



Беляев М.Ю., Матвеева Т.В.,
Монахов М.И., Рулёв Д.Н.,
Сазонов В.В.

Реализация режима
гравитационной ориентации
на корабле «Прогресс М-
20М»

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Реализация режима гравитационной ориентации на корабле «Прогресс М-20М» / М.Ю.Беляев [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 63. 21 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-63>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В.Келдыша

**М.Ю. Беляев, Т.В. Матвеева, М.И. Монахов,
Д.Н. Рулёв, В.В. Сазонов**

**РЕАЛИЗАЦИЯ РЕЖИМА ГРАВИТАЦИОННОЙ ОРИЕНТАЦИИ
НА КОРАБЛЕ «ПРОГРЕСС М-20М»**

Москва – 2014

Аннотация

Приведены результаты реконструкции неуправляемого вращательного движения транспортного грузового корабля «Прогресс М-20М» в режиме гравитационной ориентации вращающегося спутника. В этом режиме корабль вращался вокруг своей продольной оси с угловой скоростью $0.1 \div 0.2$ град./с, совершавшей малые колебания относительно местной вертикали. Реконструкция выполнена по данным бортовых измерений вектора угловой скорости. Данные, собранные на интервале времени около 7 часов, обрабатывались совместно методом наименьших квадратов с помощью интегрирования уравнений движения корабля относительно центра масс. В результате обработки оценивались начальные условия движения и параметры используемой математической модели. Результаты реконструкции проверялись по данным измерений тока солнечных батарей корабля. Движение реконструировано на трех интервалах в феврале 2014 г. Режим гравитационной ориентации и его реконструкция были выполнены в порядке подготовки к проведению на кораблях «Прогресс» экспериментов с датчиком конвекции ДАКОН.

M.Yu.Belyaev, T.V.Matveeva, M.I.Monakhov, D.N.Rulev, V.V.Sazonov. The real attitude motion of the spacecraft Progress M-20M in the mode of gravitational orientation. We reconstructed the uncontrolled attitude motion of the spacecraft Progress M-20M in the mode of single-axis gravitational orientation (gravitational orientation of a rotated spacecraft). In this mode, the spacecraft rotated around its longitudinal axis with the angular rate $0.1 \div 0.2$ deg./s, the axes being oscillated near the local vertical. The oriented motion lasted for a few orbit revolutions. The reconstruction was made using measurements of the spacecraft angular rate. The measurement data, collected in a time interval about 7 hours, were processed simultaneously by statistical methods and integration of the spacecraft attitude motion equations. The estimations of the mathematical model parameters and initial conditions of the attitude motion were obtained as a result of such processing. The results of reconstruction were checked by measurements of the electric current from the spacecraft solar batteries. We reconstructed the motion in three time intervals in February 2014. The gravitational orientation mode of Progress M-20M was realized for preparation to the experiments with convection sensor DACON-M.

1. Введение. Микрогравитационная обстановка на Российском сегменте Международной космической станции не вполне подходит для экспериментов с датчиком конвекции ДАКОН-М. Микроускорения в низкочастотном диапазоне (менее 0.01 Гц) в обычно используемом для полета режиме орбитальной ориентации слишком малы для нечувствительного датчика, а на значительные микроускорения в высокочастотном диапазоне (свыше 20 Гц, такие микроускорения обусловлены работой бортового оборудования) датчик не реагирует. Чтобы сигнал датчика был содержательным, т.е. заметным образом зависел от испытываемого им возмущения, микроускорения должны быть значительными, но низкочастотными. На МКС такие условия создаются во время разного рода динамических операций [1 – 3]. Однако такие операции происходят достаточно редко, и космонавты при их выполнении заняты обычно другими делами. Подходящая обстановка для экспериментов с ДАКОНОм может быть обеспечена на кораблях «Прогресс» за счет выбора режима их вращательного движения. Более того, выбирая нужным образом режимы движения и места установки датчика на корабле, можно обеспечить широкий диапазон амплитудно-частотных свойств микроускорений.

Возможные режимы вращательного движения кораблей «Прогресс», пригодные для проведения экспериментов в области микрогравитации, рассмотрены в [4]. Реализация некоторых из этих режимов описана в [5, 6]. В [7] описана реализация еще одного режима движения ТГК «Прогресс», в котором возникают большие низкочастотные микроускорения и который можно использовать для экспериментов с датчиком конвекции.

Из всех режимов, рассмотренных в [4 – 7], наиболее подходящим для проведения экспериментов с гравитационно-чувствительными процессами представляется режим гравитационной ориентации вращающегося спутника. В этом режиме корабль вращается с угловой скоростью 0.2 – 0.3 град./с вокруг продольной оси, совершая малые колебания относительно радиуса-вектора своего центра масс. Ранее этот режим применялся на орбитальных комплексах «Салют-6», «Салют-7» и в начале развертывания МКС в 1999 – 2000 гг. [8 – 10]. Он обеспечивал устойчивость движения и стабильный энергосъем с солнечных батарей в течение недели и более. Эти свойства режима гравитационной ориентации вращающегося спутника проявляются и на кораблях «Прогресс», хотя их тензор инерции и аэродинамические параметры менее приспособлены для его применения.

Ниже описываются результаты использования этого режима на корабле «Прогресс М-20М» 7 – 9 февраля 2014 г. Эти результаты существенно полнее относящихся к рассматриваемому режиму результатов [5, 6], поскольку основаны на более полной телеметрической информации. В [5, 6] для реконструкции движения кораблей использовались только значения тока, снимаемого с солнечных батарей (СБ). В новых экспериментах были дополнительно получены еще и измерения угловой скорости корабля. Эти измерения гораздо более информативны, чем измерения тока. Кроме того, последние, согласно [7], содержат не только легко учитываемый вклад от прямого солнечного излучения,

но и вклад от излучения, отраженного поверхностью Земли. Специфика режима гравитационной ориентации вращающегося спутника такова, что измерений угловой скорости достаточно для реконструкции движения корабля в этом режиме. Именно так была выполнена реконструкция вращательного движения МКС в [10]. Ниже приводятся описание методики обработки собранной телеметрической информации и результаты реконструкции с ее помощью фактического вращательного движения корабля.

2. Математическая модель вращательного движения корабля. Корабль считаем твердым телом. Для записи уравнений движения корабля относительно центра масс и соотношений, используемых при обработке данных измерений, введем три правые декартовы системы координат.

Строительная система $Oy_1y_2y_3$ жестко связана с корпусом корабля. Точка O – центр масс корабля, ось Oy_1 параллельна его продольной оси и направлена от стыковочного узла к агрегатному отсеку, ось Oy_2 перпендикулярна плоскости СБ. В этой системе интерпретируются данные измерений угловой скорости. Светочувствительная сторона СБ обращена к полупространству $y_2 > 0$. Полагаем, что оси строительной системы являются главными центральными осями инерции корабля. Обработка по методике [6] измерений угловой скорости корабля «Прогресс М-20М», выполненных в режиме закруток на Солнце в марте 2014г., показала, что отклонение главной центральной оси минимального момента инерции от оси Oy_1 составляет менее 1° , отклонения осей максимального и среднего моментов инерции соответственно от осей Oy_2 и Oy_3 не превосходят 5° .

