



Легкоступов М.С.

К вопросу о гравитационной
неустойчивости
протопланетного диска
Солнца. Часть I. Постановка
задачи

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Легкоступов М.С. К вопросу о гравитационной неустойчивости протопланетного диска Солнца. Часть I. Постановка задачи // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 34. 19 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-34>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Российской академии наук**

М.С. Легкоступов

**К вопросу
о гравитационной неустойчивости
протопланетного диска Солнца.
Часть I. Постановка задачи**

Москва — 2014

УДК 523-52:523.4-52: 523.21-54

Легкоступов М.С.

К вопросу о гравитационной неустойчивости протопланетного диска Солнца. Часть I. Постановка задачи

В работе представлен краткий обзор результатов исследований по гравитационной неустойчивости сред. На основании анализа основных моделей образования солнечной планетной системы предложена физико-математическая модель начальной стадии эволюции протопланетного диска Солнца.

Ключевые слова: протопланетный диск, гравитационная неустойчивость, собственное гравитационное поле, численное моделирование, дисперсионное уравнение, планетная система

Michail Semenovich Legkostupov

On the issue of gravitational instability of the Sun protoplanetary disk. Part I. Formulation of the problem

The paper presents a brief overview of the results of research on the mediums gravitational instability. A physic-mathematical model of the initial stage of the Sun protoplanetary disk evolution is proposed on the base of analysis of the main models of the solar planetary system formation.

Key words: protoplanetary disk, gravitational instability, own gravitational field, numerical simulation, dispersion equation, planetary system

Работа выполнена по Программе фундаментальных исследований Президиума РАН № 28.

Оглавление

Введение.....	3
1. Постановка задачи.....	7
Заключение.....	15
Библиографический список.....	17

Введение

Работа «К вопросу о гравитационной неустойчивости протопланетного диска Солнца» написана в трех частях и оформлена в виде трех препринтов: «К вопросу о гравитационной неустойчивости протопланетного диска Солнца. Часть I. Постановка задачи», «К вопросу о гравитационной неустойчивости протопланетного диска Солнца. Часть II. Дисперсионные уравнения» и «К вопросу о гравитационной неустойчивости протопланетного диска Солнца. Часть III. Развитие и обоснование модели».

Работа посвящена исследованию гравитационной неустойчивости протопланетного диска на начальной стадии его эволюции.

Автор этой работы придерживается гипотезы, которая восходит к классическим идеям Канта и Лапласа [1, 41] о совместном образовании Солнца и его планетной системы в результате коллапса (сжатия) единой протосолнечной туманности.

Следует сделать некоторые пояснения по используемой терминологии в данной работе. Протосолнечная туманность есть ограниченная область межзвездного пространства, которая в результате каких-то причин подверглась одномоментному сжатию. В процессе коллапса протосолнечной туманности образовалось Солнце и протопланетный диск, называемый также околосолнечным газопылевым диском, солнечной туманностью (*solar nebular*) или допланетным облаком. На стадии формирования Солнца околосолнечный газопылевой диск являлся аккреционным диском – существовал поток газопылевой среды из околосолнечного диска на Солнце. В определенный момент времени этот поток резко уменьшился и околосолнечный газопылевой диск отделился от Солнца. На этой стадии околосолнечный газопылевой диск и будем называть протопланетным диском Солнца. В протопланетном диске Солнца могли существовать разного вида неустойчивости: ротационная неустойчивость ([2], стр. 26); конвективная неустойчивость ([3], стр. 24); ([4], стр. 39); диссипативная неустойчивость, тепловая неустойчивость и другие ([5], стр. 149–155). В настоящей работе исследуется гравитационная неустойчивость протопланетного диска Солнца, которая обусловлена его собственным гравитационным полем.

Как известно ([2], стр. 17; [6]), межзвездная среда протопланетного диска содержала по массе не более 2% пыли, и ее с достаточной точностью можно представить как однокомпонентный идеальный газ [6]. Для такой среды и были получены основные результаты в теории гравитационной неустойчивости.

В 1929 году вышла классическая работа Джинса [7] по гравитационной неустойчивости бесконечной по всем направлениям однородной и изотропной среды. Исходя из однородности и изотропии такой среды, Джинс сделал предположение, что гравитационная сила в любой точке этой среды равна нулю и система стационарна. Следует отметить, что предположения Джинса о равновесности и стационарности однородной бесконечной гравитирующей

среды в действительности не являются корректными, так как такая среда обязана быть нестационарной [8]. Поэтому, строго говоря, задача о гравитационной устойчивости бесконечной гравитирующей среды должна решаться на нестационарном фоне [9], [10]. Тем не менее, основные качественные выводы, полученные Джинсом, и при точном рассмотрении устойчивости сжимающейся или расширяющейся однородной среды оказываются справедливыми. В этом заключается парадокс Джинса. В наших дальнейших рассмотрении однородной гравитирующей среды мы будем следовать традиционному подходу Джинса.

Для «холодной» среды, при которой давление становится малым и им можно пренебречь, следуя Джинсу, можно получить дисперсионное уравнение в виде:

$$\omega^2 = -\omega_J^2, \quad (1)$$

где

$e^{i\omega t}$ – зависимость возмущения среды от времени;

$\omega_J^2 = 4\pi G\rho_n$ – джинсовская частота (частота Джинса);

ρ_n – плотность невозмущенной однородной и изотропной среды;

G – гравитационная постоянная.

Из уравнения (1) следует, что рассмотренная гравитирующая среда является неустойчивой, поскольку один из корней $\omega = -i\omega_J$ соответствует нарастанию возмущений со временем. Причем в «холодной» среде могут возникать неустойчивые возмущения с любой длиной волны.

