



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 78 за 2013 г.



Гасилов В.А., Круковский А.Ю.,  
Новиков В.Г., Романов И.В.,  
Цыгвинцев И.П.

Численное моделирование  
токопрохождения в  
вакуумной диоде с  
лазерным поджигом

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Численное моделирование токопрохождения в вакуумной диоде с лазерным поджигом / В.А.Гасилов [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2013. № 78. 20 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-78>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В.Келдыша  
Российской академии наук**

**В.А.Гасилов, А.Ю.Круковский, В.Г.Новиков,  
И.В.Романов, И.П.Цыгвинцев**

**Численное моделирование  
токопрохождения в вакуумной диоде  
с лазерным поджигом**

**Москва — 2013**

**Гасилов В.А., Круковский А.Ю., Новиков В.Г., Романов И.В., Цыгвинцев И.П.**

Численное моделирование токопрохождения в вакуумном диоде с лазерным поджигом

В работе представлены математическая модель и методика численного анализа процессов, протекающих в вакуумном диоде при инициировании в нем электрического тока при воздействии на катод импульсом лазерного излучения. Модель описывает в двумерном приближении формирование "факела" лазерной плазмы, а также магнитогидродинамические эффекты (пинчевание и др.), обусловленные прохождением по плазме электрического тока. Рассматриваются результаты первых вычислительных экспериментов с разработанной моделью.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант №12-02-00708, а также Отделения математических наук РАН в рамках программы №3 фундаментальных исследований "Современные вычислительные и информационные технологии решения больших задач" (Проект "Вычислительные основы и программное обеспечение современных суперкомпьютерных систем для решения больших задач нанотехнологии").

**Gasilov V.A., Krukovskiy A.Yu., Novikov V.G., Romanov I.V, Tsygvintsev I.P.**

Numerical modeling of current flow in a vacuum diode with laser ignition

The paper deals with a mathematical model and a numerical analysis technique developed for simulations of processes occurring in a vacuum diode where an electrical current is induced by a laser pulse effect on a cathode surface. The model is 2D with respect to spatial variables and describes the laser plasma "plume" forming, as well as magnetohydrodynamic effects (pinching, etc.) caused by the electric current passage through the plasma. We also consider the results of the first computational experiments with the developed model.

The study was supported by RFBR under the grant No. 12-02-00708 and Mathematical branch of Russian Ac.Sci. under the basic research program №3 "Modern computing and information technology for solution of complex problems" (Project "Computational framework and software of modern supercomputing systems for solving complex problems of nanotechnology")

## Оглавление

Введение .....	3
Общая формулировка задачи .....	4
Математическая постановка задачи .....	5
Описание свойств вещества .....	6
Испарение вещества лазерным импульсом и вынос массы током.....	8
Методика численного анализа .....	9
Уравнения динамики .....	10
Уравнения энергобаланса.....	11
Перенос излучения в плазме .....	12
Уравнения электромагнитного поля .....	12
Результаты численного расчёта .....	13
Список литературы.....	18

### Введение

В последние годы возрос интерес к изучению микропинчевых структур, формирующихся в струе металлической плазмы вакуумно-искрового разряда. Источники интенсивного рентгеновского и EUV-излучения, многозарядных ионов на основе такого разряда могут иметь приложения в нанолитографии, материаловедении, ядерной физике и т.д. [1] – [3]. При разработке источника важно установить, как начальные условия (характеристики форплазмы, образующейся при инициации разряда, геометрия разряда и др.) и сами характеристики разряда (напряжение на накопителе, ток, его скорость нарастания) влияют на процесс формирования, параметры и эмиссионные свойства плазмы микропинча.

В [4] экспериментально исследована динамика лазерно-индуцируемого вакуумного искрового разряда с энергией на накопителе до 25 Дж, токе до 27 кА и скорости нарастания тока на уровне  $5 \cdot 10^{11}$  А/с, при этом энергия и плотность мощности лазерного импульса изменялись в широком диапазоне. Было показано, что время развития разряда (время образования плазменной перемычки между анодом и катодом) определяется плотностью мощности лазерного излучения на катоде, а процесс токопрохождения находится в зависимости от массы аблированного лазерным излучением вещества катода. Установлено, что существует как минимум два режима пинчевания плазмы разряда, важных с точки зрения их практического использования:

— режим пинчевания плазмы на переднем фронте тока (при иницировании разряда лазерным импульсом с малой энергией),

сопровождается генерацией пучка многозарядных ионов материала катода с энергиями, существенно превышающими потенциал источника тока. Такой режим имеет потенциальную возможность использования в задачах глубокой ионной имплантации и др.;

— режим пинчевания плазмы в максимуме тока (при инициировании разряда лазерным импульсом с большой энергией) с невыраженным ускорительным механизмом и высоким коэффициентом преобразования вкладываемой энергии в излучение (с длиной волны 13.5 нм в случае рабочего вещества олова). Этот режим может иметь применение в разрабатываемых источниках EUV-излучения для литографических комплексов [2].

В данной работе представлены математическая модель, численная методика и предварительные результаты численного моделирования совокупности плазменных процессов, протекающих при прохождении тока в вакуумном диоде с лазерным поджигом. Корректировка математической модели по опубликованным экспериментальным данным позволит в дальнейшем выполнять расчеты по предсказательному моделированию и оптимизации параметров лазерного импульса и конструкции диода для достижения характеристик электроразряда, требуемых в различных приложениях.

## Общая формулировка задачи

Схема эксперимента с вакуумным диодом приведена в [3]. Начальные условия для моделирования эволюции токового импульса и сопутствующих эффектов в диоде выбирались согласно экспериментам, описанным в работах [3,4].

Разряд инициируется лазерным пучком с длиной волны  $\lambda = 1.06$  мкм, с площадью  $S = 0.4 \cdot 10^{-4}$  см<sup>2</sup> на поверхности алюминиевого катода. Лазерный импульс имеет трапецеидальную форму изменения во времени. Моменты времени, соответствующие "вершинам трапеции" равны 0, 2, 6 и 8 нс. Угол падения луча на катод составляет 45°. Для обеспечения цилиндрической симметрии в расчёте проводится симметризация пучка по углу  $\varphi$ . Анод представляет собой усеченный конус с диаметром при вершине 0.9 см, в центре которого для выхода ионов выполнено отверстие диаметром 0.6 см. Межэлектродное расстояние составляет 0.7 см. В начальный момент времени катод находится под заданным отрицательным потенциалом, при температуре 300 К. Плотность вещества остаточной среды в вакуумном объеме принята равной 10<sup>-12</sup> г/см<sup>3</sup>. В момент замыкания разрядного промежутка лазерной – катодной плазмой «искусственно» включается источник тока. Зависимость тока от времени в расчётах задается в виде:  $I = I_a \cdot \sin(2\pi (t - t_0)/T)$ , где полупериод  $T/2 = 400$  нс близок к экспериментальной величине, а время замыкания  $t_0$  определяется по моменту достижения лазерной плазмой анода.

