



Овчинников М.Ю., Ткачев С.С.,  
Ролдугин Д.С.

Разработка рекомендаций  
по управлению ориентацией  
микроспутника при отказе  
части актюаторов

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Овчинников М.Ю., Ткачев С.С., Ролдугин Д.С. Разработка рекомендаций по управлению ориентацией микроспутника при отказе части актюаторов // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2013. № 83. 29 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-83>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В.Келдыша  
Российской академии наук**

**М.Ю. Овчинников, С.С. Ткачев,  
Д.С. Ролдугин**

**Разработка рекомендаций  
по управлению ориентацией микроспутника  
при отказе части актюаторов**

**Москва — 2013**

**Овчинников М.Ю., Ткачев С.С., Ролдугин Д.С.**

Разработка рекомендаций по управлению ориентацией микроспутника при отказе части актюаторов

Рассматриваются типовые отказы исполнительных элементов магнитно-маховичной системы ориентации микроспутника «Чибис-М». Для каждого варианта отказов анализируется возможность продолжения миссии. При этом замена алгоритмов ориентации по сравнению со штатным режимом не предусмотрена. Отдельно рассматривается использование запасного элемента системы управления – гравитационной штанги.

**Ключевые слова:** магнитная система ориентации, маховичная система ориентации, гравитационная штанга

**Michael Ovchinnikov, Stepan Tkachev, Dmitry Roldugin**

Attitude control system failure cases response using operational actuators

Typical magneto-gyroscopic attitude control system failures are considered, “Chibis-M” microsatellite is used as an example. Mission recovery for each case is investigated. It is impossible to upload new attitude control algorithms on board. Gravitational boom is an auxiliary component of the attitude control system element and it is considered separately.

**Key words:** magneto-gyroscopic attitude control system, gravitational boom

Работа выполнена при финансовой поддержке ООО «Спутникс» (дог. 1226/11-1), РФФИ (гр. 12-01-33045) и Минобрнауки РФ (пр. 8182 и 14.132.21.1588).

## Содержание

Введение .....	3
1. Постановка задачи .....	3
2. Управление ориентацией в случае выхода из строя части маховиков и/или катушек без использования гравитационной штанги .....	6
2.1. Отказ одной магнитной катушки.....	6
2.2. Отказ маховика расположенного по оси $Ox_3$ спутника .....	6
3. Управление ориентацией в случае выхода из строя части маховиков и/или катушек с использованием гравитационной штанги .....	10
3.1. Использование гравитационной штанги и магнитных катушек .....	10
3.2. Использование гравитационной штанги, магнитных катушек и тангажного маховика.....	15
3.3. Использование гравитационной штанги, магнитных катушек и маховика, ось которого расположена по оси $Ox_3$ .....	21
Заключение.....	21
Литература .....	21
Приложение. Таблица отказов .....	23

## Введение

В работе рассматриваются способы стабилизации спутника «Чибис-М» при возможных отказах исполнительных элементов. При этом предполагается, что алгоритмы управления ориентацией остаются неизменными по сравнению со штатными режимами. Рассматривается ряд типичных отказов и возможные подходы к стабилизации движения, приводятся рекомендации по использованию гравитационной штанги.

Проводится исследование управляемого углового движения спутника, который считается твердым телом и движется в центральном гравитационном и дипольном магнитном полях по круговой орбите. В штатном режиме аппарат имеет три токовые катушки и три пары маховиков, их оси расположены по главным центральным осям инерции тела. Нештатный режим соответствует отказу части исполнительных элементов. При отказе токовой катушки предполагается, что ток через эту катушку нулевой (т.е. дипольный момент этой катушки равен нулю). В случае отказа пары маховиков (на аппарате «Чибис-М» установлены три ортогональные пары маховиков) рассматриваются две ситуации: маховики сохраняют постоянный кинетический момент и, как частный случай, имеют нулевой кинетический момент. Это связано с тем, что если по какой-либо причине перестает поступать ток на управляющий элемент, то токовая катушка за доли секунды перестает создавать магнитный момент, тогда как маховик продолжает вращаться с постоянной угловой скоростью (или, если учесть трение в осях маховиков, медленно останавливается).

## 1. Постановка задачи

Введем необходимые для описания движения спутника системы координат и уравнения движения.

В работе используются следующие системы координат:

$Ox_1x_2x_3$  – связанная система (ССК),  $O$  – центр масс спутника, ее оси совпадают с его главными центральными осями инерции.

$OX_1X_2X_3$  – орбитальная система координат (ОСК), ось  $OX_1$  лежит в плоскости орбиты и направлена по нормали к радиус-вектору в сторону движения спутника, ось  $OX_3$  – по радиус-вектору центра масс спутника,  $OX_2$  дополняет систему до правой.

Переход между системами задается матрицей направляющих косинусов  $A$ . Для исследования движения около положения равновесия используются самолетные углы (Рис. 1).

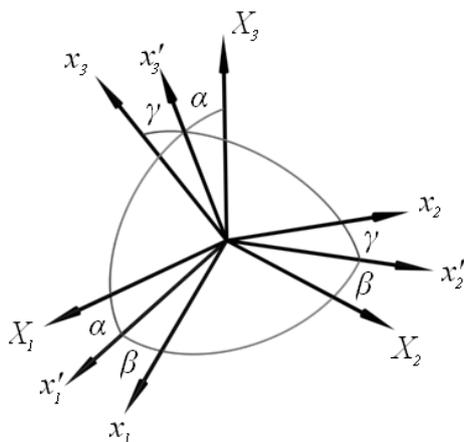


Рис. 1. Самолетные углы

Связь самолетных углов и элементов матрицы направляющих косинусов  $\mathbf{A}$  задается следующим выражением:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta & -\sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma & \cos \beta \cos \gamma & \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma \\ \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma + \sin \alpha \cos \gamma & -\cos \beta \sin \gamma & -\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma \end{pmatrix}. \quad (1.1)$$

Для описания движения используются динамические уравнения Эйлера

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{L} = \mathbf{M}, \quad (1.2)$$

которые дополняются кинематическими соотношениями в виде либо

$$\dot{\mathbf{A}} = \mathbf{W}\mathbf{A}, \quad (1.3)$$

либо

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= \frac{1}{\cos \beta} (\omega_2 \cos \gamma - \omega_3 \sin \gamma), \\ \dot{\beta} &= \omega_2 \sin \gamma + \omega_3 \cos \gamma, \\ \dot{\gamma} &= \omega_1 - \operatorname{tg} \beta (\omega_2 \cos \gamma - \omega_3 \sin \gamma). \end{aligned} \quad (1.4)$$

Здесь  $\mathbf{L}$  – вектор кинетического момента аппарата,  $\boldsymbol{\omega}_{\text{абс}}$  – вектор его абсолютной угловой скорости, который равен  $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_{\text{отн}} + \mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{\text{орб}}$ ,  $\boldsymbol{\omega}_{\text{отн}} = (\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3)$  – вектор относительной угловой скорости движения связанной системы координат и орбитальной,  $\boldsymbol{\omega}_0 = (0 \ \omega_0 \ 0)$  – угловая скорость относительного движения орбитальной системы координат и инерциальной,  $\mathbf{M}$  – момент сил, действующих на аппарат. Матрица  $\mathbf{W}$  имеет вид

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

В качестве моментов, действующих на аппарат, рассматриваются гравитационный и механический момент, обусловленный взаимодействием магнитного момента аппарата и геомагнитного поля, а также управляющий момент маховиков. Гравитационный момент имеет вид

$$\mathbf{M}_{gp} = 3\omega_0^2 \mathbf{E}_3 \times \mathbf{J} \mathbf{E}_3. \quad (1.5)$$

Здесь  $\mathbf{E}_3$  – вектор местной вертикали, записанный в связанных осях,  $\mathbf{J}$  – тензор инерции. В штатном режиме этот момент является возмущающим. При использовании гравитационной штанги этот момент является управляющим.

Момент, обусловленный взаимодействием магнитного момента аппарата и внешнего магнитного поля, имеет вид

$$\mathbf{M}_{магн} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}, \quad (1.6)$$

где  $\mathbf{m}$  – дипольный момент спутника,  $\mathbf{B}$  – вектор геомагнитной индукции. Магнитное управление используется для демпфирования угловой скорости и алгоритм имеет вид (алгоритм «-Vdot» [1])

$$\mathbf{m} = -k \frac{d\mathbf{B}}{dt}. \quad (1.7)$$

Здесь  $k$  – некоторый положительный размерный коэффициент.

В качестве модели геомагнитного поля используется модель прямого диполя, согласно которой геомагнитное поле аппроксимируется полем диполя, лежащего на оси вращения Земли в ее центре и антипараллельного направлению ее вращения. При движении спутника по орбите вектор индукции движется практически равномерно по почти круговому конусу. В ОСК компоненты вектора геомагнитной индукции имеют вид

$$B_1 = B_0 \sin i \cos u, \quad B_2 = B_0 \cos i, \quad B_3 = -2B_0 \sin i \sin u,$$

где  $B_0 = \frac{\mu_e}{r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 i \sin^2 u}$ . Кинетические моменты маховиков задаются уравнением

$$\dot{\mathbf{H}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} = k_a \mathbf{S} + k_\omega \boldsymbol{\omega}_{отн} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} - \mathbf{J} \dot{\mathbf{A}} \boldsymbol{\omega}_0. \quad (1.8)$$

Здесь  $\mathbf{S} = (a_{23} - a_{32} \quad a_{31} - a_{13} \quad a_{12} - a_{21})^T$ ;  $k_a, k_\omega$  – положительные размерные коэффициенты,  $\mathbf{H}$  – кинетический момент всех маховиков. При этом механический момент, действующий на спутник, имеет вид

$$\mathbf{M} = -\dot{\mathbf{H}} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}.$$

В работе учитывается, что могут быть изменены только коэффициенты в алгоритмах (1.7), (1.8), а так же имеется возможность выдвинуть гравитационную штангу, изменяя таким образом тензор инерции спутника.