Система $SY_1Y_2Y_3$ близка ко второй геоэквиаториальной системе координат эпохи даты. Ее начало находится в центре масс Земли, плоскость SY_1Y_2 совпадает с плоскостью экватора, ось SY_3 направлена в северный полюс мира, ось SY_1 направлена приблизительно в точку весеннего равноденствия – повернута от плоскости гринвичского меридиана на среднее звездное время против вращения Земли. В системе $SY_1Y_2Y_3$ задаются двухстрочные элементы NORAD, которые использованы для задания орбитального движения корабля. Эту систему считаем инерциальной.

В орбитальной системе координат $OX_1X_2X_3$ ось OX_3 направлена по геоцентрическому радиусу-вектору точки O , ось OX_2 направлена по вектору орбитального кинетического момента корабля. Положение системы $Oy_1y_2y_3$ относительно системы $OX_1X_2X_3$ будем задавать углами γ , δ и β , которые введем посредством следующего условия. Система $OX_1X_2X_3$ может быть переведена в систему $Oy_1y_2y_3$ тремя последовательными поворотами: 1) на угол $\delta + \pi/2$ вокруг оси OX_2 , 2) на угол β вокруг новой оси OX_3 , 3) на угол γ вокруг новой оси OX_1 , совпадающей с осью Oy_1 . Углы δ и β задают направление оси Oy_1 в орбитальной системе координат, угол γ задает поворот корабля вокруг этой оси.

Матрицу перехода от системы $Oy_1y_2y_3$ к системе $CY_1Y_2Y_3$ обозначим $\|b_{ij}\|_{i,j=1}^3$. Здесь b_{ij} – косинус угла между осями CY_i и Oy_j . Элементы этой матрицы параметризуем углами γ_b , δ_b и β_b , которые вводятся точно так же, как углы γ , δ и β .

Уравнения вращательного движения корабля образованы динамическими уравнениями Эйлера для компонент ω_i ($i=1, 2, 3$) его угловой скорости в системе $Oy_1y_2y_3$ и кинематическими уравнениями Пуассона для первой и второй строк матрицы $\|b_{ij}\|$. В уравнениях Эйлера учитываются действующие на корабль гравитационный и восстанавливающий аэродинамический моменты, а также постоянный момент вдоль оси Oy_1 . Уравнения движения имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_1 &= \mu(\omega_2\omega_3 - \nu y_2y_3) + \kappa(\nu_2p_3 - \nu_3p_2) + \varepsilon, \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{\mu' - \mu}{1 - \mu\mu'}(\omega_1\omega_3 - \nu y_1y_3) + \frac{\kappa(1 - \mu')}{1 - \mu\mu'}(\nu_3p_1 - \nu_1p_3), \\ \dot{\omega}_3 &= -\mu'(\omega_1\omega_2 - \nu y_1y_2) + \frac{\kappa(1 - \mu')}{1 - \mu}(\nu_1p_2 - \nu_2p_1),\end{aligned}\quad (1)$$

$$\begin{aligned}\dot{b}_{11} &= b_{12}\omega_3 - b_{13}\omega_2, & \dot{b}_{12} &= b_{13}\omega_1 - b_{11}\omega_3, & \dot{b}_{13} &= b_{11}\omega_2 - b_{12}\omega_1, \\ \dot{b}_{21} &= b_{22}\omega_3 - b_{23}\omega_2, & \dot{b}_{22} &= b_{23}\omega_1 - b_{21}\omega_3, & \dot{b}_{23} &= b_{21}\omega_2 - b_{22}\omega_1,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{J_2 - J_3}{J_1}, & \mu' &= \frac{J_2 - J_1}{J_3}, & \nu &= \frac{3\mu_e}{R^5}, \\ R &= \sqrt{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2}, & \kappa &= E\rho_a\sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2 + \nu_3^2}.\end{aligned}$$

Здесь точка над символом означает дифференцирование по времени t , y_i и ν_i – компоненты в системе $Oy_1y_2y_3$ геоцентрического радиуса-вектора точки O и скорости этой точки относительно поверхности Земли, p_i – параметры аэродинамического момента, ε – угловое ускорение, создаваемое постоянным моментом, J_i – моменты инерции корабля относительно осей Oy_i , μ_e – гравитационный параметр Земли, ρ_a – плотность атмосферы в точке O (рассчитывается согласно модели ГОСТ Р 25645.166-2004), E – масштабирующий множитель.

При численном интегрировании уравнений (1) единицами измерения времени и длины служат 1000 с и 1000 км, единицы измерения других величин: $[\nu_i] = \text{км/с}$, $[\omega_i] = 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, $[p_i] = \text{см/кг}$, $[\rho_a] = \text{кг/м}^3$; $E = 10^{10}$. Третья строка матрицы $\|b_{ij}\|$ вычисляется как векторное произведение ее первой и второй строк, начальные значения переменных b_{1i} и b_{2i} выражаются через углы γ_b , δ_b и β_b . Тем самым обеспечивается нужная точность выполнения условий ортогональности этой матрицы. Величины y_i и ν_i задаются формулами

$$y_i = \sum_{k=1}^3 Y_k b_{ki}, \quad v_i = \sum_{k=1}^3 \dot{Y}_k b_{ki} + \omega_e (Y_2 b_{1i} - Y_1 b_{2i}) \quad (i=1, 2, 3).$$

Здесь ω_e – угловая скорость вращения Земли, координаты Y_k и компоненты скорости \dot{Y}_k точки O в системе $CY_1Y_2Y_3$ вычисляются в функции времени с помощью модели SGP4 по подходящему набору двухстрочных элементов.

Параметры μ , μ' в уравнениях (1) были найдены в результате обработки по методике [7] измерений угловой скорости корабля «Прогресс М-20М», выполненных в режиме закруток на Солнце в феврале 2014 г. Их значения $\mu=0.159$, $\mu'=0.871$. Параметры ε и p_i определяются из обработки данных измерений наряду с неизвестными начальными условиями движения корабля, т.е. служат параметрами согласования.

3. Режим гравитационной ориентации вращающегося спутника. Чтобы пояснить этот режим, рассмотрим уравнения (1) в упрощенной ситуации, которая в случае кораблей «Прогресс» близка к реальности. Примем, что орбита корабля круговая и неизменна в системе координат $CY_1Y_2Y_3$. Матрицу перехода от орбитальной системы к системе $CY_1Y_2Y_3$ обозначим $\|c_{ij}\|_{i,j=1}^3$, где c_{ij} – косинус угла между осями CY_i и OX_j . Элементы этой матрицы будем выражать через наклонение орбиты, долготу ее восходящего узла и аргумент широты u точки O . Указанные долгота и наклонение – постоянные величины, как и орбитальная частота (среднее движение) $\omega_0 = \dot{u}$. Здесь $\omega_0^2 = \mu_e R^{-3}$, R – радиус орбиты корабля. Движение точки O по орбите описывается соотношениями $Y_i = R c_{i3}$ ($i=1, 2, 3$). Матрицу перехода от системы $Oy_1y_2y_3$ к орбитальной системе обозначим $\|a_{ij}\|_{i,j=1}^3$, где a_{ij} – косинус угла между осями OX_i и Oy_j . Элементы a_{ij} выражаются через углы γ , δ и β [4 – 6]. Введенные матрицы позволяют получить соотношения $y_i = R a_{3i}$, где

$$\begin{aligned} a_{31} &= -\cos\delta \cos\beta, \\ a_{32} &= -\sin\delta \sin\gamma + \cos\delta \sin\beta \cos\gamma, \\ a_{33} &= -\sin\delta \cos\gamma - \cos\delta \sin\beta \sin\gamma, \end{aligned}$$

