращения их в однократно или двух–четырёх–кратно заряженные ионы. Даже с плотностью для пластика  $\rho_0 = 0.15$  г/см<sup>3</sup>, принятой в [3], мы получаем величину  $N_0 = (2.07 \div 6.21) \cdot 10^{22}$  см<sup>-3</sup> с  $Z_0 = (2 \div 6)$  и  $A_0 = 13$  (СН) из очевидного соотношения (4):

$$N_0 = \frac{Z_0}{A_0} \cdot \frac{\rho_0}{m_0}, \quad (4)$$

где появляется множитель  $Z_0 / A_0$ , отношение заряда и массы атомных ядер вещества мишени, а  $m_0$  – единица атомного веса. Строго говоря, полученная концентрация  $N_0$  относится только к электронам ( $N_{0e}$ ). Концентрация протонов будет при этом равна  $N_{op} = 1.04 \cdot 10^{22}$  см<sup>-3</sup> независимо от предполагаемой степени ионизации атомов углерода. Поэтому, полагая в дальнейшем безразмерную концентрацию  $n_0 = 10$ , мы приравниваем ее к концентрации протонов, а не электронов, у которых величина  $n_0$  может быть заметно выше, чем принятое значение в нашей электрон – протонной модели вещества мишени, тем более что плотность пластика  $\rho_0$  тоже может быть выше принятой величины  $\rho_0 = 0.15$  г/см<sup>3</sup>. Можно надеяться, что указанные неточности в определении величины начальной концентрации не приведут к завышению окончательных характеристик генерации протонов высоких энергий.

Таким образом, можно прийти к заключению, что начальная концентрация электронов плазмы превосходит критическую величину, по крайней мере, в десять раз. Именно такое соотношение было принято в нашей работе [3], и в целях сопоставления результатов нам будет удобно в данной работе сохранить это десятикратное превышение концентрации электронов в качестве начального условия и, конечно, из-за отсутствия экспериментальных данных о начальной концентрации электронов в [1].

Было бы рискованно наши последующие результаты сопоставлять с экспериментами, в которых облучалась золотая мишень (Au), поскольку нет возможности сколько-нибудь надежно оценить начальные концентрации электронов в таком веществе. Результаты 3D - моделирования целесообразно сопоставлять

только с более простым случаем пластиковой мишени (СН), причем, и по причине получения в экспериментах для такой мишени рекордного эффекта ускорения протонов [1].

В дальнейшем для постановки задачи мы воспользуемся начальными условиями для толщины (СН) мишеней, соответствующими данными из [1]:  $L = (20 - 120)$  мкм, приняв минимальную толщину  $L_{\min} \approx 20$  мкм. Кроме того, для длительности лазерного импульса  $T = (0.5 - 5) \cdot 10^{-12}$  с из [1] также выберем минимальное время  $T_{\min} \approx 5 \cdot 10^{-13}$  с. Такой выбор этих минимальных величин представляется естественным для реализации полных расчетов 3D - моделей, причем со значительным продлением времени расчетов после прекращения лазерного импульса.

## 2. Постановка задачи для 3D – модели

### 2.1. Безразмерная система уравнений. Геометрия области решения. Граничные и начальные условия задачи

Численные 3D - расчеты нелинейного взаимодействия электромагнитной волны с рассматриваемой плазмой продемонстрированы в работах [3, 7]. В цитированных работах была предложена модель взаимодействия излучения с плазмой в рамках системы уравнений Максвелла – Власова, так что плазма описывалась в бесстолкновительном приближении. В представленной работе поверхность плазмы задается шероховатой, с выступами (бугорками), расположенными по поверхности симметрично в обоих направлениях с некоторым периодом порядка длины волны излучения. Соответственно, лазерное излучение в виде падающей электромагнитной волны полагается имеющим круговую поляризацию. Предположение о монохроматичности волны принимается как естественное для лазерного излучения.

Основные принципы расчетного алгоритма, т.е. разностная схема для уравнений Максвелла и метод макрочастиц для уравнения Власова изложены в работах [8, 9].

Взаимодействие электромагнитной волны с бесстолкновительной плазмой описывается системой уравнений Максвелла – Власова [6, 10]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \nabla \times \mathbf{B} + \mathbf{j} &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E} &= 0, \\ \frac{\partial f_{e,p}}{\partial t} + \mathbf{v}_{e,p} \cdot \frac{\partial f_{e,p}}{\partial \mathbf{r}} + q_{e,p} (\mathbf{E} + \mathbf{v}_{e,p} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_{e,p}}{\partial \mathbf{p}} &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$



где  $\mathbf{E}(t, \mathbf{r})$  – напряженность электрического поля;  $\mathbf{B}(t, \mathbf{r})$  – магнитная индукция;  $f_{e,p}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$  – функции распределения электронов и протонов соответственно;  $\mathbf{v}_{e,p} = \partial \varepsilon_{e,p} / \partial \mathbf{p}_{e,p} \equiv \mathbf{p}_{e,p} / \varepsilon_{e,p}$  – скорости;  $\varepsilon_{e,p} = [(m_{e,p})^2 + (\mathbf{p}_{e,p})^2]^{1/2} = w_{e,p} + m_{e,p}$  – энергии, а  $w_{e,p}$  – кинетические энергии частиц;  $m_{e,p}$  – массы покоя,  $q_{e,p}$  – заряды, соответственно, электронов и протонов плазмы, которые равны для электронов  $m_e = 1$  и  $q_e = -1$ , а для протонов  $m_p = 1836$  и  $q_p = 1$ .

Плотность тока  $\mathbf{j} = \sum q_{e,p} \int \mathbf{v}_{e,p} f_{e,p} d\mathbf{p}$  с суммированием по сортам частиц.

Здесь и далее используются следующие единицы измерения:

времени  $[t] = 1/\omega$ ,  $\omega$  – круговая частота падающего излучения; расстояния  $[|\mathbf{r}|] = c/\omega$ ,  $c$  – скорость света; электромагнитных полей  $[|\mathbf{E}|] = [|\mathbf{B}|] = mc\omega/e$ ,  $m$  и  $e$  – масса покоя и заряд электрона; концентрации  $[n] = m\omega^2/4\pi e^2$ ,  $n = \int f d\mathbf{p}$ , где  $[f_{e,p}] = \omega^2/(4\pi e^2 m^2 c^3)$ ; импульсов  $[|\mathbf{p}|] = mc$ ; энергий  $[\varepsilon] = [w] = mc^2$ ; скоростей  $[|\mathbf{v}|] = c$ .

Функции распределения электронов и протонов в зависимости от их кинетических энергий (а не импульсов)  $\varphi_{e,p}(t, \mathbf{r}, w_{e,p})$ , которые понадобятся ниже, имеют единицу измерения  $[\varphi_{e,p}] = m^2 c [f_{e,p}] = \omega^2/(4\pi e^2 c^2)$ , поскольку их интегралы по вектору импульса ( $d\mathbf{p}_{e,p}$ ) и по энергии ( $dw_{e,p}$ ) должны тождественно совпадать. Соответственно интегральные функции распределения после интегрирования по координатному пространству  $\int \varphi_{e,p} d\mathbf{r} = F_{e,p}(w_{e,p})$  получатся в единицах  $[F_{e,p}] = c/(4\pi e^2 \omega)$ , что нетрудно проверить по выполнению тождества  $\int F_{e,p} dw_{e,p} \equiv \int n_{e,p} d\mathbf{r}$ , где записано просто полное число частиц во всем фазовом пространстве задачи. Время  $t$  является параметром всех рассмотренных функций распределения.

Падающая электромагнитная волна (лазерное излучение) – монохроматическая волна с круговой поляризацией и с постоянной амплитудой  $a$ , распространяющаяся вдоль оси  $z$  за конечное время  $t_f$ :

$$E_x = B_y = a \cos(z - t), \quad E_y = -B_x = a \sin(z - t) \quad (0 \leq t \leq t_f). \quad (6)$$

Полагая, что мощное электрическое поле волны и последующая ионизация электронами ионизируют поверхностный слой практически мгновенно, будем считать плазму в начальный момент ( $t = 0$ ) полностью ионизованной. В то же время будем считать ее холодной и неподвижной, так что начальные функции распределения электронов и протонов имеют вид:

$$f_{e,p}(0, x, y, z, p_x, p_y, p_z) = n_0(x, y, z) \delta(p_x) \delta(p_y) \delta(p_z), \quad (7)$$

где функция  $n_0(x, y, z)$  – одинаковая концентрация, а  $p_x, p_y, p_z$  – импульсы электронов и протонов с дельта – функциями от них.

Облучаемая плазма расположена в полупространстве с  $z \geq 0$  и имеет бугорчатую поверхность с выступами. В расчетах принимались во внимание выступы, каждый имеющий, простоты ради, форму цилиндра с круговым основанием при  $z = z_0 + h$  и собственной осью в направлении оси координат  $z$ . На рис. 1 представлены проекции начального состояния плазмы на плоскости  $(x, y, z = z_0)$ ,  $(x, 0, z)$  и  $(0, y, z)$  для указанного типа выступов, расположенных на поверхности плазмы в её середине.

