

<u>ИПМ им.М.В.Келдыша РАН</u> • <u>Электронная библиотека</u> <u>Препринты ИПМ</u> • <u>Препринт № 26 за 2014 г.</u>



<u>Перепёлкина А.Ю., Левченко В.Д.,</u> <u>Горячев И.А.</u>

Исследование роли вейбелевской неустойчивости во взаимодействии лазерного излучения со сверхкритической плазмой при помощи численного моделирования

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Перепёлкина А.Ю., Левченко В.Д., Горячев И.А. Исследование роли вейбелевской неустойчивости во взаимодействии лазерного излучения со сверхкритической плазмой при помощи численного моделирования // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 26. 19 с. URL: <u>http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-26</u>

Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М. В. Келдыша Российской академии наук

А. Ю. Перепёлкина, В. Д. Левченко, И. А. Горячев

# Исследование роли вейбелевской неустойчивости во взаимодействии лазерного излучения со сверхкритической плазмой при помощи численного моделирования

Москва 2014

УДК 519.688

#### А. Ю. Перепёлкина, В. Д. Левченко, И. А. Горячев

Исследование роли вейбелевской неустойчивости во взаимодействии лазерного излучения со сверхкритической плазмой при помощи численного моделирования

#### АННОТАЦИЯ

В данной работе в целях изучения филаментационной вейбелевской неустойчивости в плазме использован трехмерный высокоэффективный код для численного моделирования на основе кинетической модели методом «частицав-ячейке» CFHall. Выбраны численные параметры, достаточные для достоверного описания протекания исследуемого процесса. Выбранные параметры и средства моделирования верифицированы для описания вейбелевской неустойчивости в системе двух релятивистских электронных пучков, как холодных, так и с некоторой конечной температурой. Применение в актуальных задачах показано на примере серии расчетов взаимодействия лазерного импульса со сверхкритическим плазменным слоем для различных амплитуд. Получена зависимость количества энергии, перешедшей на генерацию магнитных полей в приповерхностном слое плазмы, от амплитуды импульса.

**Ключевые слова:** метод макрочастиц, кинетика плазмы, вейбелевская неустойчивость

#### A. Perepelkina, V. Levchenko, I. Goryachev

Investigation of Weibel instability in laser pulse interaction with overdense plasma

#### ABSTRACT

In the current work to investigate filamentation Weibel instability in plasma the 3D computationally efficient particle-in-cell plasma simulation code CFHall has been used. The numerical parameters which are sufficient for adequate description of the process in question have been chosen. The chosen parameters and simulation tools are verified for a system of two relativistic plasma streams, both cold and with a finite temperature. Application for relevant problems has been demonstrated with the simulation of laser pulse interaction with overdense plasma layer for several pulse amplitudes. The dependency of the ratio of energy transferred to magnetic field formation on this parameter is obtained.

**Key words:** particle-in-cell, plasma kinetics, weibel instability, overdense plasma Работа поддержана грантами РФФИ 14-01-31483-мол\_a, 12-01-00708-а.

### Содержание

1	Введение	3
<b>2</b>	Средства моделирования	<b>5</b>
3	Вейбелевская неустойчивость в двухпучковых системах           3.1         Изучение выделенного возмущения поля           3.2         Структура филаментационной неустойчивости           в двухпучковой системе	<b>6</b> 7 8
4	Взаимодействие релятивистского лазерного импульса со сверя критическим плазменным слоем	x- 13
<b>5</b>	Заключение	17

## 1 Введение

Вейбелевской (филаментационной) неустойчивостью [1] называют неустойчивость в плазме с анизотропным распределением частиц по скоростям. Она проявляется в экспоненциальном росте компонент магнитного поля, перпендикулярных выделенной оси анизотропии, сначала в виде структуры из тонких филаментов, толщина (поперечный размер) которых порядка длины скин-слоя [2]. В процессе развития этой структуры филаменты сливаются в более крупные, и в итоге могут образоваться крупномасштабные устойчивые магнитные поля в плазме. Все больше внимания этому явлению уделяется в связи с исследованиями астрофизической плазмы [3] и в задачах ускорения заряженных частиц лазерным импульсом [4]. В последнем случае интерес представляют вопросы, какую роль вейбелевская неустойчивость играет в этом процессе, как быстро она протекает, какого масштаба возникают вследствие нее магнитные поля, и как они влияют на остальные протекающие в этой системе процессы.