Планируется исследование параметров образовавшихся в плазме микропинчевых структур, таких как время образования пинча, характерные температуры и плотности плазмы, диаметр перетяжки в зависимости от энергии лазерного импульса (до 100 мДж), плотности мощности излучения на катоде (до  $4 \cdot 10^{11}$  Вт/см<sup>2</sup> соответственно), а также тока разряда (до 25 кА).

## Математическая постановка задачи

Математическая модель, разработанная для расчета структуры Z-пинча в вакуумном диоде, основана на системе уравнений магнитной гидродинамики [4,6], записанной ниже для случая двух пространственных переменных, в цилиндрической системе координат, в приближении азимутальной симметрии:

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= u, \quad \frac{dz}{dt} = v, \\ \frac{d\rho}{dt} &= -\frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru) - \rho \frac{\partial v}{\partial z}, \\ \rho \frac{du}{dt} &= -\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{1}{8\pi} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 B_\phi^2), \\ \rho \frac{dv}{dt} &= -\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial z}(B_\phi^2), \\ \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial t} &= -P_e \frac{\partial(1/\rho)}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial(r(\mathbf{W}_e)_r)}{\partial r} - \frac{\partial(\mathbf{W}_e)_z}{\partial z} + Q_{ei} + G_{rad} + G_{las} + G_{joul} + G_{evap}, \\ \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial t} &= -P_i \frac{\partial(1/\rho)}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial(r(\mathbf{W}_i)_r)}{\partial r} - \frac{\partial(\mathbf{W}_i)_z}{\partial z} - Q_{ei}, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{B_\phi}{\rho r} \right) &= \frac{1}{\rho r} \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{1}{\rho r} \frac{\partial E_r}{\partial z}, \\ E_r &= \frac{1}{4\pi\sigma} \left( -\frac{\partial B_\phi}{\partial z} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t}(E_r + vB_\phi) \right), \\ E_z &= \frac{1}{4\pi\sigma} \left( -\frac{\partial(rB_\phi)}{\partial r} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t}(E_z - uB_\phi) \right). \end{aligned}$$

Уравнения записаны в "полулагранжевой" форме, т.е. производные по пространству записаны в лабораторной (неподвижной) системе отсчета, а производная по времени – полная, включающая изменение свойств среды при движении вдоль траектории "жидкой частицы". Здесь  $u, v$  — радиальная и продольная компоненты вектора скорости,  $\rho$  — массовая плотность вещества,  $P = P_e + P_i$  — гидродинамическое давление,  $P_e, P_i$  — парциальные давления электронов и ионов,  $\varepsilon_e, \varepsilon_i$  — удельные внутренние энергии электронов и ионов,  $\mathbf{W}_e, \mathbf{W}_i$  — потоки тепла электронов и ионов,  $Q_{ei}$  — обменный член,  $G_{las}, G_{rad}, G_{evap}, G_{joul}$  — источники (стоки) энергии, обусловленные поглощением

лазерного излучения, переносом излучения плазмы, затратами на испарение вещества катода и джоулевым нагревом.  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{V}$  — напряжённости электрического и магнитного поля. Уравнения записаны в гауссовой системе единиц.

Для решения уравнений движения необходимо задать граничные и начальные условия. На оси симметрии  $u(0, z) = 0$ ,  $\left. \frac{\partial v}{\partial r} \right|_{r=0} = 0$ . На остальной части границы задаётся условие свободного истечения вещества в вакуум. Катод и анод полагаются неподвижными. В начальный момент времени задавалось распределение плотности по пространству  $\rho(r, z, 0)$ , а начальная скорость полагалась равной нулю.

Для уравнения энергии на всех границах задавались нулевые потоки тепла:  $(\mathbf{W}_{e,i} \cdot \mathbf{n})|_{\bar{D}} = 0$ . В начальный момент времени в области задавалось начальное распределение температур  $T_e(r, z, 0)$  и  $T_i(r, z, 0)$ .

Граничные условия для уравнений поля формируются следующим образом: на оси в силу симметрии  $B_\varphi(0, z, t) = 0$ ,  $E_r(0, z, t) = 0$ , магнитное поле на правой границе вычисляется из заданного интегрального тока  $B_\varphi(r_{max}, z, t) = \frac{I(t)}{2r_{max}}$ , а снизу и сверху задаётся условие  $\frac{\partial B_\varphi}{\partial z} = 0$ . В начальный момент времени предполагается  $B_\varphi(r, z, 0) = 0$ .

## Описание свойств вещества

В качестве расчётного материала использовался алюминий. Предполагается, что вещество электронейтрально и состоит из электронов («легкая компонента») и ионов («тяжёлая компонента»).

В термодинамическом отношении ионы рассматриваются как одна подсистема с удельной внутренней энергией  $\varepsilon_i$ , температурой  $T_i$  и давлением  $P_i$ , а электроны - как другая подсистема с удельной внутренней энергией  $\varepsilon_e$ , температурой  $T_e$  и давлением  $P_e$ . Движение подсистем рассматривается в "одножидкостном" приближении, т.е. ионы и электроны движутся как целое, с единой макроскопической скоростью. Вектора электромагнитного поля имеют следующие компоненты:  $\mathbf{E} = (E_r, 0, E_z)$ ,  $\mathbf{V} = (0, B_\varphi, 0)$ .

Обозначим через  $n_e$  концентрацию электронов в данной точке, через  $n_i$  — концентрацию ионов. Массовое и зарядовое числа алюминия обозначим  $A$  и  $Z$  соответственно. Текущее значение средней степени ионизации плазмы  $Z_0$  будем полагать зависящим только от текущего значения электронной температуры и плотности, но не зависящим от предыстории. В этом квазистационарном приближении  $Z_0$  рассчитывается по методике [7]. В силу

электронейтральности электронная и ионная плотности связаны соотношением  $n_e = Z_0 n_i$ . Плотность ионов в единицах  $\text{см}^{-3}$  равна  $n_i = \rho / (Am_p)$ , где  $\rho$  — массовая плотность вещества,  $m_p$  — масса протона.

Используются следующие уравнения состояния для ионной и электронной компонент плазмы.

Давление и удельная энергия ионов, рассчитывается в соответствии с уравнением состояния идеального газа:

$$P_i = \rho \frac{kT_i}{Am_p}, \quad \varepsilon_i = \frac{3}{2} \frac{kT_i}{Am_p},$$

где  $k$  — постоянная Больцмана.

Давление и удельная энергия электронов при температуре выше 1 эВ рассчитываются согласно [7].

Коэффициенты электронной теплопроводности  $(\kappa_e)_\square$  и электропроводности  $\sigma_\square$  рассчитываются на основе методики теории [7].