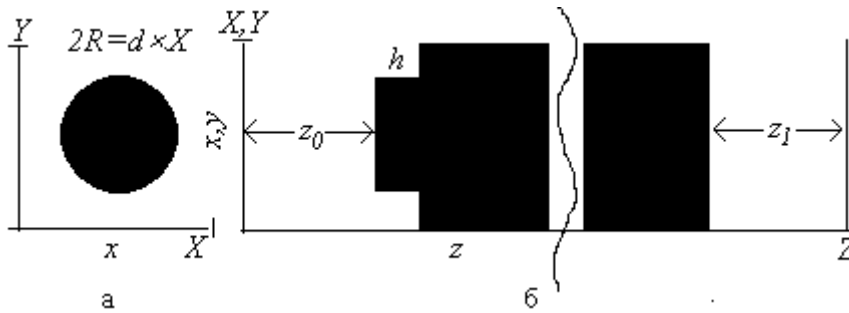


Рис. 1. Проекции начального состояния плазмы на плоскостях  $(x, y, z = z_0)$ ,  $(x, 0, z)$  и  $(0, y, z)$  и выступов цилиндрической формы радиуса  $R$  и высоты  $h$ , расположенных на поверхности плазмы в её середине. Разрыв параллелепипеда подчеркивает его значительную протяженность вдоль оси  $z$ .

Плазма в начальный момент времени имеет периодическую структуру по осям  $x$  и  $y$ , которая предположительно сохраняется и при  $t > 0$  ( $X = Y$  представляют её боковые границы).

Итак, плазма в момент  $t = 0$  на рис 1 имеет форму прямоугольного параллелепипеда, причем с квадратным основанием и имеющего цилиндрический выступ.

Главные параметры задачи: амплитуда падающей электромагнитной волны  $a$  и начальная концентрация протонов и электронов  $n_0$ . Параметрами также являются другие характеристики начальной конфигурации плазмы (см. рис. 1) –  $z_0$  – минимальное расстояние от плоскости  $z = 0$  (нижняя граница) до поверхности выступа;  $z_1$  – ширина области вакуума от плазмы до верхней границы  $Z$ ; относительный диаметр  $d$ , определяющий диаметр круга  $2R = d \times X$  у цилиндрического выступа;  $h$  – высота выступа.

Расчетная область решения:

$$0 < x < X, 0 < y < Y, 0 < z < Z \quad (8)$$

с заданными параметрами  $X, Y, Z$ .

Граничные условия задачи формулируются следующим образом [3]:

$$E_x + B_y = 2a \cos t, \quad E_y - B_x = -2a \sin t \quad (\text{при } z = 0), \quad (9)$$

что, очевидно, описывает заданную падающую волну с круговой поляризацией, но допускает и возможность выхода отраженной от плазмы волны (см. ниже), а также

$$E_x - B_y = 0, \quad E_y + B_x = 0 \quad (\text{при } z = Z), \quad (9')$$

означающие беспрепятственный выход волны изнутри и отсутствие падающей извне волны (так сказать, из внешней области  $z > Z$ ).

Сделанные утверждения можно просто доказать подстановкой выражений (6) для компонент падающей электромагнитной волны с  $z = 0$  в граничное условие (9), которое при этом превращается в тождество. Таким же образом можно убедиться в возможности прохождения через эту границу отраженной волны, поскольку при подстановке соотношений  $E_x = -B_y$  и  $E_y = B_x$ , справедливых, как это можно доказать, для самого общего вида отраженной электромагнитной волны, левая часть условий (9) обращается в нуль при наличии падающей волны (6) (свойство суперпозиции электромагнитных полей [10]). Конечно, еще предписываются периодические граничные условия по осям  $x$  и  $y$ , о важной роли которых уже говорилось (см. Введение).

Используя приведенные выше граничные условия в виде их следствия получаем очевидный закон сохранения энергии: проинтегрированная по времени энергия падающей через границу  $z = 0$  электромагнитной волны в каждый момент времени равна сумме кинетических энергий всех электронов и протонов, находящихся в плазме или покинувших её через границы  $z = 0$  и  $z = Z$ , плюс энергия образовавшегося внутри плазмы электромагнитного поля с учетом его истоков из плазмы через те же границы. Приток энергии извне (от границы с  $z = Z$ ) в силу граничных условий (9') отсутствует. Закон сохранения энергии будет использован в расчетах 3D – модели (см. разд. 3).

## **2.2. Единицы измерения 3D – модели. Безразмерные параметры задачи**

Запишем далее единицы измерения для 3D - модели взаимодействия лазерного импульса с плазмой (с заданным значением круговой частоты  $\omega = 1.79 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ ):

$$\begin{aligned} [t] &= \frac{1}{\omega} = 5.59 \cdot 10^{-16} \text{ с}, \\ [|\mathbf{r}|] &= \frac{c}{\omega} = 1.68 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 0.168 \text{ мкм}, \\ [n] &= \frac{m\omega^2}{4\pi e^2} = 0.100 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}, \end{aligned} \quad (10)$$

а также модуль вектора Пойнтинга для падающей электромагнитной волны, согласно (6):

$$|\mathbf{P}| = \frac{c}{4\pi} \left( \frac{m\omega c}{e} \right)^2 a^2 = 2.47 \cdot 10^{25} a^2 \frac{\text{эрг}}{\text{с} \cdot \text{см}^2}, \quad (11)$$

где  $a$  – упомянутая выше в разд. 2.1 постоянная безразмерная амплитуда волны с круговой поляризацией (6). Приравнивая эту величину к значению модуля вектора Пойнтинга из эксперимента [1],  $P_0 = 3 \cdot 10^{20} \text{ Вт / см}^2$ , получим значение амплитуды  $a$  из соотношения:  $2.47 \cdot 10^{18} a^2 = 3 \cdot 10^{20}$ ,

$$a = \left( \frac{3}{2.47} \cdot 100 \right)^{1/2} = 11.0 .$$

Как свидетельствуют численные решения поставленной задачи, параметр  $a$  имеет ключевое значение для рассматриваемой 3D - модели. Примем ниже ее значение  $a = 10$ , несколько округлив полученную выше оценку. Другим основным параметром задачи служит безразмерная начальная концентрация электронов и протонов  $n_0$ . Однако зависимость результатов от её значения, вообще говоря, не столь велика, как от параметра  $a$ . Поэтому примем и этот параметр  $n_0 = 10$  (см. Введение). Такое сверхкритическое значение нам удобно для полезного сравнения результатов численного решения задачи с предыдущей работой [3], но оно отчасти обосновано фактическим отсутствием экспериментальных данных в [1]. При этом нами совершенно не исключается проведение в будущем дополнительных расчетов 3D - модели с уточненными значениями параметра  $n_0$ .

Далее запишем всю совокупность безразмерных параметров 3D - модели, фигурирующих в постановке задачи:

$$a=10, n_0=10; X=Y=3, z_0=z_1=2, Z-z_0-z_1=96; h=1.2, d=0.6, R=0.9. \quad (12)$$

В (12) записаны, помимо основных параметров  $a$  и  $n_0$ , две группы геометрических параметров:  $X, Y, Z, z_0$  и  $z_1$ , полностью определяющих расчетную область решения (8);  $h, d$  и  $R$  – характеристики цилиндрического выступа. Следует отметить, что большая часть этих параметров совпадает с их значениями, принятыми в [3] ( $X, Y, h, d$  и  $R$ ), причем параметры для выступов являются результатом процедуры оптимизации коэффициента аномального поглощения лазерного излучения согласно расчетам в [3]. В рассматриваемой модели такую оптимизацию можно считать излишней, поскольку на главные результаты расчетов 3D - модели, по всей вероятности, она не имеет заметного влияния. Наконец, последней, но не самой незначительной характеристикой расчета является безразмерное время окончания импульса лазерного излучения, которое мы примем равным:

$$t_f=1000. \quad (12')$$

Целесообразно привести сводку всех представленных в (12) и (12') параметров задачи, но уже в размерных единицах, используя для этого перевода значения единиц задачи, данные в (10) и (11) (все эти размерные параметры снабдим сверху значком тильда):

$$\begin{aligned} |\tilde{\mathbf{P}}| &= 2.47 \cdot 10^{20} \text{ Вт/см}^2, \quad \tilde{n}_0 = 10^{22} \text{ см}^{-3}; \quad \tilde{X} = \tilde{Y} = 0.504 \text{ мкм}, \quad \tilde{Z} = 16.8 \text{ мкм}, \\ \tilde{z}_0 = \tilde{z}_1 &= 0.336 \text{ мкм}, \quad \tilde{h} = 0.202 \text{ мкм}, \quad \tilde{d} = 0.101 \text{ мкм}, \quad \tilde{R} = 0.151 \text{ мкм}. \end{aligned} \quad (13)$$

Оценим также размерную величину  $t_f$  из (12'):

$$\tilde{t}_f = 5.59 \cdot 10^{-13} \text{ с}. \quad (13')$$

Сравнение этих величин с обсуждаемыми экспериментальными значениями из [1] действительно показывает их удовлетворительное совпадение, что касается прежде всего модуля вектора Пойнтинга (у нас меньше всего в 1.2 раза), а также минимальных значений толщины мишени (у нас меньше всего в 1.2 раза), продолжительность лазерного импульса (у нас больше всего в 1.1 раза).

В наборе геометрических параметров (12) представлены параметры  $z_0$  и  $z_1$ , которые, очевидно, обозначают размеры вакуумных промежутков между поверхностями мишени  $z = z_0$  и  $z = Z - z_1$  и обеими границами расчетной области  $z = 0$ , где задается в виде граничного условия (9) падающая электромагнитная волна, исходно описывающая в виде (6) лазерный импульс, и  $z = Z$ , где задается граничное условие (9'). Нужно отметить, что в процессе решения задачи размер этой вакуумной полости  $z_1$  будет варьироваться в некоторых пределах в ходе выяснения важной роли Дебаевского эффекта на задней поверхности мишени с координатой  $z = Z - z_1$ . В основном, базовом, варианте расчета  $z_0 = z_1 = 2$ .