а также вывести соотношения

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= \omega_1 - \tan\beta(\omega_2 \cos\gamma - \omega_3 \sin\gamma), \\ \dot{\delta} &= \frac{1}{\cos\beta}(\omega_2 \cos\gamma - \omega_3 \sin\gamma) - \omega_0, \\ \dot{\beta} &= \omega_2 \sin\gamma + \omega_3 \cos\gamma. \end{aligned} \quad (2)$$

Предположим далее, что корабль имеет два равных момента инерции $J_2 = J_3$ и к нему приложен только один внешний механический момент – гравитационный. Это значит, в системе (1) следует положить $\mu=0$, $\varepsilon=0$,

$p_1 = p_2 = p_3 = 0$. В результате первые три уравнения этой системы можно записать в виде

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_1 &= 0, \\ \dot{\omega}_2 &= \mu'(\omega_1\omega_3 - 3\omega_0^2 a_{31}a_{33}), \\ \dot{\omega}_3 &= -\mu'(\omega_1\omega_2 - 3\omega_0^2 a_{31}a_{32}).\end{aligned}\quad (3)$$

Уравнения (2), (3) образуют замкнутую систему, описывающую вращательное движение корабля относительно орбитальной системы координат. Эта система допускает два семейства частных решений, в которых

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \Omega, \quad \omega_2 = \omega_0 \cos\beta \cos\gamma, \quad \omega_3 = -\omega_0 \cos\beta \sin\gamma, \\ \gamma &= \frac{4\mu'\Omega t}{1+3\mu'} + \gamma_0, \quad \sin\delta = 0, \quad \beta = \arcsin \frac{(1-\mu')\Omega}{(1+3\mu')\omega_0}.\end{aligned}\quad (4)$$

Здесь γ_0 и Ω – произвольные постоянные, $(1-\mu')|\Omega| \leq (1+3\mu')\omega_0$. Одно семейство получается при $\delta = 0$, другое – при $\delta = \pi$. При $0 < \mu' < 1$ решения (4) устойчивы по переменным δ , β , $\dot{\delta}$ и $\dot{\beta}$ [11]. При $0 < 1 - \mu' \ll 1$ эти решения можно использовать для реализации режима гравитационной ориентации вращающегося спутника. Например, при $\mu' = 0.87$ и $\Omega = 0.2$ град./с имеем в (4) $\beta = 6.2^\circ$, т.е. ось Oy_1 мало отклоняется от оси Ox_3 при $\delta = \pi$ или оси $(-Ox_3)$ при $\delta = 0$.

У кораблей «Прогресс» эксцентриситет орбиты и параметры μ , ε , p_i суть малые величины. По этой причине уравнения (1) допускают решения, которые, если их выразить через углы γ , δ и β , оказываются близкими решениям (4). Движения, описываемые такими решениями, были реализованы в экспериментах с кораблем «Прогресс М-20М». Ниже описаны результаты реконструкции этих движений.

4. Методика обработки данных измерений. В экспериментах с вращательным движением корабля измерялись компоненты угловой скорости ω_i ($i = 1, 2, 3$) и электрический ток, вырабатываемый СБ. Данные измерений по телеметрическому каналу передавались на Землю. Обработка этих данных, относящихся к одной и той же реализации режима, состояла в поиске решения уравнений (1), наилучшим образом согласующего эти данные с их расчетными аналогами.

Данные измерений угловой скорости имеют вид

$$t_n, \omega_1^{(n)}, \omega_2^{(n)}, \omega_3^{(n)} \quad (n = 1, 2, \dots, N), \quad (5)$$

где $\omega_i^{(n)}$ ($i = 1, 2, 3$) – приближенные значения компонент угловой скорости ω_i в момент времени t_n : $\omega_i^{(n)} \approx \omega_i(t_n)$, $t_1 < t_2 < \dots < t_N$. Разности $t_{n+1} - t_n$ принимают значения от нескольких секунд до нескольких десятков секунд в зависимости от способа сбора телеметрической информации.

Данные измерений тока СБ представляют собой три ряда значений, получаемые от трех датчиков:

$$t'_m, I_1^{(m)}, I_2^{(m)}, I_3^{(m)} \quad (m=1, 2, \dots, M). \quad (6)$$

Здесь $I_j^{(m)}$ – приближенное значение тока, фиксируемое в момент времени t'_m датчиком с номером j ($j=1, 2, 3$), $t'_1 < t'_2 < \dots < t'_M$. Если не принимать во внимание дублирующие данные, то $t'_{m+1} - t'_m = 1$ с. Расчетный аналог тока СБ имеет вид

$$I = I_0 \eta, \quad \eta = \sum_{k=1}^3 S_k b_{k2}. \quad (7)$$

Здесь I_0 – максимально возможный ток СБ, η – косинус угла между осью Oy_2 и ортом направления "Земля – Солнце", имеющим в системе $CY_1Y_2Y_3$ компоненты S_k . Зависимость величин S_k от времени рассчитывается по приближенным формулам.

Объем данных (5), (6), собранных во время одной и той же реализации режима гравитационной ориентации, велик, поэтому перед подгонкой к ним решения уравнений (1), описывающего фактическое движение корабля, проводилось их предварительное сжатие. Целесообразность сжатия данных измерений угловой скорости и его способ описаны в [10]. Способ состоит в следующем. Телеметрические значения каждой компоненты угловой скорости сглаживались дискретным рядом Фурье: последовательности точек (ср. (5)) $(t_n, \omega_i^{(n)})$, $n=1, 2, \dots, N$, аппроксимировались выражениями

$$\chi_i(t) = a_{i,L+1} + a_{i,L+2}(t-t_1) + \sum_{l=1}^L a_{i,l} \sin \frac{\pi l(t-t_1)}{t_N-t_1}, \quad (8)$$

где $a_{i,l}$ – коэффициенты и число L одинаково для всех $i=1, 2, 3$. Это число должно не превосходить $N-2$ и быть таким, чтобы выражения (8) позволяли достаточно точно аппроксимировать на отрезке $t_1 \leq t \leq t_N$ переменные ω_i системы (1) в ее решениях, описывающих реконструируемые движения корабля [10]. Коэффициенты $a_{i,l}$ находились методом наименьших квадратов. Точность аппроксимации данных $(t_n, \omega_i^{(n)})$ выражением $\chi_i(t)$ характеризовалась соответствующим среднеквадратичным отклонением $s_{\omega,i}$.

Графики данных (5) и графики сглаживающих эти данные выражений (8) приведены на рис. 1 – 3. Графики данных расположены в левых частях рисунков. Это – ломаные, звенья которых соединяют соседние по времени точки $(t_n, \omega_i^{(n)})$. Выражения (8) построены при $L=60$. Их графики расположены на рисунках справа. Величины N , $s_{\omega,i}$ и декретное московское время (ДМВ) точки t_1 приведены в подписях к рисункам.

