



**Боровин Г.К., Протопопов А.А.**

Расчёт оптимального  
осевого зазора  
полуоткрытого рабочего  
колеса центробежного  
малорасходного насоса  
системы  
терморегулирования  
космического аппарата

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Боровин Г.К., Протопопов А.А. Расчёт оптимального осевого зазора полуоткрытого рабочего колеса центробежного малорасходного насоса системы терморегулирования космического аппарата // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2013. № 86. 16 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-86>

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша  
Российской академии наук

Г.К.Боровин, А.А.Протопопов

**Расчёт оптимального осевого зазора  
полуоткрытого рабочего колеса  
центробежного малорасходного насоса  
системы терморегулирования  
космического аппарата**

Москва, 2013 г.

*Боровин Г.К., Протопопов А.А. Расчёт оптимального осевого зазора полуоткрытого рабочего колеса центробежного малорасходного насоса системы терморегулирования космического аппарата*

Рассмотрена задача определения объемного КПД полуоткрытого рабочего колеса центробежного малорасходного насоса на ранней стадии проектирования, проведена оптимизация величины осевого зазора с учетом утечек и дискового трения, построена математическая модель утечек в рабочем колесе центробежного насоса, которая может быть использована при проектировании насосов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 13-01-00655-а

Ключевые слова: математическая модель, центробежный насос.

*Borovin G.K., Protopopov A.A. Calculation of the optimum axial clearance for a semi-open impeller centrifugal little spending pump in thermal control system of the spacecraft*

The problem of the measurement of the volumetric efficiency of a semi-open impeller centrifugal little spending pump at an early design stage is observed, the optimization of the magnitude of the axial clearance taking into account leaks and friction disk is provided, a mathematical model of leaks in the impeller centrifugal pump that can be used in the design of the pumps is created.

Work is executed at support of the RFBR grant № 13-01-00655-a.

Key words: mathematical model, rotary pump.

## Оглавление

1. Введение .....	3
2. Математические модели .....	4
2.1 Математическая модель варианта 1 .....	6
2.2 Математическая модель варианта 2 .....	10
3. Расчет дискового трения.....	12
4. Параметрическая оптимизация осевого зазора .....	14
5. Выводы .....	15
Список литературы .....	16

## 1. Введение

Для обеспечения необходимых температурных режимов в космических аппаратах применяются системы терморегулирования, включающие в себя электронасосные агрегаты (ЭНА). К этим агрегатам применяется ряд жестких требований по ресурсу, массе, КПД и габаритам. Помимо этого, ЭНА систем терморегулирования космических аппаратов характеризуются относительно низкими величинами подачи рабочей жидкости. Для аналогичных центробежных насосов существует мало информации по методам их проектирования: большинство известных методик по проектированию ЭНА ориентированы на относительно большие подачи рабочей жидкости. Кроме того, для оценки геометрических параметров рабочего колеса по методике [1] на стадии предварительного расчета рабочего колеса ЭНА необходимо иметь оценку объемного КПД. Обычно при расчете объемного КПД применяются различные эмпирические формулы, позволяющие оценить величину объемных потерь и заложить их в расчет геометрических параметров рабочего колеса. Недостатком такого алгоритма расчета рабочего колеса ЭНА является его малая точность. К тому же при проектировании ЭНА с открытыми или полуоткрытыми рабочими колесами такой алгоритм расчета не учитывает явление изменения давления жидкости в зазоре между колесом и корпусом в зависимости от рассматриваемого радиуса. Совокупность перечисленных недостатков существующих алгоритмов расчета рабочих колес ЭНА обуславливает необходимость создания алгоритма, позволяющего определить величину объемных потерь в зависимости от величины осевого зазора.

Следует отметить, что в данной работе под утечкой жидкости понимается расход рабочей жидкости, перетекший на уровень входа на лопасть, а под перетечкой жидкости – расход жидкости, перетекший из осевого зазора на лопасть рабочего колеса.

Кроме того, для достижения большей точности расчета КПД необходимо провести параметрическую оптимизацию ЭНА с учетом дискового трения рабочего колеса. Решение поставленной задачи начнем с нахождения зависимости величины объемных утечек от осевого зазора.