### 3. Результаты расчетов 3D - модели

Данный раздел содержит подробное описание результатов расчета 3D - модели, в которой заданы все безразмерные параметры задачи (12), но расчеты по времени продолжены вдвое, до  $t_{fin} = 2000$ , что достаточно велико по сравнению с  $t_f$  из (12') длительностью лазерного импульса. Все результаты приводятся в серии рисунков 2 – 9. Изображенные на них величины даны в указанных выше безразмерных единицах. При обсуждении этих рисунков некоторые результаты приводятся и в размерных единицах, что специально оговаривается.

Одним из важнейших результатов расчетов можно рассматривать набранные электронами и протонами кинетические энергии, проинтегрированные по всему объему расчетной области и по всем компонентам их импульсов на момент времени  $t$ :

$$W_e(t) = \int_0^X dx \int_0^Y dy \int_0^Z dz \int_{(\mathbf{p})} w_e f_e d\mathbf{p}, \quad (14)$$

$$W_p(t) = \int_0^X dx \int_0^Y dy \int_0^Z dz \int_{(\mathbf{p})} w_p f_p d\mathbf{p}, \quad (14')$$

где фигурируют функции распределения  $f_e$  и  $f_p$ , соответственно, удовлетворяющие уравнению Власова в (5). Нетрудно проверить, что в единицах задачи величины безразмерных интегральных кинетических энергий в (14) и (14') отличаются от размерных величин опущенным множителем

$$K_0 = \frac{1}{4\pi} \frac{m^2 c^5}{\omega e^2}, \quad (15)$$

так что при умножении на который правые части этих соотношений становятся размерными, т. е. в единицах СГС выраженными в эргах. При заданной круговой частоте  $\omega = 1.79 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$  из (15) получим интересующие нас размерные величины (со знаком тильда):

$$K_0 = 3.87 \text{ эрг}, \quad \tilde{W}_e(t) = K_0 W_e(t), \quad \tilde{W}_p(t) = K_0 W_p(t) \quad (15')$$

Примечательно, что переводной коэффициент  $K_0$  по порядку величины близок к единице, несмотря на огромную разницу масштабов времени и расстояния.

Интегральная энергия падающей электромагнитной волны в единицах задачи имеет простой вид:

$$U_L(t) = a^2 \times X \times Y \times t. \quad (16)$$

В самом деле, при умножении  $U_L(t)$  на приведенный множитель  $K_0$  эта энергия должна быть в эргах, что и имеет место, поскольку выполняется следующее очевидное тождество:

$$a^2 K_0 \equiv |\mathbf{P}| \cdot [|\mathbf{r}|]^2 \cdot [t], \quad (16')$$

если подставляются выражения (10) для  $[|\mathbf{r}|]$  и  $[t]$  и выражение из (11) для  $|\mathbf{P}|$  (см. также [3]).

На рис. 2а даны зависимости от времени величин  $W_e$  и  $W_p$ , а также их суммарная энергия  $W = W_e + W_p$ . На рис. 2б также приведены величины суммарных энергий  $W_0$  и  $W_z$  (при этом имеет место сильное неравенство  $W_z \gg W_0$ ), вылетевших через нижнюю и верхнюю границы расчетной области ( $z = 0, z = Z$ ).

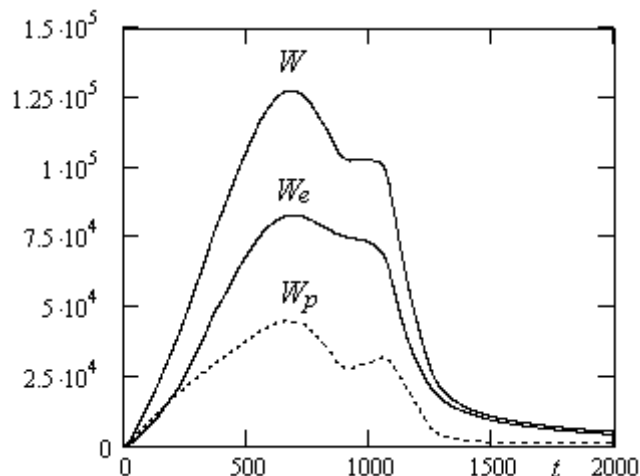


Рис. 2а.  $W_e$  и  $W_p$  – энергии электронов и протонов по отдельности, а  $W = W_e + W_p$  – их суммарная энергия.

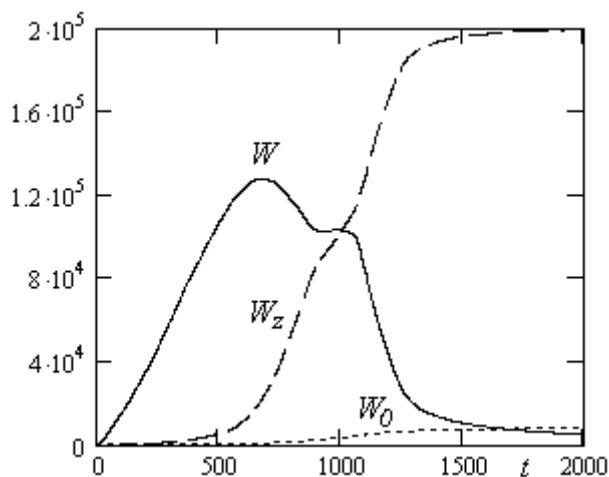


Рис. 2б.  $W$  – суммарная энергия электронов и протонов в плазме;  $W_z$  – суммарная энергия электронов и протонов, вылетевших через верхнюю границу  $z = Z$ ;  $W_0$  – суммарная энергия электронов и протонов, вылетевших через нижнюю границу  $z = 0$ .

Эффекты вылета частиц из расчетной области объясняют возникновение максимумов всех кривых  $W$ ,  $W_e$  и  $W_p$  при заметно меньшем времени, чем  $t_f = 1000$ , а также их величин, о которых речь будет ниже. Эти максимумы расположены вблизи времени  $t_{\max} \approx 700$ , что, очевидно, означает: именно тогда передний фронт лазерного излучения достигает задней границы плазмы  $z^* = Z - z_l = 98$ . Отсюда следует грубая оценка скорости распространения переднего фронта:  $D \approx (Z - z_0)/t_{\max} \approx 98/700 \approx 0.14$ ,  $\tilde{D} \approx 0.14c = 0.42 \cdot 10^{10} \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ . Еще следует отметить довольно высокое соотношение величин  $W_p/W_e \approx 0.6$ , несравненно большее такого соотношения при низком значении амплитуды падающей волны в работе [3], не превышающего там величину 0.03. Впрочем, скорость

$\tilde{D} \approx 0.14c$ , наоборот, получилась немного меньше скорости фронта горячих электронов  $\tilde{D} \approx 0.2c$  из [3].

На рис. 3 также представлены кроме суммарной энергии электронов и протонов  $W(t)$  все другие виды интегральных энергий 3D - модели:  $U_p(t)$  – энергия электромагнитного поля внутри расчетной области (вместе с её выходом через верхнюю границу  $U_z(t)$ ), а также полная энергия, воспринятая плазмой через нижнюю границу:

$$U_0(t) = U_L(t) - U_s(t) = W(t) + U_p(t) + W_z(t) + U_z(t) \quad (17)$$

Соотношение (17), где фигурирует также энергия отраженной электромагнитной волны  $U_s(t)$ , представляет упомянутый в конце разд. 2.1 закон сохранения энергии, в котором, однако, можно пренебречь полностью, как показывают расчеты, потерями энергии за счет вылета частиц через нижнюю границу  $z = 0$ . Запишем для полноты применения закона (17) определение энергии электромагнитного поля в расчетной области:

$$U_p = \frac{1}{2} \int_0^X dx \int_0^Y dy \int_0^Z dz (\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2), \quad (18)$$

(причем его вывод аналогичен выводу соотношения (16), будучи обоснованным путем умножения на коэффициент  $K_0$  (15). Практически из (17) определяется в расчетах указанная величина  $U_s$ . При  $t < t_f$  она, как это ни удивительно, практически постоянная доля энергии падающей волны  $U_L$ :  $U_s = 0.63 U_L$ . А при  $t > t_f$  с приближением ко времени окончания расчета  $t = t_{fin} = 2000$  имеем на рис. 3  $U_0 \approx W_z = 2 \cdot 10^5$ , но это можно объяснить только продолжением потерь энергии отраженной волной (см. спад  $U_0$  в окрестности, близкой  $t = t_f$  от  $3 \cdot 10^5$  до  $2 \cdot 10^5$ ). Очень существенно, что вычет энергии, благодаря отражению электромагнитной волны, приобретает важное значение, уменьшая восприятие энергии плазмой почти втрое. Этот эффект отражения, полученный в 3D - модели, в терминах коэффициента аномального поглощения, введенного в [3], составляет здесь  $\tilde{k} \approx 0.3$  (вместо  $\tilde{k} \approx 0.8$  в [3]), причем при  $t < t_f$ .