С помощью выражений (8) вычислялись псевдоизмерения – совокупность чисел

$$\tilde{t}_l = t_1 + \frac{(l-1)(t_N-t_1)}{4L}, \quad \tilde{\omega}_i^{(l)} = \chi_i(\tilde{t}_l) \quad (l=1, 2, \dots, 4L+1; i=1, 2, 3),$$

используемых при обработке вместо исходных данных. Чтобы не усложнять обозначений, далее будем считать, что данные (5) – это псевдоизмерения.

Похожим образом псевдоизмерениями заменялись и измерения тока (6). Эти измерения разбивались на отрезки, соответствующие освещенным Солнцем участкам орбиты корабля. Совокупности точек $(t'_m, I_j^{(m)})$ для значений t'_m , попавших в один и тот же отрезок, сглаживались выражением $\chi_j(t)$ вида (8) при $L=60$ ($j=1, 2, 3$). Примеры таких отрезков измерений и сглаживающих выражений представлены графиками на рис. 4, 5. На этих рисунках в каждой системе координат изображены два графика: график выражения $\chi_j(t)$ и ломаная, звенья которой соединяют соседние по времени точки $(t'_m, I_j^{(m)})$. В подписях к рисункам приведены число M точек t'_m на данном отрезке, среднеквадратичные значения $s_{I,j}$ разностей $I_j^{(m)} - \chi_j(t'_m)$ и ДМВ точки t'_1 . При выбранном масштабе рисунков оба графика практически сливаются, что согласуется с приведенными значениями $s_{I,j}$.

С помощью построенных сглаживающих выражений данные (6) на отрезке заменялись псевдоизмерениями $\tilde{t}_l = t'_1 + lh$, $\tilde{I}_j^{(l)} = \chi_j(\tilde{t}_l)$, где $h=20$ с, $l=1, 2, \dots$ и \tilde{t}_l принадлежат отрезку сглаживания. Далее предполагается, что данные (6) – это псевдоизмерения. При фиксированном m величины $I_j^{(m)}$ ($j=1, 2, 3$) почти одинаковы, поэтому измерением тока в момент t'_m считается величина $I_m = [I_1^{(m)} + I_2^{(m)} + I_3^{(m)}]/3$.

Сначала совместная обработка данных измерений (5), (6) была выполнена по схеме, описанной в [6], и дала неплохие результаты. Однако, как показано в [6], измерения (8) содержат составляющую, которая обусловлена светом, идущим от поверхности Земли и для которой нет простого и точного расчетного аналога. С другой стороны, данных измерений (5) оказалось достаточно для реконструкции движения корабля (ср. [10]). Ниже приведены результаты реконструкции только по этим данным, данные (6) использовались для проверки.

Реконструкцией движения корабля по значениям угловой скорости (5) будем считать решение уравнений (1), доставляющее минимум функционалу

$$\Phi = \sum_{i=1}^3 \left\{ \sum_{n=1}^N [\omega_i^{(n)} - \omega_i(t_n)]^2 - N\Delta_i^2 \right\}, \quad \Delta_i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [\omega_i^{(n)} - \omega_i(t_n)]. \quad (9)$$

Здесь Δ_i – постоянное смещение в данных (5) для i -ой компоненты угловой скорости. Функционал получен в результате преобразования стандартного функционала метода наименьших квадратов, возникающего при уравнивании соотношений $\omega_i^{(n)} \approx \omega_i(t_n) + \Delta_i$ ($i=1, 2, 3$; $n=1, 2, \dots, N$) (ср. [10]). Минимизация Φ проводится по начальным условиям решения в точке t_0 ($t_0 \leq t_1$), задава-

емыми величинами γ_b , δ_b , β_b , $\omega_{i0} = \omega_i(t_0)$, и параметрам ε , p_i , всего – по 10 переменным.

Минимизация функционала (9) выполнялась в несколько этапов. На заключительном этапе использовался метод Гаусса–Ньютона [8]. Чтобы обеспечить его надежную сходимость, надо иметь достаточно точное начальное приближение точки минимума и предусмотреть возможность регуляризации процесса минимизации. Регуляризация сводилась к использованию метода Левенберга–Марквардта [12] перед переходом к методу Гаусса. Поиск начального приближения состоял в минимизации Φ на движениях (4) при $\delta = \pi$ (ср. [10]). В этом случае функционал зависит только от двух переменных γ_0 и Ω . Минимизация этого упрощенного функционала проводилась сначала случайным перебором в прямоугольнике $0 \leq \gamma_0 \leq 2\pi$, $\Omega_{\min} \leq \Omega \leq \Omega_{\max}$, где Ω_{\min} и Ω_{\max} – заданные числа. Приближенное значение Ω известно, поэтому разность $\Omega_{\max} - \Omega_{\min}$ бралась малой. После перебора 500 вариантов применялся метод Левенберга–Марквардта. Найденное движение (4) позволяло задать начальную точку минимизации функционала (9) на решениях уравнений (1).

Точность аппроксимации данных измерений (5) и разброс в определении оцениваемых параметров будем характеризовать, следуя методу наименьших квадратов, соответствующими стандартными отклонениями. Хотя теоретико-вероятностные допущения метода наименьших квадратов в данной ситуации не выполнены, стандартные отклонения оказались полезными характеристиками. Стандартное отклонение ошибок в данных (5) обозначим σ , его формула $\sigma = \sqrt{\Phi_{\min} / (3N - 10)}$; стандартные отклонения начальных условий и параметров обозначим σ_γ , σ_δ , σ_β , σ_{ω_i} , σ_ε , σ_{p_i} ($i = 1, 2, 3$).

5. Результаты реконструкции движения корабля. Реконструкция вращательного движения корабля «Прогресс М-20М» по измерениям угловой скорости была выполнена на трех отрезках времени. Ее результаты приведены на рис. 6 – 8. Рисунки организованы следующим образом. В их левых частях изображены графики зависимости от времени углов γ , δ , β , а также график разности $\Delta\gamma(t) = \gamma(t) - c_0 - c_1t$, где $c_0 + c_1t$ – линейная аппроксимация функции $\gamma(t)$, построенная методом наименьших квадратов. В правых частях этих рисунков помещены графики компонент угловой скорости $\omega_i(t)$ и функции $\eta(t)$ (см. (7)) в найденных решениях уравнений (1). Рядом с графиками компоненты угловой скорости $\omega_i(t)$ маркерами указаны точки $(t_n, \omega_i^{(n)} - \Delta_i)$, $n = 1, 2, \dots, N$; рядом с графиками функции $\eta(t)$ – точки $(t'_m, I_m / I_0)$, $m = 1, 2, \dots, M$, для которых $I_m > 3A$. Представленные на рисунках решения построены на отрезках $t_0 \leq t \leq T$, где $t_0 = \min(t_1, t'_1) - 10\text{с}$, $T = \max(t_N, t'_M) + 10\text{с}$. Моменты t_0 на рисунках приняты за начало отсчета времени $t = 0$.