Исследование процесса неустойчивости остается интересным, так как аналитические выкладки успешно проведены только для ряда простейших систем [5]. При этом во взаимодействии лазерного излучения со слоем плазмы проходит множество трехмерных нелинейных процессов, распределение частиц заметно отлично от максвелловского, так что дать описание более точного поведения системы только при помощи аналитических выкладок пока не считается возможным. Процесс филаментации проходит слишком быстро и на небольших пространственных масштабах, чтобы экспериментальное наблюдение могло дать надежную информацию о ранней стадии процесса. Исследователи вейбелевской неустойчивости в своих рассуждениях опираются в основном на результаты численных экспериментов. Здесь имеется в виду кинетическое моделирование бесстолкновительной плазмы методом «частица-в-ячейке» [6], как наиболее применимое для исследования нелинейных стадий плазменных неустойчивостей.

Численное моделирование, в свою очередь, обладает некоторыми ограничениями. Помимо ограничений, наложенных выбранной математической моделью, можно отметить следующие. Для того, чтобы некоторое колебание могло быть описано с адекватной точностью, необходимо, чтобы на масштаб этого колебания приходилось не менее десяти шагов сетки вычислений [7]. При этом моделирование проходит в ограниченной области, которая должна быть согласована с масштабом исследуемого физического процесса. Например, невозможно увидеть структуры магнитного поля поздних стадий неустойчивости, если они имеют масштаб, больший выбранной области моделирования. При исследовании взаимодействия лазерного импульса со слоем плазмы в область моделирования должна умещаться поперечная ширина импульса и исследуемая на неустойчивость область плазмы. В определенных постановках количество шагов сетки должно быть достаточно большим. От заданного количества макрочастиц зависит уровень численного шума. Кроме этого, очевидно, что в случае, если исследуемый физический процесс трехмерен, то результаты моделирования меньшей размерности [8] не всегда полезны для его изучения.

Эти требования усложняют задачу численного моделирования, поэтому выполнением всех этих требований часто пренебрегают. В недавних работах, посвященных численному изучению взаимодействия лазерного импульса со сверхкритическим плазменным слоем, использованы сетки с количеством ячеек не более 1.5 · 10<sup>6</sup> [9]. При использовании суперкомпьютеров это число может быть увеличено до 10<sup>8</sup> [10]. Это приводит к тому, что либо размер шага по пространству соизмерим с мельчайшим масштабом исследуемой филаментационной структуры, либо область моделирования недостаточна для того, чтобы вместить поперечные размеры лазерного импульса. Такие ограничения, как правило, связаны с неспособностью используемых компьютеров и кодов справиться с большей вычислительной сложностью задачи. Но если принять численное моделирование как основной инструмент для наблюдения развития интересующего нас процесса, необходимо, чтобы численная модель и параметры вычислений были выбраны так, что результаты можно считать достоверными. В этом случае такие результаты не только могут быть применимы для понимания механизмов процесса, но и могут оказаться полезными на практике для планирования экспериментальных установок.

Развитие вычислительных систем и появление эффективных алгоритмов вычислений привело к возможности не накладывать искусственных ограничений на соответствие численного эксперимента исследуемому явлению. Имея достаточную теоретическую базу, можно найти численные параметры, при которых результаты будут отвечать заданным требованиям (в данном случае – точному описанию появления и развития филаментов), и использовать их в вычислениях.

В этой работе представлено, как из численного исследования системы с простыми начальными условиями, можно, сравнив качественные и количественные результаты с известными аналитическими выкладками, сделать выводы о численных параметрах для рассмотрения более сложных задач.

После верификации выбранного подхода к численному моделированию процесса филаментации возникает вопрос о том, какой должна быть постановка задачи и диагностика результатов, чтобы результат оказался полезным. Так как при ускорении заряженных частиц плазмы происходит большое количество взаимодействующих нелинейных процессов, чтобы выделить при рассмотрении интересующую нас филаментационную неустойчивость, необходимо чем-то ограничить постановку задачи, и разработать диагностику, дающую полезную информацию.

Вторая часть представленной работы посвящена некоторым результатам, полученным при решении этого вопроса.