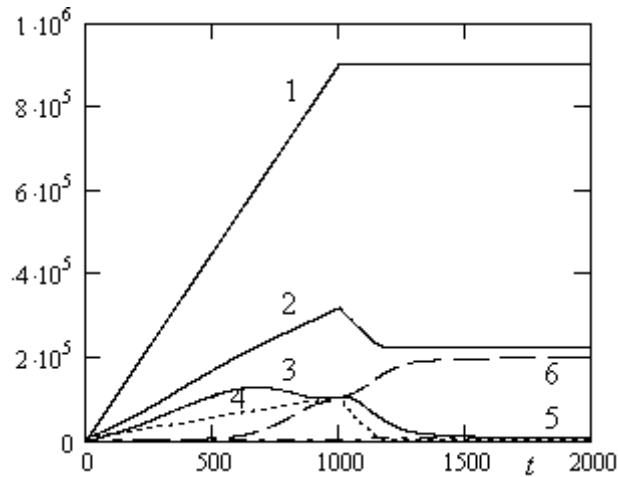


Рис. 3. 1 –  $U_L$  – энергия падающей электромагнитной волны; 2 –  $U_0$  – энергия, воспринятая плазмой через границу  $z = 0$ . ( $U_0 \approx 0.37 \times U_L$  при  $t \leq t_f$ ); 3 –  $W$  – суммарная энергия электронов и протонов в расчетной области; 4 –  $U_p$  – энергия электромагнитного поля в расчетной области; 5 –  $U_z$  – энергия поля и 6 –  $W_z$  – суммарная энергия частиц, покинувших плазму через границу  $z = Z$ .

Вместе графики на рис. 2 и рис. 3 позволяют оценить долю энергии электронов и протонов от полной энергии лазерного импульса ( $U_L$ ), пока не стали значительными потери уже из-за вылета частиц. В момент максимума энергий электронов и протонов при  $t_{\max} \approx 700$ , эти доли составляют (см. рис. 2а) 14% и 7%, соответственно. Заметим, что вблизи этого момента суммарная энергия электромагнитного поля вдвое уступает суммарной энергии частиц (около 10%), а вылет частиц уже играет роль (в несколько процентов).

Вылет электронов и протонов, в основном через заднюю границу плазмы, сопровождается не только потерей энергии  $W_z$ , но и соответствующей убылью полного числа частиц в расчетной области. На рис. 4 представлены зависимости от времени величин  $N_{e,p}$ , а также их относительная разность  $\delta = (N_p - N_e) / N_e$ , характеризующая нарушение условия электронейтральности плазмы. Хотя полученные величины  $\delta(t)$  сравнительно невелики (около 2% максимально), соответствующие электрические поля (особенно компоненты  $E_z$ ) весьма велики, чтобы обусловить возникновение Дебаевского эффекта ускорения протонов. В связи с этим отметим, что самые значительные нарушения электронейтральности происходят после выключения лазерного импульса. К тому же они имеют пульсационный характер (с периодом в 100 – 200 единиц времени, т. е. около  $0.8 \cdot 10^{-13}$  с в размерных единицах). Единицей величин, изображенных на рис. 4 является  $[N_{e,p}] = [n][|\mathbf{r}|]^3 = mc^3 / (4\pi e^2 \omega) = 4.71 \cdot 10^6$  (безразмерное число).

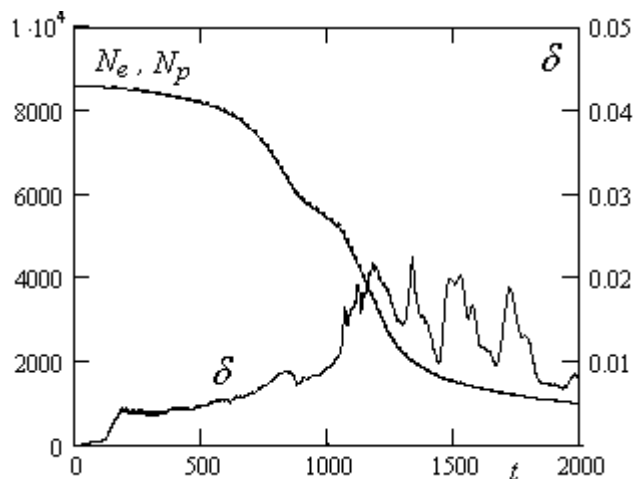


Рис. 4. Зависимости полных чисел электронов и протонов  $N_e$  и  $N_p$  и относительной разности этих чисел  $\delta = (N_p - N_e)/N_e$  от времени  $t$ .

Согласно рис. 4 в начальный момент времени полное число электронов и протонов было равно  $N_{e,p}(0) \approx 4 \cdot 10^{10}$ . Интересно отметить, что соответствующее число макрочастиц в задаче (около  $10^7$ ) уступает данной величине немного – более чем в тысячу раз, отнюдь не слишком большое различие для современных численных методов с макрочастицами. Наконец, в наглядных целях контроля приведем независимое определение величины  $N_{e,p}(0)$ , исходя из известной начальной концентрации плазмы  $N_0 = 10^{22} \text{ см}^{-3}$  (с  $n_0 = 10!$ ), умноженной на объем расчетной области с этой концентрацией  $N_0 \left(\frac{c}{\omega}\right)^3 XY(Z - z_0 - z_1) \approx 4.1 \cdot 10^{10} \approx 4 \cdot 10^{10}$ , т. е. практически равную предыдущей оценке.

Интегральные функции распределения электронов и протонов по их энергиям  $w$  с единицей  $[F_{e,p}] = c/(4\pi e^2 \omega) = 5.8 \cdot 10^{12}$  (см. разд. 2.1) представлены на рис. 5а,б для четырех моментов времени. Функция  $F_e(w)$  при всех значительных энергиях (более 10, что соответствует 5 МэВ), хотя бы немного, превышает функцию  $F_p(w)$  во все эти моменты времени. Это превышение значительно велико при  $w \gtrsim 40$ . Тем не менее, в области низких энергий положение обратное: протонов с низкими энергиями всегда больше.

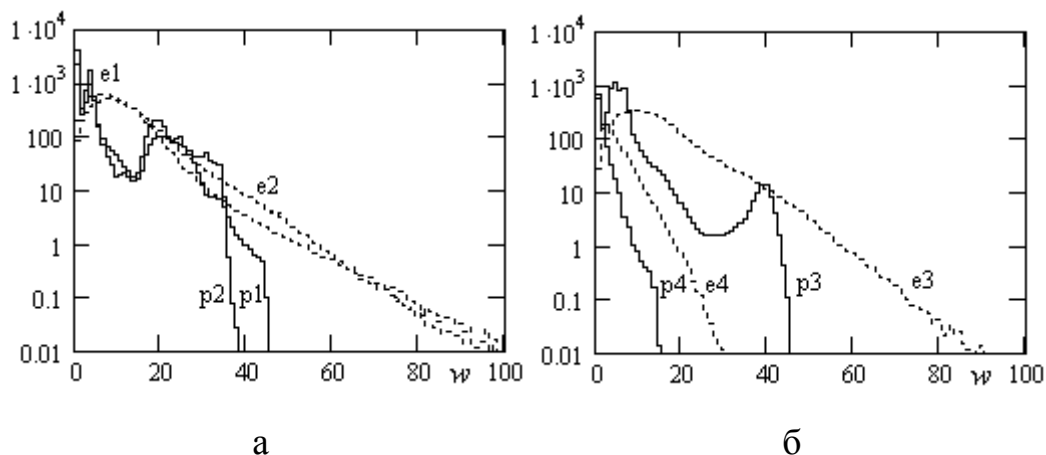


Рис. 5 а, б. Интегральные функции распределения  $F_e - (e)$  и  $F_p - (p)$  для электронов и протонов по их энергиям  $w$  на четыре момента времени: рис. 5а – 1 –  $t = 550$ , 2 –  $t = 750$ , рис. 5б – 3 –  $t = 1000$  и 4 –  $t = 2000$  (в логарифмическом масштабе).

Отметим, что для более раннего момента времени  $t_1 = 550$  эти функции на рис. 5 мало отличаются от представленного момента  $t_3 = 1000$ . Именно в этот момент наличие в расчетной области высокоэнергичных частиц особенно велико. Причем, у протонов образуется отчетливый второй максимум у весьма значительной энергии (около 40, что соответствует 20 МэВ). Казалось бы, этот максимум является самым отчетливым следствием Дебаевского эффекта в самом простом виде. Он возникает при предварительном вылете электронов через заднюю границу плазмы, благодаря которому создается мощное электрическое поле (компонента  $E_z$ ), непосредственно ускоряющее отставшие протоны. Значительное смягчение обоих спектров в последний момент времени  $t_4 = t_{fin} = 2000$  объясняется, конечно, предшествующим вылетом основного количества быстрых частиц плазмы (см. рис. 4), так как остаток их лишь немного превышает 10% начального состава (рис. 4). Наконец, стоит подчеркнуть еще одно важное свойство протонного спектра для всех моментов времени (за исключением момента  $t_4$ ). Оно заключается в очень крутом спаде к нулю от отмеченного выше второго максимума, т. е. близости этого максимума функции  $F_p$  с энергией более 20 МэВ к нулевому значению её (на рис. 5). Тем самым протоны с около максимальной энергией в спектре представлены сравнительно большой долей. В заключение описания рис. 5 заметим, что положительный знак разности  $N_p - N_e = \delta \cdot N_e$  (рис. 4) все – таки получается, благодаря первому максимуму функции  $F_p(w)$  у очень низких энергий (менее нескольких МэВ), но это не столь очевидно из-за логарифмического масштаба.

На рис. 6 а,б представлено распределение погонной плотности кинетической энергии электронов (рис. 6а) и протонов (рис. 6б) в зависимости от координаты  $z$ . Эти распределения изображены для трех характерных моментов времени, довольно близких к моменту (третьему по счету)  $t_f = 1000$ , когда

постепенно крутые фронты функций  $w_e(z)$  и  $w_p(z)$  приближаются к задней границе плазмы ( $z^* = Z - z_l = 98$ ).