Считается, что управление в нештатном режиме должно стабилизировать спутник в положении, когда ось  $Ox_3$  связанной системы координат совпадает с осью  $Ox_3$  орбитальной. Две другие оси связанной системы могут быть повернуты на некоторый постоянный угол относительно осей орбитальной. В штатном режиме реализуется совпадение всех осей.

## 2. Управление ориентацией в случае выхода из строя части маховиков и/или катушек без использования гравитационной штанги

В настоящем разделе рассматривается стабилизация аппарата в нештатных ситуациях без использования штанги.

### 2.1. Отказ одной магнитной катушки

Рассматривается работа магнитной системы демпфирования угловой скорости спутника, состоящей из трех взаимно перпендикулярных магнитных катушек, в случае отказа одной из них. Сначала исследуется динамика осесимметричного спутника с одной магнитной катушкой, установленной на его оси симметрии и реализующей алгоритм «- $B\dot{\omega}$ » [1]. В работе [2] показано, что в этом случае происходит демпфирование угловой скорости кроме компоненты, направленной вдоль оси катушки. Следовательно, использование двух перпендикулярных катушек позволяет обеспечить демпфирование угловой скорости. Результаты моделирования для спутника «Чибис-М» приведены на рис. 2. При моделировании применялась модель прямого диполя, тензор инерции аппарата  $\mathbf{J} = \text{diag}(1.02, 1.51, 1.73)$ . Орбита спутника – круговая с радиусом 6850 километров и наклоном  $51.7^\circ$ .

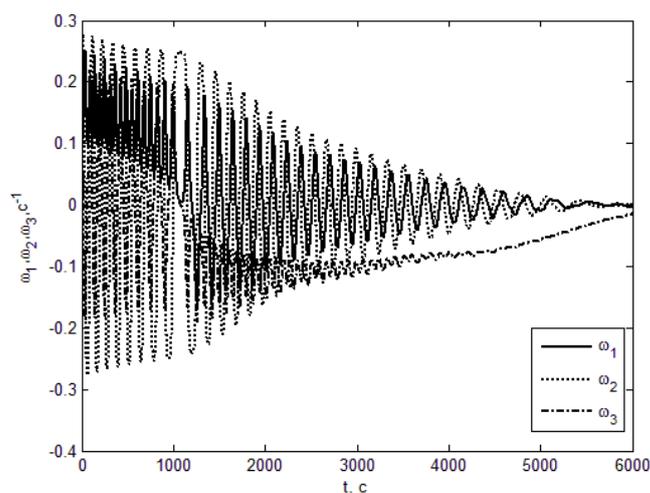


Рис. 2. Отключена первая катушка, дипольный момент катушек  $3.2 \text{ А}\cdot\text{м}^2$ .

Начальные условия  $\alpha = \beta = \gamma = 50^\circ$ ,  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 10 \text{ град/с}$ .

Как видно из рис. 2, быстрое действие магнитной системы демпфирования угловой скорости понижается (третья компонента угловой скорости гасится медленнее), но система, тем не менее, эффективно гасит угловую скорость аппарата.

### 2.2. Отказ маховика, расположенного по оси $Ox_3$ спутника

Уравнения движения (1.2) с учетом закона управления (1.8)

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{отн} + k_{\omega}\boldsymbol{\omega}_{отн} + k_a\mathbf{S} = 0$$

или в скалярном виде

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_1 + k_\omega \omega_1 + k_a S_1 &= 0, \\ J_2 \dot{\omega}_2 + k_\omega \omega_2 + k_a S_2 &= 0, \\ J_3 \dot{\omega}_3 + k_\omega \omega_3 + k_a S_3 &= 0. \end{aligned}$$

В случае отказа маховика, расположенного по оси  $Ox_3$  спутника, третье уравнение переписывается в виде

$$J_3 \dot{\omega}_3 + (\omega_2 + a_{22} \omega_0)(\omega_3 + a_{23} \omega_0)(J_3 - J_2) + (\omega_2 + a_{22} \omega_0)H_3 - (\omega_3 + a_{23} \omega_0)H_2 = M_3,$$

а остальные два останутся прежними. Численное моделирование показало, что при  $k_a \approx 0.01k_\omega$  положение  $\alpha = \gamma = 0$ ,  $\omega_1 = \omega_2 = 0$  является асимптотически устойчивым. Для примера на рис. 3 приведены результаты численного интегрирования при  $\omega_{10} = \omega_{20} = 2\omega_0$  и  $\alpha = 70^\circ$ ,  $\beta = 120^\circ$ ,  $\gamma = 40^\circ$ .

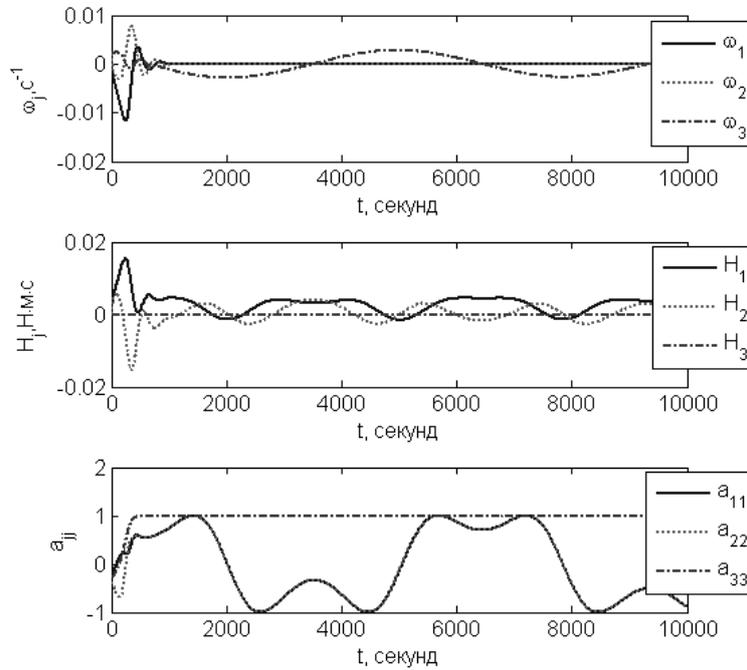


Рис. 3. Интегрирование уравнений движения при соотношении  $k_a \approx 0.01k_\omega$

Система уравнений, описывающая эволюцию при стационарном движении  $\alpha = \gamma = 0$ ,  $\omega_1 = \omega_2 = 0$ , принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{H}_1 + \omega_0 H_3 \cos \beta - \omega_3 H_2 &= -\omega_0 \omega_3 (J_3 - J_2) \cos \beta - J_1 \omega_0 \omega_3 \cos \beta, \\ \dot{H}_2 + \omega_3 H_1 - \omega_0 H_3 \sin \beta &= -\omega_0 \omega_3 (J_3 - J_2) \sin \beta + J_2 \omega_0 \omega_3 \sin \beta, \\ J_3 \dot{\omega}_3 + \omega_0^2 \sin \beta \cos \beta (J_2 - J_1) + \omega_0 (H_2 \sin \beta - H_1 \cos \beta) &= 0, \\ \dot{\beta} &= \omega_3. \end{aligned} \tag{2.1}$$

После замены переменных по формулам

$$\begin{aligned} h_1 &= H_1 \cos \beta - H_2 \sin \beta, \\ h_2 &= H_1 \sin \beta + H_2 \cos \beta \end{aligned} \tag{2.2}$$

уравнения (2.1) перепишутся в виде

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= -\omega_0 H_3 - \omega_0 \omega_3 J_3 + \omega_0 \omega_3 (J_2 - J_1) \cos 2\beta, \\ \dot{h}_2 &= \omega_0 \omega_3 (J_2 - J_1) \sin 2\beta, \\ J_3 \dot{\omega}_3 &= \omega_0 h_1 - \omega_0^2 \sin \beta \cos \beta (J_2 - J_1), \\ \dot{\beta} &= \omega_3, \end{aligned} \tag{2.3}$$

а ее решение в представимо виде

$$\begin{aligned} h_1 &= -\omega_0 J_3 (C_3 \cos \omega_0 t + C_4 \sin \omega_0 t) + \frac{1}{2} \omega_0 (J_2 - J_1) \sin 2\beta, \\ h_2 &= -\frac{1}{2} \omega_0 (J_2 - J_1) \cos 2\beta + C_2, \\ \beta &= C_3 \cos \omega_0 t + C_4 \sin \omega_0 t - \frac{H_3}{J_3} t + \frac{C_1}{\omega_0 J_3}, \\ \omega_3 &= -C_3 \omega_0 \sin \omega_0 t + C_4 \omega_0 \cos \omega_0 t - \frac{H_3}{J_3}. \end{aligned}$$

Здесь  $C_1, C_2, C_3, C_4$  – постоянные интегрирования. Их связь с начальными условиями записывается так:

$$\begin{aligned} C_1 &= h_{10} + \omega_0 \beta_0 J_3 - \frac{1}{2} \omega_0 (J_2 - J_1) \sin 2\beta_0, \\ C_2 &= h_{20} + \frac{1}{2} \omega_0 (J_2 - J_1) \cos 2\beta_0, \\ C_3 &= \frac{1}{2} \frac{J_2 - J_1}{J_3} \sin 2\beta_0 - \frac{h_{10}}{\omega_0 J_3}, \\ C_4 &= \frac{1}{\omega_0} \left( \omega_{30} + \frac{H_3}{J_3} \right). \end{aligned}$$

Делая замену, обратную (2.2), можно записать решение исходной системы (2.1).