Коэффициенты электронной и ионной теплопроводности  $(\kappa_{e,i})_\perp$  с учётом замагниченности, а также обмен энергией между электронами и ионами  $Q_{ei}$  рассчитываются на основе теории [4]:

$$\begin{aligned} (\kappa_e)_\perp &= \frac{\sigma_0}{\gamma_0^1} (\kappa_e)_\square \frac{\gamma_1^1 \chi^2 + \gamma_0^1}{\chi^4 + \sigma_1 \chi^2 + \sigma_0}, \quad \chi = \omega_{\beta e} \tau_e, \\ (\kappa_i)_\perp &= \frac{\rho \tau_i}{(Am_p)^2} \frac{2y^2 + 2.645}{y^4 + 2.7y^2 + 0.667} \tau_i, \quad y = \omega_{\beta i} \tau_i, \\ \omega_{\beta e} &= \frac{e|\vec{B}|}{m_e c}, \quad \omega_{\beta i} = \frac{e|\vec{B}|}{Am_p c}, \\ \tau_e &= \frac{3(Am_p)^{3/2} T_e^{3/2}}{4\sqrt{2\pi} \Lambda e^4 Z_0^2 \rho}, \quad \tau_i = \frac{3(Am_p)^{3/2} T_i^{3/2}}{4\sqrt{\pi} e^4 Z_0^4 \rho}, \\ Q_{ei} &= \frac{3m_e}{(Am_p)^2} \frac{Z_0}{\tau_e} (T_i - T_e). \end{aligned}$$

Здесь  $e$  и  $m_e$  — заряд и масса электрона,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\Lambda$  — кулоновский логарифм.

$$\Lambda = \ln \left[ \sqrt{\frac{kT_e}{4\pi n_e e}} / \frac{Z_0^2}{3kT_e} \right].$$

Коэффициенты  $\gamma_0^1, \gamma_1^1, \sigma_0, \sigma_1$  аппроксимированы в соответствии с [4]:

$$\gamma_0^1 = \frac{1.2(Z_0 + 9.77)}{Z_0}, \quad \gamma_1^1 = \frac{3.25(Z_0 + 0.435)}{Z_0},$$

$$\sigma_0 = \frac{0.096(Z_0 + 38.27)}{Z_0}, \quad \sigma_1 = \frac{7.482(Z_0 + 0.977)}{Z_0}.$$

Проводимость плазмы с учётом замагниченности вычисляется согласно [4,6] по формулам:

$$\sigma_{\perp} = \sigma_{\square} \cdot f_0(x),$$

$$f_0^{-1}(x) = 1 - \frac{6.416x^2 + 1.837}{x^4 + 14.76x^2 + 3.77}.$$

## Испарение вещества лазерным импульсом и вынос массы током

Для описания процессов поглощения лазерной энергии в плазме используется приближение геометрической оптики с учётом рефракции [8]. Если лазерное излучение доходит до границы металл-плазма, доля поглощённой энергии определяется по экспериментальным данным [9].

В этом случае всё поглощение лазерной энергии происходит в скин-слое, характерной толщиной  $\delta \sim \lambda / \text{Im} \sqrt{\varepsilon}$ . При интенсивности лазера  $\sim 10^{10}$  Вт/см<sup>2</sup> теплопроводность металла не способна обеспечить отвод поступающей энергии. В результате происходит испарения малой массы металла с высокой температурой.

В расчёте скорость испарения металла с поверхности площадью  $\Delta S$  определялась по формуле Герца–Кнудсена [10]

$$\frac{\Delta m_{\text{evap}}}{\Delta S \Delta t} = \frac{P_v(T_i) - P_i}{\sqrt{2\pi k T_i / M}},$$

где  $M$  — масса одного атома вещества,  $k$  — постоянная Больцмана,  $P_v$  — давление насыщенного пара,  $P_i$  и  $T_i$  берутся из приповерхностной газовой ячейки. При этом на максимальную испарённую массу накладывалось ограничение:

$$\frac{\Delta m_{\text{evap}} \cdot \varepsilon_{\text{sub}}}{\Delta t} = -V \cdot G_{\text{evap}} \leq V \cdot G_{\text{las}} + \Delta S \cdot (\mathbf{W}_e + \mathbf{W}_i).$$

Здесь  $\varepsilon_{\text{sub}}$  — удельная энергия сублимации вещества,  $V$  — объём испаряемой ячейки. Энергия, вынесенная испарённой массой с поверхности металла, вычислялась по формуле

$$\Delta E = \frac{\partial(\varepsilon_e + \varepsilon_i)}{\partial t} \cdot V \Delta t,$$

то есть предполагалось, что вся поглощенная металлом энергия выносится испарённой массой. Но при этом на значение  $\Delta E$  накладывалось условие:

$$\Delta E \leq \frac{\Delta m_{\text{evap}}}{M} \cdot E_1,$$

где значение  $E_1$ , ограничивающее максимальную энергию испарённого вещества, для оценки принималось равным 30 эВ/атом. Данное ограничение необходимо для адекватного описания испарения в первую наносекунду лазерного импульса, когда плазменное облако ещё не сформировалось и коэффициент поглощения мал.

Давление насыщенного пара вычислялось путём экстраполяции данных [11] в область больших температур.

В результате эктонных процессов на поверхности катода, происходит постоянный вынос массы с поверхности катода в разрядный промежуток.

Согласно [12] поток массы, выносимой током через катодное пятно может быть найден из соотношения:

$$\frac{\Delta m_j}{\Delta t} = \eta \frac{m_i}{Z_0 e} j(r) \Delta S,$$

где  $\eta$  — отношение между полным и катодным токами. Согласно [13], при токах ниже 3 кА для широкого ряда материалов оно составляет 0.07 – 0.1. В расчётах взято значение 0.1.

Плотность тока с поверхности катода  $j(r)$ , бралась заранее заданной, аналогично [12]. В расчёте использовалась следующая формула:

$$j(r, t) = \frac{I(t)}{\pi r_0^2} \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right),$$

где радиус катодного пятна  $r_0$  считался заранее заданным.

## Методика численного анализа

Для численного моделирования микропинчевых структур использовался комплекс программ, различные версии и результаты применения которого представлены в работах [14] – [23]. Комплекс был создан на основе разностных схем и алгоритмов, разработанных в ИПМ РАН с целью изучения быстропротекающих течений излучающей замагниченной газоплазменной среды переменного ионизационного состава в условиях, когда существенным

является теплообмен излучением. Существенным моментом при разработке численной методики было следование принципу полной консервативности [24].

Дискретная модель основана на неявной полностью консервативной разностной схеме МГД, записанной в смешанных эйлерово-лагранжевых переменных. Алгоритм решения разностных уравнений двухэтапный (см. [20] – [23]). Сначала решается система нелинейных уравнений в переменных Лагранжа, затем (при необходимости) подвижная расчетная сетка корректируется, и выполняется пересчёт магнитогидродинамических величин на новую сетку. Для построения алгоритма решения неявных разностных уравнений в переменных Лагранжа используется итерационный метод с выделением групп уравнений по характеру физических процессов. Далее представлено описание основных компонент математической модели – подсистем уравнений, алгоритмы решения которых образуют нашу численную методику.