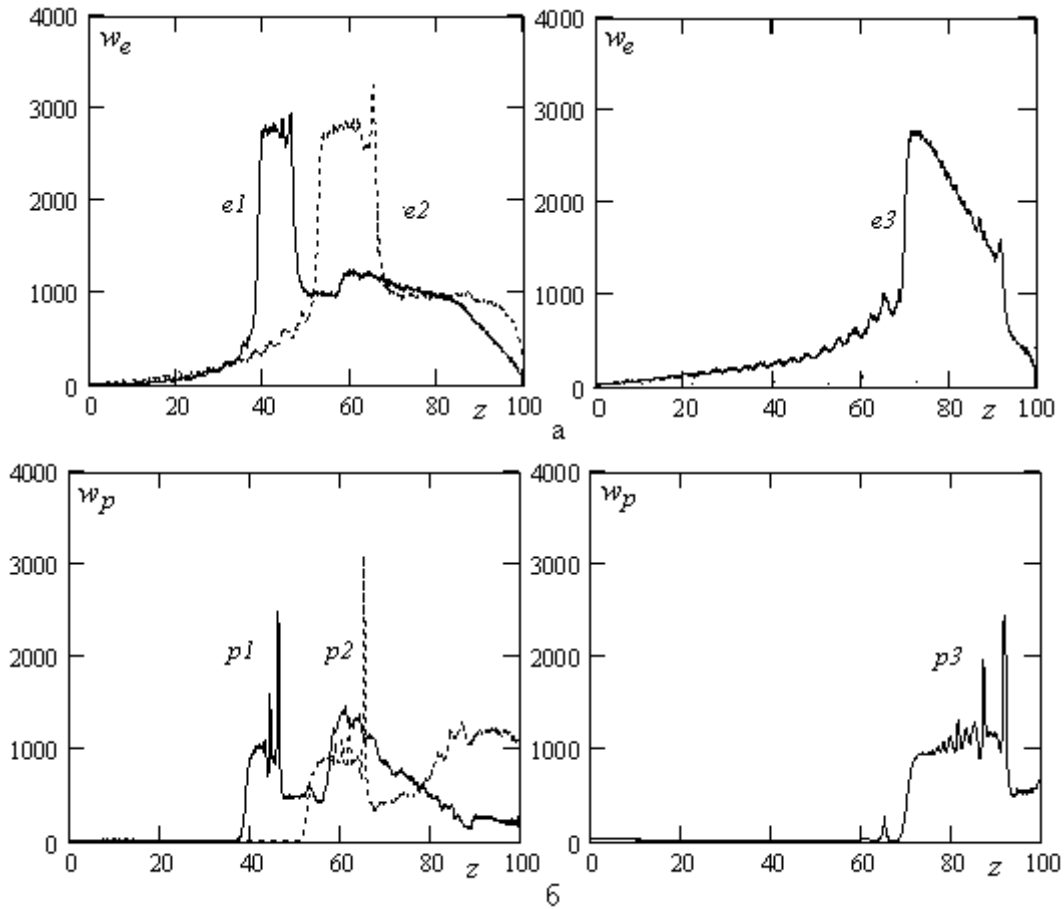


Рис. 6 а,б. Функции распределения погонных плотностей кинетических энергий электронов  $w_e(z)$  (6а) и протонов  $w_p(z)$  (6б) вдоль оси  $z$  для трех моментов времен: 1 –  $t = 550$ , 2 –  $t = 750$ , 3 –  $t = 1000$  с нормировкой

$$W_{e,p} = \sum_z w_{e,p}(z) \times \Delta z, \text{ где шаг по координате } z \Delta z = 0.1 \text{ и } W_{e,p} \text{ на рис. 2а.}$$

По существу эти рисунки показывают, что в результате взаимодействия падающей электромагнитной волны формируются крутые передние фронты погонных плотностей кинетической энергии, выходящие на границу при  $t \leq t_f = 1000$ . Эти фронты сосуществуют со столь же крутыми задними фронтами. Между этими фронтами образуются столообразные области с шириной  $\Delta z \approx 10$ , а впереди передних фронтов развиваются предшественники с несколько меньшей максимальной величиной. У протонов структура качественно похожа на электронную, но значительно сложнее в деталях. Предшественник для электронов по своей высоте заметно уступает крутому переднему фронту позади и выходит на заднюю границу уже к моменту времени  $t = 550$ , тогда как предшественник у протонов достигает этой границы позже, при  $t = 750$ . При этом он по своей высоте сравним с последующим очень крутым передним

фронтом, с которым еще совмещен дельтообразный сгусток, едва намеченный у электронов.

Можно считать, что основная часть электронов и протонов выходит на заднюю границу мишени в виде высоких пиков к моменту времени  $t \sim 1000$ , что хорошо согласуется с представленными выше данными о функции  $W_z$  на рис. 3, когда эта величина уже сравнялась с величиной  $W$ . Однако, у протонов этому выходу предшествовало прохождение границы первым пиком – предшественником, сравнимым по высоте с последующим основным. Момент времени достижения предшественником границы, как уже говорилось, приблизительно равен  $t = 750$ . Энергетический спектр протонов в расчетной области был представлен на рис. 5б и рис. 5а с большой долей высокоэнергичных протонов именно в эти моменты времени.

В конце концов, можно сделать заключение, что генерация электронов и протонов высоких энергий возникает еще до выхода основных пиков при  $t \sim 1000$  внутри расчетной области. После выключения лазерного импульса (к моменту  $t = 1300$ ) возникновение электронов и протонов более высоких энергий практически прекращается. Об этом свидетельствуют данные рис. 7, который показывает, что максимальные кинетические энергии  $w_{mp}$ , изображенные на этом рисунке, уже стабилизируются на уровне  $w_{mp} \approx 50$  (около 25 МэВ) и возникают только вблизи верхней границы  $z_m \approx Z = 100$ . В то же время зависимости  $w_{mp}(t)$  демонстрируют первый скачок при  $t \sim 550$ , а второй, более скромный, при  $t \sim 1000$ , что согласуется с нашими выводами при обсуждении предыдущего рис. 6 о двухпиковом выходе высокоэнергичных протонов к задней границе плазмы. У электронов второй пик отсутствует, а первый сильно размыт для функции  $w_{me}(t)$  на рис. 7.

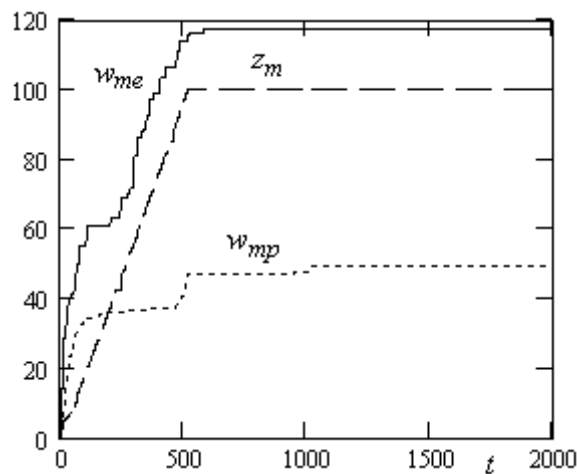


Рис. 7. Зависимости максимальных кинетических энергий электронов  $w_{me}$  и протонов  $w_{mp}$  от времени, а также координаты  $z_m$ , при которой впервые достигается максимальная энергия протонов.

Для более полной интерпретации внутреннего процесса генерации ускоренных до высоких энергий протонов нужно было бы рассмотреть здесь свойства электромагнитных полей в плазме мишени, что, однако, выходит за рамки данной работы. Мы надеемся представить такое рассмотрение в недалеком будущем.

До сих пор в текущем разд. 3 мы ограничивались обсуждением результатов расчетов 3D - модели основного варианта задачи, конкретно говоря, с набором безразмерных параметров (12) и (12'). Теперь обратимся к дополнительным расчетам с изменением некоторых из этих параметров.

В конце разд. 2.2 было высказано намерение провести расчеты с вариацией параметра  $z_1$  по сравнению с  $z_1 = 2$  в основном расчете. Нетрудно понять, что ширина вакуумного промежутка между задней границей плазмы и верхней границей расчетной области  $z = Z$  имитирует вакуум за плазмой, т. е. является искусственным вспомогательным геометрическим параметром. К тому же в окрестности задней границы плазмы происходят очень важные физические процессы, в том числе процессы вылета подавляющего числа электронов и протонов по мере окончания расчета. Поэтому имеет смысл, в самом деле, провести расчеты 3D - модели с уменьшением и увеличением параметра  $z_1$  в несколько раз, чтобы убедиться в незначительном изменении результатов предыдущего основного расчета. Мы ограничимся демонстрацией на рис. 8 до момента времени  $t = 1000$  сравнения энергий  $U_L(t)$  и  $U_0(t)$  четырех расчетов с  $z_1 = 0$ ,  $z_1 = 4$  и  $z_1 = 10$ , помимо основного, четвертого расчета, с  $z_1 = 2$  (во всех этих расчетах никаких других изменений в (12) и (12') не было).