Кинетические моменты маховиков  $H_1$  и  $H_2$

$$H_1 = h_1 \cos \beta + h_2 \sin \beta,$$

$$H_2 = -h_1 \sin \beta + h_2 \cos \beta.$$

Без ограничений, накладываемых на управление, маховики могут обеспечивать движение в таком режиме неограниченное время и при любых начальных условиях  $\omega_{30}, \beta_0, H_{10}, H_{20}$ . Однако маховики имеют ограничение по максимальному управляющему моменту и максимальному запасу кинетического момента. Далее определяются, какие ограничения на перечисленные начальные условия накладываются величиной максимального управляющего момента. Считается, что кинетический момент вышедшего из строя маховика  $H_3 = 0$ . Это объясняется тем, что, если маховик отключен, то

из-за трения в осях его угловая скорость быстро снижается до нуля. Также для простоты выкладок принято, что  $\beta_0 = 0$ . В этом случае выражение для  $\dot{H}_1$  примет вид

$$\dot{H}_1 = \left( \left( \omega_0 \left( \frac{1}{2}(J_2 - J_1) - J_3 \right) + C_2 \right) \cos \beta + \omega_0 J_3 \sqrt{C_3^2 + C_4^2} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \sin \beta \right) \omega_0 \sqrt{C_3^2 + C_4^2} \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Грубая оценка дает

$$\dot{H} \leq \omega_0 \sqrt{C_3^2 + C_4^2} \left( \omega_0 \left( \frac{1}{2}(J_2 - J_1) - J_3 \right) + C_2 \right) + \omega_0^2 J_3 (C_3^2 + C_4^2). \quad (2.4)$$

Аналогичные рассуждения можно провести и для  $\dot{H}_2$ . Оценка максимального значения начальной угловой скорости при  $H_{10} = H_{20} = 0$  и  $\dot{H}_{\max} = 0.00023 \text{ Н} \cdot \text{м}$  дает  $\omega_{30} \leq 6\omega_0$ , численное моделирование показывает, что  $\dot{H} \leq \dot{H}_{\max}$  выполняется еще при  $\omega_{30} \leq 12\omega_0$ , что связано со слишком грубой оценкой, однако в любом случае алгоритм магнитного демпфирования уменьшает угловую скорость до значения в  $2\omega_0$  [3]. Результаты моделирования приведены на рис. 4.

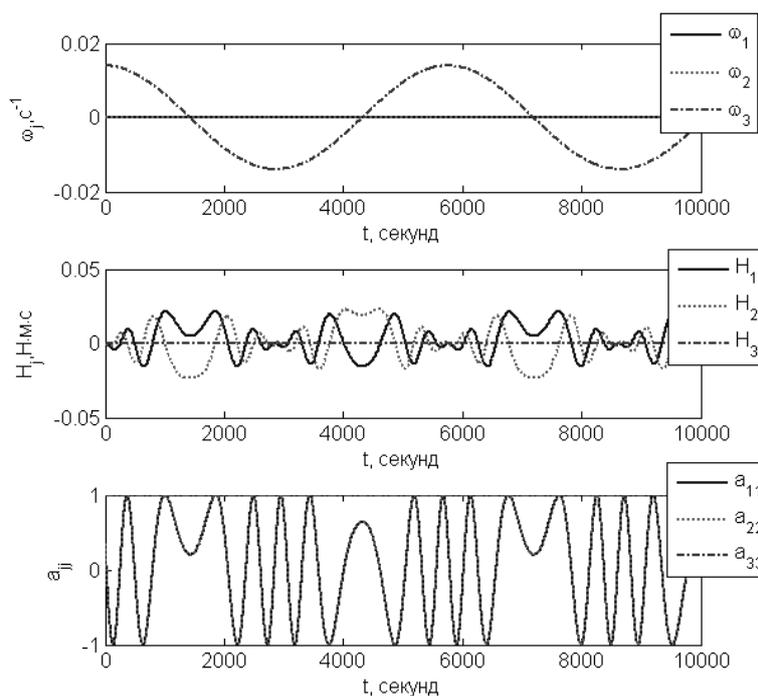


Рис. 4. Движение спутника в стационарном режиме при начальной угловой скорости  $\omega_{30} \approx 12\omega_0$

Итак, такое управление возможно. Его достоинством является то, что нет необходимости использовать гравитационную штангу и, как следствие, остается возможность ориентации на Солнце солнечными панелями с помощью маховиков. С другой стороны накладываются достаточно жесткие условия на накопленный кинетический момент маховиков (при значении угловой скорости

$\omega_{30} = 2\omega_0$  эта величина не превышает  $0.02 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ ), что потребует частой разгрузки. Альтернативой в этой ситуации может быть использование одного или двух маховиков в качестве тангажных.

### 3. Управление ориентацией в случае выхода из строя части маховиков и/или катушек с использованием гравитационной штанги

#### 3.1. Использование гравитационной штанги и магнитных катушек

Выдвижение гравитационной штанги обеспечивает соотношение между моментами инерции  $B > A > C$ , то есть выполнение условий устойчивости орбитальной ориентации спутника (совпадение одноименных осей орбитальной и связанной систем координат). Поэтому в случае отказа всех или даже части маховиков возможно использование гравитационной штанги для ориентации спутника. Тем не менее, из-за слабого гравитационного момента при помощи штанги можно удерживать только направление местной вертикали, вокруг которого спутник может вращаться при наличии возмущающих моментов. Ориентация третьей оси спутника по местной вертикали обеспечивает выполнение требований по ориентации полезной нагрузки.

Рассмотрим две проблемы, возникающие при использовании гравитационной штанги совместно с магнитной системой управления. Во-первых, необходимо определить предельное значение дипольного момента катушек, при котором не нарушается ориентация третьей оси аппарата по местной вертикали, то есть спутник не увлекается во вращение геомагнитным полем из-за взаимодействия с ним токовых катушек. Во-вторых, необходимо обеспечить однозначную ориентацию этой оси, при которой в поле зрения полезной нагрузки находится Земля.

Рассмотрим движение спутника в гравитационном поле. Уравнения (1.2)-(1.4) имеют частное решение  $\beta = \gamma = 0$ ,  $\omega_1 = \omega_2 = 0$ , при этом  $\alpha \neq const$ ,  $\omega_3 \neq const$ . Уравнение плоских колебаний имеет вид

$$B \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + 3\omega_0^2 (A - C) \sin \alpha \cos \alpha = 0. \quad (3.1)$$

Для (3.1) существует интеграл энергии

$$J = \frac{1}{2} B \dot{\alpha}^2 + \frac{3}{2} \omega_0^2 (A - C) \sin^2 \alpha, \quad (3.2)$$

величина которого зависит от начальной скорости и начального отклонения от устойчивого для «Чибиса» положения равновесия  $\alpha = 0$ . Интеграл (3.2) позволяет определить критическое значение начальных условий, при которых аппарат будет колебаться в плоскости орбиты. Для этого при максимальном отклонении от положения равновесия  $\alpha = 90^\circ$  скорость должна быть равна нулю, то есть при

$$\frac{1}{2} B \dot{\alpha}^2 (0) + \frac{3}{2} \omega_0^2 (A - C) \sin^2 \alpha (0) > \frac{3}{2} \omega_0^2 (A - C)$$

происходит вращение спутника. Критическое значение угловой скорости задается выражением [4]

$$|\dot{\alpha}(0)| = \sqrt{3\omega_0^2 \frac{(A-C)}{B}} |\cos \alpha(0)|. \quad (3.3)$$

Учитывая моменты инерции аппарата после выдвижения штанги, из (3.3) получаем, что  $|\dot{\alpha}(0)| \approx 1.3\omega_0$ , если начальное отклонение от положения равновесия равно нулю. Применение магнитных катушек для демпфирования угловой скорости позволяет получить абсолютную скорость порядка двух орбитальных до выдвижения гравитационной штанги (скорость вращения вектора геомагнитной индукции в инерциальном пространстве). При выдвижении штанги изменяются моменты инерции спутника, тогда как его кинетический момент остается постоянным. Это приводит к изменению его угловой скорости, кроме компоненты, направленной вдоль штанги. В случае плоского движения падение скорости пропорционально увеличению момента инерции, в результате критическая скорость становится достижимой, так как скорость сразу после выдвижения штанги может быть около  $0.6\omega_0$ .

Применение магнитной системы приводит к появлению в (3.1) дополнительного слагаемого, которое может изменить режим движения спутника или привести к изменению критического значения угловой скорости. При максимальном дипольном моменте катушек «Чибиса» аппарат увлекается во вращение магнитной системой. Определим максимальную величину дипольного магнитного момента катушек, при котором ориентация оси выдвижения штанги по местной вертикали еще возможна.

Рассмотрим движение на полярной орбите, но с учетом действия момента, возникающего при взаимодействии магнитных катушек с геомагнитным полем. При этом используется только катушка, расположенная вдоль оси выдвижения штанги и с ее помощью создается постоянный дипольный момент. В этом случае существует плоское движение, задаваемое уравнением

$$B \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + 3\omega_0^2 (A - C) \sin \alpha \cos \alpha = kB_0 (\cos u \cos \alpha + 2 \sin u \sin \alpha). \quad (3.4)$$

Рассмотрим модельную задачу, при помощи которой можно оценить влияние дипольного магнитного момента на возможность гравитационной ориентации. Упростим (3.4) так, чтобы усилить влияние момента, создаваемого при помощи магнитной системы. Для этого в правой части достаточно положить  $\alpha = 90^\circ$ , что приведет к увеличению величины вынуждающей силы до максимально возможной. Рассмотрим, кроме того, колебания спутника в линейном приближении. В результате получаем уравнение

$$B \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + 3\omega_0^2 (A - C) \alpha = 2k \sin u.$$

Решение этого уравнения складывается из общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного. Поскольку рассматриваются

колебания спутника около положения равновесия, общее решение однородного уравнения – колебания с амплитудой

$$\alpha_{gr} = \sqrt{\frac{\dot{\alpha}^2(0)}{\lambda} + \alpha^2(0)},$$

где  $\lambda = 3\frac{A-C}{B}\omega_0^2$ . Вынужденное решение – колебания с амплитудой

$$\alpha_{mag} = \frac{2kB_0}{B\omega_0^2}.$$

Отклонение спутника от положения  $\alpha = 0$  не превышает  $\alpha_{max} = \alpha_{gr} + \alpha_{mag}$ .