### **Уравнения динамики**

Будем предполагать, что область течения  $D \in R^2(r, z)$  содержит ось симметрии, совпадающую с осью  $z$  цилиндрической системы координат  $(r, \varphi, z)$ . Состояния вещества и электромагнитного поля зависят от времени  $t$  и пространственных координат  $r$  и  $z$ . Расчётная область  $D$  представляет собой сектор тела вращения с углом раствора в один радиан.

Движение вещества описывается уравнениями Эйлера:

$$\rho \frac{du}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{1}{8\pi} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 B_\varphi^2),$$

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial z} (B_\varphi^2).$$

Лагранжева форма записи динамических уравнений получается непосредственной заменой производных по пространству на производные в плоскости лагранжевых переменных  $R^2(\alpha, \beta)$ . Будем предполагать, что в любой момент времени определено отображение

$$r = r(\alpha, \beta), \quad z = z(\alpha, \beta),$$

$$(\alpha, \beta) \in G \subset R^2(\alpha, \beta),$$

$$(r, z) \in D \subset R^2(r, z).$$

$G$  — единичный квадрат,  $D$  — прямоугольник (область, занятая движущимся веществом). Для якобиана перехода от эйлеровых переменных к лагранжевым выполнено соотношение

$$J = 0.5 \frac{\partial(r^2, z)}{\partial(\alpha, \beta)} > 0, \quad (\alpha, \beta) \in G.$$

Изменение координат частиц определяется соотношениями

$$\frac{dr}{dt} = u,$$

$$\frac{dz}{dt} = v.$$

Уравнение неразрывности имеет вид

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru) - \rho \frac{\partial v}{\partial z}.$$

Для решения уравнений движения необходимо задать граничные и начальные условия. На оси симметрии  $u(0, z) = 0$ ,  $\left. \frac{\partial v}{\partial r} \right|_{r=0} = 0$ . На остальной части границы задаётся условие свободного истечения вещества в вакуум  $P|_{\bar{D}} = P_{\text{вак}}$ . В начальный момент времени задавалось распределение плотности по пространству  $\rho(r, z, 0)$ , начальная скорость полагалась равной нулю. Уравнения динамики аппроксимировались неявной разностной схемой. Решение соответствующей системы нелинейных алгебраических уравнений выполнялось модифицированным методом Ньютона [19, 23].

### **Уравнения энергобаланса**

Гидродинамическое давление, входящее в уравнения движения, равно сумме парциальных давлений электронов и ионов:

$$P = P_e(\rho, T_e) + P_i(\rho, T_i).$$

Распределение по пространству и изменение со временем температур электронов и ионов в области описывается уравнениями для внутренних энергий компонент:

$$\frac{\partial \varepsilon_e}{\partial t} = -P_e \frac{\partial(1/\rho)}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial(r(\mathbf{W}_e)_r)}{\partial r} - \frac{\partial(\mathbf{W}_e)_z}{\partial z} + Q_{ei} + G_{\text{rad}} + G_{\text{las}} + G_{\text{joul}} + G_{\text{evap}},$$

$$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial t} = -P_i \frac{\partial(1/\rho)}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial(r(\mathbf{W}_i)_r)}{\partial r} - \frac{\partial(\mathbf{W}_i)_z}{\partial z} - Q_{ei}.$$

Здесь  $G_j$  — массовая плотность энергии джоулева нагрева (с учётом токов смещения):

$$G_{\text{joul}} = \frac{1}{4\pi\rho} \left[ E_r \left( -\frac{\partial B_\varphi}{\partial z} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (E_r + vB_\varphi) \right) + E_z \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(rB_\varphi)}{\partial r} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (E_z - uB_\varphi) \right) \right].$$

$\mathbf{W}_{e,i} = ((\mathbf{W}_{e,i})_r, 0, (\mathbf{W}_{e,i})_z)$  — электронный и ионный потоки тепла через поперечное сечение области. Потоки тепла связаны с градиентами температур законом Фурье:

$$\begin{aligned} (\mathbf{W}_{e,i})_r &= -(\kappa_{e,i})_{\perp} \frac{\partial T_{e,i}}{\partial r}, \\ (\mathbf{W}_{e,i})_z &= -(\kappa_{e,i})_{\perp} \frac{\partial T_{e,i}}{\partial z}. \end{aligned}$$

Для уравнения энергии на всех границах задавались нулевые потоки тепла:  $(\mathbf{W}_{e,i} \cdot \vec{n})|_{\bar{D}} = 0$ . В начальный момент времени в области задавалось начальное распределение температур  $T_e(r, z, 0)$  и  $T_i(r, z, 0)$ . Уравнения теплового баланса также, как и уравнения динамики, аппроксимировались неявной разностной схемой.

### ***Перенос излучения в плазме***

Для описания теплового излучения и перепоглощения энергии в плазме используется сеточно-характеристический метод в формулировке приближения «вперёд-назад» [25]. Вариант этого алгоритма для расчетов в двумерной постановке задач рассмотрен в [19], [23]. Для расчета поля излучения использованы табличные данные по коэффициентам поглощения и излучательной способности, полученные по методу [7] соответственно используемому нами многогрупповому спектральному приближению.

В результате вычислительных экспериментов выяснилось, что в ряде расчётов перепоглощением энергии можно пренебречь, и положить просто

$$G_{rad} = -4\pi \sum_{\nu} j_{\nu},$$

где  $j_{\nu}$  — излучательная способность вещества в спектральной группе  $\nu$ , вычисленная по методике [7].

### ***Уравнения электромагнитного поля***

В принятом приближении уравнения электромагнитного поля с учётом токов смещения имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{B_{\varphi}}{\rho r} \right) &= \frac{1}{\rho r} \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{1}{\rho r} \frac{\partial E_r}{\partial z}, \\ E_r &= \frac{1}{4\pi\sigma} \left( -\frac{\partial B_{\varphi}}{\partial z} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (E_r + \nu B_{\varphi}) \right), \\ E_z &= \frac{1}{4\pi\sigma} \left( -\frac{\partial (r B_{\varphi})}{\partial r} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (E_z - u B_{\varphi}) \right). \end{aligned}$$

Граничные условия для этих уравнений формируются следующим образом: на оси в силу симметрии  $B_\varphi(0, z, t) = 0$ ,  $E_r(0, z, t) = 0$ , магнитное поле на правой границе вычисляется из заданного интегрального тока  $B_\varphi(r_{max}, z, t) = \frac{I(t)}{2r_{max}}$ , а снизу и сверху задаётся условие  $\frac{\partial B_\varphi}{\partial z} = 0$ . В начальный момент времени предполагается  $B_\varphi(r, z, 0) = 0$ . Методы численного решения системы уравнений РМГД, реализованные в использованном комплексе программ, подробно описаны в работах [15], [16], [19], [21], [23].

## Результаты численного расчёта

На данном этапе исследования преследовались следующие цели:

- апробации модели,
- определение процессов, учёт которых необходим для получения качественных физических результатов,
- уточнение численных параметров расчёта.