Допустим, что гравитирующая среда имеет конечную температуру. Тогда давлением в уравнениях пренебрегать нельзя, и дисперсионное уравнение будет иметь вид:

$$\omega^2 = k^2 C_n^2 - \omega_J^2, \quad (2)$$

где

C_n – скорость звука в невозмущенной среде;

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число.

Как видно из уравнения (2), существует определенная длина волны λ_J , называемая критической длиной волны Джинса, которая разделяет устойчивые ($\lambda < \lambda_J$) и неустойчивые ($\lambda > \lambda_J$) возмущения. Эта длина волны определяется из условия $\omega^2 = 0$:

$$\lambda_J = \frac{2\pi}{k_J} = C_n \sqrt{\frac{\pi}{G\rho_n}}. \quad (3)$$

Дисперсионное уравнение для «холодной» среды (1) получается из уравнения (2) при $k \rightarrow 0$ или $\lambda \rightarrow \infty$ (при переходе к возмущениям достаточно большого пространственного масштаба).

В 1955 году Чандрасекхар [11] обобщил задачу Джинса на случай бесконечной среды с однородным вращением и получил следующее дисперсионное уравнение для волн с волновыми векторами, перпендикулярными к оси вращения:

$$\omega^2 = (k^2 - k_J^2)C_n^2 + 4\Omega_n^2. \quad (4)$$

Отсюда следует, что гравитационная неустойчивость для возмущений, распространяющихся перпендикулярно оси вращения, наступает только при

$$\frac{\Omega_n^2}{\pi G \rho_n} < 1. \quad (5)$$

Бóльшие угловые скорости ($\frac{\Omega_n^2}{\pi G \rho_n} \geq 1$) подавляют возмущения, которые распространяются перпендикулярно оси вращения среды. Для возмущений, распространяющихся вдоль оси вращения, дисперсионное уравнение в этой задаче остается тем же самым, какое было получено Джинсом.

В 1958 году Бел и Шацман [12] обобщили задачу Джинса на среду с неоднородным вращением. Они получили дисперсионное уравнение для радиальных возмущений в локальном приближении ($\lambda \ll r$) в виде:

$$\omega^2 = k^2 C_n^2 - 4\pi G \rho_n + \chi^2, \quad (6)$$

где

$$\chi^2 = \frac{1}{r^3} \frac{d(\Omega r^2)^2}{dr}, \quad (7)$$

χ – эпициклическая частота.

Дисперсионное уравнение (6) при $\Omega = const$ сводится к уравнению Чандрасекхара, а при $\Omega = 0$ – к уравнению Джинса для невращающейся среды.

В 1960 году В.С. Сафронов получил дисперсионное уравнение для вращающихся плоских систем конечной толщины [13]. В аналитическом приближении [14] это уравнение было приведено к виду:

$$\omega^2 = k^2 C_n^2 - 4\pi G \rho_n \left(1 + \frac{2}{kh}\right)^{-1} + \chi^2, \quad (8)$$

где

h – толщина диска.

В 1964 году Тоомре [15] при исследованиях устойчивости осесимметричных возмущений в бесконечно тонком диске ($\lambda \gg h$) вывел следующее дисперсионное уравнение:

$$\omega^2 = k^2 C_n^2 - 2\pi G k \sigma_n + \chi^2, \quad (9)$$

где

σ_n – поверхностная плотность бесконечно тонкого диска.

Легко видеть, что дисперсионное уравнение В.С. Сафронова при $\lambda \gg h$ переходит в уравнение (9), а при $\lambda \ll h$ – в уравнение Бела-Шацмана (6).

В 1972 году В.Л. Поляченко и А.М. Фридман предложили объяснение закона планетных расстояний, основанное на идее гравитационной неустойчивости в достаточно тонком диске ([16]; [17], стр. 413). Приближенное дисперсионное уравнение, полученное ими в этой работе, имеет вид:

$$\omega^2 \cong k^2 C_n^2 - 2\pi G k \sigma_n + \chi^2. \quad (10)$$

Видно, что это уравнение совпадает с дисперсионным уравнением Тоомре (9) для бесконечно тонкого диска.

С развитием методов численного моделирования появилась возможность проводить соответствующие расчеты, связанные с эволюцией протопланетного диска. Так, например, в 2002 году в работах В.Н. Снытникова с соавторами [18, 19] было показано, что в протопланетном диске могут возникать крупномасштабные радиальные возмущения, которые с течением времени распадаются на фрагменты.

В 2006 году А.В. Забродиным, М.С. Легкоступовым, К.В. Мануковским с соавторами была предложена аналитическая модель протопланетного диска в приближении Роша [2, 4, 21], в рамках которой можно исследовать как форму диска, так и распределение плотности среды в диске в зависимости от начальных условий, например, от массы диска.

В 2010 году К.В. Брушлинским, В.Т. Жуковым, М.С. Легкоступовым, Л.А. Плинер, Е.А. Забродиной с соавторами были представлены результаты численных расчетов по возникновению крупномасштабных радиальных возмущений в протопланетном диске, инициированных собственным гравитационным полем диска [22, 23, 24, 25]. В этих исследованиях также был открыт ранее неизвестный эффект: при возникновении в протопланетном диске радиальных возмущений плотности происходили характерные деформации толщины диска. Автор считает, что этот эффект связан с начальной фазой разбиения диска на кольца, хотя для более строгого доказательства этого положения необходимы дальнейшие численные расчеты. В указанных численных расчетах в качестве начальных условий была использована аналитическая модель протопланетного диска в приближении Роша [4].

1. Постановка задачи.