## 2 Средства моделирования

В качестве математической модели используется самосогласованная система уравнений Власова-Максвелла:

$$\frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} + \vec{v}_{\alpha} \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \vec{r}_{\alpha}} + \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha} \gamma} \left( \vec{v}_{\alpha} \times \vec{B} + \vec{E} \right) \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \vec{v}_{\alpha}} = 0.$$
(1)

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E}, \quad \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \nabla \times \vec{B} - \vec{j}, \qquad \nabla \vec{B} = 0, \quad \nabla \vec{E} = \rho.$$
(2)

Плотность заряда и ток определяются как нулевой и первый моменты функции распределения частиц.

$$\rho = \sum_{\alpha} \int f_{\alpha} e_{\alpha} d\vec{v}, \qquad \vec{j} = \sum_{\alpha} \int \vec{v}_{\alpha} f_{\alpha} e_{\alpha} d\vec{v}.$$
(3)

Уравнения записаны в безразмерной системе единиц. Масса измеряется в массах электрона  $m_e$ ; заряд – в зарядах электрона e, скорости – в скоростях света c, время – в обратных плазменных частотах электронов  $\omega_p^{-1}$ . Из этого выбора следует единица для полей  $m_e \omega_p c/e$  и единица для размеров  $c/\omega_p$ . Эволюция электромагнитных полей реализована по схеме FDTD

(Finite Difference Time Domain). Для моделирования плазмы использован метод «частица-в-ячейке» (Particle-in-Cell — PIC) [6] с форм-фактором второго порядка аппроксимации. Граничные условия для полей отражающие на четырех границах, на оси *z* используются периодические граничные условия. Ускорение макрочастиц вычисляется с учетом релятивизма по схеме Бориса [11]. При попадании на границы области частицы упруго отталкиваются.

Описанная кинетическая модель получается трёхмерной, нелинейной, самосогласованной и не включает калибровок физических параметров (таких, как диэлектрическая проницаемость вакуума и соотношения масс частиц). Численная схема имеет второй порядок аппроксимации и устойчива при выполнении условия Куранта:

$$dt \le \frac{dx}{c\sqrt{3}},\tag{4}$$

где dt – шаг по времени, dx — шаг по пространству численной схемы.

Модель реализована в коде CFHall [12]. Описанные далее численные расчеты проведены с его помощью.

Основной идеей этого кода является стремление к максимально эффективному использованию вычислительных ресурсов для актуальных задач моделирования в физике плазмы. Благодаря такому подходу становится удобным рассматривать задачи в постановках, которые считаются излишне сложными с вычислительной точки зрения при использовании большинства существующих подобных кодов. Эффективность достигается за счет использования локально-рекурсивных нелокально-асинхронных [13] алгоритмов. Эти алгоритмы оптимизируют порядок обхода графа зависимости задачи с учетом иерархии подсистемы памяти компьютера.

## 3 Вейбелевская неустойчивость в двухпучковых системах

Для верификации кода выбрана система двух противоположно направленных релятивистских электронных пучков.

Несмотря на относительную простоту такой постановки, для нее нет полного аналитического решения. Аналитически посчитаны инкременты линейной стадии неустойчивости для холодных пучков, а также для пучков с распределением температуры типа «водяной мешок» и Максвелла-Юттнера [5], для последующих стадий имеются лишь качественные и оценочные соображения. Если тепловая скорость частиц выбрана так, что она получается много меньше продольной скорости электронов и фазовой скорости неустойчивых мод, допустимо использовать количественные оценки неустойчивости, посчитанные для холодных релятивистских пучков. В этой системе ожидается развитие поперечной (филаментационной) и продольной (двухпучковой) неустойчивостей. Максимум инкремента двухпучковой неустойчивости приходится на колебание с волновым числом

$$k_{\parallel}^{\text{Max}} \frac{c}{\omega_p} = \frac{c\sqrt{3}}{2v_0\gamma_0^{3/2}},\tag{5}$$

где  $v_0$  — скорость пучков,  $\omega_p$  – ленг<br/>мюровская частота электронов. Его значение при  $k_{||}^{\rm Max}$ равно

$$\frac{\gamma_{\parallel}^{\text{Max}}}{\omega_p} = \frac{1}{2\gamma_0^{3/2}}.$$
(6)

Здесь <sub>γ0</sub> – релятивистский фактор. Решение дисперсионного уравнения для поперечной неустойчивости в этой системе приводит к выражению [14] (в безразмерном виде)

$$\gamma_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{\left(\frac{1}{\gamma_0^3} + k_{\perp}^2\right)^2 + \frac{4k_{\perp}^2 v_0^2}{\gamma_0}} - \left(\frac{1}{\gamma_0^3} + k_{\perp}^2\right)}.$$
(7)