Как видно из рисунков, движения корабля близки движениям вида (4) при $\delta = \pi$. Найденные решения уравнений (1) достаточно хорошо аппроксимируют данные (5), графики функции $\eta(t)$ хорошо согласуются с данными (6). Однако

следует отметить, что уравнения (1) описывают не все детали движения корабля. Это видно по графикам компоненты угловой скорости ω_1 . С другой стороны, диапазон изменения ординат этих графиков в несколько раз меньше аналогичного диапазона компонент ω_2 и ω_3 , поэтому первое впечатление о больших значениях разностей $\omega_1^{(n)} - \Delta_1 - \omega_1(t_n)$ обманчиво.

Приведем некоторые количественные характеристики. Поведение функционала (9) в окрестности точки минимума можно характеризовать собственными числами и векторами матрицы системы нормальных уравнений, возникающей в методе Гаусса–Ньютона. В точке минимума, где следует вычислять перечисленные величины, эта матрица приближенно совпадает с матрицей квадратичной формы $d^2\Phi/2$. Как оказалось, для построенных реконструкций собственные числа указанной матрицы имеют примерно одинаковые значения. Например, для реконструкции, приведенной на рис. 6, указанные собственные числа составляют (в порядке возрастания) 1.467, 10.50, 110.2, ..., 24347, 7423000. Собственный вектор, отвечающий минимальному собственному числу, имеет вид

$$(0.102, 0.133, 0.073, -0.022, -0.143, -0.039, 0.972, 0.000, 0.001, 0.000)^T.$$

В этом векторе доминирует седьмая компонента, отвечающая параметру p_1 . Следовательно, этот параметр будет определяться наименее точно. Такое доминирование имеет место и для двух других реконструкций.

Точность построенных реконструкций движения корабля характеризуется стандартными отклонениями начальных условий. Если начальные условия задаются вне интервала с обрабатываемыми измерениями, то их значения обычно превышают стандартные отклонения фазовых переменных в средней части интервала. Эти стандартные отклонения приведены в табл. 1. Угловые переменные в таблице выражены в радианах. Стандартные отклонения углов γ_b , δ_b и β_b не превосходят 1.5° . Оценки параметров модели и их стандартные отклонения приведены в табл. 2. Как видно из этой таблицы, параметр p_1 определен наименее точно.

Полученные результаты позволяют заключить, что движение кораблей «Прогресс» в режиме гравитационной ориентации вращающегося спутника может быть надежно реконструировано по данным измерений вектора его угловой скорости. Расчеты остаточных микроускорений на борту в этом режиме описаны в [4, 5, 9]. Их результаты показывают, что рассматриваемый режим обеспечивает комфортные условия для выполнения многих экспериментов в области микрогравитации.

Данная работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 14-01-00423).

Литература