В настоящее время общепринятой теорией образования планетной системы Солнца является теория Шмидта-Сафронова образования планет путем аккумуляции твердых тел и частиц [3, 26]. В то же время проблема гравитационной устойчивости протопланетного диска Солнца на начальной стадии его эволюции остается крайне актуальной и сегодня. Если протопланетный диск гравитационно неустойчив на начальной стадии его эволюции, то это может привести к образованию протопланет, что существенно изменяет установившуюся картину наших представлений об образовании как в целом планетной системы Солнца, так и спутников планет.

Ясно, что на какой-то стадии эволюции диска степень его гравитационной неустойчивости была весьма высокой: образовались не одна-две планеты, а восемь планет, пояс астероидов, пояс Койпера и др. Все существующие модели протопланетного диска Солнца исходят из принципа его гравитационной неустойчивости или гравитационной неустойчивости некоторой его области.

В модели Шмидта-Сафронова гравитационная неустойчивость на начальной стадии протопланетного диска, т.е. фактически в газовой среде, исключается. Гравитационная неустойчивость в этой модели возникает на стадии формирования пылевого слоя в диске в результате падения пылевых частиц на его экваториальную (центральную) плоскость, что приводит к образованию пылевых сгущений. Пылевые сгущения имеют следующие средние значения массы и экваториального радиуса ([26], стр. 39):

$$m_o \approx \frac{\sigma_p^3}{\rho_*^2}, \quad a_o \approx \frac{\sigma_p}{2\rho_*}. \quad (11)$$

Для зоны Земли, если $\sigma_p \approx 10 \text{ г/см}^2$, $\rho_* \approx 1,42 \cdot 10^{-7} \text{ г/см}^3$, то имеет место:

$$m_o \approx 5 \cdot 10^{16} \text{ г}, \quad a_o \approx 4 \cdot 10^7 \text{ см}, \quad (12)$$

а критическая плотность в этих условиях составляет

$$\rho_{кр} \approx 3 \cdot 10^{-7} \text{ г/см}^3. \quad (13)$$

На расстоянии Земли от Солнца пылевые сгущения превращаются в твердые тела на временах порядка 10^4 лет, а на расстоянии Юпитера – на временах порядка 10^6 лет. Образовавшиеся твердые тела продолжают расти за счет столкновений, и на определенной стадии возникают зародыши планет – достаточно большие тела, способные в дальнейшем расти с помощью собственного гравитационного поля. Из зародыша или слияния нескольких зародышей образуется планета. Время роста, например, планеты Земля оценивается в этой модели $\approx 10^8$ лет.

Однако следует признать, что в рамках модели Шмидта-Сафронова все-таки трудно объяснить ряд явлений и фактов, имеющих место при образовании

планет. Начнем перечисление сложных для объяснения явлений по ходу развертывания событий в рамках этой модели.

Как видно из оценки (12), длина волны возмущений при гравитационной неустойчивости в пылевом слое протопланетного диска в модели Шмидта-Сафронова составляет $\approx 4 \cdot 10^7$ см. Следует отметить, что авторы других работ ([2], стр. 48; [16], [27]) рассматривают возмущения, приводящие к гравитационной неустойчивости, с длиной волны порядка расстояния между планетами (крупномасштабные неустойчивости). Вообще говоря, в теории образования солнечной планетной системы должны быть учтены вклады неустойчивостей всех масштабов. Для этого важно учитывать динамику образования протопланетного диска в том плане, что плотность диска постепенно возрастала, меняясь от плотности порядка протосолнечной туманности до максимального значения, а затем падала до значений, соответствующих конечной фазе образования диска.

В случае бесконечной однородной и изотропной среды ее неустойчивость описывается критерием Джинса (введение, формула (3)). Ограничения со стороны малых длин волн возмущений даются критической длиной волны Джинса. Со стороны больших длин волн ограничений нет. Это значит, что при сколько угодно малой плотности среды существует конечная критическая длина волны Джинса и неустойчивость наступает при $\lambda > \lambda_J$. Таким образом, при любых малых плотностях бесконечная однородная и изотропная среда неустойчива, и в этом случае вводить критическую плотность не имеет смысла.

Допустим, что однородная, изотропная среда конечна (оставляем в стороне вопросы стационарности такой среды, как это было сделано при рассмотрении парадокса Джинса). В этом случае со стороны больших длин волн возмущения ограничены размерами среды, и тогда длина волны неустойчивых возмущений подчинена неравенству $L_{cp} > \lambda > \lambda_J$, где L_{cp} есть характерный размер среды. Подобная ситуация складывается и в протопланетном диске. При рассмотрении радиальных возмущений плотности диска их длина волны будет ограничена сверху только радиальными размерами диска. В рассматриваемых условиях эволюции диска, когда плотность в экваториальной плоскости нарастает с определенных минимальных значений, первыми могут возбуждаться и приводить к гравитационной неустойчивости возмущения с максимальной длиной волны, как это и соответствует критерию Джинса (введение, формула (3)). Более того, анализ показывает: если предполагается, что произошла гравитационная неустойчивость с длиной волны $\lambda_1 \ll L_{cp}$, то ранее при определенных возмущениях должна была произойти и гравитационная неустойчивость с большими длинами волн (λ_2) в интервале $\lambda_1 < \lambda_2 < L_{cp}$.

В работе [3], стр. 67 вводится критическая плотность: «...критическая плотность, необходимая для гравитационной неустойчивости, которая, как известно, зависит от λ ...». Действительно, исходя из критерия Джинса (введение, формула (3)), можно ввести такое определение. И, ориентируясь на

возмущения длин волн порядка размеров планетезималей, могут быть получены соотношения (11) – (13).