При больших волновых числах значение инкремента приближается к

$$\frac{\gamma_{\perp}^{\text{Max}}}{\omega_p} \sim \frac{|v_o|}{\sqrt{\gamma_0}c}.$$
(8)

Волновое число наиболее неустойчивой моды поперечной неустойчивости соответствует максимуму зависимости  $\gamma_{\perp}(k)$ . Зависимость в (8) монотонно возрастает, но из физических соображений ясно, что это колебание не может иметь масштаб, меньший длины экранировки Дебая. Поперечный масштаб филаментов линейной стадии оценивается как ~  $2c/\omega_p$  [2]

#### 3.1 Изучение выделенного возмущения поля

Зависимость инкремента от волнового числа (7) изучалась в численной постановке следующим образом. Заданы два релятивистских холодных пучка электронов со скоростями 0.5c и -0.5c вдоль оси z. Моделирование производится в трехмерной области с небольшим числом ячеек по оси z, на поля и частицы наложены периодические граничные условия. Таким образом остается поперечная неустойчивость.

Задается начальное возмущение на скорость частиц и рассматривается инкремент нарастания этого возмущения. Возмущение аксиально симметрично относительно центра области; имеет форму одного филамента, занимающего всю область моделирования. Его поперечный срез имеет форму,



Рис. 1: Поперечный срез начального возмущения импульса частиц.

представленную на рис. 1. Поперечный размер области составляет L, так что волновое число преобладающей моды оценивается как  $k = 2\pi/L$ . Полученная зависимость представлена на рис. 2 вместе с кривой, построенной по формуле (7). Зависимости имеют схожий характер, но отличаются. В частности, полученный из численного эксперимента инкремент для больших волновых чисел ниже значения, следующего из (8).

Это различие ожидаемо, так как в постановке линейной теории изучаются выделенные невзаимодействующие неустойчивые моды, а численное моделирование не накладывает таких ограничений, и решения, полученные в отличающихся постановках, оказываются разными. Постановки отличаются, во-первых, геометрией — в линейной теории рассматривается неограниченная область, — во-вторых, набором волновых чисел развивающихся колебаний.

### 3.2 Структура филаментационной неустойчивости в двухпучковой системе

Зададим однородное начальное распределение пучков с некоторой температурой.

$$f(\vec{r}, \vec{v}, t = 0) = f_M(v_x) f_M(v_y) (f_M(v_z - v_0) + f_M(v_z + v_0)).$$
(9)

Здесь  $f_M$  — это функция распределения Максвелла с тепловой скоростью  $v_T$ .  $v_0$  предполагается релятивистской с релятивистским фактором  $\gamma_0$ . Ионы входят в систему как неподвижный фон. Начальные значения всех компонент электромагнитных полей равны нулю. Заданный начальным условием



Рис. 2: Зависимость инкремента вейбелевской неустойчивости для двух релятивистских холодных электронных пучков от волнового числа, полученная из линейной теории, и зависимость инкремента нарастания магнитного поля от волнового числа заданного начального возмущения в эксперименте с выделенным филаментом.

тепловой шум содержит колебания, которые в связи с вейбелевской неустойчивостью будут нарастать и образовывать филаментационную структуру.

Проведена серия численных экспериментов, для которых выбраны параметры  $v_0 = 0.5c$ ,  $v_T = 0.001 \div 0.05$ . Шаг дискретизации по пространству выбирался с учетом того, чтобы на масштаб одного филамента приходилось несколько шагов сетки. Моделирование проходит на сетке размером  $Nx \times Ny \times Nz$  с шагами дискретизации dx, dy, dz и с количеством макрочастиц равным  $N_{PIC}$  от каждого из двух пучков электронов в каждой ячейке. Проведено несколько вычислений с различными численными параметрами, представленными в таблице 1.

Проведены исследования по трем вопросам. Во-первых, можно сравнить инкремент нарастания энергии полей с полученным из аналитических оценок (7) и в системе с уединенным филаментом.

Далее, полученная в линейной теории для холодных пучков зависимость инкремента вейбелевской неустойчивости от волнового числа (7) не имеет максимума, поэтому только из нее нельзя оценить ожидаемый размер филаментов. Ожидается, что размер филамента ограничен длиной Дебая, связанной с тепловой скоростью частиц. Численная постановка может наложить искусственные ограничения за счет размера сетки и численного шума, связанного с недостаточным количеством макрочастиц в расчете. То, как ширина зависит от физических и численных параметров, и каких числен-



Рис. 3: Зависимость амплитуды нескольких наиболее быстро развивающихся колебаний от времени. В подписи указан модуль волнового числа каждого из выбранных колебаний.