## 2. Математические модели

Рассмотрим полуоткрытое рабочее колесо. У такого рабочего колеса имеется боковая стенка только с одной стороны (рис.1, рис.2). Здесь возможны два варианта.

В первом варианте осевой зазор достаточно велик, чтобы давление жидкости в зазоре было меньше давления жидкости на лопасти рабочего колеса при любом рассматриваемом его радиусе. Под относительно большим осевым зазором в данной работе понимается такое значение осевого зазора, что неравенство  $P_2(r) < P(r)$  будет справедливо при любом  $r$ . В противном случае осевой зазор будем считать относительно малым.

Расчетная схема первого варианта представлена на рис.1:

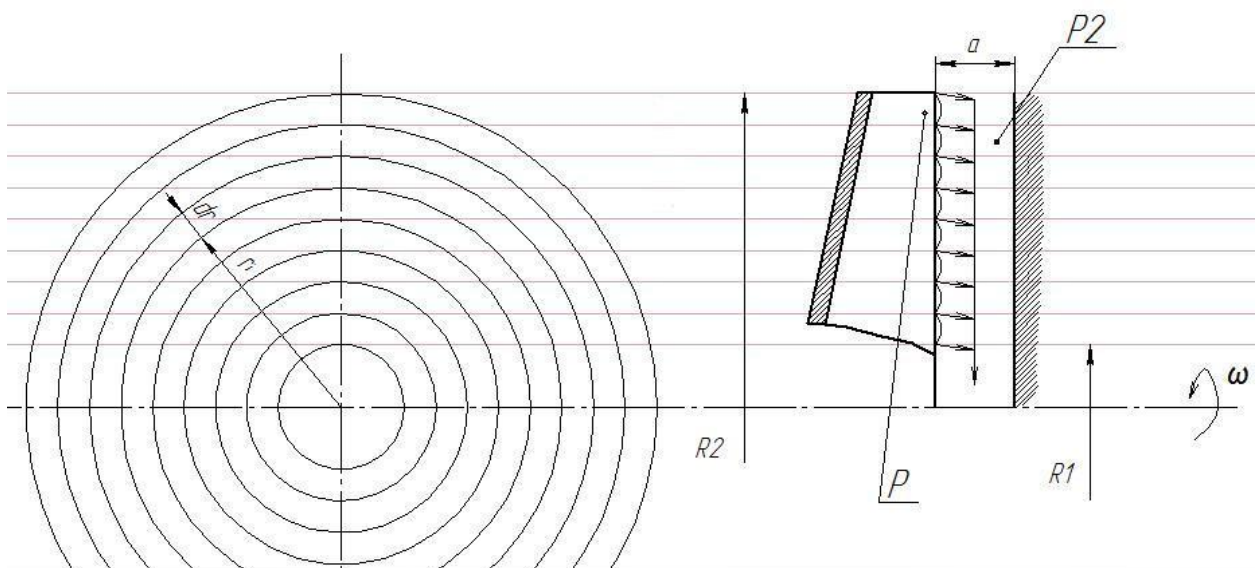


Рис. 1. Вариант 1 расчетной схемы

Радиус входа на лопасть рабочего колеса обозначим  $R_1$ , радиус выхода с рабочего колеса –  $R_2$ . Угловую скорость вращения обозначим  $\omega$ , давление жидкости на лопастях  $P(r)$ , за лопастями –  $P_2(r)$ . Разобьем сторону рабочего колеса, обращенную к стенке корпуса, на  $n$  радиальных уровней –  $r_0, r_1, r_2$  и т.д., а шаг нашего разбиения –  $dr$ . Осевой зазор обозначим через  $a$ . В данной расчетной схеме подразумевается, что осевой зазор  $a$  велик и  $P_2(r) < P(r)$  при любом  $r$ . В этом случае на каждом кольцевом уровне с лопасти в зазор будет поступать некоторый расход жидкости  $Q_i$ , и суммарная утечка жидкости с одного колеса будет равна их сумме  $Q_i$ . При расчете величин  $Q_i$  в пределах каждого уровня примем  $P(r)$  и  $P_2(r)$  постоянными в силу малости величины  $dr$ .