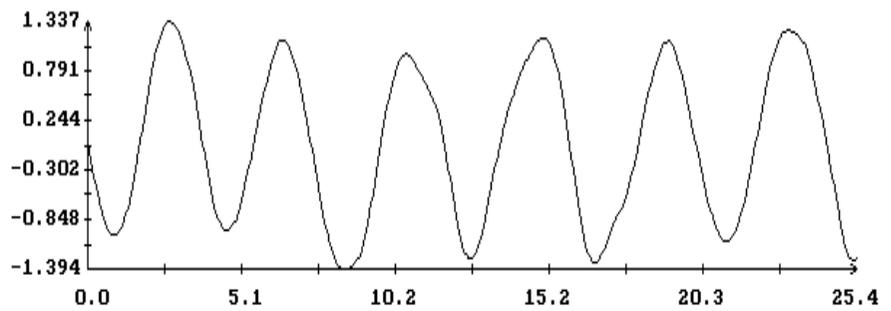
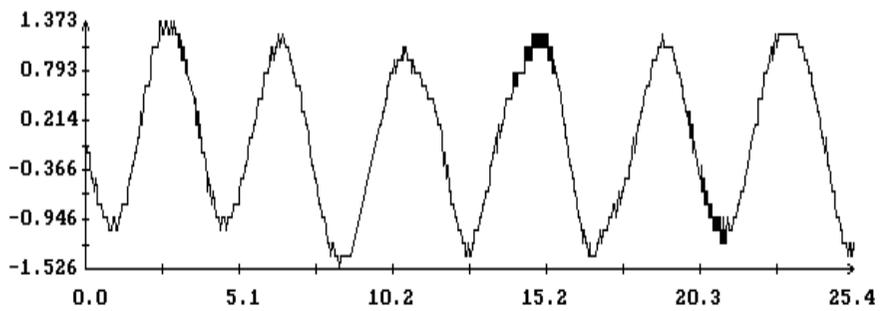
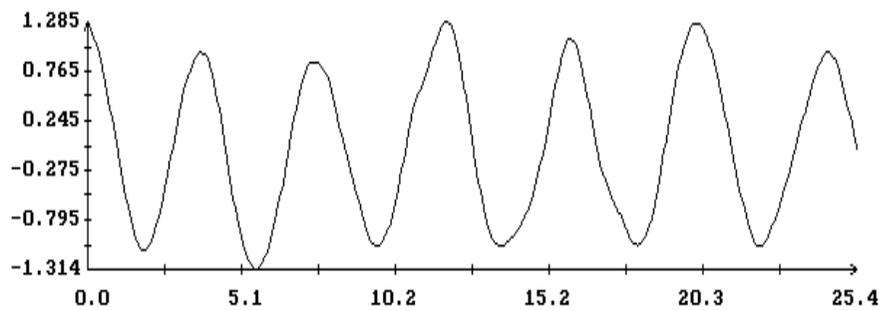
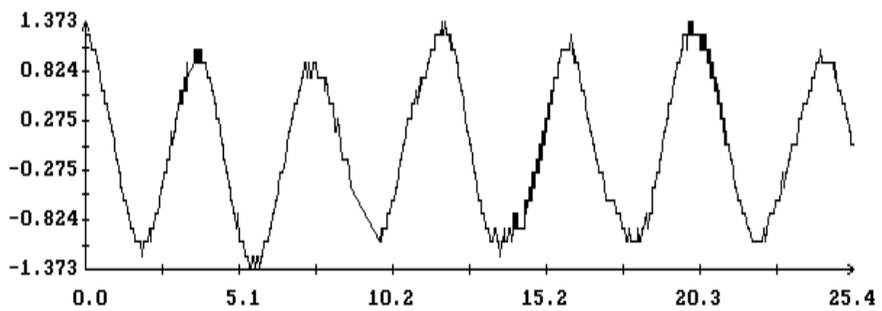
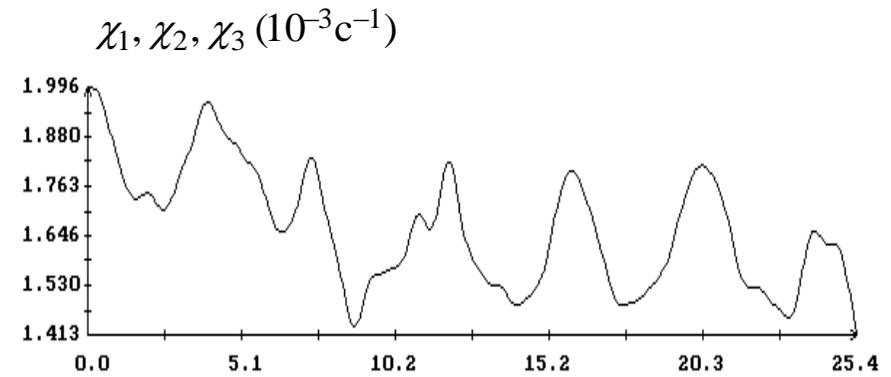
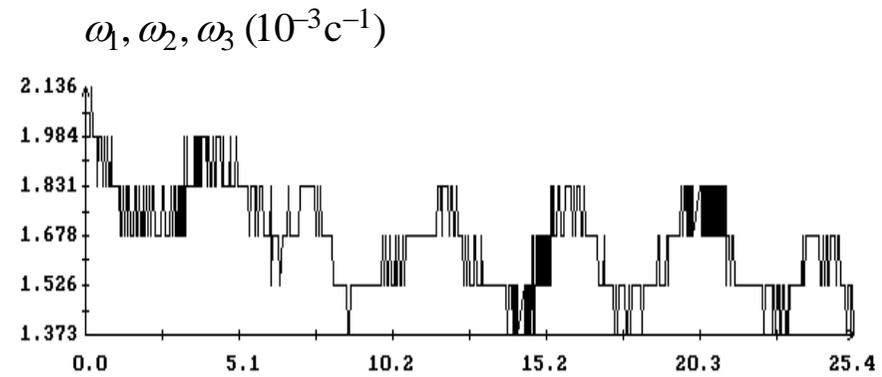
1. Путин Г.Ф., Глухов А.Ф., Бабушкин И.А., Завалишин Д.А., Беляев М.Ю., Иванов А.А., Сазонов В.В. Исследование микроускорений на борту Международной космической станции с помощью датчика конвекции ДАКОН-М // Космические исследования. 2012. Т. 50. № 5. С. 373-379.
2. Завалишин Д.А., Беляев М.Ю., Сазонов В.В. Оценка динамических характеристик Международной космической станции по измерениям микроускорений // Космические исследования. 2009. Т. 47. № 2. С. 193-203.
3. Завалишин Д.А., Беляев М.Ю., Сазонов В.В. Определение характерных частот упругих колебаний конструкции МКС // Космические исследования. 2010. Т. 48. № 4. С. 362-370.
4. Бабкин Е.В., Беляев М.Ю., Сазонов В.В. Режимы неуправляемого вращательного движения КА «Прогресс», для экспериментов в области микрогравитации // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2004, № 44. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2004-44>
5. Брюханов Н.А., Цветков В.В., Беляев М.Ю., Бабкин Е.В., Матвеева Т.В., Сазонов В.В. Экспериментальное исследование режимов неуправляемого вращательного движения КА «Прогресс» // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2004, № 43. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2004-43>
6. Брюханов Н.А., Цветков В.В., Беляев М.Ю., Бабкин Е.В., Матвеева Т.В., Сазонов В.В. Экспериментальное исследование режимов неуправляемого вращательного движения КА "Прогресс" // Космические исследования. 2006. Т. 44. № 1. С. 52-61.
7. Беляев М.Ю., Матвеева Т.В., Монахов М.И., Рулев Д.Н., Сазонов В.В., Цветков В.В. Определение вращательного движения кораблей «Прогресс» по данным измерений угловой скорости и тока солнечных батарей // Космическая техника и технологии. 2013. № 2. С. 19-32.
8. Костенко И.К., Ветлов В.И., Нырков А.Г., Сарычев В.А., Сазонов В.В. Режим обобщенной гравитационной ориентации на орбитальных комплексах "Салют-6" – "Космос-1267" и "Салют-7" – "Космос-1443" // Космические исследования. 1986. Т. 24. № 1. С. 46-51.
9. Ветлов В.И., Сазонов В.В., Сарычев В.А. Влияние демпфирования на режим гравитационной ориентации вращающегося спутника // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1990. № 1. С. 3-12.
10. Ветлов В.И., Новичкова С.М., Сазонов В.В., Матвеев Н.В., Бабкин Е.В. Режим гравитационной ориентации Международной космической станции // Космические исследования. 2001. Т. 39. № 4. С. 436-448.
11. Белецкий В.В. Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле. М.: Издательство МГУ, 1975.
12. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985.