Для реализации колебательного режима движения достаточно выполнения условия  $\alpha_{max} < 90^\circ$ . Это задает связь между начальными данными (скорость и отклонение) и величиной дипольного магнитного момента, при которых спутник не переходит в режим вращательного движения. Приведем линии уровня начального отклонения спутника от положения  $\alpha = 0$ , при которых реализуется вращательный режим, в зависимости от начальной скорости и величины дипольного магнитного момента катушек.

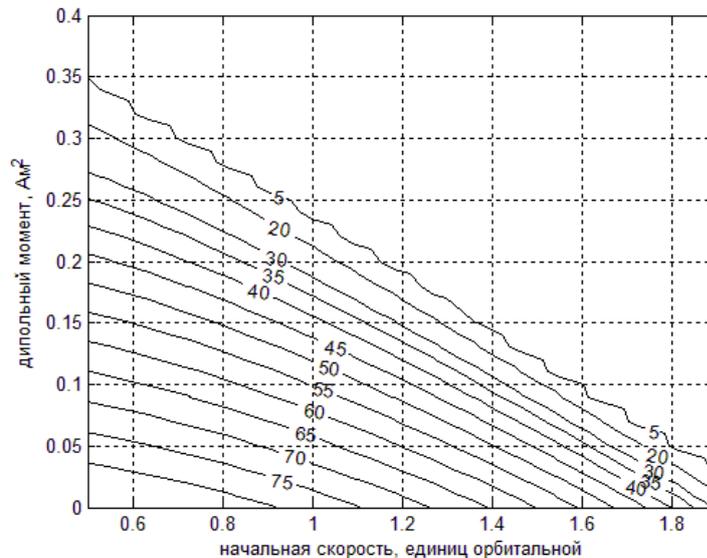


Рис. 5. Величина начального отклонения (указана в градусах на изолиниях), при которой реализуется вращательный режим движения

Из рис. 5 видно, что при дипольном моменте, превышающем  $0.35 \text{ А}\cdot\text{м}^2$ , колебательный режим нереализуем с учетом ограничений на минимально возможную начальную скорость после выдвигания штанги. Вообще, исходя из рис. 5, можно найти компромисс между достижимостью требуемого режима движения аппарата и величиной дипольного момента катушек. Поскольку на аппарат действуют различные возмущения (аэродинамический момент, момент сил светового давления, момент, создаваемый токами в электрической схеме аппарата) угловая скорость, обеспечиваемая работой магнитной системы

ориентации, будет выше теоретически достижимой. Поэтому желательно выбирать дипольный момент катушек в пределах  $0.1 \text{ A}\cdot\text{m}^2$ . Заметим также, что при значениях дипольного момента, больших  $0.5 \text{ A}\cdot\text{m}^2$ , механический момент, создаваемый при помощи катушек, превалирует над гравитационным.

Представленный на рис. 5 результат получен при решении модельной задачи. Численное моделирование трехмерного движения спутника показывает, что граница, разделяющая колебательный и вращательный режим движения, задается при помощи рис. 5 с точностью до десяти градусов для начального угла отклонения. Приведем результаты численного моделирования движения спутника с граничными значениями начального отклонения и дипольного момента катушек.

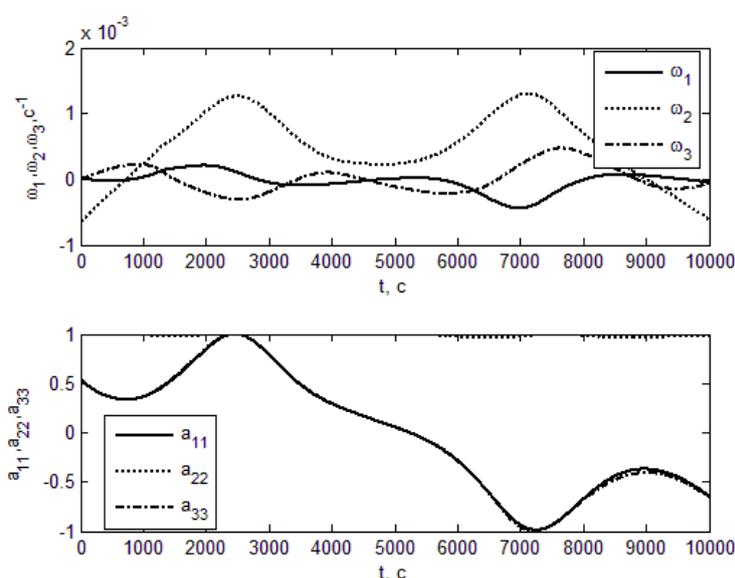


Рис. 6. Вращательный режим движения спутника. Дипольный момент катушек  $0.1 \text{ A}\cdot\text{m}^2$ . Начальные условия  $\alpha = 57^\circ, \beta = \gamma = 0^\circ, \omega_1 = \omega_3 = 0, \omega_2 = 0.6\omega_0$

На рис. 6 аппарат сначала находится во вращательном режиме, но за счет демпфирования скорости при помощи магнитной системы управления переходит в режим колебаний около другого положения равновесия. Максимальный дипольный момент, при котором еще возможны колебания, согласно результатам численного моделирования составляет  $0.41 \text{ A}\cdot\text{m}^2$ .

Рассмотрим теперь проблему попадания в колебательный режим около требуемого положения равновесия. Обычная стратегия управления при выдвигании штанги – использование других исполнительных элементов для приведения спутника в положение, близкое к требуемому, и выдвигание штанги. В рассматриваемом случае для этого могли бы использоваться катушки, реализующие одновременно алгоритм демпфирования « $-\dot{B}$ » и постоянный магнит, направленный по третьей оси аппарата. В этом случае спутник будет отслеживать этой осью направление локального вектора геомагнитной индукции. В момент наименьшего расхождения между вектором геомагнитной индукции и местной вертикалью выпускается штанга. Для

орбиты спутника «Чибис-М» это отклонение составляет около  $20^\circ$ , что позволило бы надеяться на реализацию однозначной ориентации. Но в контуре управления не предусмотрена одновременная реализация постоянного и демпфирующего дипольного момента катушек, а также нет возможности выдвижения штанги по показаниям датчиков ориентации. В результате при выдвижении штанги спутник может оказаться развернут в другую сторону. Однако выше было показано, что при дипольном моменте катушек, превышающем  $0.35 \text{ А}\cdot\text{м}^2$ , гравитационная ориентация не сохраняется. Поэтому в случае попадания спутника в режим колебательного движения около неправильной ориентации он может быть переведен во вращательный режим при помощи увеличения дипольного магнитного момента катушек, после чего при снижении дипольного момента он снова попадет в режим колебательного движения. На рис. 7 представлены результаты численного моделирования движения спутника при таком подходе.

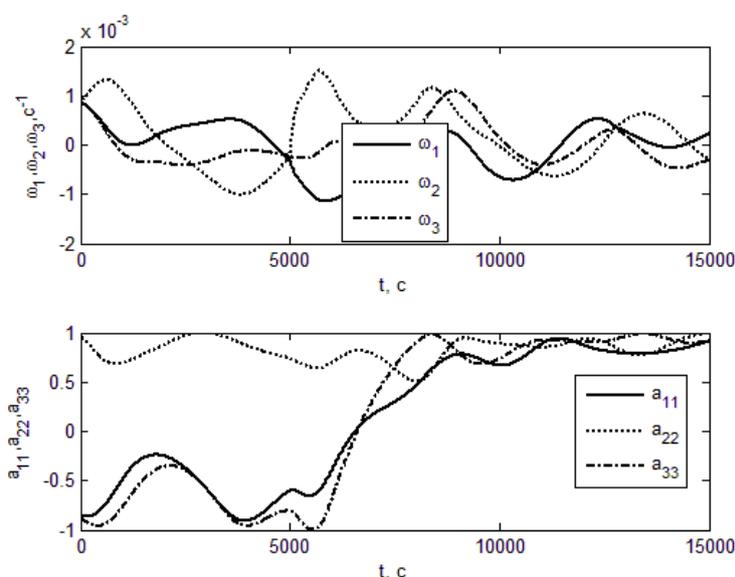


Рис. 7. Переход в требуемый режим колебательного движения. Дипольный момент катушек 0.1 и  $3.2 \text{ А}\cdot\text{м}^2$ . Начальные условия  $\alpha = 150^\circ, \beta = \gamma = 10^\circ$ ,  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0.05 \text{ град}/\text{с}$ .

В течение первых 5000 секунд дипольный момент катушек равен  $0.1 \text{ А}\cdot\text{м}^2$ . В результате спутник попадает в колебательный режим движения с неправильной ориентацией. Поэтому в течение 3000 секунд катушки включаются на полную мощность ( $3.2 \text{ А}\cdot\text{м}^2$ ), а затем снова переключаются на дипольный момент  $0.1 \text{ А}\cdot\text{м}^2$ . После этого спутник начинает колебания около требуемого положения равновесия.

Отклонение от требуемой ориентации, вызываемое действием магнитной системы, будет рассмотрено в разделе 3.2.

### 3.2. Использование гравитационной штанги, магнитных катушек и тангажного маховика

В случае если работает хотя бы один из маховиков, расположенных перпендикулярно третьей оси спутника, он может использоваться в качестве тангажного для удержания направления, перпендикулярного плоскости орбиты. Рассмотрим здесь случай, когда используется маховик, расположенный на оси  $Ox_2$ . В этом случае он обеспечивает совпадение вторых осей орбитальной и связанной осей координат и, следовательно, трехосную ориентацию. Если работает маховик, расположенный на оси  $Ox_1$ , по нормали к плоскости орбиты ориентируется эта ось. Если работают оба маховика, то, комбинируя соотношение их кинетических моментов, спутник можно повернуть вокруг местной вертикали на любой угол. Эти два случая аналогичны первому.