Во втором варианте осевой зазор относительно мал, и поэтому есть некоторые значения радиуса  $r$ , при которых неравенство  $P_2(r) < P(r)$  не выполняется. Расчетная схема второго варианта представлена на рис.2:

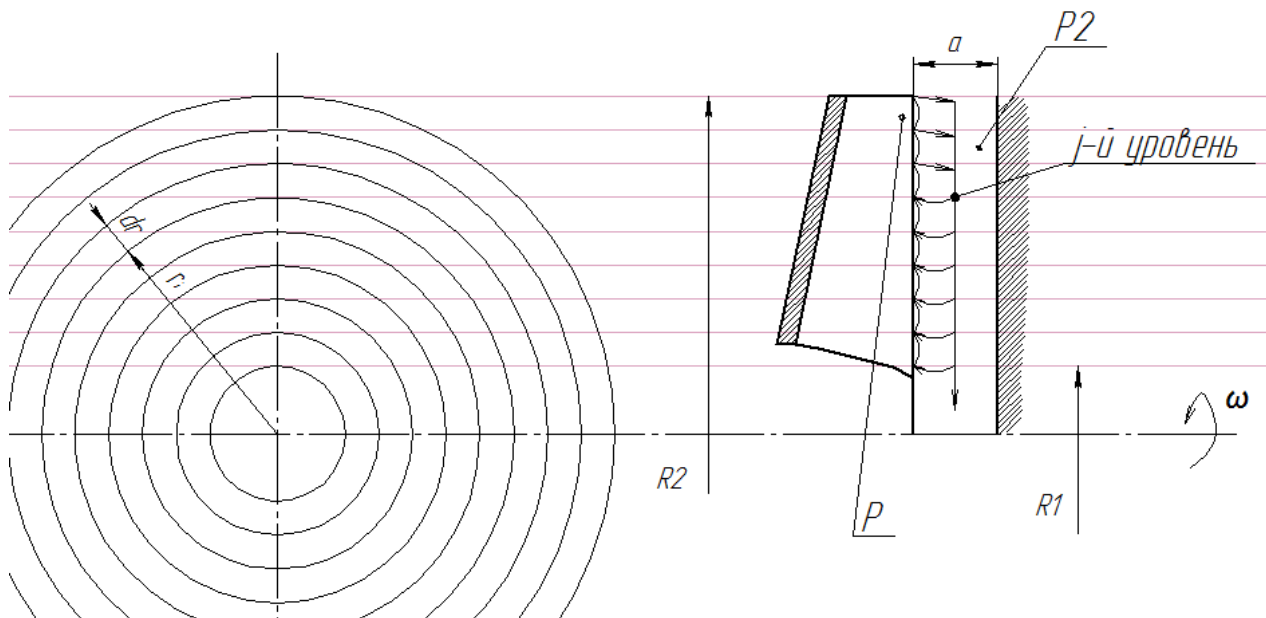


Рис. 2. Вариант 2 расчетной схемы

Все обозначения во втором варианте аналогичны обозначениям первого варианта расчётной схемы. Во втором варианте зазор  $\alpha$  относительно мал, и поэтому на некотором  $j$ -м уровне давления  $P(r)=P_2(r)$ . После такого  $j$ -го уровня начинается область, где рабочая жидкость поступает не с лопасти в зазор, а наоборот.

## 2.1 Математическая модель варианта 1

Из геометрии рабочего колеса получаем  $dr$ :

$$dr = \frac{R_2 - R_1}{n}, \quad (1)$$

где  $n$  – число радиальных уровней. Выведем формулу для давления жидкости на лопасти рабочего колеса  $P(r)$ .

Как известно из [3]:

$$H_{T\infty} = \frac{U_2}{g} \left( U_2 - \frac{Q}{\pi \cdot D_2 \cdot b_2 \cdot tg\beta_{л2}} \right), \quad (2)$$

где  $H_{T\infty}$  – теоретический напор,  $U_2$  – окружная скорость на выходе,  $D_2$  – диаметр рабочего колеса,  $b_2$  – ширина рабочего колеса на наружном диаметре,  $\beta_{л2}$  – угол установки лопасти на выходе,  $Q$  – подача насоса,  $g$  – ускорение свободного падения. С учетом того что величина подачи насоса  $Q$  для рассматриваемого класса ЭНА мала, вторым слагаемым в формуле (2) можно пренебречь (для рассматриваемого класса ЭНА доля второго слагаемого обычно не превышает 3%). Тогда формула (2) примет вид:

$$H_{T\infty} = \frac{U_2^2}{g}. \quad (3)$$

Однако необходимо ввести две поправки в выражение (3). Первая поправка обусловлена тем, что не весь напор на лопасти преобразуется в давление жидкости, так как часть скоростной составляющей суммарного