ных параметров достаточно для того, чтобы наблюдать адекватную физике структуру полей и токов, становится вторым вопросом.

В-третьих, образующиеся трехмерные структуры при численном исследовании можно подробно наблюдать при визуализации и сделать выводы о том, допустимы ли упрощения геометрии в постановке.

Имеющаяся диагностика показывает следующие результаты.

Большая часть вариантов посчитана в геометрии, где поперечная неустойчивость изолирована (малое число ячеек вдоль оси z). В этом случае при развитии неустойчивости существуют зависимости только от поперечных координат x и y, и достаточно рассматривать двумерное распределение. Для изучения неустойчивых мод использовано двумерное преобразование Фурье от распределения плотности тока. Выбраны некоторые колебания, с наиболее быстро нарастающей амплитудой, и построены зависимости их амплитуд от времени (рис. 3). Инкремент нарастания в выбранных единицах соответствует ~ 0.38. Это значение меньше ожидаемого из линейной теории для холодных пучков (~ 0.46, формула 8) и полученного в изучении уединенного филамента (~ 0.42, из зависимости, представленной на графике 2).

Для изучения размера филамента в двумерном распределении плотности тока была посчитана автокорреляционная функция (рис. 4). Ее зависимость от модуля расстояния r (рис. 5) можно трактовать следующим образом. Чем лучше картина распределения тока совпадает сама с собой после сдвига на r, тем больше значение автокорреляционной функции от аргумента r. Поэтому по расположению первого минимума на этой зависимости можно оценивать



Рис. 4: Двумерное распределение плотности тока на плоскости *x-y*. (вариант R3,  $t = 9.6\omega_p^{-1}$ ) и автокорреляционная функция этого распределения

ширину филамента структуры плотности токов.

На рис. 6 показана зависимость определяемой таким образом ширины филамента от времени для различных вариантов таблицы . Из графиков можно сделать следующие выводы.

До начала слияния филаментов их поперечный размер растет линейно со временем.

Варианты 6, R3, R2 отличаются тепловой скоростью частиц плазмы в пучках. Видно, что скорость роста ширины филаментов на начальной стадии пропорциональна тепловой скорости. Ширина филамента при малом значении температуры ограничена снизу дискретностью сетки вычислений. Также посчитаны варианты с большим шагом дискретизации (вариант R1, на графике не представлен), в которых поведение колебаний таких масштабов выявить нельзя.

Варианты 4, 7, 5, 2, 6 отличаются количеством частиц в ячейке в выбранном методе моделирования плазмы, что определяет уровень численного шума. Из графиков видно, что этот параметр влияет на адекватность описания поздних стадий развития неустойчивости, стадий слияния филаментов. При использовании 32 частиц в каждой ячейке результат мало отличается от полученного в варианте с 64 частицами. Из этого следует, что использование большего числа частиц приведет только к усложнению вычислений, и не улучшит описания исследуемого процесса.

Трехмерные картины компонент электромагнитных полей и плотности тока (для варианта 1, рис. 7) показывают нарастание филаментов в по-

Вариант	Nx = Ny	$N_z$	dx=dy	dz	dt	$v_T$	N <sub>PIC</sub>
1	512	240	0.02	0.05	0.005	0.005	4
2	256	12	0.01	0.01	0.0025	0.0025	16
3	128	12	0.01	0.05	0.0025	0.001	16
4	256	12	0.01	0.01	0.0025	0.0025	1
5	256	12	0.01	0.01	0.0025	0.0025	32
6	256	12	0.01	0.01	0.0025	0.0025	64
7	256	12	0.01	0.01	0.0025	0.0025	4
R1	128	12	0.02	0.02	0.005	0.02	64
R2	256	12	0.01	0.01	0.0025	0.01	64
R3	256	12	0.01	0.01	0.0025	0.005	64

Таблица 1: Варианты выбора численных параметров.



Рис. 5: Автокорреляционная функция распределения плотности тока в зависимости от модуля r. Нормирована на единицу. Справа увеличена область малого r.



Рис. 6: Зависимость ширины филамента от времени для различных вариантов.

перечных компонентах магнитного поля  $B_x$ ,  $B_y$  и продольной компоненте плотности тока  $J_z$ . После насыщения филаментов происходит их слияние и образование устойчивой крупномасштабной структуры магнитного поля. Образующиеся филаменты имеют конечный размер вдоль оси z, определяющийся двухпучковой неустойчивостью. Также, если продольный размер филаментов меньше размера области по оси z, можно видеть, что они направлены не строго вдоль оси z, а имеют наклон.