Раскрутка маховика сопровождается возрастанием угловой скорости спутника, поэтому необходимо использовать магнитные катушки для ее демпфирования. Будем использовать максимальный дипольный момент катушек для увеличения быстродействия системы. При этом момент, создаваемый магнитной системой, не достигнет величины, которая позволила бы нарушить ориентацию оси расположения маховика по нормали к плоскости орбиты. На рис. 8 представлен результат численного моделирования процесса раскрутки маховика и приведения его оси вращения к нормали к плоскости орбиты.

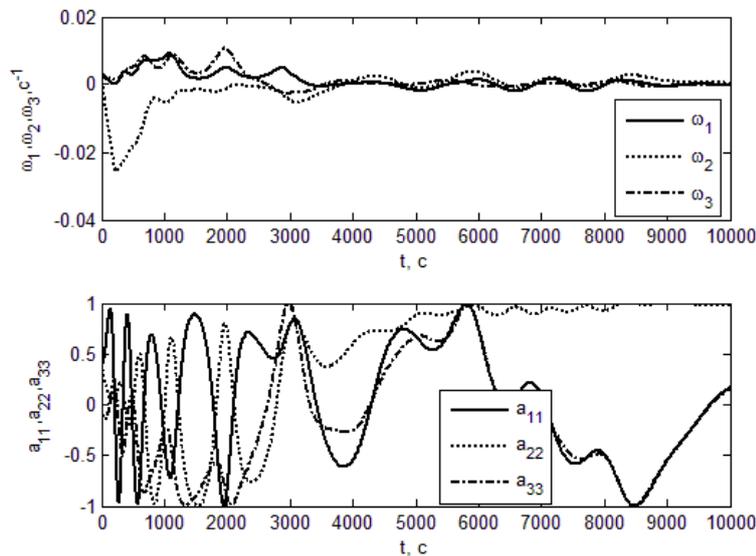


Рис. 8. Раскрутка маховика и демпфирование возникающих колебаний. Дипольный момент катушек  $3.2 \text{ A}\cdot\text{m}^2$ , скорость раскрутки  $2.2\cdot 10^{-4} \text{ Н}\cdot\text{м}$  (максимальная), конечный кинетический момент  $0.05 \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$ . Начальные условия  $\alpha = \beta = \gamma = 50^\circ$ ,  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0.15 \text{ град}/\text{с}$ .

Здесь и далее считаем, что кинетический момент тангажного маховика составляет  $0.05 \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$ , то есть меньше максимального. Такая величина кинетического момента маховика обеспечивает превалирование его действия

над действием гравитационного и магнитного моментов. Применение маховика обеспечивает существование устойчивого положения равновесия  $\beta = \gamma = 0$  [5], а применение алгоритма демпфирования обеспечивает асимптотическую устойчивость этого положения, гася колебания оси вращения маховика. Из рис. 8 видно, как в течение первых 2000 секунд угловая скорость спутника возрастает из-за раскрутки маховика, а затем демпфируется при помощи алгоритма «*-Bdot*», в результате ось расположения маховика практически совпадает с нормалью к плоскости орбиты. Вокруг этого направления аппарат медленно вращается.

Для стабилизации в плоскости орбиты применяется гравитационная штанга. При этом все рассуждения, приведенные в пункте 3.1 относительно максимальной величины дипольного момента катушек и обеспечения однозначной ориентации, сохраняются. Однако, за счет того, что на «Чибисе» на самом деле используются реактивные маховики, переворот спутника при достижении неправильной ориентации можно осуществить при помощи маховика, а не катушек. На рис. 9 представлен результат численного моделирования движения спутника с раскруткой маховиков и раскрытием штанги.

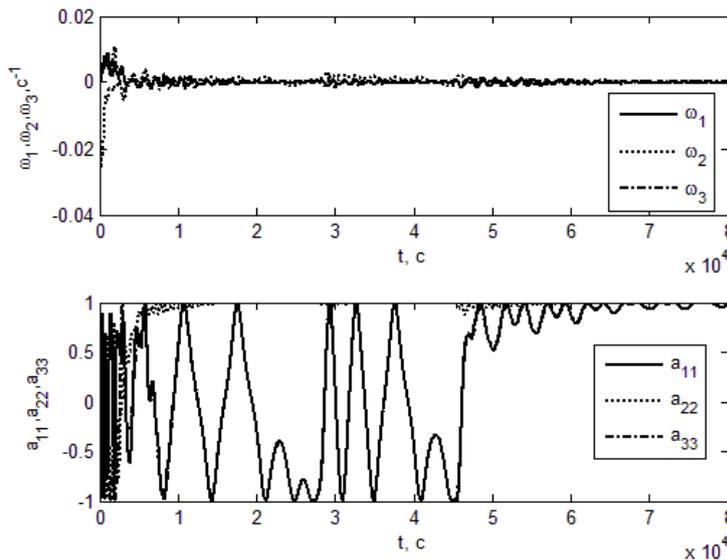


Рис. 9. Раскрутка маховика, раскрытие штанги и приведение аппарата в требуемое положение. Дипольный момент катушек  $3.2$  или  $0.1 \text{ А}\cdot\text{м}^2$ , скорость раскрутки  $2.2 \cdot 10^{-4} \text{ Н}\cdot\text{м}$  (максимальная), конечный кинетический момент  $0.05 \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$ . Начальные условия  $\alpha = \beta = \gamma = 50^\circ$ ,  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0.15 \text{ град}/\text{с}$ .

В течение первых 7000 секунд катушки реализуют максимальный дипольный момент. Затем дипольный момент изменяется на  $0.1 \text{ А}\cdot\text{м}^2$  и раскрывается гравитационная штанга. Примерно через 21000 секунд аппарат переходит в режим колебаний, но с неправильной ориентацией штанги. На катушки в течение 2000 секунд подается максимальный ток, что переводит

аппарат во вращательный режим. Затем он снова попадает в колебательный режим с неправильной ориентацией и процесс повторяется. Наконец примерно через 48000 секунд (половина суток) спутник выходит на требуемый режим ориентации.

Определим, как влияет магнитная система ориентации на установившееся движение спутника, когда его угловая скорость мала, а оси системы  $Ox_1x_2x_3$  практически совпадают с осями системы  $OX_1X_2X_3$ . Будем считать, что на спутник действуют гравитационный и магнитный моменты. Гравитационный момент делает устойчивой орбитальную ориентацию спутника. Вообще, достаточные условия устойчивости имеют вид [5]

$$A - C > 0, \quad \omega_0(B - A) + h > 0, \quad 4\omega_0(B - C) + h > 0,$$

где  $h$  – кинетический момент маховика. Условие  $A - C > 0$  обеспечивает устойчивость по углу тангажа (в плоскости орбиты) и выполняется благодаря гравитационной штанге. Устойчивость по рысканию и крену обеспечивается маховиком благодаря величине его кинетического момента. МСО реализует дипольный магнитный момент

$$\mathbf{m} = -k \frac{d\mathbf{B}}{dt}.$$

Рассмотрим, как влияет на гравитационную ориентацию спутника, оснащенного тангажным маховиком, введение момента  $\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$ . Будем считать, что его влияние мало по сравнению с влиянием гравитационного момента. Запишем систему (1.2)-(1.4), введя дифференцирование по аргументу широты,

$$\begin{aligned} \frac{d\Omega_1}{du} &= h_A \Omega_3 + \theta_A (\Omega_2 \Omega_3 - 3a_{32}a_{33}) + \frac{1}{A\omega_0^2} M_{1x}, \\ \frac{d\Omega_2}{du} &= \theta_B (\Omega_1 \Omega_3 - 3a_{31}a_{33}) + \frac{1}{B\omega_0^2} M_{2x}, \\ \frac{d\Omega_3}{du} &= -h_C \Omega_1 + \theta_C (\Omega_1 \Omega_2 - 3a_{31}a_{32}) + \frac{1}{C\omega_0^2} M_{3x}, \\ \frac{d\alpha}{du} &= \frac{1}{\cos \gamma} (\Omega_1 \sin \beta + \Omega_2 \cos \beta) - 1, \\ \frac{d\beta}{du} &= \Omega_3 + \operatorname{tg} \gamma (\Omega_1 \sin \beta + \Omega_2 \cos \beta), \\ \frac{d\gamma}{du} &= \Omega_1 \cos \beta - \Omega_2 \sin \beta, \end{aligned} \tag{3.5}$$

$$\text{где } h_A = \frac{h}{A\omega_0}, \quad h_C = \frac{h}{C\omega_0}, \quad \theta_A = \frac{B-C}{A}, \quad \theta_B = \frac{C-A}{B}, \quad \theta_C = \frac{A-B}{C}, \quad \Omega_i = \omega_i / \omega_0$$

( $i = 1, 2, 3$ ).