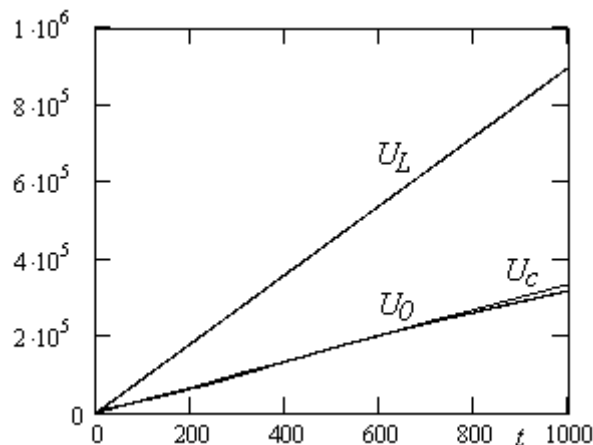


Рис. 8.  $U_L$  – энергия падающей электромагнитной волны,  $U_0$  – энергия, воспринятая плазмой через границу  $z = 0$  для четырех вариантов 3D - модели с вариацией безразмерного параметра  $z_1$ :  $z_1 = 0$ ,  $z_1 = 2$  (основной вариант),  $z_1 = 4$ ,  $z_1 = 10$ .  $U_c = 0.37 U_L$  – аппроксимация энергии  $U_L$  с постоянным коэффициентом.

Представленная кривая энергии  $U_0$  является в действительности наложением четырех кривых, практически слившихся.

Различий в энергии  $U_0(t)$ , сколько-нибудь заметных, также не получилось (см. пристально рис. 8). На этом рисунке нанесена прямая  $U_c = 0.37U_L$ , удивительно почти неотличимая от кривых  $U_0(t)$ . Это подтверждает независимость от параметра  $z_1$  важного эффекта – частичного отражения падающей электромагнитной волны от плазмы (те же пресловутые 63% в энергии отраженной волны!).

Наконец, приведем Таблицу с серией вариантов расчетов 3D - модели, один из которых является основным и детально описан выше (вариант 1), имеющих одинаковую продолжительность расчетов до значения  $t = t_f = 1000$ . Эта Таблица характеризуется значениями максимальных кинетических энергий электронов и протонов  $w_{me}$  и  $w_{mp}$  к последнему моменту времени. Варианты 2 – 4 соответствовали описанным выше дополнительным расчетам с вариацией параметра  $z_1$ . Параметр  $Z$  отличался от своего значения  $Z = 100$  только в вариантах 3 и 4, чтобы обеспечить постоянную величину толщины плазмы  $Z - z_0 - z_1 = 96$ , совпадающую с толщиной в основном варианте 1. Вариант 5 по параметрам совпадал с основным вариантом, но имел вдвое больше макрочастиц ( $27 \cdot 10^6$ ) в расчетах. Варианты 6 – 9 имели одинаковые значения параметров  $z_0 = z_1 = 4$  (толщина плазмы – 92) с некоторой вариацией других параметров  $a$ ,  $n_0$ , но в довольно узких пределах.

### Таблица

Зависимость максимальной энергии электронов  $w_{me}$  и протонов  $w_{mp}$  от параметров задачи к моменту  $t_f = 1000$

№	a	$n_0$	$z_0$	$z_1$	$Z$	$w_{me}$	$w_{mp}$
1	10	10	2	2	100	117.5	47.33
2	10	10	2	0	100	116.9	46.73
3	10	10	2	4	102	117.5	47.71
4	10	10	2	10	108	116.9	49.35
5	10	10	2	2	100	112.9	51.66
6	10	10	4	4	100	117.7	49.74
7	12.5	10	4	4	100	152.5	67.52
8	10	7.5	4	4	100	122.6	70.61
9	12.5	7.5	4	4	100	163.2	88.42

Как видно из таблицы, при данной вариации безразмерных параметров 3D - модели, особенно при одновременном увеличении амплитуды падающей электромагнитной волны  $a$  и уменьшении начальной концентрации плазмы  $n_0$ , можно сказать, незначительных (см. особенно вариант 9), происходит весьма заметное увеличение максимальных энергий электронов и протонов (почти вдвое!). Такое изменение этих величин отчасти характеризует и спектры этих частиц в сторону увеличения доли частиц высоких энергий (см., например, рис. 5). Таблица (вариант 5) также показывает весьма слабую чувствительность результатов (в виде указанных максимальных энергий) от числа используемых

в расчетах макрочастиц, что можно, конечно, рассматривать как демонстрацию достаточного количества макрочастиц и в основном варианте расчета ( $13 \cdot 10^6$ ). Можно отметить, что в расчетах систематически контролировался указанный выше закон сохранения энергии (см. соотношение (17)).

В общем и целом данные Таблицы увеличивают нашу уверенность в «устойчивости» результатов расчетов 3D - модели в некоторых достаточно широких пределах возможной вариации входящих в постановку задачи безразмерных параметров. В первую очередь это касается процессов генерации электронов и протонов высоких энергий.

#### 4. Энергетические спектры электронов и протонов на верхней границе расчетной области $z = Z$

По всей вероятности, особый интерес в расчетах 3D - модели представляют энергетические спектры электронов и протонов, вылетающих через верхнюю границу расчетной области  $z = Z$ , причем, проинтегрированные по времени от нуля до интересующего нас момента времени (см. ниже рис. 9). При  $t \approx t_{fin}$  мы назовем их окончательными, ибо понятно, что по мере увеличения времени расчета эти спектры, в конце концов, (после выключения лазерного импульса) уже перестают изменяться. Наряду с такими окончательными спектрами мы представляем ниже их временное изменение, т. е. с параметром момента времени  $t$ . Окончательные спектры, наверное, могут быть полезными для интерпретации эксперимента [1] и ему подобных [2].

Можно определить интересующие нас величины энергетических спектров для частиц, вылетевших через верхнюю границу расчетной области  $z = Z$  к произвольному моменту времени  $t$  через функцию распределения  $f_{e,p}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$  в безразмерных единицах задачи:

$$\Psi_{e,p}(t, w_{e,p}) = \int_0^3 dx dy \int_0^t dt' \int_{(\mathbf{p}_{e,p})} d\mathbf{p}_{e,p} \cdot v_{(e,p)z} \cdot f_{e,p}(t'; x, y, z; P_{(e,p)x}, P_{(e,p)y}, P_{(e,p)z}) \quad (19)$$

из которой размерная величина  $\tilde{\Psi}_{e,p}(t, w_{(e,p)})$  получается при умножении (19) на постоянный множитель, который и представляет собой искомую единицу измерения (см. разд. 2.1):

$$[\Psi_{e,p}(t, w)] = mc^3 / (4\pi e^2 \omega). \quad (20)$$

Следует подчеркнуть, что единица (20) является безразмерной постоянной, равной в нашей задаче:

$$mc^3 / (4\pi e^2 \omega) = 4.71 \cdot 10^6 \quad (21)$$

Она в точности равна произведению  $[n][|r|]^3$ , т. е. мы приходим к тождеству  $[\Psi_{e,p}] = [n][|r|]^3$  для безразмерного числа частиц. По поводу формулы (19) можно



добавить следующее замечание. Зависимость величины  $\Psi_{e,p}(t, w_{e,p})$  от энергий частиц возникает благодаря естественному условию  $w_{e,p} = [(m_{e,p})^2 + (\mathbf{p}_{e,p})^2]^{1/2} - m_{e,p}$ , а также определению скорости частиц, точнее говоря, её проекции на ось  $z$ ,  $v_{(e,p)z} = p_{(e,p)z} / (w_{(e,p)} + m_{e,p})$ . При этом величины  $w_{e,p}$  служат постоянным заданным параметром в подынтегральном выражении, что влияет, конечно, на выбор пределов интегрирования по компонентам импульсов (в частности имеется условие  $p_{(e,p)z} > 0$  для вылета частиц). Тем не менее, эти ограничения на область интегрирования никак не влияют на определение единицы измерения (20).

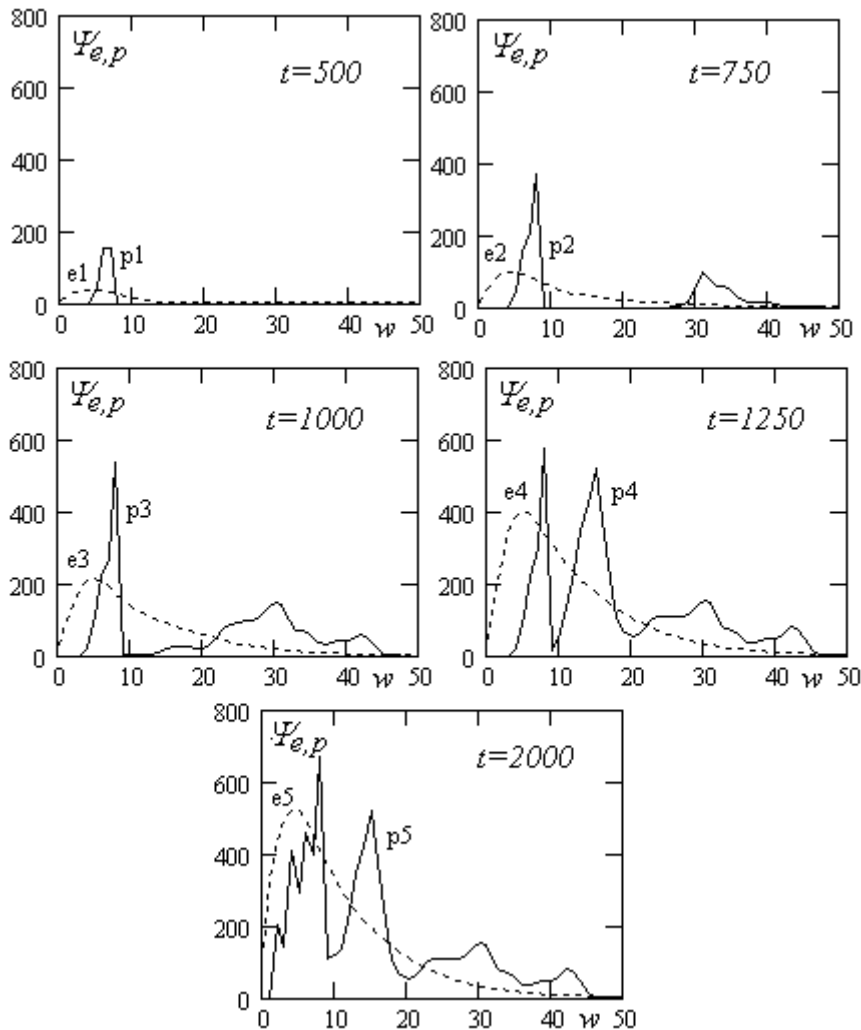


Рис. 9. Энергетические спектры протонов  $\Psi_p$  (сплошная линия) и электронов  $\Psi_e$  (пунктирная линия), выходящих через границу  $Z = 100$ , к пяти моментам времени:  $t = 500$ ,  $t = 750$ ,  $t = 1000$ ,  $t = 1250$ ,  $t = 2000$ .