напора теряется при повороте. Это можно учесть в виде поправки вида  $\frac{1}{k}$ , где  $k$  – коэффициент, изменяющийся от 1 до 2. Число 2 соответствует потере всего скоростного напора, величина которого равна  $\frac{U^2}{2 \cdot g}$  [4]. Кроме того, необходима поправка на конечное число лопастей. Эта поправка описана в [1-3]. Учитывая эту поправку, формула (2) будет иметь вид:

$$H_T = \frac{U_2^2}{g} \frac{1}{p+1} \frac{1}{k}, \quad (4)$$

где  $p$  – коэффициент, учитывающий конечное число лопастей рабочего колеса. Окружная скорость в формуле (4) равна

$$U = \omega \cdot r. \quad (5)$$

Давление жидкости на лопасти рабочего колеса равно:

$$P = P_0 + \rho \cdot g \cdot H_T(r), \quad (6)$$

где под  $r$  понимается текущий радиус,  $P_0$  – давление жидкости на входе в рабочее колесо,  $\rho$  – плотность рабочей жидкости.  $P_0$  в данном случае пренебрежимо мало, и тогда зависимость  $P(r)$  примет вид:

$$P(r) = \rho \cdot \omega^2 \cdot r^2 \cdot \frac{1}{1+p}. \quad (7)$$

Так как мы разделили сторону рабочего колеса, обращенную к стенке корпуса, на  $n$  радиальных уровней, то при таком разделении получается  $(n-1)$  кольцевых площадок. При условии, что известен закон распределения давления жидкости в зазоре от радиуса  $P_2(r)$ , можно определить утечку жидкости из  $i$ -го кольца следующим образом [4]:

$$Q_i = \mu_1 \cdot r_i \cdot 2 \cdot \pi \cdot dr \cdot \sqrt{\frac{2|P_2(r_i) - P(r_i)|}{\rho}}, \quad (8)$$



где  $\mu_1$  – коэффициент истечения жидкости из кольца. Однако с другой стороны суммарная утечка рабочей жидкости, поступив в зазор, должна протечь через цилиндрическую поверхность радиуса  $r_i$  к цилиндрической поверхности радиусом  $r_{i-1}$  с боковыми сторонами, равными  $a$ . Уравнение Бернулли для потока жидкости в зазоре при таком течении примет вид [4]:

$$\frac{P_2(r_i)}{\rho \cdot g} + \frac{0,0827 \cdot (\sum Q_i)^2}{(2 \cdot r_{i-1})^4} = \frac{P_2(r_{i-1})}{\rho \cdot g} + \frac{0,0827 \cdot (\sum Q_i)^2}{(2 \cdot r_{i-1})^4} . \quad (9)$$

Отсюда находим формулу для  $P_2(r_i)$ :

$$P_2(r_i) = P_2(r_{i-1}) + \rho \cdot \frac{0,0827 \cdot (\sum Q_i)^2}{(2 \cdot r_{i-1})^4} - \rho \cdot \frac{0,0827 \cdot (\sum Q_i)^2}{(2 \cdot r_{i-1})^4} . \quad (10)$$

Для определения законов распределения давления жидкости в зазоре  $P_2(r)$  и определения характера утечек  $Q_i$  необходимо дополнительное краевое условие. Это условие определим исходя из того, что давление жидкости на входе в насос в большинстве существующих конструкций пренебрежимо мало по сравнению с давлением жидкости на выходе из насоса, т.е.

$$P_2(r_0) = 0. \quad (11)$$

С учетом вышеизложенного, составим алгоритм определения зависимости распределения давления жидкости в зазоре от радиуса  $P_2(r)$  и величин утечек рабочей жидкости  $Q_i$ .

Анализ формул (10), (11) показывает, что вычисление  $P_2(r)$  нужно выполнять в ходе итерационного процесса, для начала которого необходимо задать начальное приближение. В качестве начального приближения примем

$$P_2(r) = 0 \quad (12)$$

для всех радиусов  $r$ .