Система (3.5) при отсутствии магнитного момента допускает стационарное решение  $\alpha = \beta = \gamma = 0, \Omega_1 = \Omega_3 = 0, \Omega_2 = 1$ . Будем искать решения, рождающиеся из него при действии слабого магнитного момента, при помощи метода Пуанкаре [6]. Представим уравнения движения (3.5) в виде

$$\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \varepsilon \mathbf{g}(\mathbf{x}),$$

где  $\mathbf{x} = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \alpha, \beta, \gamma)$ ,  $\varepsilon = \frac{kB_0^2}{B\omega_0}$  (для «Чибиса» с раскрытой штангой и

дипольным моментом катушек  $0.1 \text{ А}\cdot\text{м}^2$   $\varepsilon \approx 0.16$ ). Решение ищем в виде  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \varepsilon \mathbf{x}_1 + O(\varepsilon^2)$ , где  $\mathbf{x}_0 = (0, 1, 0, 0, 0, 0)$  – стационарное решение,

$\mathbf{x}_1 = (w_1, w_2, w_3, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$  – искомое решение. Тогда

$$\frac{d\mathbf{x}_0}{du} + \varepsilon \frac{d\mathbf{x}_1}{du} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) + \varepsilon (\mathbf{F}(\mathbf{x}_0)\mathbf{x}_1 + \mathbf{g}(\mathbf{x}_0)) + O(\varepsilon^2),$$

где  $F_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ . Для нахождения  $\mathbf{F}$  выпишем явно  $a_{32}a_{33}, a_{31}a_{33}, a_{31}a_{32}$ :

$$a_{32}a_{33} = \sin \alpha \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \cos^2 \alpha \cos \beta \sin \gamma \cos \gamma,$$

$$a_{31}a_{33} = -\sin \alpha \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma + \cos^2 \alpha \sin \beta \sin \gamma \cos \gamma,$$

$$a_{31}a_{32} = -\sin^2 \alpha \sin \beta \cos \beta - \sin \alpha \cos \alpha \cos^2 \beta \sin \gamma + \sin \alpha \cos \alpha \sin^2 \beta \sin \gamma + \cos^2 \alpha \sin \beta \cos \beta \sin^2 \gamma.$$

Тогда

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}_0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \theta_A + h_A & 0 & 0 & -3\theta_A \\ 0 & 0 & 0 & 3\theta_B & 0 & 0 \\ \theta_C - h_C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Определим  $\mathbf{g}(\mathbf{x}_0)$ . Производная вектора геомагнитной индукции в системе  $Ox_1x_2x_3$  определяется из соотношения

$$\frac{d\mathbf{B}_x}{dt} = \mathbf{A}^T \frac{d\mathbf{B}_X}{dt} - \boldsymbol{\omega}_{\text{отн}} \times \mathbf{B}_x,$$

где  $\boldsymbol{\omega}_{\text{отн}}$  – относительная угловая скорость спутника в системе  $Ox_1x_2x_3$ . Заметим, что стационарное решение  $\mathbf{x}_0$  соответствует нулевой относительной скорости систем  $Ox_1x_2x_3$  и  $OX_1X_2X_3$  и их совпадению. То есть,  $\boldsymbol{\omega}_{\text{отн}} = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{A} = \mathbf{E}$  и

$$\frac{d\mathbf{B}_x}{dt} = \frac{d\mathbf{B}_X}{dt}.$$

Используем модель прямого диполя. Тогда

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}_0) = \sin i \cos i \left( -2 \frac{B}{A} \cos u, 2 \operatorname{tg} i, \frac{B}{C} \sin u, 0, 0, 0 \right)^T.$$

Для определения  $\mathbf{x}_1$  получаем систему

$$\begin{aligned} \frac{dw_1}{du} &= (\theta_A + h_A) w_3 - 3\theta_A \gamma_1 - 2 \frac{B}{A} \sin i \cos i \cos u, \\ \frac{dw_2}{du} &= 3\theta_B \alpha_1 + 2 \sin i \cos i \operatorname{tg} i, \\ \frac{dw_3}{du} &= (\theta_C - h_C) w_1 + \frac{B}{C} \sin i \cos i \sin u, \\ \frac{d\alpha_1}{du} &= w_2, \quad \frac{d\beta_1}{du} = \gamma_1 + w_3, \quad \frac{d\gamma_1}{du} = w_1 - \beta_1. \end{aligned} \tag{3.6}$$

Уравнения для  $\alpha_1$  и  $w_2$  отделяются. Общее решение для  $\alpha_1$  и  $w_2$  представляет собой колебания около стационарного решения. Выпишем матрицу системы для определения  $\beta_1, \gamma_1, w_1, w_3$ :

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & \theta_A + h_A & 0 & -3\theta_A \\ \theta_C - h_C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

и найдем ее собственные значения:

$$\det(\mathbf{W} - \lambda \mathbf{E}) = \lambda^4 + a\lambda^2 + b,$$

где  $a = 1 + 3\theta_A - (\theta_A + h_A)(\theta_C - h_C)$ ,  $b = -(\theta_C - h_C)(4\theta_A + h_A)$ . Тогда

$$\lambda^2 = \frac{1}{2} \left( -a \pm \sqrt{a^2 - 4b} \right).$$

Поскольку кинетический момент маховика велик, то  $a^2 - 4b = h_A^2 h_C^2 + O(h_A^2 h_C + h_C^2 h_A) > 0$ . Вместе с тем,  $a > 0$ . Поэтому все четыре собственных значения чисто мнимые и общее решение – колебание около стационарного решения. Большой интерес, однако, представляет вынужденное решение, показывающее влияние МСО на стационарное решение. Будем искать частное решение системы (3.6). Для  $\alpha_1$  имеем

$$\alpha_1 = -\frac{2 \sin^2 i}{3\theta_B},$$

то есть МСО приводит к постоянному отклонению по углу тангажа. Углы  $\beta_1, \gamma_1$  будем искать в виде

$$\beta_1 = A_1 \sin u + A_2 \cos u, \quad \gamma_1 = B_1 \sin u + B_2 \cos u.$$

Тогда

$$w_1 = (A_1 - B_2) \sin u + (A_2 + B_1) \cos u, \quad w_3 = -(A_2 + B_1) \sin u + (A_1 - B_2) \cos u.$$

Подставляя эти выражения в (3.6) и приравнявая коэффициенты при  $\sin u$  и  $\cos u$ , получаем систему для определения  $A_1, A_2, B_1, B_2$

$$(1 - \theta_A - h_A)A_1 + (-1 + 4\theta_A + h_A)B_2 = -2\frac{B}{A}\sin i \cos i,$$

$$-(1 - \theta_A - h_A)A_2 + (-1 + 4\theta_A + h_A)B_1 = 0,$$

$$(-1 - \theta_C + h_C)A_2 - (1 + \theta_C - h_C)B_1 = 0,$$

$$(-1 - \theta_C + h_C)A_1 + (1 + \theta_C - h_C)B_2 = \frac{B}{C}\sin i \cos i.$$

Решая ее, получаем вынужденное решение системы (3.6)

$$\alpha_1 = -\frac{2\sin^2 i}{3\theta_B}$$

$$\beta_1 = \sin i \cos i \left( -2\frac{B}{A}(1 + \theta_C - h_C) + \frac{B}{C}(-1 + 4\theta_A + h_A) \right) \sin u,$$

$$\gamma_1 = \sin i \cos i \left( \frac{B}{C}(1 - \theta_A - h_A) - 2\frac{B}{A}(-1 - \theta_C + h_C) \right) \cos u,$$

$$w_1 = \sin i \cos i \left( -4\frac{B}{A}(1 + \theta_C - h_C) + \frac{B}{C}(5\theta_A + 2h_A - 2) \right) \sin u,$$

$$w_2 = 0,$$

$$w_3 = \sin i \cos i \left( -4\frac{B}{A}(1 + \theta_C - h_C) + \frac{B}{C}(5\theta_A + 2h_A - 2) \right) \cos u.$$

Таким образом, найдено отклонение от стационарного решения, вызванное влиянием МСО. Величина этого отклонения для «Чибиса» с дипольным моментом  $0.1 \text{ А}\cdot\text{м}^2$  составляет  $6^\circ$ . Вообще, взаимосвязь отклонения и величины дипольного момента задается выражением

$$\alpha_1 = \frac{2}{3}\sin^2 i \frac{B_0}{\omega_0^2(C - A)}k. \quad (3.7)$$

Простая линейная зависимость (3.7) позволяет найти компромисс между точностью и быстродействием системы ориентации. Эта формула может использоваться, если для ориентации аппарата применяется только гравитационная штанга и магнитная система, так как тангажный маховик влияет только на систему для определения  $\beta_1, \gamma_1, w_1, w_3$ .

По углам рыскания и крена наблюдаются малые колебания с орбитальной частотой. Заметим, что может возникнуть резонанс, если собственное число  $\lambda$  матрицы  $\mathbf{W}$  окажется равным  $\pm i$ . Найдем параметры, приводящие к таким собственным числам. Они определяются из соотношения

$$\lambda^2 = \frac{1}{2} \left( -a \pm \sqrt{a^2 - 4b} \right) = -1,$$

откуда

$$-a + b + 1 = 0,$$

что приводит к соотношению

$$h_c - \theta_c - 1 = 0.$$

В рассматриваемом случае маховика с большим кинетическим моментом  $h_c$  несоизмеримо с  $\theta_c, 1$  и резонанса не возникает.

### **3.3. Использование гравитационной штанги, магнитных катушек и маховика, ось которого расположена по оси $Ox_3$**

Как было показано в разделе 3.1, ось  $Ox_3$  спутника можно стабилизировать в орбитальной системе координат. В случае, когда маховик по этой оси функционирует, возможен поворот спутника вокруг этой оси с помощью маховика. При этом необходимо парировать гироскопический момент, возникающий в плоскости, перпендикулярной оси  $Ox_3$ . Его величина имеет порядок  $\omega_0 H_3 \leq \omega_0 H_{\max} \approx 7.92 \times 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{м}$ . По этой причине необходимо избегать больших значений кинетического момента маховика.

Уравнения управляемого одноосного вращения записываются в виде

$$J_3 \dot{\omega}_3 + k_\omega \omega_3 + 2k_a \sin \gamma = 0.$$

Очевидно, что при  $k_\omega > 0$  и  $k_a > 0$ , гарантируется асимптотическая устойчивость положения равновесия  $\omega_3 = 0$ ,  $\gamma = 0$  (доказательство можно провести аналогично тому, как это сделано в [7]).