На серии рис. 9 даются энергетические спектры протонов (сплошные линии) и электронов (штриховые линии) для пяти характерных моментов времени:  $t = 500$ ,  $t = 750$ ,  $t = 1000$ ,  $t = 2000$  (почти как на рис. 5), а также для

момента  $t = 1250$  вдобавок, чтобы более детально представить эволюцию спектров по времени  $t$  до получения окончательного спектра в последний момент  $t = 2000$ , практически уже неизменного. Для всех этих спектров принята максимальная энергия  $w = 50$ , поскольку при больших энергиях никакого заметного числа частиц не получено, в том числе для электронов, имеющих очень высокие максимальные энергии (см.  $w_{me}$  на рис. 7) около  $w_{me} = 120$ . Но как видно на рис. 9, спектры электронов очень быстро после своего весьма низкого значения в своем максимуме ( $w_e \approx 5$ ) убывают до совсем малых величин при  $w_e \approx 50$ . Во всяком случае, они намного уступают спектрам протонов в этой области энергий. Такие свойства электронных энергетических спектров с возникновением так называемых сверхгорячих электронов уже обсуждались в работе [3], как следствие превышения критерия  $(P\lambda^2)_{cr} = 10^{14}$  Вт·мкм<sup>2</sup>/см<sup>2</sup> [11] для величины  $P\lambda^2 = 3.3 \cdot 10^{20}$  Вт·мкм<sup>2</sup>/см<sup>2</sup> в рассматриваемой задаче. Для протонов в совсем близкой окрестности их максимальных энергий ( $w_{mp} \approx 50$ ) спектры рис. 9 демонстрируют наличие довольно больших концентраций частиц в целой серии отчетливых максимумов. В частности, крайний правый максимум располагается при энергии  $w_p = 42$  и уступает самому высокому максимуму ( $w_p = 8$ ) всего в  $\sim 10$  раз (момент  $t = 2000$ ).

Наверное, самым неожиданным свойством протонных спектров, полученных в расчетах 3D - модели, является появление в них нескольких пиков, число которых в окончательном спектре ( $t = 2000$ ) достигло пяти – шести, разделенных между собой довольно глубокими минимумами. Замечательно, что к первоначальному единственному пику при  $t = 500$  вскоре, т. е. к моменту  $t = 750$ , добавляется другой пик с весьма высокой энергией  $w_p > 32$ , близкой к максимальным энергиям пиков в окончательном спектре. В промежутке времени между двумя указанными спектрами происходит выход на верхнюю границу так называемого предшественника на рис. 6, как уже отмечалось, опередившего выход на эту границу единственного максимума у электронов. Поэтому нет по-видимому возможности связать появление очень высоких энергий у вылетевших протонов с более ранним вылетом электронов, т. е. в виде следствия простого Дебаевского эффекта на границе. Фактически протоны высоких энергий возникли в плазме в более ранние моменты времени, достигнув первыми верхней границы. В последующие моменты времени, начиная с  $t = 1000$ , у высоких энергий  $w_p \gtrsim 40$  образовался новый отчетливый максимум, но все же он меньше почти вдвое первоначального при энергии  $w_p \approx 30$ . Поразительно быстро – между моментами  $t = 1000$  и  $t = 1250$  – сформировался промежуточный пик с энергией  $w_p \approx 15$ , почти не уступающий по высоте пику, первоначально образовавшемуся левее.

Если обратиться к рис. 4, то видно, что примерно в том же интервале времени имеет место пик в величине  $\delta$ , характеризующей нарушения условий

электронейтральности плазмы во всем её объеме. Нетрудно понять, что такой пик означает увеличение напряженности электрического поля положительного знака, которое в действительности ускоряет выходящие из мишени протоны, чему соответствует пик в энергетическом спектре протонов на рис. 9. Отсюда качественно следует объяснение многопикового их спектра с учетом отмеченных выше осцилляций величины  $\delta$  на рис. 4. Вдобавок к продемонстрированному (на рис. 9) многопиковому спектру высокоэнергичных протонов можно указать и на их, по всей вероятности, многопучковый характер. Об этом определенно свидетельствуют имеющиеся фазовые портреты протонов, в которых заметно преобладает компонента импульсов  $p_{pz}$  над остальными двумя компонентами  $p_{px}$  и  $p_{py}$ , которые примерно равны друг другу. Речь идет, конечно, о вылетевших протонах, но и внутри плазмы также сохраняется это превосходство.

Заметим, что полное число частиц в окончательном спектре (при  $t = 2000$ ) нетрудно оценить, рассматривая электронный спектр и учитывая незначительное уменьшение полного числа протонов в многократных пиках из – за выполнения условия квазинейтральности (рис. 4). В самом деле, полное число электронов и протонов, согласно электронному спектру, приблизительно равно в единицах задачи произведению  $250 \times 20 = 5000$ , что в размерных единицах, будучи умноженным на единицу их числа (21),  $5 \cdot 10^6$ , составляет примерно  $3 \cdot 10^{10}$ , что совсем немного уступает по величине начальному числу частиц  $N_{e,p}(t=0) = 4 \cdot 10^{10}$  за счет их остатка внутри расчетной области, грубо говоря.

Таким образом, в результате расчетов 3D - модели установлено возникновение ускоренных до весьма высоких энергий протонов с максимальной энергией  $\tilde{w}_{mp} \approx 25$  МэВ (см. в Табл. основной вариант расчета) и полной энергией протонов с характерным спектром из нескольких пиков около 7% от энергии лазерного импульса (ниже мы дадим эту оценку в размерных единицах). Покамест мы сравним именно эти результаты с экспериментальными данными из [1], где соответственно указаны величины 55 МэВ и почти те же 6%. Хотя полученные нами величины уступают экспериментальным данным почти вдвое (ведь равенство значения числа процентов у  $W_p$  обязано нашему максимальному выбору его на рис. 2) представляется, что по крайней мере в качественном смысле в 3D - модели подтверждаются результаты эксперимента [1]. Стоит отметить в этой связи, что результаты дополнительных расчетов, представленные в Таблице, показывают возможность теоретической оптимизации процессов генерации ускоренных протонов. Кроме того, отчасти по условиям обеспечения достаточной точности расчетов, нам пришлось ограничиться выше минимальными значениями толщины мишени  $L = 16.8$  мкм и длительностью лазерного импульса  $T = 0.5 \cdot 10^{-12}$  с. Наконец, существует неопределенность в одном из двух главных безразмерных параметров расчета, а именно, в величине  $n_0$ , которую в данной работе мы смогли обосновать только качественным образом рав-

ной  $n_0 = 10$ , тогда как в эксперименте [1] она фактически не указана (см. более подробно Введение).

В конце этого раздела нужно акцентировать внимание на установленном в расчете основного варианта 3D - модели «вредном» эффекте образования отраженной электромагнитной волны, унесшей около 63% энергии падающей электромагнитной волны, что в конечном счете, понизило процент полной энергии протонов примерно вдвое (см. рис. 2 и 3). Напомним, что в постановке граничного условия на нижней границе расчетной области ( $z = 0$ ), где задается падающая электромагнитная волна, допускается беспрепятственное прохождение отраженной волны, возникающей внутри плазмы мишени. Нам неизвестно, имел ли место эффект такого отражения в эксперименте [1]. Эффект отражения, конечно, в принципе возможен от рассматриваемой мишени со сверхкритической концентрацией электронов, несмотря на существование аномального механизма поглощения лазерного излучения, впервые обоснованного в нашей работе [4], для случая шероховатой поверхности мишени, но только посредством 2D - модели.