Определим в первом приближении величину  $Q_0$  утечки рабочей жидкости для первого кольца по формуле (8). Полученное значение  $Q_0$  подставляем в формулу (10). При этом подставляем  $P_2(r_{i-1})=0$  в соответствии с начальным приближением (12) и находим  $P_2(r_1)$  во втором приближении. Полученное значение давления жидкости в зазоре на радиусе  $r_1$  подставляем в формулу (8) для второго кольцевого уровня и находим значение  $Q_1$ . Далее суммируем  $Q_0$  и  $Q_1$  и результат суммы подставляем в (10). В итоге находим  $P_2(r_2)$  во втором приближении.

Для следующих колец проводится аналогичный расчет давлений жидкости и утечек рабочей жидкости. На каждой итерации проводится сравнение, необходимое для завершения цикла:

$$\left| \frac{P_2'(r_i) - P_2(r_i)}{P_2'(r_i)} \right| < \varepsilon. \quad (13)$$

Это неравенство должно выполняться для всех  $r_i$ , где  $\varepsilon$  ( $0 < \varepsilon \ll 1$ ) – наперед заданная величина. Чем меньше значение  $\varepsilon$  будет выбрано, тем точнее будут найдены зависимости давления жидкости от радиуса в зазоре  $P_2(r)$  и величины утечек рабочей жидкости  $Q_i$  и, соответственно, суммарная утечка  $Q_c$ . Данный алгоритм был реализован в виде программы для ЭВМ. С помощью этой программы были получены графики зависимости давлений  $P(r)$  и  $P_2(r)$ . Графики давлений жидкости представлены в безразмерном виде. За единицу принимаем максимальное значение давления на лопасти и наружный диаметр рабочего колеса. Аргумент  $r$  изменяется от величины  $R_2$  к величине  $R_1$ :

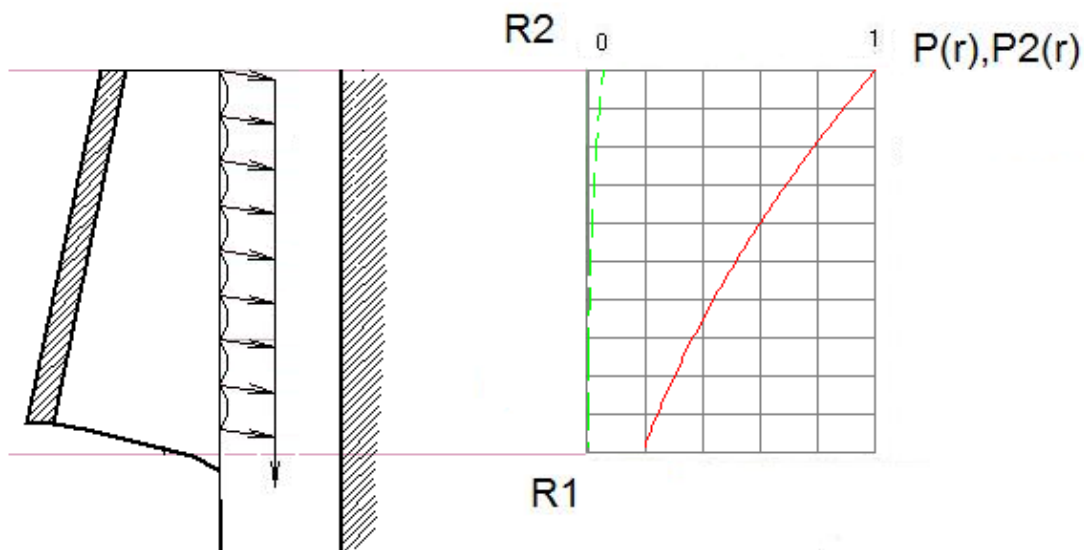


Рис. 3. Зависимость  $P(r)$  показана сплошной линией (красная),  
а  $P_2(r)$  – пунктирной линией (зелёная)

В данном варианте величины утечек жидкости достигают больших значений. Это ведет к уменьшению объемного КПД ЭНА.