Для выяснения возможностей разработанной модели был проведен модельный расчёт со следующими физическими параметрами: энергия лазера 20 мДж, амплитуда тока 5 кА, радиус катодного пятна принимался равным 150 мкм. Момент замыкания контура  $t_0$ , определённый по времени достижения лазерной плазмы катода, был выбран равным 19 нс.

Расчёт проводился в области  $0 \leq r \leq 1$  см,  $0 \leq z \leq 1.1$  см. Распределение температуры и плотности соответствует описанному выше.

Использовалась структурированная неортогональная существенно неравномерная четырёхугольная разностная сетка размерами 60 на 60 ячеек. При этом

$$\frac{\Delta r_{\min}}{\Delta r_{\max}} \approx \frac{1}{500}, \quad \frac{\Delta z_{\min}}{\Delta z_{\max}} \approx \frac{1}{200}.$$

Расчёт проводился сквозным способом, но по характеру физических процессов можно выделить две стадии.

На первой стадии расчёта происходило формирование лазерного факела и его последующее расширение в вакуум. Характерной особенностью наносекундных лазерных импульсов является то, что факел успевает сформироваться в течении самого импульса, и основное поглощение излучения происходит в лазерной плазме. Для более коротких импульсов формирование факела происходит уже после окончания импульса, и, поскольку градиент электронной плотности резче, интегральный коэффициент отражения получается выше [26].

На рис. 1 приведено пространственное распределение температуры и плотности на момент 1 нс с начала лазерного импульса. Видно, что к этому

моменту времени лазерный факел уже сформировался, что согласуется с теорией. Максимальная температура в факеле составила  $\sim 120$  эВ. Скорость движения фронта составила  $2 \cdot 10^7$  см/с.

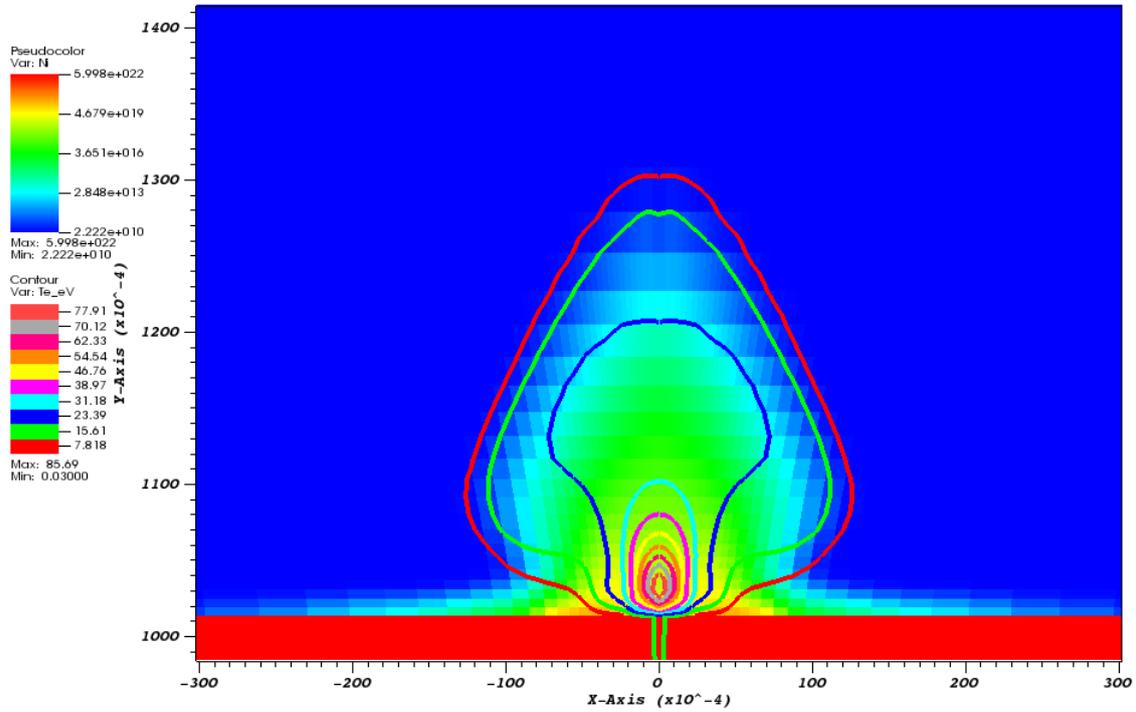


Рис. 1. Формирование лазерного факела. Цветом обозначена  $n_i$ , контурами —  $T_e$ .

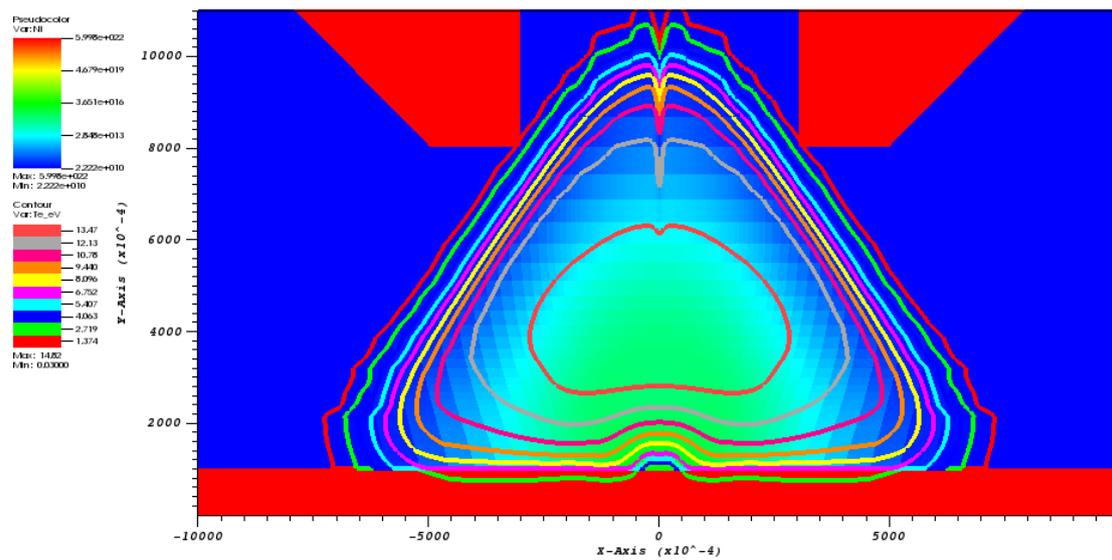


Рис. 2. Замыкание плазмой разрядного промежутка.

На рис. 2 продемонстрировано распределение температуры и плотности на момент, принятый за момент замыкания лазерной плазмой разрядного промежутка — 19 нс. Это значение находится в разумном согласии с экспериментальными данными.

На рис. 3 изображены распределения концентраций ионов и температуры электронов вдоль оси симметрии на тот же момент времени. Эти результаты находятся в согласии с экспериментами и теоретическими оценками [27].