Для последующих оценок введем несколько другое определение критической плотности протопланетного диска. Критическая плотность протопланетного диска $\rho_{н,кр}(r)$ – это минимальная плотность, при которой может возникнуть гравитационная неустойчивость при учете возмущений во всем диапазоне возможных длин волн.

В приближении идеального газа, используя для оценки критической плотности диска критерий Джинса, получаем:

$$\rho_{н,кр} = C_n^2 \frac{\pi}{\lambda_j^2 G} = \gamma \frac{RT}{\mu} \frac{\pi}{G \lambda_j^2}, \quad (14)$$

где

R – газовая постоянная;

T – температура газовой среды протопланетного диска, $^{\circ}\text{K}$;

μ – молекулярный вес газовой среды диска;

γ – отношение C_p/C_v газовой среды диска (показатель адиабаты).

Если среда протопланетного диска имеет распределение плотности пылевой компоненты, близкое к однородному, и содержание пыли по массе не превышает несколько процентов, то усредненные параметры такой среды с достаточной точностью описываются уравнением состояния идеального газа ([26], стр 36; [6, 28, 29]). Если на пылевые частицы приходится по массе около 1,5 % вещества солнечного состава, то молекулярный вес для такой среды равен 2,53, а показатель адиабаты – 1,43 [6, 28]. Согласно современным представлениям температура газовой среды, например, для зоны Земли в начальной стадии эволюции протопланетного диска составляла $T \sim 300^{\circ}\text{K}$, а плотность $\sim 3 \cdot 10^{-9}$ г/см³ ([26], стр. 39). Усредняя данные по температурам для всех зон, получим среднюю температуру диска $\approx 150^{\circ}\text{K}$. Возьмем критическую длину волны Джинса, равную полуширине протопланетного диска $\lambda_j \approx 2,9 \cdot 10^{14}$ см. При этом неустойчивые возмущения, которые будут приводить к гравитационной неустойчивости диска, будут лежать в интервале $\lambda_j \approx 2,9 \cdot 10^{14}$ см $< \lambda < L_{ср} \approx 5,8 \cdot 10^{14}$ см. Подставляя найденные значения параметров среды в выражение (1.4), получаем:

$$\rho_{н,кр} \approx 4 \cdot 10^{-12} \text{ г/см}^3. \quad (15)$$

Таким образом, критическая плотность, при которой может возникнуть гравитационная неустойчивость в диске, составляет $\rho_{н,кр} \sim 4 \cdot 10^{-12}$ г/см³, что на пять порядков меньше критической плотности (13), полученной в рамках

модели [3, 26], и на три порядка меньше плотности газовой среды в зоне Земли ($\sim 3 \cdot 10^{-9}$ г/см³).

Следует подчеркнуть, что исходя из этой оценки еще нельзя сделать однозначного вывода о гравитационной неустойчивости протопланетного диска в начальной стадии его эволюции, так как оценка $\rho_{н.кр}$ есть оценка снизу – она не учитывает, например, вращение среды диска, которое в определенной степени подавляет гравитационную неустойчивость [3, 11, 12]. Поэтому для окончательного ответа на вопрос о гравитационной устойчивости протопланетного диска в начальной стадии его эволюции необходимо провести более точные расчеты.

Одним из ключевых вопросов в эволюции протопланетного диска в модели [3, 26] является образование достаточно крупных тел (зародышей планет), способных продолжать расти с помощью собственного гравитационного поля. В научной литературе возможность такого объединения малых твердых тел неоднократно подвергалась сомнению. Так, в работах [30, 31, 32] вопрос об образовании зародышей планет отнесен к числу наиболее неясных и уязвимых в планетной космогонии, настоятельно требующих своего разрешения.

Как показывают астрономические наблюдения, возникновение малых твердых тел далеко не всегда приводит к образованию достаточно крупных тел, которые далее могут расти с помощью собственного гравитационного поля. К таким системам относятся, например, пояс астероидов в планетной системе Солнца, кольца Сатурна, кольца Урана, кольца Нептуна и др.

Экспериментальные и теоретические исследования последних лет ([33], стр. 92) показали, что вероятность слипания частиц, когда их размеры увеличиваются до $\gg 10$ см, стремится к нулю. Поэтому не следует ожидать, что объединение частиц при столкновениях может привести к образованию крупных тел размером порядка 1–10 м [34, 35]. Вероятно, единственным путем образования планетезималей, из которых затем образуются планеты, является в рамках модели твердотельной аккумуляции гравитационная неустойчивость пылевого слоя в экваториальной плоскости протопланетного диска. Хотя, судя по современным представлениям, и в этой части проблемы появились трудности: возникновение турбулентности в пылевом слое препятствует его уплотнению ([33], стр. 93).

Наиболее сложным для объяснения вопросом в рамках модели [3, 26] является вопрос о планетных расстояниях – правило Тициуса-Боде. Так как процессы объединения образовавшихся твердых тел в протопланетном диске носят стохастический характер, то теория в рамках этой модели принципиально не может вычислить расстояния, на которых должны в протопланетном диске сформироваться планеты ([26], стр. 157, 270). Если задано распределение вещества в протопланетном диске, то эта теория может лишь оценить количество формирующихся планет и их относительные расстояния.