## 5. Заключение

Проанализируем далее важную проблему, о которой до сих пор умалчивалось в предыдущем тексте. В качестве расчетной области 3D - модели, согласно постановке задачи и рис. 1 выбрана полость прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием типа «иголки» с чрезвычайно малой площадью поперечного квадратного сечения:  $XY[|\mathbf{r}|]^2 = 9 \cdot [|\mathbf{r}|]^2 = 9 \cdot (1.68 \cdot 10^{-5})^2 = 0.254 \cdot 10^{-8} \text{ см}^2$ . Как было указано, на боковых границах этой полости ставились периодические граничные условия по поперечным осям  $x$  и  $y$ . Это фактически означало, что мы полагали все реальные мишени состоящими из многочисленного набора подобных «иголок». Оценим теперь число таких «иголок» путем сравнения с реальной площадью фокального пятна лазерного импульса. При его диаметре около  $8 - 9$  мкм [1] или, грубо говоря,  $10$  мкм, площадь пятна равняется  $S \approx D^2 = 10^{-6} \text{ см}^2$ . Отсюда сразу следует искомая оценка числа «иголок» как  $S/(XY[|\mathbf{r}|]^2) \approx 400$ . При этом полная мощность лазерного импульса составит величину около одного Петаватта (ПВт):  $PS = 3 \cdot 10^{20} \cdot 10^{-6} \approx 3 \cdot 10^{14} \text{ Вт} = 300 \text{ ТВт} \lesssim 1 \text{ ПВт}$ . Мощность лазерного импульса в эксперименте [1] фигурирует даже в названии этой работы, так что весь мыслимый набор из примерно  $1000$  «иголок», определенный выше, нужно сопоставлять с реальной мишенью.

Согласно нашей гипотезе о решающей роли шероховатости поверхности мишени [4], подтвержденная там для 2D - модели, дополнена предположением об естественном происхождении бугорков на поверхности, расположенных именно с заданной периодичностью порядка длины волны лазерного излучения [3]. С такими бугорками – в простейшем виде цилиндрическими выступами –

электромагнитная волна взаимодействует резонансным образом, как показано расчетами 3D - модели в [3]. К иным бугоркам шероховатой поверхности эта волна нечувствительна (см. о подборе параметров выступа в разд. 2). Присутствие подобных «резонансных» бугорков в реальных мишенях представляется вполне естественным, ибо предварительное выглаживание поверхности для традиционных термоядерных мишеней не касается столь малых характерных размеров, как это показано в работе [12], поскольку при процедуре выглаживания устраняются только более крупномасштабные шероховатости ( $\sim 0.5$  мкм) (см. также [13]).

Конечно, в принципе можно было бы задавать более точное описание поверхности мишени, полученное путем её предварительного микроскопического исследования. Тем не менее, подобные исследования вряд ли возможны в действительности. Кроме того, включение в постановку всех (их около 1000!) «иголок» потребовало бы примерно такое же увеличение числа макрочастиц вплоть до десятков миллиардов, если исходить из фактического их количества в наших расчетах, указанного выше. Но расчеты с группой «иголок» возможно были бы полезны для проверки адекватности периодических граничных условий на боковых поверхностях расчетной области.

Представляет интерес полная энергия лазерного излучения, введенная в рассматриваемую расчетную область за все время действия лазерного импульса. Для этого используем соотношение (16) для величины  $U_L(t_f) = XYa^2t_f = 9 \cdot 100 \cdot 1000 = 9 \cdot 10^5$  в безразмерных единицах, а затем умножим её на коэффициент  $K_0$  по формуле (15), чтобы получить искомую энергию в эргах. Тогда, находим искомую величину  $U_0 = 1.29 \cdot 10^6$  эрг, если еще её умножить дополнительно на коэффициент 0.37, учитывающий потери в виде отраженной электромагнитной волны. Итак, искомая энергия оказывается равной  $U_0(t_f) = 0.129$  Дж. Для подразумеваемой совокупности из всех  $\sim 1000$  «иголок» такая энергия составит около  $130$  Дж =  $0.13$  КДж, что не противоречит данным в [1].

По-видимому, имеет еще смысл особо подчеркнуть, что описание ультрарелятивистских электронов в представленной 3D - модели является вполне обоснованным, ибо исходные уравнения модели Максвелла – Власова релятивистски инвариантны. Иначе говоря, любые релятивистские эффекты в электронной компоненте плазмы учитываются корректно, согласно этому важному свойству исходных уравнений [6]. В принципе эти результаты могли бы быть использованы для расчета синхротронного рентгеновского излучения, исследованного в работе [1], но данная работа таких расчетов не содержит.

Во всем предыдущем изложении мы фактически полагали, что реально существующие в плазменной мишени ионы углерода в качественном отношении роли не играют. Тем не менее, в принципе имело бы смысл рассмотрение 3D - модели с учетом этих ионов в качестве второго сорта ионов плазмы у пластиковой мишени. При этом было бы целесообразно проанализировать

даже кинетику ядерных реакций протонов высоких энергий, приводящих к образованию дополнительных свободных нуклонов под действием полученных протонов, имеющих энергии достаточные для ядерных реакций с ядрами углерода – источника этих свободных нуклонов, в том числе и протонов. Тем не менее, в представленной 3D - модели нами сделана простая оценка возможного выхода добавочных свободных нуклонов, полагая характерное сечение возможных ядерных реакций, грубо говоря, равное одному барну,  $\sigma_{np} = 10^{-24} \text{ см}^2$ , свойственное таким реакциям [14]. В представленном расчете полное число быстрых протонов (с энергией около 20 МэВ) составило около  $10^9$  в расчетной области и за все время процесса (см. рис. 4). А число рожденных протонов в оценке получилось равным менее  $10^5$ , что пренебрежимо мало по сравнению с их числом в расчете. Поэтому нет необходимости усложнять 3D - модель включением такого источника вторичных протонов.

Что касается кинетики процессов ионизации атомов и ионов вещества мишени, то согласно нашим оценкам этих процессов в [3], в данном эксперименте их ролью можно заведомо пренебрегать не только по причине чрезвычайно малой энергии ионизации по сравнению с энергией ультрарелятивистских электронов, но и по причине высокой скорости процессов ионизации, грубая оценка которой, согласно [3], дана во Введении (см. также [13]).

В предшествующей работе [3], как и в работе [4] большое внимание нами уделялось оценке вклада парных электрон – электронных столкновений, в принципе нарушающих применимость бесстолкновительного описания Власова. Там было показано, что этими столкновениями можно пренебрегать только до определенного момента времени, превышающего характерное время максвеллизации электронов (оно наименьшее среди таких времен для максвеллизации протонов) [15]. В результате этой оценки выбиралось время окончания расчетов: в [3] время окончания расчетов  $150\omega^{-1} = 2.79 \cdot 10^{-14} \text{ с}$  было заметно больше времени максвеллизации  $t_{ee} = 1.76 \cdot 10^{-15} \text{ с}$  на порядок величины [16]. К сожалению, такое превышение означало существенное нарушение уравнения Власова для электронной компоненты плазмы. Что касается представленной здесь 3D - модели, грубые оценки показывают, напротив, сильное неравенство  $t_{fin} \ll t_{ee}$  благодаря значительно большей средней энергии электронов плазмы (более чем в  $10^3$  раз), так что время максвеллизации  $t_{ee} \sim \epsilon_e^{3/2}$  превосходит величину  $\sim 10^{-10} \text{ с}$ , тогда как произведение  $2000\omega^{-1}$  составляет  $\sim 10^{-12} \text{ с}$ . Следовательно, можно сделать вывод: применимость бесстолкновительного приближения для описания электронов плазмы полностью обеспечено вплоть до полного разрушения плазмы мишени с твердотельной плотностью вещества.

За предварительное обсуждение наших результатов авторы искренне благодарны С.В. Буланову, а также всем участникам семинаров в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

Авторы чрезвычайно признательны сотрудникам суперкомпьютера К-100, которые обеспечили сложные расчеты 3D - модели с многочисленными вариациями её исходных параметров.

## Литература

1. Hatchett S.P., Brown C.G., Cowan T.E. et al. // *Physics of Plasmas*. 2000. V. 7. No 5. part 2. P. 2076-2082.
2. Ogura K., Nishiuchi M., Pirozhkov A. et al. // *Optics Letters*. 2012. V. 37. I. 14. P. 2868-2870.
3. Гинзбург С.Л., Дьяченко В.Ф., Имшенник В.С., Палейчик В.В. // *Физика плазмы*. 2012. Т. 38. С. 173-188.
4. Дьяченко В.Ф., Имшенник В.С. // *Физика плазмы*. 1979. Т. 5. С. 737-744.
5. Аллен К.У. *Астрофизические величины*. М.: Мир, 1977. С. 45, С. 58.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Физическая кинетика*. / Ответственный редактор Л.П. Питаевский М.: Физматлит, 2001. С. 149.
7. Гинзбург С.Л., Дьяченко В.Ф., Палейчик В.В. // *Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 1*. М.: ИПМ, 2009. 12 с.  
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2009-1>
8. Дьяченко В.Ф. // *ЖВМ и МФ*. 1985. № 4. С. 622-627.
9. Дьяченко В.Ф. *Десять лекций по физической математике*. М.: Факториал, 1997. 64 с.
10. Тамм И.Е. *Основы теории электричества*. Изд. 5-е. М.: ГТ-ТЛ, 1954. С. 272.
11. Илькаев Р.И., Гаранин С.Г. // *Вестник РАН*. 2006. Т. 76. С. 503-513.
12. Basko M.M. // *Nucl. Fusion*. 2005. V. 45. P. 38-47.
13. Гинзбург С.Л., Дьяченко В.Ф., Имшенник В.С., Палейчик В.В. // *ВАНТ, Серия: Теоретическая и прикладная физика*. 2007. Вып. 2 – 3. С. 53-57.
14. *Физический энциклопедический словарь*. М.: Советская энциклопедия. 1983. С. 914.
15. Спитцер Л. *Физика полностью ионизованного газа*. М.: ИЛ, 1957. С. 92.
16. Имшенник В.С., Боброва Н.А. *Динамика столкновительной плазмы*. М.: Энергоатомиздат, 1997. С. 28.