Таблица 1. Оценки точности реконструкции движения корабля

№ инт.	Дата, 02.2014	$t_N - t_1$ (МИН)	$\sigma, 10^{-3} \text{с}$	σ_γ	σ_δ	σ_β	$\sigma_{\omega 1}, 10^{-3} \text{с}$	$\sigma_{\omega 2}, 10^{-3} \text{с}$	$\sigma_{\omega 3}, 10^{-3} \text{с}$
1	7	423	0.108	0.022	0.013	0.0087	0.0059	0.017	0.028
2	8	418	0.078	0.019	0.014	0.0059	0.0044	0.013	0.022
3	9	432	0.102	0.020	0.012	0.0073	0.0072	0.017	0.022

1. Таблица 2. Оценки уточняемых параметров

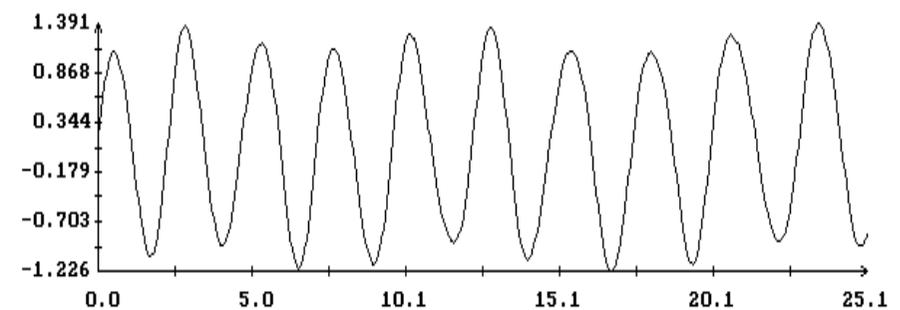
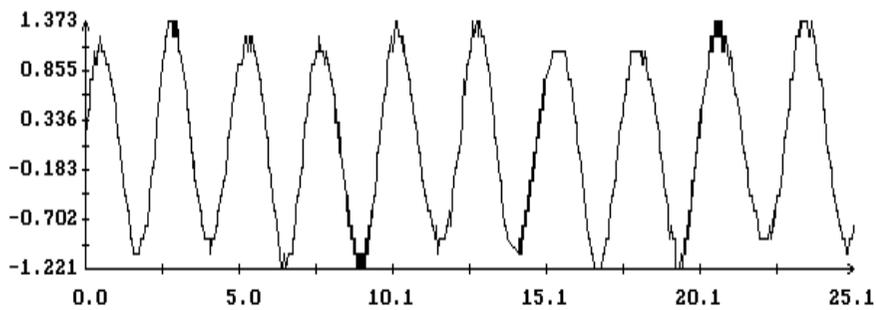
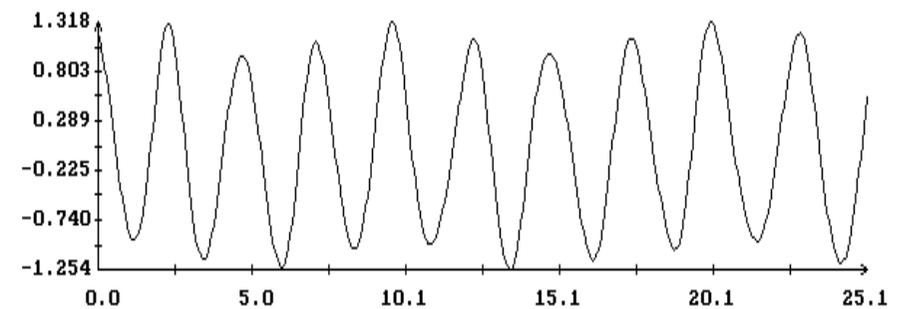
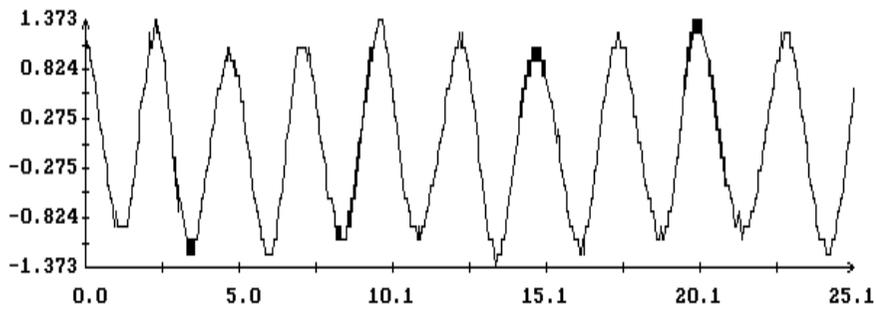
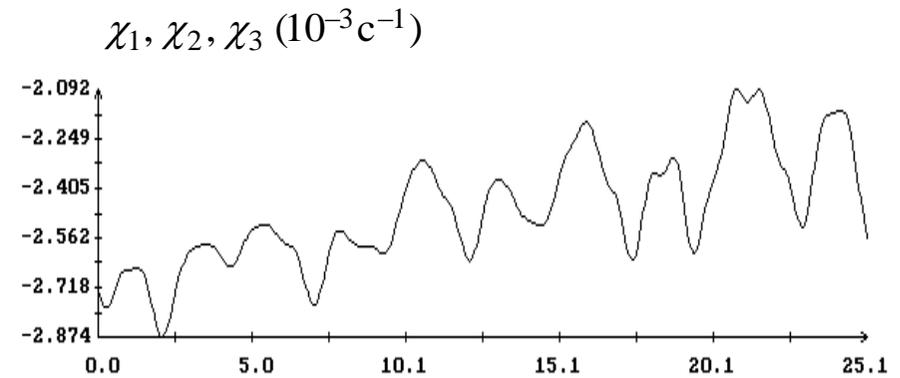
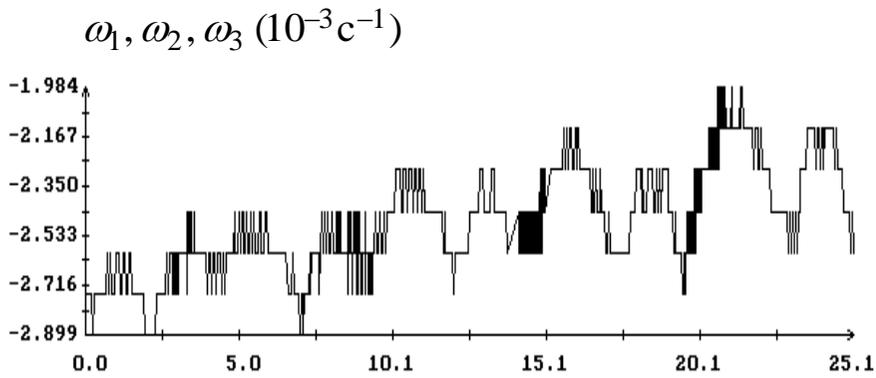
№ инт.	$\Delta_1, 10^{-3} \text{с}$	$\Delta_2, 10^{-3} \text{с}$	$\Delta_3, 10^{-3} \text{с}$	p_1	σ_{p1}	p_2	σ_{p2}	p_3	σ_{p3}	ε	σ_ε
1	0.073	-0.045	-0.017	0.064	0.087	-0.016	0.0017	-0.018	0.0021	-0.0108	0.00032
2	0.074	-0.005	0.081	0.176	0.061	0.024	0.0031	0.054	0.0045	0.0135	0.00062
3	0.077	-0.054	-0.008	0.270	0.084	0.003	0.0077	-0.010	0.0082	-0.0046	0.00027