В 2006 году А.В. Забродиным, М.С. Легкоступовым, К.В. Мануковским с соавторами была предложена альтернативная модель [20, 4, 21], в которой было

введено единственное отличное от модели Шмидта-Сафронова предположение – в ней «разрешена» крупномасштабная гравитационная неустойчивость на начальной стадии эволюции протопланетного диска. Следует подчеркнуть, что процессы аккумуляции планетами твердых тел и частиц являются экспериментальным фактом. Не вызывает сомнений также падение пыли к экваториальной плоскости и рост частиц при определенных условиях в результате их столкновений. По этой причине эти процессы, естественно, должны присутствовать в любой альтернативной теории образования планет. В предложенной альтернативной модели параллельно идут следующие физические процессы: гравитационная неустойчивость с включением крупномасштабной неустойчивости, падение частиц на экваториальную плоскость и слипание частиц пыли при столкновении их друг с другом (в полной постановке следует также включить и излучение). Оказалось, что введенное предположение в большинстве случаев снимает вышеуказанные трудности при описании формирования планетной системы Солнца. Действительно, в предложенной модели на начальной стадии эволюции протопланетного диска (при определенном распределении плотности в его экваториальной плоскости в зависимости от радиуса) волна возмущения плотности, максимумы которой находятся в местах расположения планет, приводит к гравитационной неустойчивости, в результате которой возникают протопланетные газопылевые кольца, соответствующие зонам планет. Через определенное время протопланетные кольца в силу их неустойчивости распадаются на фрагменты (крупномасштабные газопылевые сгущения), из которых и образуются газопылевые протопланеты. Эволюция оставшегося вне протопланет газопылевого вещества и его взаимодействие с планетами описывается моделью Шмидта-Сафронова.

В рамках предложенной модели [20, 4, 21] проблемы зародышей планет вообще не возникает, так как формирование планетных тел происходит внутри протопланет. Под воздействием гравитационного поля протопланеты пылевые частицы падают в центр протопланеты, образуя тело формирующейся планеты.

Закон планетных расстояний в модели [20, 4, 21] обусловлен волной возмущения плотности, в результате воздействия которой образуются протопланетные кольца, соответствующие зонам планет, как это показано, например, в работе [16]. Численные расчеты [18, 19, 22, 23, 24, 25] подтверждают возможность образования крупномасштабных радиальных возмущений.

Для выбора модели образования планетной системы Солнца большой интерес представляют работы Э.М. Галимова по геохимическому составу планет [36, 37, 38]. Совершенно ясно, что геохимический состав планет будет существенным образом зависеть от модели образования планетной системы Солнца. В результате геохимических исследований Э.М. Галимов выдвинул гипотезу о том, что формирование планетных тел происходит из газопылевого сгущения (облака), и на примере системы Земля-Луна в его работах показано,

что эта гипотеза наилучшим образом позволяет объяснить известные геохимические факты и ограничения. В то же время в рамках модели твердотельной аккумуляции планет, в том числе и в модели мегаимпакта образования Луны (образования Луны в результате столкновения космического тела планетарного размера с Землей) [39], возникают значительные трудности в объяснении ряда геохимических составов и изотопных систем [38]. В рамках данной работы нет возможности останавливаться на всех геохимических зависимостях системы Земля-Луна, эти результаты достаточно подробно изложены в работе [38]. В настоящей работе приведем лишь одно красивое доказательство образования железного ядра Земли, следуя Э.М. Галимову.

В протопланетном газопылевом сгущении, состав которого был близок к составу протосолнечной туманности, железо находилось в окисленном состоянии – FeO. Газовая среда представлена в основном водородом. В центральной части протопланетного сгущения за счет его сжатия в некоторый момент будут достигнуты температуры, достаточные для испарения FeO. Как известно, водород является эффективным восстановителем, и он связывается с кислородом, а железо выделяется в чистом виде. Далее, железо конденсируется в металлические частицы, которые под действием силы тяжести падают в центр протопланеты, образуя металлическое ядро из Fe. Ранее приемлемого механизма образования железного ядра Земли не было предложено.

В модели Э.М. Галимова не рассматриваются вопросы образования газопылевых сгущений, в остальном модель имеет много общего с моделью, предложенной А.В. Забродиным, М.С. Легкоступовым, К.В. Мануковским с соавторами в работах [20, 4, 21].

В последнее время были опубликованы работы, например [40], независимо подтверждающие выводы Э.М. Галимова, в которых он ставит под сомнение достоверность теории мегаимпакта образования Луны. На этот раз речь идет о присутствии следов воды на Луне. В кристаллической структуре образцов минералов, собранных с верхнего слоя лунного нагорья миссией «Аполлон», были обнаружены следы воды в виде гидроксила. Эти исследования указывают на то, что вода не покидала естественный спутник нашей планеты на протяжении всей его эволюции. Доктор Йокси Занг считает, что этот факт трудно объяснить с позиций популярной в настоящее время теории формирования Луны (теории мегаимпакта).

Таким образом, из проведенного анализа следует, что в рамках модели, предложенной в работах [20, 4, 21], могут быть объяснены многие факты, относящиеся к различным областям знаний о планетной системе Солнца. Но, несмотря на это, для построения законченной модели необходимо провести исследования и определить, при каких условиях возникают крупномасштабные гравитационные неустойчивости в протопланетном диске на начальной стадии его эволюции.

Приступая к выбору физико-математической модели, сделаем несколько общих замечаний. Известно, что газовая среда конечных размеров,

находящаяся в равновесном состоянии под действием только собственного гравитационного поля, имеет характерный размер $R \cong \lambda_j$ и является гравитационно устойчивой (например, [17], стр. 16).