Из этого сделаны выводы, что характер неустойчивости даже в простейшей постановке является трехмерным, поэтому двумерных моделей для ее описания недостаточно.

## 4 Взаимодействие релятивистского лазерного импульса со сверхкритическим плазменным слоем

При исследовании этого процесса отдельное внимание необходимо уделить постановке задачи и диагностике результатов.

При взаимодействии лазерного импульса со слоем плазмы наблюдается целый ряд нелинейных эффектов. Для конкретного исследования необхо-



Рис. 7: Трехмерное распределение компоненты магнитного поля  $B_y$ , полученное в расчете по варианту 1 таблицы 1.  $t = 8.96\omega_p^{-1}$  и  $t = 102.4\omega_p^{-1}$  с начала движения частиц.

димо выделить среди них филаментационную неустойчивость, оценить ее роль в этом процессе. Из этих соображений решено использовать плоскую геометрию лазерного импульса.

В выбранной постановке слой плазмы занимает около половины области (рис. 8). Лазерный импульс задается через компоненты  $B_z$ ,  $E_y$ , распространяется в положительном направлении оси x. Он имеет огибающую по оси y(гауссиан) и по времени (~  $sin^2$ ). Из-за огибающей в нем также имеется компонента поля  $E_x$ . Импульс сфокусирован в точку на поверхности плазменного слоя. Постановка задачи получается двумерной, но для моделирования использована трехмерная модель и трехмерная область, так что появление трехмерных структур ничем не ограничено.

Ожидается, что ускоренные вдоль оси x электроны создадут с фоном плазменного слоя систему с анизотропией распределения частиц по скоростям. Вследствие этого возникнут филаменты в продольных этому направлению токах  $J_z$  и поперечных компонентах магнитного поля  $B_y$  и  $B_z$ . При этом филаментацию в компоненте  $B_z$  диагностировать сложнее, так как она присутствует в импульсе, который распространяется и вне плазмы и проникает в нее на глубину скин-слоя. Зато за появление компоненты  $B_y$  отвечает главным образом исследуемая в данной работе неустойчивость.

Для серии расчетов выбрана частота импульса  $\omega_0 = (1/3)\omega_p$ , протяженность по времени ~  $200\omega_p^{-2}$ . Таким образом, умещается около десяти длин волн. Амплитуда варьировалась в пределах от A = (1/3) до A = 9 в выбранных безразмерных единицах. Область моделирования составляет  $2048 \times 1024 \times 128$ 



Рис. 8: Геометрия постановки задачи.

ячеек. В каждой ячейке присутствуют 4 электрона и 1 ион с зарядом Z = 1 (макрочастицы), всего около ~  $0.6 \cdot 10^9$  макрочастиц. Один шаг сетки соответствует размеру  $0.1c/\omega_p$ , размер области получается равным  $204.8 \times 102.4 \times 12.8c/\omega_p$ . Расчет прекращается, когда проникшее в слой плазмы возмущение, отразившись от границы по x, возвращается в область возникновения филаментации, так как поведение системы при многократном прохождении возмущений находится за рамками данного исследования.

Так как система единиц шкалируется в зависимости от электронной плазменной частоты, выбранные численные параметры соответствуют определенному промежутку физических параметров. Этот диапазон представлен в таблице 2.

Таблица 2: Диапазон физических параметров, описываемых представленным моделированием.

длина	длительность	напряженность	интенсивность	плотность	скин-
волны	импульса	ПОЛЯ		заряда	слой
$\lambda_0$ , MKM	$T_{\text{pulse}},  \phi c$	$E_0,  \mathrm{B/cm}$	$I_0,  \mathrm{Bt}/\mathrm{cm}^2$	$n_p,~1/\mathrm{cm}^3$	$c/\omega_p, \text{ hm}$
0.35	13	$(3 \div 81) \cdot 10^8$	$(1.9 \div 800) \cdot 10^{19}$	$0.8 \cdot 10^{23}$	19
1.06	40	$(1 \div 27) \cdot 10^8$	$(1.2 \div 900) \cdot 10^{18}$	$0.9 \cdot 10^{22}$	56

Периодические граничные условия, наложенные на границы по оси *z*, дополняют изначально двумерную постановку задачи.