## 2.2 Математическая модель варианта 2

Формулы (1) - (7), (13) будут справедливы и в рассматриваемой математической модели. Однако во втором варианте итерационный расчет несколько иной. Так как осевой зазор достаточно мал, на некотором  $j$ -м радиальном уровне, величины  $P(r)$  и  $P_2(r)$  сравниваются. Это соответствует точке пересечения кривых на рис.4. В дальнейшем значение  $P_2(r)$  становится больше значения  $P(r)$  и начинается перетечка рабочей жидкости (см. рис.2). В общем случае при определённых соотношениях конструктивных параметров точек пересечения зависимостей  $P_2(r)$  и  $P(r)$  может быть несколько.

Алгоритм расчета во втором варианте математической модели аналогичен описанному в пункте 2.1, но со следующим отличием.

При расчете давления жидкости  $P_2(r)$  по формуле (10) в множитель  $(\sum Q_i)^2$  величины утечек рабочей жидкости  $Q_i$  следует подставлять с учетом

знака. Величины утечек рабочей жидкости  $Q_i$ , найденные в областях превышения  $P_2(r) > P(r)$ , подставляются в сумму со знаком «минус», так как это соответствует перетечкам жидкости из осевого зазора на лопасть рабочего колеса.

В остальном расчет ведется аналогично п. 2.1.

Процесс вычислений заканчиваются при выполнении условия (13).

Таким образом, получаем величину утечки жидкости с рабочего колеса:

$$Q_y = Q_c - \sum_{i=1}^n Q_i . \quad (14)$$

Величину утечек рабочей жидкости  $Q_y$ , полученную по формуле (14), суммируем с другими известными утечками жидкости в ЭНА. В результате мы получим более точное значение объемного КПД ЭНА.

Полученная зависимость распределения утечек, перетечек и давлений жидкости позволяет точнее вычислить величину энергетических потерь, обусловленных перетечками рабочей жидкости.

Отметим, что эта величина перетечек рабочей жидкости расчета геометрических параметров рабочего колеса, изложенного в [1], учитывается в гидромеханическом КПД, но не учитывается в объемном КПД ЭНА.

Таким образом, представленный алгоритм определения зависимостей величин давлений жидкости за лопастью от радиуса, величин утечек и перетечек рабочей жидкости позволяет получить уточненные оценки гидромеханического КПД.

Мощность потерь, обусловленная перетечками жидкости, равна:

$$N_{\Pi} = \sum_{i=1}^n Q_i \cdot P(r_i) . \quad (15)$$

Ниже приведен график зависимостей  $P(r)$  и  $P_2(r)$  для варианта 2.

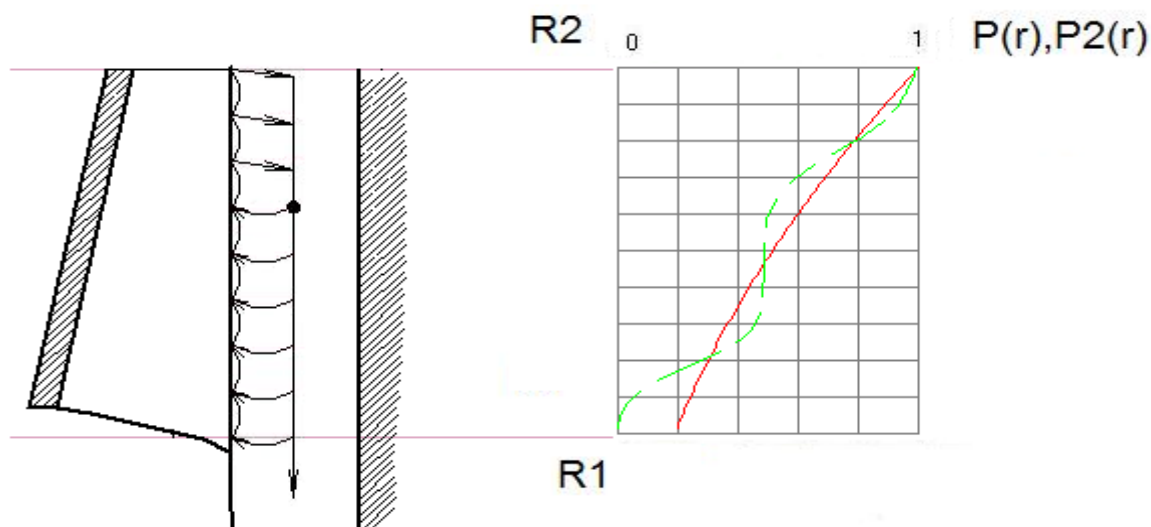


Рис. 4. Зависимость  $P(r)$  показана сплошной линией,  
а  $P_2(r)$  – пунктирной линией