В случае протопланетного диска ситуация развивается по другому сценарию. Протосолнечная туманность в результате гравитационной неустойчивости, которая достаточно корректно описывается моделью Джинса [7], начинает сжиматься (происходит коллапс протосолнечной туманности). В результате падения вещества в центр протосолнечной туманности образуется Солнце. Часть вещества протосолнечной туманности за счет своего значительного момента количества движения остается в околосолнечном пространстве, образуя протопланетный диск. Таким образом, основными силами, которые удерживают протопланетный диск в околосолнечном пространстве и определяют его геометрию, являются гравитационная сила Солнца и центробежная сила, а не собственное гравитационное поле диска. Но в квазистационарном состоянии диска гравитационная сила Солнца уравнивается центробежной силой, и в этом случае на первый план выходят более слабые физические процессы, которые определяются давлением вещества, собственным гравитационным полем диска (самогравитацией диска) и др. Поэтому модель протопланетного диска Солнца должна включать в себя Солнце как внешний источник гравитационного поля, которое взаимодействует с вращающимся газопылевым диском, удерживая его в стационарном состоянии.

В результате коллапса средняя плотность среды протопланетного диска увеличивается по сравнению с плотностью межзвездного газа примерно на десять порядков. По этой причине в диске может возникнуть после коллапса межзвездной среды гравитационная неустойчивость.

Таким образом, на начальной стадии эволюции протопланетный диск может быть гравитационно неустойчив, если λ_j его среды меньше его характерных размеров.

В полной постановке задача эволюции протопланетного диска является чрезвычайно сложной. Для нашей цели исследования – определения параметров протопланетного диска в начальной стадии его эволюции, при которых возможны радиальные возмущения, приводящие к гравитационной неустойчивости, можно существенно упростить задачу. В этом случае допустимо следующее приближение:

- 1) среда диска является однокомпонентной и представляет собой идеальный газ;
- 2) из всех физических процессов, которые наблюдаются в протопланетном диске, можно оставить только основные, которые отвечают за гравитационную устойчивость диска:
 - газодинамические процессы,
 - гравитационное поле Солнца,
 - собственное гравитационное поле диска,

- вращение среды диска вокруг оси, проходящей через центр Солнца;
3) для рассмотрения радиальных возмущений в диске задачу можно рассматривать в осесимметричной постановке.

В данном приближении система уравнений в цилиндрической системе координат x, r, θ имеет вид ([4], стр. 19):

$$\frac{\partial(\rho r)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u r)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v r)}{\partial r} = 0, \quad (16)$$

$$\frac{\partial(\rho u r)}{\partial t} + \frac{\partial(p + \rho u^2)r}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u v r)}{\partial r} = \rho r \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial(\rho v r)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v r)}{\partial x} + \frac{\partial(p + \rho v^2)r}{\partial r} = p + \rho w^2 + \rho r \frac{\partial \varphi}{\partial r}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial(\rho w r)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u w r)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v w r)}{\partial r} = -\rho v w, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(e r)}{\partial t} + \frac{\partial[(e + p)u r]}{\partial x} + \frac{\partial[(e + p)v r]}{\partial r} = \\ = \frac{\partial(\rho u r \varphi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v r \varphi)}{\partial r} + \varphi \frac{\partial(\rho r)}{\partial t}. \end{aligned} \quad (20)$$

Ось x направлена по оси вращения газпылевого диска; u, v, w – составляющие вектора скорости \vec{U} , соответственно, осевая, радиальная и угловая;

$$|\vec{U}|^2 = u^2 + v^2 + w^2; \quad (21)$$

$\rho = \rho(x, r, t)$ – плотность газа; $p = p(x, r, t)$ – давление газа;
 $e = \rho[\varepsilon + (u^2 + v^2 + w^2)/2]$ – энергия единицы объема газа;
 $\varepsilon = \varepsilon(x, r, t)$ – внутренняя энергия единицы массы газа;
 $\varphi = \varphi(x, r, t)$ – гравитационный потенциал представлен в виде:

$$\varphi(x, y, z, t) = \varphi_s + \varphi_d,$$

где

φ_s – гравитационный потенциал внешнего источника (в нашем случае Солнца),

φ_d – собственный гравитационный потенциал протопланетного диска:

$$\varphi_d(x, r, t) = G \int_{V(t)} \frac{\rho(x_T, r_T, t)}{R} r_T dx_T dr_T d\theta_T, \quad (22)$$

где

$$R = \sqrt{(x - x_T)^2 + (r \cdot \cos \theta - r_T \cdot \cos \theta_T)^2 + (r \cdot \sin \theta - r_T \cdot \sin \theta_T)^2}, \quad (23)$$

x_T , r_T , θ_T – текущие цилиндрические координаты, по которым ведется интегрирование в (22). В интеграле (22) в силу симметрии может быть выполнено интегрирование по координате θ_T .

Внутри протопланетного диска в фиксированный момент времени гравитационный потенциал удовлетворяет уравнению Пуассона:

$$\Delta \varphi_d(x, r, t) \equiv \frac{\partial^2 \varphi_d}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi_d}{\partial r} \right) = -4\pi G \rho(x, r, t), \quad (24)$$

а вне диска – уравнению Лапласа:

$$\Delta \varphi_d(x, r, t) = 0. \quad (25)$$

Заключение

Работа посвящена проблеме гравитационной неустойчивости протопланетного диска Солнца.