Этот режим рекомендуется использовать только в том случае, когда принципиальна трехосная орбитальная стабилизация, так как в этом случае, кроме активного маховичного управления, так же необходимо производить регулярную разгрузку маховиков.

### **Заключение**

В работе подробно исследованы основные варианты потенциальных отказов исполнительных элементов. Сводная таблица приведена в Приложении.

### **Литература**

1. Stickler A.C., Alfried K.T. Elementary Magnetic Attitude Control System // Journal of Spacecraft and Rockets. 1976. V. 13. № 5. P. 282–287.
2. Ovchinnikov M.Y., Roldugin D.S., Penkov V.I. Asymptotic study of a complete magnetic attitude control cycle providing a single-axis orientation // Acta Astronautica. 2012. V. 77. P. 48–60.
3. Овчинников М.Ю., Ролдугин Д.С., Карпенко С.О., Пеньков В.И. Исследование быстродействия алгоритма активного магнитного демпфирования // Космические исследования. 2012. Т. 50. № 2. С. 176–183.

4. Боевкин В.И., Гуревич Ю.Г., Павлов Ю.Н., Толстоусов. Ориентация искусственных спутников в гравитационных и магнитных полях Москва: Наука, 1976.
5. Сарычев В.А. Вопросы ориентации искусственных спутников. Итоги науки и техники. Серия: Исследование космического пространства. М: ВИНТИ, 1978. Вып. Т.11.
6. Малкин И.Г. Некоторые задачи теории нелинейных колебаний. Москва: Едиториал УРСС, 2004.
7. Овчинников М.Ю., Ткачев С.С., Карпенко С.О. Исследование углового движения микроспутника Чибис-М с трехосным маховичным управлением. // Космические исследования. 2012. Т. 50. № 6. С. 462–471.

### Приложение. Таблица отказов

Отказ \	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_1$ и $H_2$	$H_1$ и $H_3$	$H_2$ и $H_3$	$H_1,$ $H_2,$ $H_3$
Мин. число катушек для стабилизации	2	2	1 ( $m_1/m_2$ )	2	2	2	2
Необх. штанги	да	да	не обязательно	да	да	да	да
Необх. разгрузки	нет	нет	да	да	нет	нет	нет
Управление	1	1	1 или 2	3	1	1	4

На рис. П.1. представлена блок-схема отказов маховиков, она применима в том случае, когда функционирует две и более токовых катушки. Далее на рис. П.2-П.6. приведены блок-схемы для разных случаев отказов:

– Рис. П.2. Демпфирование угловой скорости с помощью алгоритма « $-\dot{V}$ » (п.2.1). Раскрутка маховика, расположенного в плоскости перпендикулярной оси  $Ox_3$  спутника и развертывание штанги (п.3.2).

– Рис. П.3. Демпфирование угловой скорости с помощью алгоритма « $-\dot{V}$ » (п.2.1). Стабилизация двумя маховиками, лежащими в плоскости перпендикулярной оси  $Ox_3$  спутника, с помощью штатного PD-регулятора (при этом  $k_{\omega_3} = 0$ ,  $k_{a_3} = 0$ ) (п.2.2). Необходима разгрузка маховиков.

– Рис. П.4. Демпфирование угловой скорости с помощью алгоритма « $-\dot{V}$ » (п.2.1). Развертывание штанги и стабилизация оси  $Ox_3$  (п.3.1). Поворот на нужный угол с помощью маховика  $H_3$  с использованием PD-регулятора (п.3.3).

– Рис. П.5. Демпфирование угловой скорости с помощью алгоритма « $-\dot{V}$ » (п.2.1). Развертывание штанги и стабилизация оси  $Ox_3$  (п.3.1).

– Рис. П.6. В случае выхода из строя двух катушек, но рабочих маховиках использование PD-регулятора осложнено невозможностью магнитной разгрузки. Для стабилизации движения необходим как минимум один маховик, ось которого сонаправлена с осью оставшейся катушки. Штангу при этом так же необходимо выпустить.

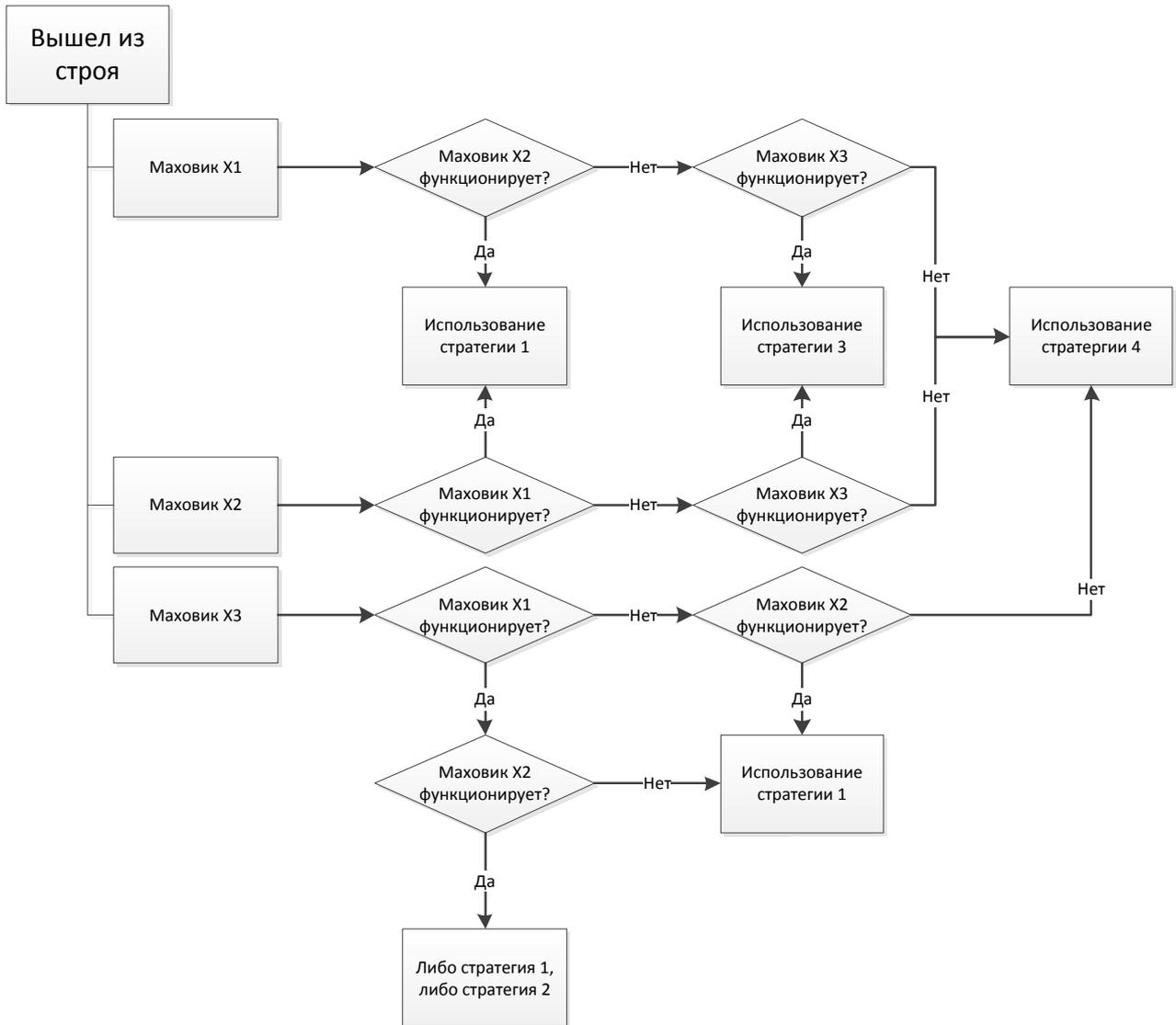


Рис. П.1. Схема отказов маховиков. Применима при условии функционирования двух и более катушек