Развитие филаментации в компоненте  $B_y$  для одного из посчитанных вариантов представлено на рис. 9.

Из трехмерных картин величин компонент полей видно следующее.

Под действием лазерного излучения слой плазмы (изначально только элек-



Рис. 9: Трехмерное распределение компоненты магнитного поля By в моменты времени t = 89.6, 102.4, 115.2, 230.4 в проекциях *x-y* и *x-z*. Амплитуда импульса данного варианта A = 1.

тронная компонента) немного прогибается. С поверхности ускоряются электроны, часть которых вылетает наружу, часть ускоряется в область плазмы. Движение ионов не ограничено, но их смещение за время моделирования незначительно.

Как и ожидалось, в компоненте  $B_y$  наблюдается возникновение филаментационной структуры. Заметнее всего вблизи поверхности плазмы. Магнитные поля также образуются в областях, находящихся сразу за пучками ускоренных электронов в плазме. Филаменты у поверхности плазмы со временем соединяются и образуют устойчивые крупномасштабные структуры, которые сохраняются неизменными до конца времени моделирования. Для образования такого стационарного магнитного поля достаточно времени около  $200\omega_p^{-1}$ .

Исходя из этого можно обратить внимание на то, что процесс вейбелевской неустойчивости является одним из самых быстрых в системе ускорения частиц релятивистским лазерным импульсом, и в его результате в плазменном слое образуются устойчивые магнитные поля.

Для дальнейшего выявления влияния процесса филаментации в этой системе построены графики зависимости отношения энергии, содержащейся в магнитных полях, и кинетической энергии ускоренных частиц от времени. На рис. 10 представлено несколько таких графиков для разных амплитуд падающего импульса. Можно заметить, что это отношение достигает ~ 4.5% для определенных вариантов. Для построения графиков усреднение проводилось по всей области моделирования.

Зависимость максимума по времени этого отношения от амплитуды импульса A показана на рис. 10. Зависимость оказалась немонотонной с максимумом около значения A = 2.

Насчет точности в данном случае отметим следующее. Кроме параметров, выбранных для конкретной серии расчетов, проводились расчеты с большим



Рис. 10: Графики зависимости отношения энергии, содержащейся в магнитных полях, и кинетической энергии ускоренных частиц от времени для различных амплитуд. Зависимость максимума по времени этого отношения от амплитуды импульса.

размером по оси z и большим числом частиц в ячейке (до 16). При большем размере области в установившейся структуре магнитного поля длина волны колебания по оси z может достигать большего размера. Однако на характер приведенных графиков и величину их максимума эти изменения не влияют. При большем количестве частиц в ячейке снижается уровень численного шума. Это отражается только на уровне теплового фона, из которого вырастает неустойчивость, что не существенно в данном исследовании. Так как расчеты с увеличенными параметрами могут занимать достаточно большое время (до ~ 2.5 суток), в представленной серии расчетов они не использованы.

## 5 Заключение

В статье методами численного моделирования исследованы вопросы, связанные с вейбелевской неустойчивостью.

Проведено моделирование эволюции изолированного филамента в системе двух холодных пучков электронов. Получено сравнение зависимости инкремента нарастания колебаний от волнового числа для выделенного возмущения в численном расчете с подобной зависимостью, полученной из линейной теории. Их отличие объясняется отличием исходных постановок задачи. Сравнение показывает, что из аналитических оценок можно получить хорошее приближение исследуемых инкрементов, но даже в сильно упрощенных системах эти оценки не могут быть точными.

Отдельно рассматривалась система двух пучков с небольшой температу-

рой. Получен инкремент нарастания отдельных мод поперечной неустойчивости, который оказался меньше оценок линейной теории. Отличие так же, как и в предыдущем выводе, объясняется отличием постановок. В численном эксперименте наблюдается совместное развитие различных мод, и не наложены ограничения на их взаимодействие.

Исследована эволюция ширины филаментов в зависимости от физических и численных параметров. Показано, что филаменты возможно наблюдать до тех пор, пока их поперечный размер занимает не менее 4 ячеек. До начала слияния филаментов их ширина растет линейно со временем и скорость роста пропорциональна тепловой скорости в начальном распределении частиц. На процесс слияния может существенно повлиять численный шум, но этим влиянием можно пренебречь, если брать 16 и более макрочастиц на ячейку.

Из трехмерных распределений компонент токов и полей сделан вывод о том, что для полного описания процесса необходима полностью трехмерная численная модель.