Во введении настоящего препринта дан краткий аналитический обзор работ по исследованиям гравитационной неустойчивости гравитирующих сред, из которого следуют представленные далее выводы. На начальной стадии эволюции среду протопланетного диска с достаточной точностью можно представить как однокомпонентный идеальный газ. Устойчивость таких гравитирующих сред, как правило, исследовалась с помощью дисперсионных уравнений [7], [11] – [16]. Создание вычислительных систем большой производительности создало условия для проведения численного моделирования гравитационной неустойчивости сред [18, 19, 23, 24]. Устойчивость однородной невращающейся среды определяется исходя из критической длины волны Джинса (критерий Джинса). Вращение среды повышает ее гравитационную устойчивость. В плане исследований гравитационной неустойчивости протопланетного диска несомненный интерес представляет работа [16], в которой показана возможность возникновения крупномасштабных неустойчивостей и на их основе приведено объяснение закона планетных расстояний. Результаты численного моделирования [18, 19, 23, 24] подтверждают выводы работы [16] о возможности возникновения крупномасштабных гравитационных неустойчивостей в протопланетных дисках. К настоящему моменту на основании имеющихся данных по гравитационной неустойчивости не представляется возможным сделать однозначный и обоснованный вывод о гравитационной устойчивости протопланетного диска (или о параметрах его гравитационной неустойчивости). Для более точного определения гравитационной

устойчивости протопланетного диска необходимо провести дальнейшие исследования.

В разделе «Постановка задачи» представлен аналитический обзор основных теорий образования планетной системы Солнца. В настоящее время общепринятой теорией образования планетной системы Солнца является теория твердотельной аккумуляции [3, 26]. Основопологающим постулатом этой теории является мелкомасштабная гравитационная неустойчивость в тонком пылевом слое (субдиске) [3, 26]. Автор настоящей работы также придерживается идеи гравитационной неустойчивости, но считает, что в ходе эволюции протопланетного диска должны учитываться не только мелкомасштабная гравитационная неустойчивость, но и крупномасштабные ее виды, которые могут реализоваться по мере увеличения плотности диска в его экваториальной плоскости. Зарождение гравитационной неустойчивости определяется критерием Джинса. Изначальная крупномасштабная гравитационная неустойчивость привела к образованию протосолнечной туманности, с которой и начался коллапс. Следует отметить, что, по-видимому, не было попыток объяснить коллапс протосолнечной туманности возникновением более мелких гравитационных возмущений, которые в своем развитии и привели к коллапсу, как это делается в исследованиях эволюции протопланетного диска для объяснения образования планет.

По мере формирования протопланетного диска его плотность увеличивалась. И по логике зарождения гравитационных неустойчивостей в первую очередь должны были возникнуть в диске крупномасштабные гравитационные неустойчивости. По мере дальнейшего увеличения плотности в диске могли возникнуть гравитационные неустойчивости и более мелкого масштаба.

Для дальнейшего исследования вопросов гравитационной неустойчивости протопланетного диска автор остановился на физико-математической модели диска, впервые предложенной в работе [4].

В заключение автор выражает глубокую благодарность В.Т. Жукову, К.В. Брушлинскому, И.С. Меньшову, Г.В. Долголевой, Л.А. Плинер за интерес к работе и полезные обсуждения. Автор также выражает искреннюю признательность М.С. Гавреевой за помощь в оформлении препринта.

Библиографический список

1. Кант И. Всеобщая естественная история и теория неба // Кант И. Сочинения в шести томах. Т. 1. М.: «Мысль». 1963. 543 с.
2. Происхождение солнечной системы // Сборник статей под редакцией Г. Ривса. М.: «Мир». 1976.
3. Сафронов В.С. Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет. М.: «Наука». 1969.
4. Забродин А.В., Забродина Е.А., Легкоступов М.С., Мануковский К.В., Плинер Л.А. Некоторые модели описания протопланетного диска Солнца на начальной стадии его эволюции // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2006. № 70. 44 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2006-70>
5. Горькавый Н.Н., Фридман А.М. Физика планетных колец. М.: «Наука». 1994.
6. Макалкин А.Б., Дорофеева В.А. Строение протопланетного аккреционного диска вокруг Солнца на стадии Т Тельца // Астр. вест. Исследования Солнечной системы. 1995. Т. 29. № 2. С. 99.
7. Jeans J. H. Astronomy and cosmogony. Cambridge. 1929.
8. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Релятивистская астрофизика. М.: «Наука». 1967.
9. Лифшиц Е.М. О гравитационной устойчивости изотропного мира // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 587.
10. Bonnor W.B. Jeans formula for gravitational instability // Mon. Not. R. Astron. Soc. 1957. V. 117. P. 104 – 117.
11. Chandrasekhar S. The gravitational instability of an infinite homogeneous medium when Coriolis acceleration is acting // Vistas in Astronomy. 1958. V. 1. P. 344.
12. Bel N., Schatzman E. On the gravitational instability of a medium in nonuniform rotation // Rev. Mod. Phys. 1958. V. 30. P. 1015 – 1023.
13. Сафронов В.С. О гравитационной неустойчивости в плоских вращающихся системах с осевой симметрией // ДАН СССР. 1960. Т. 130. № 1. С. 53 – 56.
14. Генкин И.Л., Сафронов В.С. Неустойчивость вращающихся гравитирующих систем с радиальными возмущениями // Астр. ж. 1975. Т. 52. Вып. 2. С. 306 – 315.
15. Toomre A. On the gravitational stability of a disk of stars // Ap. J. 1964. V. 139. P. 1217 – 1238.
16. Поляченко В.Л., Фридман А.М. О законе планетных расстояний // Астр. ж. 1972. Т. 49. № 1. С. 157.
17. Поляченко В.Л., Фридман А.М. Равновесие и устойчивость гравитирующих систем. М.: «Наука». 1976.
18. Снытников В.Н., Пармон В.Н., Вшивков В.А., Дудникова Г.И., Никитин