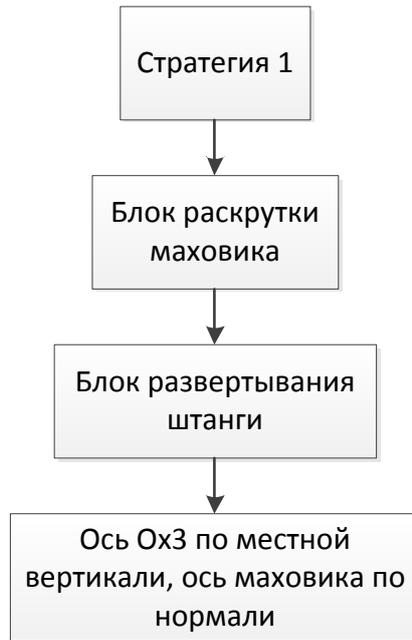


Рис. П.2. Блок-схема реализации первой стратегии управления

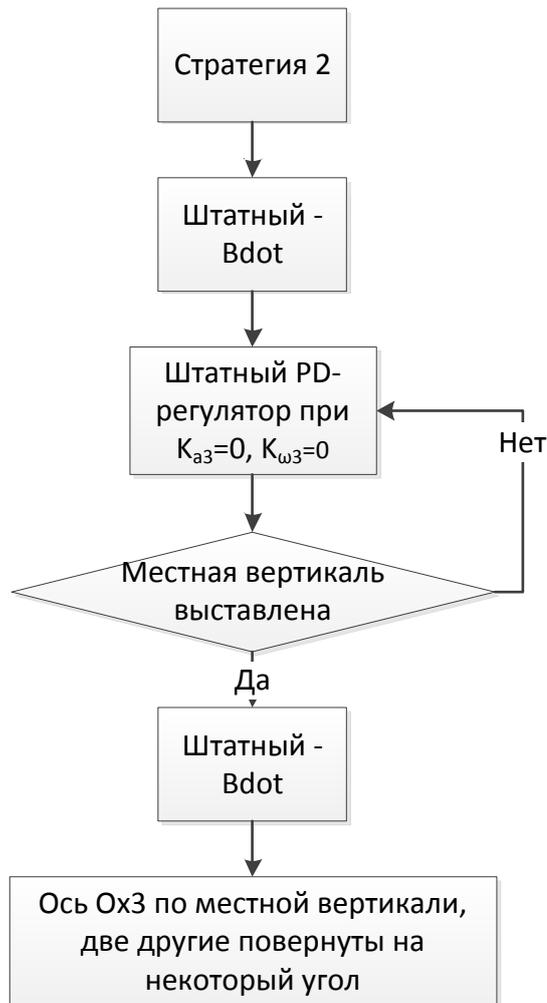


Рис. П.3. Блок-схема реализации второй стратегии управления

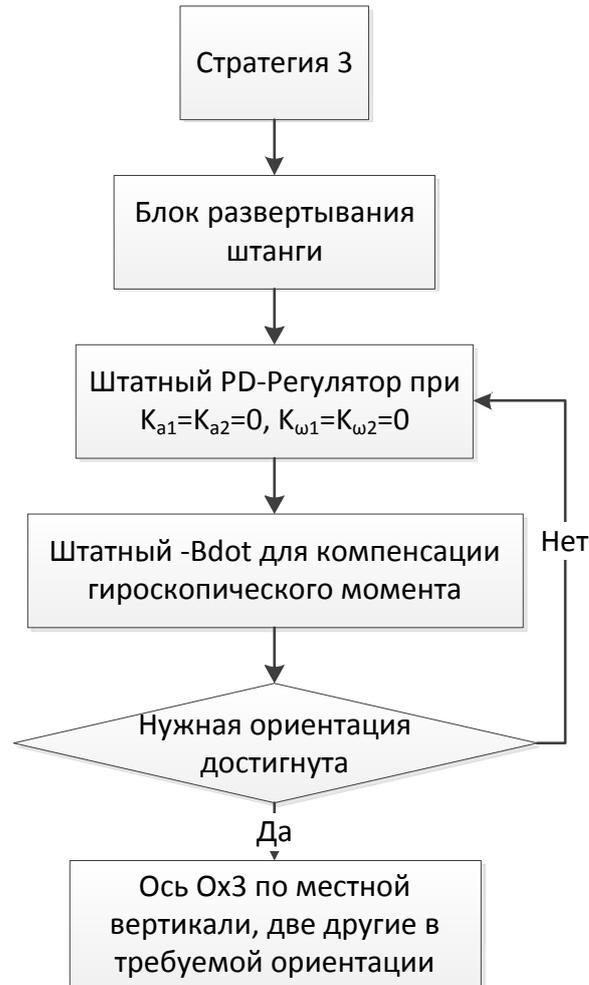


Рис. П.4. Блок-схема реализации третьей стратегии управления



Рис. П.5. Блок-схема реализации четвертой стратегии управления



Рис. П.6. Блок-схема реализации пятой стратегии управления

Далее на рис. П.7-8 приведены функциональные блоки, указанные на рис. П.2-6.

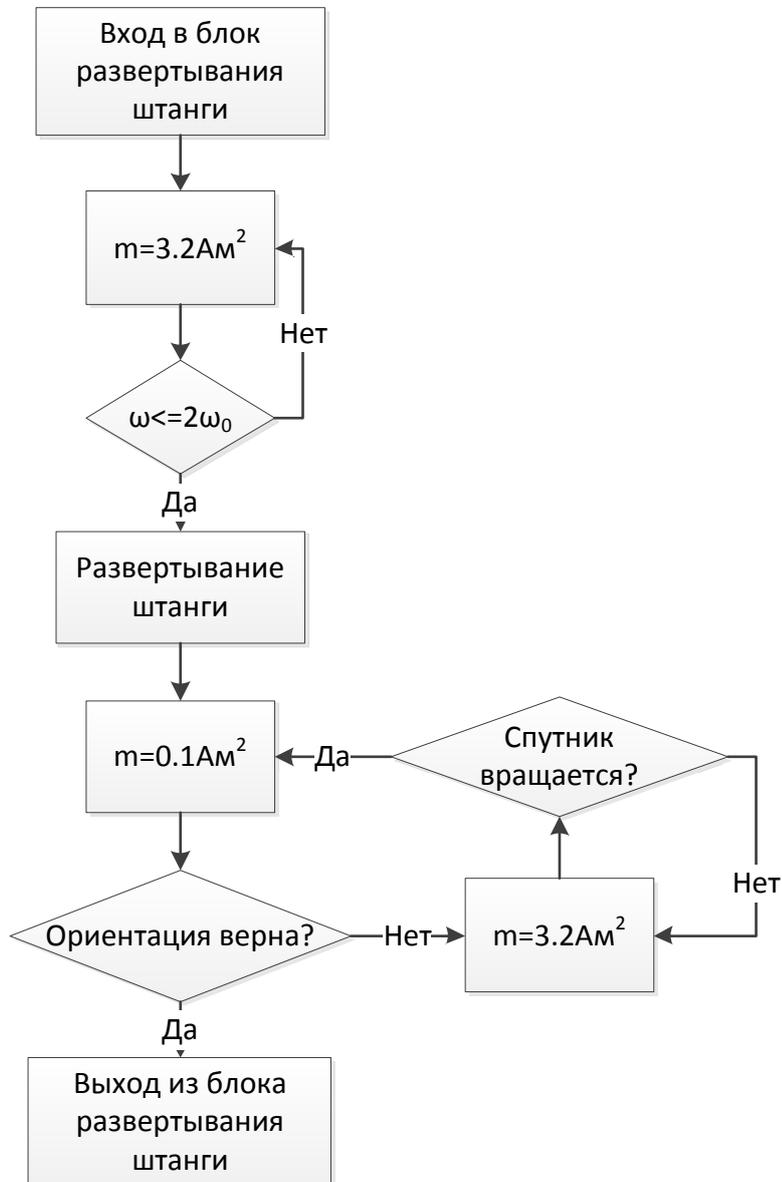


Рис. П.7. Функциональный блок развертывания штанги

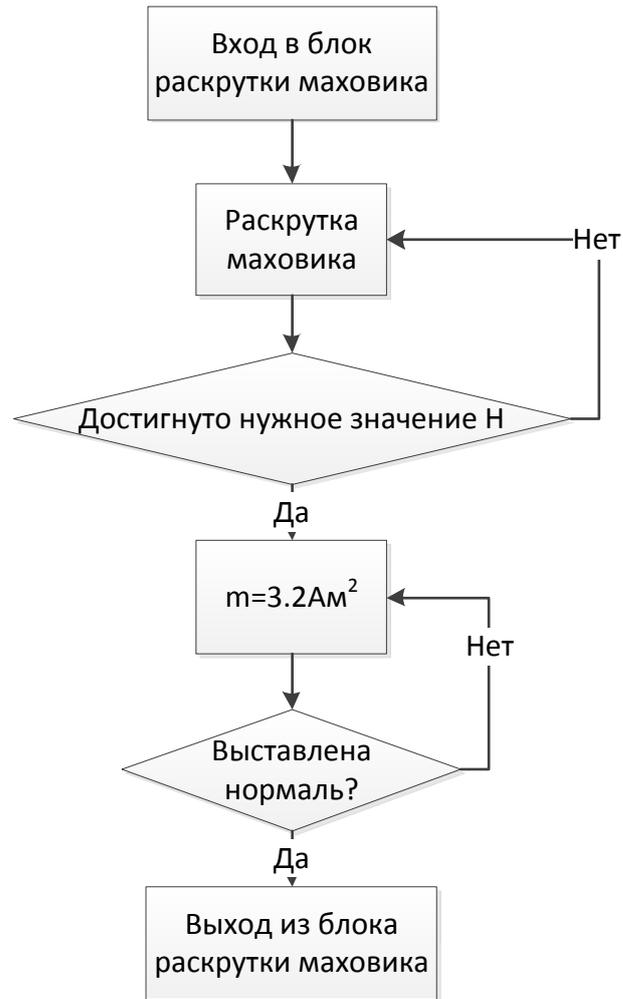


Рис. П.8. Функциональный блок раскрутки маховика

Далее на рис. П.9 приведена блок-схема в случае отказа двух и более катушек.

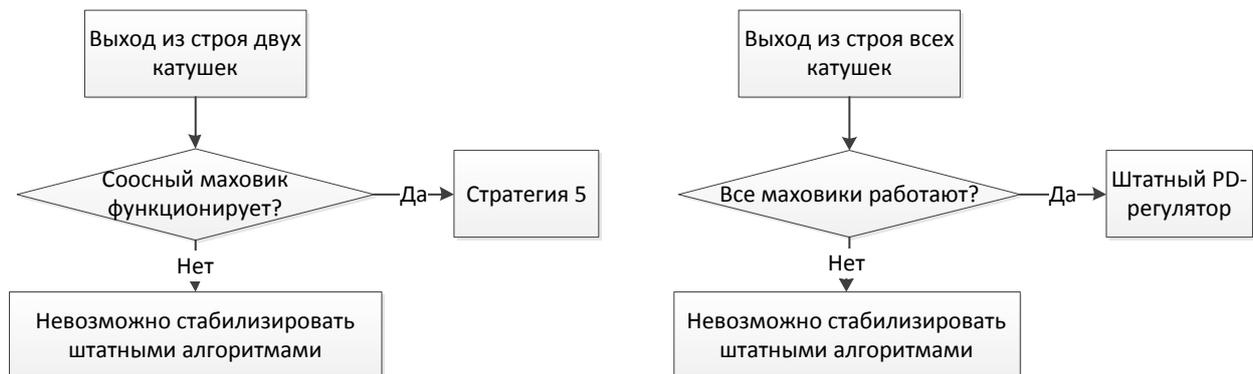


Рис. П.9. Отказ двух и более катушек