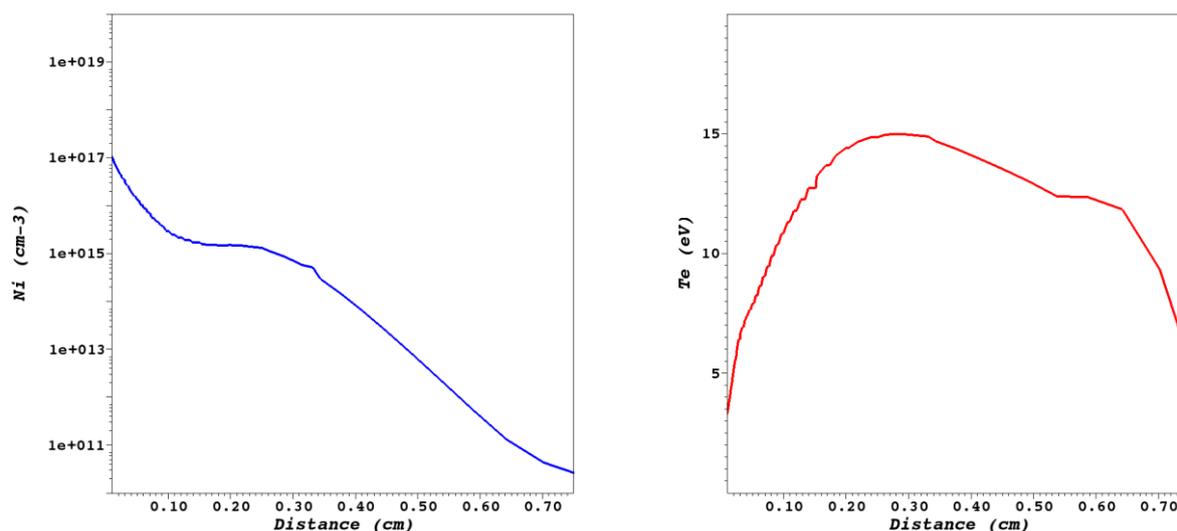


Рис. 3. Распределение концентрации ионов (синяя кривая) и электронной температуры (красная кривая) вблизи оси на момент замыкания разрядного промежутка.

На второй стадии определяющую роль в динамике плазмы играет электромагнитное поле. В результате сжатия плазмы силой Лоренца в разрядном факеле образуется перетяжка (z-пинч).

В описываемом расчёте перетяжка имела следующие параметры: время образования  $\sim 130$  нс, расстояние до катода 2.5 мм, диаметр  $\sim 150$  мкм, длина  $\sim 1$  мм, плотность  $\sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , максимальная электронная температура  $\sim 250$  эВ.

На рис. 4 и 5 представлено распределение плотности и тока до образования перетяжки (рис. 4) и в момент образования перетяжки (рис. 5). На графиках 6 приведены электронная температура и плотности вблизи оси на те же моменты времени, а также продемонстрирован эффект филаментации перетяжки: пинч «распадается» на две части, движущиеся в противоположных направлениях. Время жизни пинча составило около 5 нс, что находится в согласии с квазиодномерными расчётами [12].

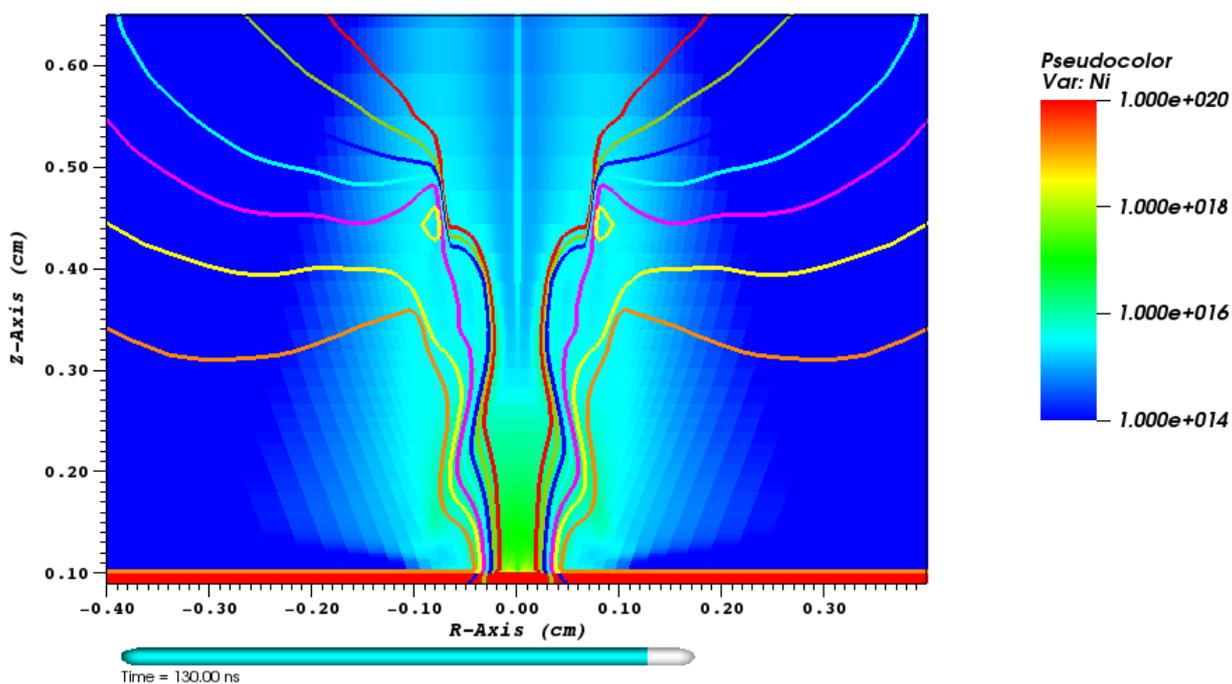


Рис. 4. Распределение плотности (цветом) и линии тока (контурами) до образования перетяжки (130 нс).