Эти результаты необходимо иметь ввиду, если численное моделирование некоторого сложного процесса направлено на выявление в нем роли филаментационной неустойчивости.

Для примера актуального применения численного эксперимента в исследовании роли вейбелевской неустойчивости во взаимодействии лазерного импульса со слоем плазмы выбрана двумерная постановка с плоской геометрией лазерного импульса. Такая постановка позволила в некоторой степени отделить процесс образования филаментации от других нелинейных процессов и получить следующие полезные результаты о природе протекания филаментации. Во-первых, филаментация оказывается одним из самых быстрых процессов в системе, и уже на временах ~  $200\omega_p^{-1}$  в результате нее вблизи поверхности плазменного слоя образуются стационарные магнитные поля. Во-вторых, зависимость доли энергии, ушедшей на образование магнитных полей, от амплитуды используемого импульса немонотонна. Знание этой зависимости может оказаться полезным в планировании будущих экспериментов ускорения частиц плазмы.

Работа поддержана грантами РФФИ 14-01-31483-мол а, 12-01-00708-а

### Список литературы

 Weibel E. S. Spontaneously growing transverse waves in a plasma due to an anisotropic velocity distribution // Phys. Rev. Lett. — 1959. — Feb. — Vol. 2. — P. 83–84. — URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.2.83.

- [2] Treumann R. A., Baumjohann W. A note on the weibel instability and thermal fluctuations // Annales Geophysicae. — 2012. — Vol. 30, no. 2. — P. 427–431. — URL: http://www.ann-geophys.net/30/427/2012/.
- [3] Three-dimensional weibel instability in astrophysical scenarios / Ricardo A. Fonseca, Luis O. Silva, John W. Tonge et al. // Physics of Plasmas (1994-present). — 2003. — Vol. 10, no. 5. — P. 1979–1984. — URL: http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/10/5/10.1063/1.1556605.
- [4] Гришков В. Е., Урюпин С. А. Неустойчивость Вейбеля в поле короткого лазерного импульса // Физика плазмы. 2013. Vol. 39, no. 3. Р. 268.
- [5] Bret A., Gremillet L., Dieckmann M. E. Multidimensional electron beam-plasma instabilities in the relativistic regime // Physics of Plasmas (1994-present). — 2010. — Vol. 17, no. 12. — P. 120501. — URL: http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/17/12/10.1063/1.3514586.
- [6] Сигов Ю. С. Вычислительный эксперимент: мост между прошлым и будущим физики плазмы. Избранные труды/ Сост. Г.И. Змиевская, В.Д. Левченко. Москва : Физматлит, 2001.
- [7] Хокни Р., Иствуд Д. Численное моделирование методом частиц. Москва : Мир, 1987.
- [8] Елкина Н. В., Левченко В. Д. Генерация филаментационной структуры магнитного поля в лазер-плазменном взаимодействии // Прикладная физика. — 2003. — Т. 5. — С. 16–23.
- [9] Okada T., Ogawa K. Saturated magnetic fields of weibel instabilities in ultraintense laser-plasma interactions // Physics of Plasmas (1994-present). — 2007. — Vol. 14, no. 7. — P. 072702. — URL: http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/14/7/10.1063/1.2746023.
- [10] Ruhl H. 3d kinetic simulation of super-intense laser-induced anomalous transport // Plasma Sources Science and Technology. — 2002. — Vol. 11, no. 3A. — P. A154. — URL: http://stacks.iop.org/0963-0252/11/i=3A/a=323.
- [11] Boris J. P. Relativistic plasma simulation. optimization of a hybrid code // Proc. 4th Conf. Numer. Simul. Plasmas. — 1970. — P. 3–67.
- [12] Перепёлкина А. Ю., Левченко В. Д., Горячев И. А. Трехмерный кинетический код cfhall для моделирования замагниченной плазмы // Матем. моделирование. — 2013. — Vol. 25. — Р. 98–110. — URL: http://mi.mathnet.ru/mm3421.

- [13] Левченко В. Д. Асинхронные параллельные алгоритмы как способ достижения эффективности вычислений // Информационные технологии и вычислительные системы. — 2005. — Vol. 1. — Р. 68–87.
- [14] Nonlinear filamentation instability driven by an inhomogeneous current in a collisionless plasma / F. Califano, R. Prandi, F. Pegoraro, S. V. Bulanov // Phys. Rev. E. 1998. Dec. Vol. 58. P. 7837-7845. URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.58.7837.