График безразмерный. При обезразмеривании за единицу принимаем максимальное значение давления жидкости на лопасти и наружный диаметр рабочего колеса. Из рис.4 следует, что при относительно малом осевом зазоре величины  $P_2(r)$  и  $P(r)$  пересекаются в нескольких точках. Области превышения  $P_2(r) > P(r)$  соответствуют областям перетечек жидкости из зазора на лопасть, а области где  $P_2(r) < P(r)$  соответствуют областям утечек жидкости с рабочего колеса в зазор.

### 3. Расчет дискового трения

Мощность потерь от дискового трения во всем ЭНА равна

$$N_d = N_{дк} \cdot n_d, \quad (16)$$

где  $N_d$  – мощность потерь на дисковое трение ЭНА,  $N_{дк}$  – мощность потерь на одном диске,  $n_d$  – число дисков. Потери на одном диске равны:

$$N_{дк} = \omega \cdot M_{дт}, \quad (17)$$

где  $M_{\text{дт}}$  – момент трения одного диска. Этот момент трения можно определить, проинтегрировав выражение для вязкого трения Ньютона по всей боковой поверхности диска. Тогда получим:

$$M_{\text{дт}} = \int_{r_1}^{r_2} (\tau \cdot 2 \cdot \pi \cdot r^2) dr, \quad (18)$$

где  $r_1$  – радиус втулки,  $r_2$  – радиус выхода с рабочего колеса (аналогично п. 2.1 и 2.2),  $\tau$  – вязкое трение Ньютона, которое вычисляется [4] следующим образом:

$$\tau = \pm \mu \cdot \frac{dU(y)}{dy}, \quad (19)$$

где  $\mu$  – динамическая вязкость жидкости, под  $U(y)$  понимается скорость жидкости в зазоре,  $y$  – осевая координата. Для нахождения производной  $\frac{dU(y)}{dy}$  необходимо знать зависимость изменения скорости  $U$  от координаты  $y$ . В силу малости зазора  $a$  и высоких величин вязкости большинства рабочих жидкостей число Рейнольдса мало, и можно принять закон изменения скорости линейным. Тогда получаем:

$$U(y) = \omega \cdot r \cdot \left( \frac{a - y}{a} \right). \quad (20)$$

Подставив (19) и (20) в (18), получим момент трения одного диска:

$$M_{\text{дт}} = \pm \int_{r_1}^{r_2} \left( \mu \cdot \omega \cdot \frac{-1}{a} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r^3 \right) dr. \quad (21)$$

Полученный результат после интегрирования формулы (21) подставляем в (17). Получаем потери мощности на одном диске:

$$N_{\text{дк}} = \omega^2 \cdot \frac{\pi \cdot \mu}{a \cdot 2} \cdot (r_2^4 - r_1^4). \quad (22)$$

Из формулы (22) следует, что мощность энергетических потерь от дискового трения зависит от величины осевого зазора.

Таким образом, можно найти наилучшее значение осевого зазора, если в качестве критерия параметрической оптимизации выбрать КПД ЭНА, а варьируемым конструктивным параметром – величину осевого зазора.

#### 4. Параметрическая оптимизация осевого зазора

С учетом вышеизложенного можно получить график зависимости суммарных энергетических потерь от осевого зазора:

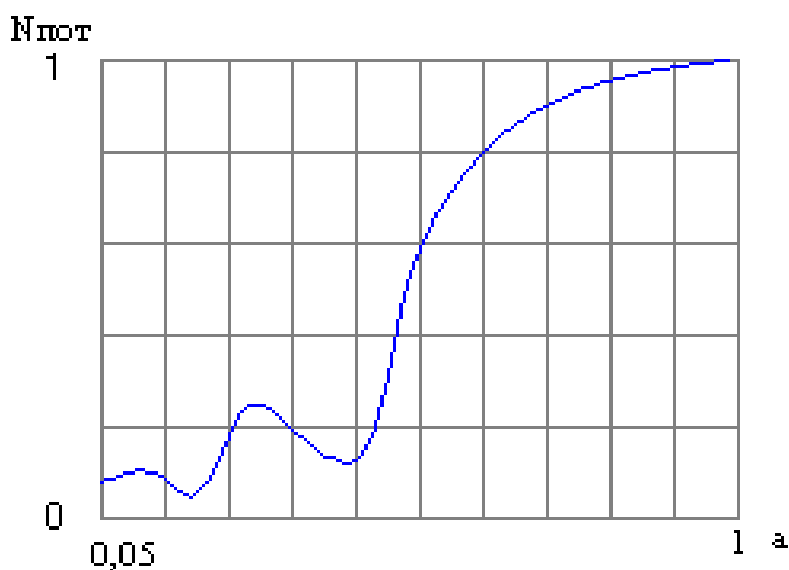


Рис. 5. График зависимости потерь мощности от зазора

График безразмерный. За единицу здесь принято значение максимальной мощности энергетических потерь и максимальное значение осевого зазора. Из зависимости  $N_{\text{пот}}(\alpha)$  (рис.5) имеем несколько локальных минимумов энергетических потерь. Эти величины осевого зазора  $\alpha$  соответствуют наилучшим режимам работы ЭНА. Окончательный выбор из этих локальных минимумов необходимо делать с учетом технологических возможностей по точному выставлению осевого зазора и с учетом ограничения осевого габарита и массы насоса.

## 5. Выводы

Рассмотрена задача определения объемного КПД полуоткрытого рабочего колеса центробежного малорасходного насоса. Были рассмотрены два варианта – при относительно большом и при относительно малом осевых зазорах. Под относительно большим осевым зазором в данной работе понимается такое значение осевого зазора, для которого неравенство  $P_2(r) < P(r)$  будет справедливо при любом  $r$ . В противном случае – осевой зазор относительно мал. Тыльная сторона лопасти была разделена на  $n$  кольцевых уровней. В пределах каждого уровня было принято постоянное давление жидкости на лопасти и за ней. При относительно большом зазоре (принципиальная схема приведена на рис.1) с каждого кольцевого уровня поступает жидкость, расход которой суммируется с расходами жидкости, поступившими с более высоких уровней. Суммируя расходы жидкости с каждого кольцевого уровня, получаем суммарную утечку рабочей жидкости.

Принципиальная схема второго варианта приведена на рис.2. Во втором варианте осевой зазор относительно мал, и поэтому в области за рабочим колесом может возникнуть достаточно большое давление жидкости ( $P_2(r) > P(r)$  хотя бы при одном значении  $r$ ). За счет этого на некотором уровне давления жидкости за рабочим колесом и на нем становятся равны. В этой точке утечки рабочей жидкости не поступают в зазор, но и не возвращаются обратно на лопасти, а сохраняют только свою вертикальную составляющую скорости. Ниже этого радиального уровня давление жидкости за рабочим колесом превышает давление жидкости на соответствующем уровне на лопасти, и, как следствие, утечки рабочей жидкости начинают поступать обратно на лопасть образуя таким образом перетечку рабочей жидкости.

Следует отметить, что в подавляющем большинстве используемых в космической технике машин работает именно второй вариант (за очень редким исключением). Построенная математическая модель утечек жидкости



позволяет оценить величину утечек и перетечек жидкости в рабочем колесе, которые могут быть учтены при расчете объемного КПД всего агрегата.

Эту математическую модель следует использовать при оптимизации конструкции ЭНА. С помощью данной математической модели можно получить уточнённую картину распределения давления жидкости в зависимости от радиуса, которая необходима при расчете осевых сил, действующих на ротор ЭНА.

### **Список литературы**

1. Ломакин А.А. Центробежные и осевые насосы. М.: «Машиностроение», 1966 г.
2. Михайлов А.К., Малющенко В.В. Лопастные насосы. Теория, расчет и конструирование. М.: «Машиностроение», 1977 г.
3. Гидравлика, гидравлические машины и гидравлические приводы. / Под ред. Т.М. Башты. М.: «Машиностроение», 1970 г.
4. К. Пфлейдерер. Лопаточные машины для жидкостей и газов. М.: «Машиностроение», 1960 г.