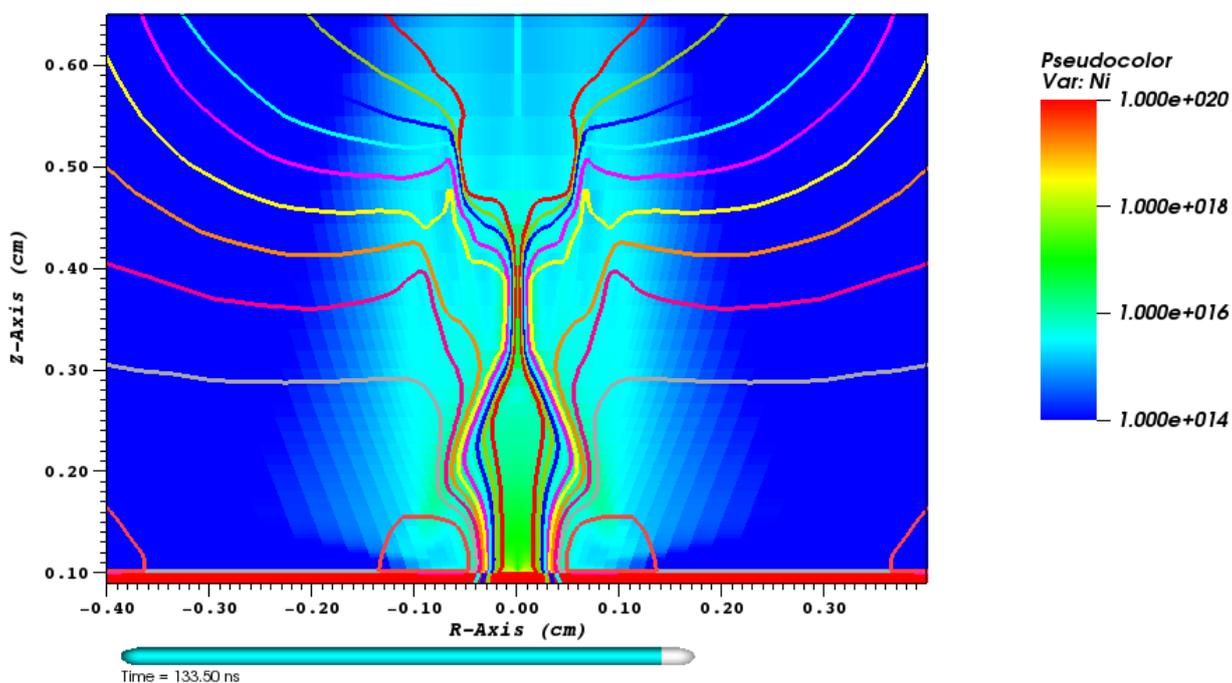


Рис. 5. Распределение плотности (цветом) и линии тока (контурами) в сформировавшейся перетяжке (133.5 нс).

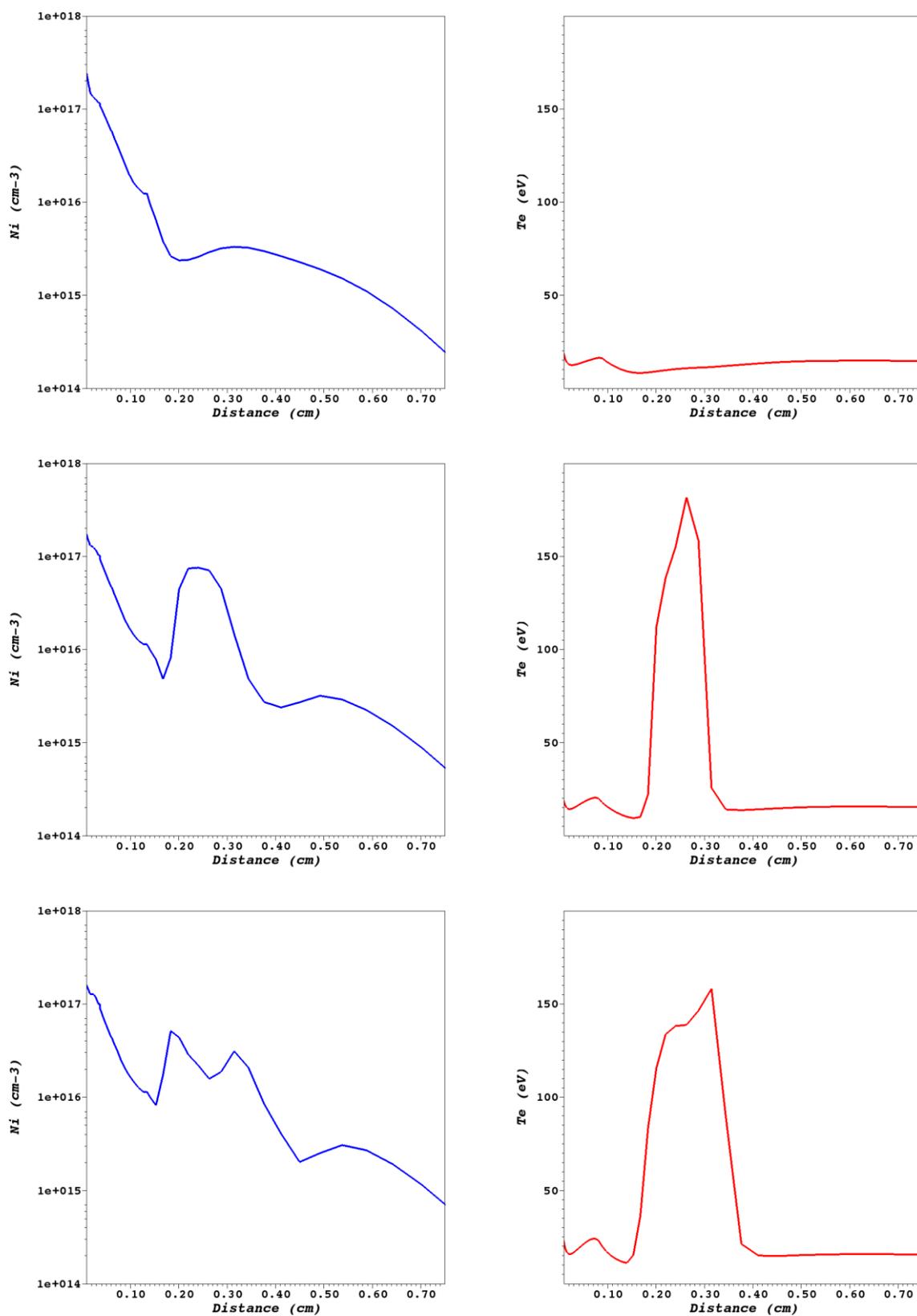


Рис. 6. Распределение концентрации ионов (синие кривые слева) и электронной температуры (красные кривые справа) вблизи оси на моменты 130 нс, 133.5 нс, 135 нс.

Результаты первых вычислительных экспериментов позволяют утверждать, что разработанная модель в целом адекватно отражает физическую картину развития токового импульса в диоде при заполнении его лазерной плазмой. Достигнуто качественное и удовлетворительное количественное согласие с данными экспериментов и теоретическими оценками по таким параметрам лазерно-индуцированного разряда, как время и место образования пинча, а также величинам температуры и плотности плазмы.

Для дальнейшего усовершенствования модели желательно учесть следующие физические процессы: эффект Холла, термоэлектрические явления, «замороженность» ионизации в разреженной плазме.

Также желательно уточнить модель испарения и увлечения массы током. Неясен и вопрос об площади катодного пятна: в расчётах диаметр катодного пятна брался из работы [12]. Более корректно было бы определить пятно эмиссии, как область, к моменту замыкания нагретую до температур, достаточных для инициации эктонных процессов. Но поскольку в металле уравнение теплопроводности не решается, приходится использовать модельный источник массы. Возможно, более обоснованным было бы принятие площади катодного пятна равным площади лазерного.