- С.А., Снытников А.В. Численное моделирование гравитационных систем многих тел с газом // Вычислительные технологии. 2002. Т. 7. № 3. С. 72.
19. Snytnikov V.N., Dudnikova G.I., Gleaves J.T., Nikitin S.A., Parmon V.N., Stoyanovsky V.O., Vshivkov V.A., Yablonsky G.S., Zakharenko V.S. Space chemical reactor of protoplanetary disk // *Adv. Space Res.* 2002. Vol. 30. No. 6. P. 1461 – 1467.
 20. Забродин А.В., Легкоступов М.С., Плинер Л.А., Забродина Е.В., Мануковский К.В. Численное моделирование эволюции протопланетного диска Солнца на начальной ее стадии [Текст]: Отчет ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (итоговый). Программа № 25 фундаментальных исследований Президиума РАН. М., 2006. 47 с. Инв. № 8-3-06.
 21. Забродин А.В., Забродина Е.А., Легкоступов М.С., Мануковский К.В., Плинер Л.А. Некоторые модели описания протопланетного диска Солнца на начальной стадии его эволюции // Проблемы зарождения и эволюции биосферы. (Под ред. Э.М. Галимова). М.: «Либроком». 2008. С. 297 – 316.
 22. Жуков В.Т., К.В. Брушлинский К.В., Меньшов И.С., Легкоступов М.С., Л.А. Плинер Л.А., Забродина Е.А. Численное моделирование эволюции протопланетного диска Солнца [Текст]: Отчет ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (итоговый). Программа № 24 фундаментальных исследований Президиума РАН М., 2010. 19 с. Инв. № 8-2-10.
 23. Brushlinskii K.V., Pliner L.A., Zabrodina E.A., Menshov I.S., Zhukov V.T., Dolgoleva G.V., Legkostupov M.S. Gravitational instability in the proto-planet disk // III International conference BIOSPHERE ORIGIN AND EVOLUTION. Abstracts. Rithymno. Crete. Greece. October 16 – 20. 2011. P. 31 – 33.
 24. Брушлинский К.В., Долголева Г.В., Жуков В.Т., Забродина Е.А., Легкоступов М.С., Меньшов И.С., Плинер Л.А. К вопросу об эволюции протопланетного диска Солнца // Проблемы зарождения и эволюции биосферы. / Научный сборник под ред. академика Э.М. Галимова. М.: «Красанд». 2013. С. 33 – 46.
 25. Брушлинский К.В., Плинер Л.А., Забродина Е.А., Меньшов И.С., Жуков В.Т., Долголева Г.В., Легкоступов М.С. К вопросу неустойчивости протопланетного диска // XIX Всероссийская конференция «Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов для решения задач математической физики», посвященная памяти К.И. Бабенко. Тезисы докладов. п. Абрау-Дюрсо. Россия. 10-16 сентября. 2012. С. 14–15.
 26. Витязев А.В., Печерникова Г.В., Сафронов В.С. Планеты земной группы: Происхождение и ранняя эволюция. М.: «Наука». 1990.
 27. Ebert R. Habilitationsschrift. Un. f. Frankfurt-am-Main. 1964.
 28. Макалкин А.Б., Дорофеева В.А. Строение протопланетного аккреционного диска вокруг Солнца на стадии Т Тельца // *Астр. вест. Исследования Солнечной системы.* 1996. Т. 30. № 6. С. 496.

29. Забродин А.В., Легкоступов М.С., Плинер Л.А., Черкашин В.А., Северин А.В. Механизм аккумуляции планетарных тел [Текст]: Отчет ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (итоговый). Программа № 25 фундаментальных исследований Президиума РАН. М., 2004. 40 с. Инв. № 8-2-04.
30. Gold T. Problems requiring solution. Origin of solar system. / R. Jastrow, A. Cameron. (Eds.). Acad. Press. N. Y. – London. 1963. P. 171.
31. Энеев Т.М., Козлов Н.Н. Модель аккумуляционного процесса формирования планетных систем // Астр. вест. 1981. Т. XV. № 2. С. 80 – 94.
32. Ларин В.Н. Гипотеза изначально гидридной Земли. М.: «Недра». 1980.
33. Кусков О.Л., Дорофеева В.А., Кронрод В.А., Макалкин А.Б. Системы Юпитера и Сатурна: формирование, состав и внутреннее строение крупных спутников. ЛКИ. 2009.
34. Sekiya M., Takeda H. Were planetesimals formed by dust accretion in the solar nebula? // Earth Planets Space. 2003. V. 55. P. 263 – 269.
35. Chiang E.I. Dust in Protoplanetary Disks // Astrophysics of Dust. ASP Conference Series. 2004. V. 309. Proceed. Conf. 26–30 May.
36. Галимов Э.М., Кривцов А.М., Забродин А.В., Легкоступов М.С., Энеев Т.М., Сидоров Ю.И. Динамическая модель образования системы Земля-Луна // Геохимия. 2005. № 11. С. 1139 – 1150.
37. Галимов Э.М. Образование Земли и Луны из общего супрапланетного газопылевого сгущения // Геохимия. 2011. № 6. С. 563 – 580.
38. Галимов Э.М. Анализ изотопных систем (Hf-W, Rb-Sr, J-Pu-Xe, U-Pb) применительно к проблеме формирования планет на примере системы Земля-Луна // Проблемы зарождения и эволюции биосферы. / Научный сборник под ред. академика Э.М. Галимова. М.: «Красанд». 2013. С. 47 – 59.
39. Hartmann W.K., Davis D.R. Satellite-sized planet-esimals and lunar Origin // Icarus. 1975. V. 24. P. 504 – 515.
40. Hejiu Hui, Anne H. Peslier, Youxue Zhang, Clive R. Neal. Water in lunar anorthosites and evidence for a wet early Moon // Nature Geoscience. 2013. V. 6. P. 177 – 180.
41. Лаплас П.С. Изложение системы мира. Л.: «Наука». 1982. 376 с.