Другим очевидным усовершенствованием модели был бы переход от заранее заданного тока к нахождению тока, идущего через диод, путём решения уравнения цепи. Но для этого необходимо уточнение параметров экспериментальных установок.

## Список литературы

1. *Haseroth H. and Hill E.* // Rev.Sci.Instrum. 1996. V.67 P.1328.
2. *Кошелев К.Н., Банин В.Е., Слащенко Н.Н.* // УФН. 2007. Т.177, В.7, С. 777-780
3. *Romanov I.V., Rupasov A.A., Shikanov A.S., Paperny V.L. at al.* // J. of Phys. D: Appl.Phys. 2010. V.43. (7pp)
4. *И.В. Романов, В.Л. Паперный, Ю.В. Коробкин, Н.Г. Киселев, А.А. Рупасов, А.С. Шиканов.* Влияние параметров лазерного импульса на характеристики источника многозарядных ионов металлов на основе лазерно-индуцируемого искрового разряда средней мощности. Письма в ЖТФ, 2013, Т. 39, в. 8. С. 62-70.
5. *Брагинский С.И.* Явления переноса в плазме. // Вопросы теории плазмы. Вып. 1, М., Атомиздат, 1964. С. 183 – 272.
6. *Баранов В.Б., Краснобаев К.В.* Гидродинамическая теория космической плазмы. // М., Наука, 1977
7. *Никифоров А.Ф., Новиков В.Г., Уваров В.Б.* Квантово-статистические модели высокотемпературной плазмы и методы расчёта росселандовых пробегов и уравнений состояния. М.: Физматлит, 2000 год, 400 стр.

8. *Лебо И.Г., Тишкин В.Ф.* «Исследование гидродинамической неустойчивости в задачах лазерного термоядерного синтеза методами математического моделирования». — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 304 с.
9. *R. Fedosejevs, R. Ottmann, R. Sigel, G. Künle, S. Szatmari and F.P. Schäfer.* Phys. Rev. Lett. 64, 1250-1253 (1990).
10. *Roth A* Vacuum technology, 3rd edn. North-Holland, New York, 1990.
11. *Никольский Б.П. и др.* Справочник химика, т.1. — М.: Химия, 1966. — 1072 с.
12. *Е.А. Zverev, V.I. Krasov, I.A. Krinberg, V.L. Paperny* Formation of a Micropinch and Generation of Multiply Charged Ions at the Front of a Current-Carrying Plasma Jet. Plasma Physics Reports, Vol. 31, No. 10, 2005, pp. 843–854.
13. *Г.А. Месяц, С. А. Баренгольц,* Механизмы генерации аномальных ионов вакуумной дуги, УФН, **172**:10 (2002), 1113–1130
14. *S.V. Zakharov, P. Choi, C. Dumitresch, A.Yu. Krukovskiy, V.G. Novikov, K.D. Ware.* Performance Evaluation on Discharge and laser based EUV source using Z\* 2D Radiation MHD simulation. EUVL Source Workshop. Feb. 23, 2003, Santa Clara, California, USA. 16 p.
15. *Гасилов В.А., Гуськов С.Ю., Захаров С.В., Круковский А.Ю., Новикова Т.П., Оточин А.А., Розанов В.Б.* Математическое моделирование динамики замагниченной плазмы при внутренней абляции в цилиндрической полости. М., 1995, Препринт ИММ РАН №11.
16. *Гасилов В.А., Гуськов С.Ю., Захаров С.В., Круковский А.Ю., Оточин А.А., Розанов В.Б.* Численное моделирование плазменных течений во внутренних полостях лазерных термоядерных течений. Journal of Russian Laser Research, 1997, vol. 18, № 60, pp. 515 – 528.
17. *B. Benattar, V.A. Gasilov, A.Yu. Krukovskiy, P. Ney, A. Nikitin, A.F. Nikiforov, V.G. Novikov, A.A. Otochin, V.K. Rocrich, A.D. Solomyannaya, A.N. Starostin, A.E. Stepanov, S.V. Zakharov.* Implosion Dynamics of a Radiative Composite Z-pinch. IEEE Transactions of Plasma Science. August 1998, vol. 26, № 4, pp. 1210 – 1223.
18. *B. Benattar, V.A. Gasilov, A.Yu. Krukovskiy, A.F. Nikiforov, V.G. Novikov, S.V. Zakharov, V.S. Zakharov.* Influence of magnetohydrodynamic Rayleigh-Taylor instability on radiation of imploded heavy ion plasmas. Physics of Plasmas, January 1999, vol. 6, № 1, pp. 175 – 187.
19. *Гасилов В.А., Гуськов С.Ю., Захаров С.В., Круковский А.Ю., Новикова Т.П., Розанов В.Б.* Численное моделирование процессов нелинейной теплопроводности и радиационной газовой динамики при имплозии вещества во внутренних полостях мишеней ЛТС. М., 1999, Препринт ФИАН № 30.
20. *Браницкий А.В., Грабовский Е.В., Захаров С.В., Зурин Н.В., Круковский А.Ю., Олейник Т.Н., Смирнов В.П., Фролов И.Н.* О проникновении азимутального магнитного потока при сжатии двойного лайнера. Физика плазмы, 1999, т. 25, вып. 12, с 1079 – 1084.

21. V.A. Gasilov, S.Yu. Gus'kov, A.Yu. Krukovskiy, T.P. Novikova, V.B. Rozanov. Numerical simulation of plasma implosion due to radiation heating of the inlet hole walls of Hohlraum target. *Journal of Russian Laser Research*, 2000, vol. 21, № 5, pp. 465 – 473.
22. P. Choi, A.Yu. Krukovskiy, V.G. Novikov, S.V. Zakharov. Xenon Emission of Dense Plasma Focus. 10<sup>th</sup> Int. Workshop, Radiative Properties of Hot Dense Matter. Saint-Malo, France, 2002, 16 p.
23. Гасилов В.А., Чуватин А.С., Круковский А.Ю., Карташева Е.А., Ольховская О.Г., Болдарев А.С., Тарасов Д.С., Серова Н.В., Дьяченко С.В., Фрязинов О.В. Комплекс программ РАЗРЯД: Моделирование ускорения плазмы в сильноточных импульсных системах. *Математическое моделирование*, 2003, т. 15, № 9, с. 107 – 124.
24. Самарский А.А., Попов Ю.П. // Разностные методы решения задач газовой динамики. М., Наука. 1992
25. Я.Б.Зельдович, Ю.П.Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений М., ФИЗМАТЛИТ, 2008.
26. Yu.V. Korobkin, A.I. Lebo, I.G. Lebo, Investigation of the foreplasma parameters of a laser-plasma diode, *QUANTUM ELECTRON*, 2010, **40** (9), 811–816.
27. Ю.В. Коробкин, А.И. Лебо, И.Г. Лебо, И.В. Романов. Исследование процессов стабилизации пинчевания плазмы катодной струи вакуумного лазерно-индуцируемого искрового разряда. *Научный вестник МИРЭА*, 2013. № 1(13).