$t (10^3 c)$

$t (10^3 c)$

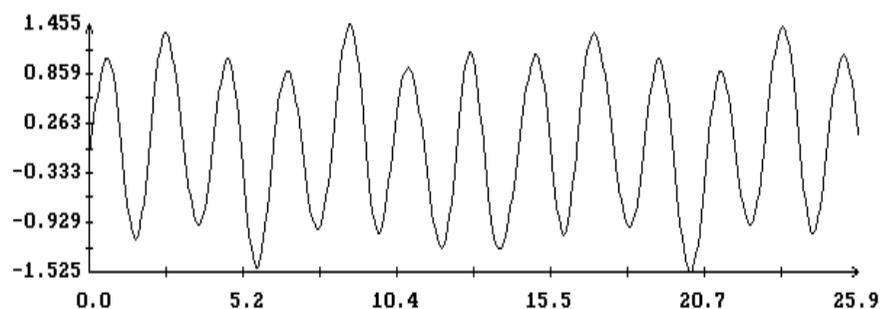
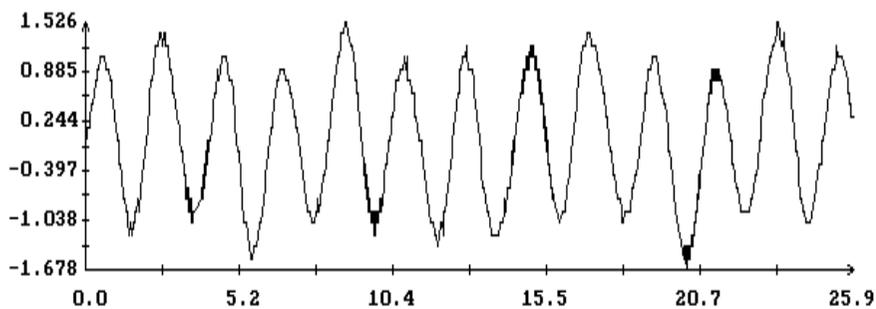
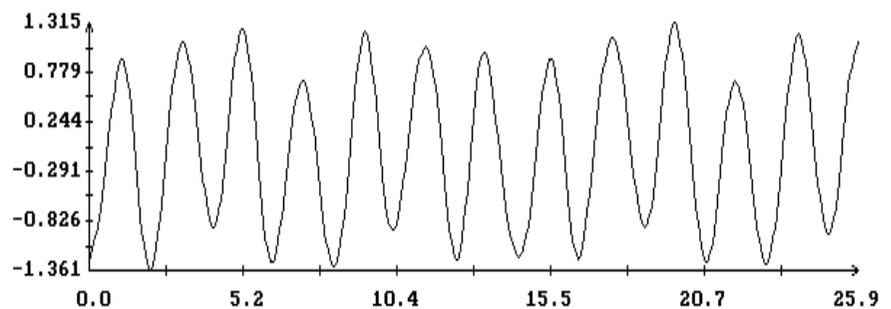
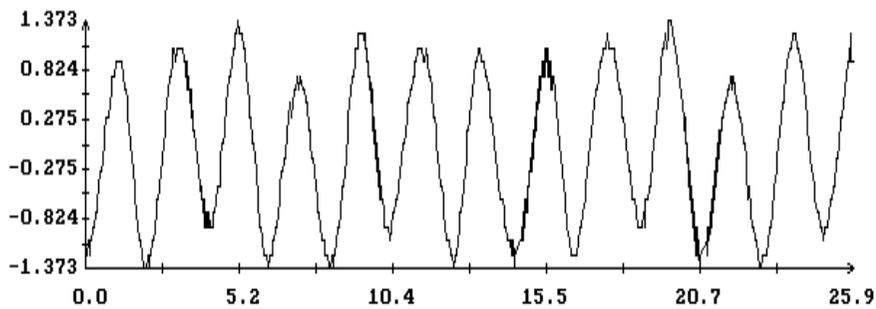
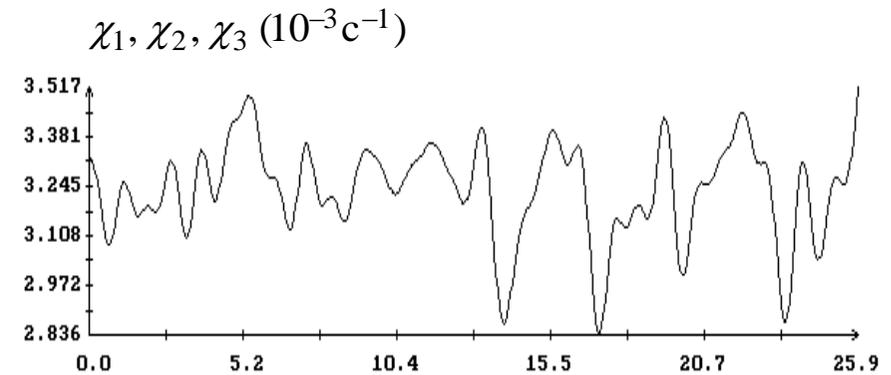
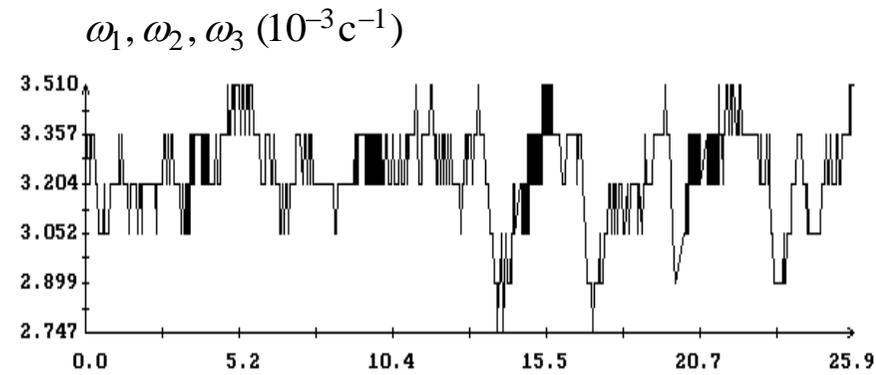
Рис. 1. Измерения угловой скорости и их аппроксимация, $N=2112$, $s_{\omega,1}=0.061 \cdot 10^{-3} c^{-1}$, $s_{\omega,2}=0.061 \cdot 10^{-3} c^{-1}$, $s_{\omega,3}=0.064 \cdot 10^{-3} c^{-1}$. Момент $t=0$ соответствует 14:45:42 ДМВ 07.02.2014.



$t (10^3 c)$

$t (10^3 c)$

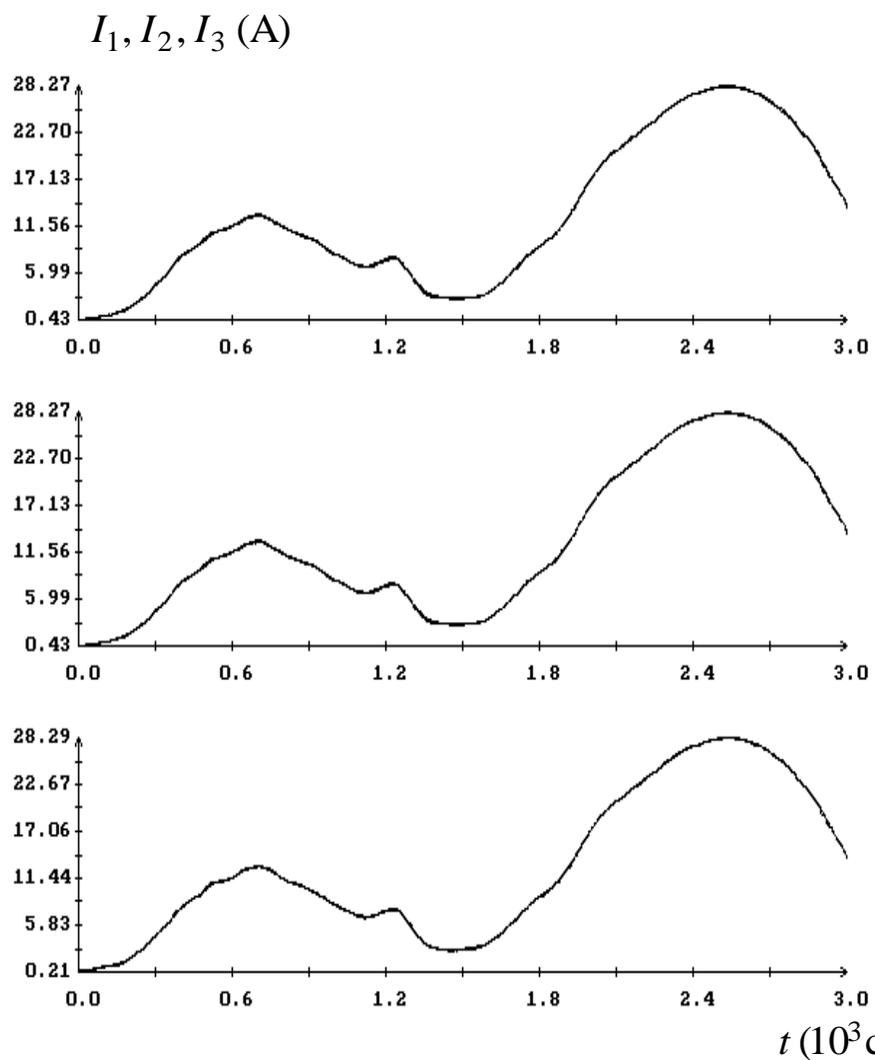
Рис. 2. Измерения угловой скорости и их аппроксимация, $N=2515$, $s_{\omega,1}=0.060 \cdot 10^{-3} c^{-1}$, $s_{\omega,2}=0.063 \cdot 10^{-3} c^{-1}$, $s_{\omega,3}=0.064 \cdot 10^{-3} c^{-1}$. Момент $t=0$ соответствует 13:53:07 ДМВ 08.02.2014.



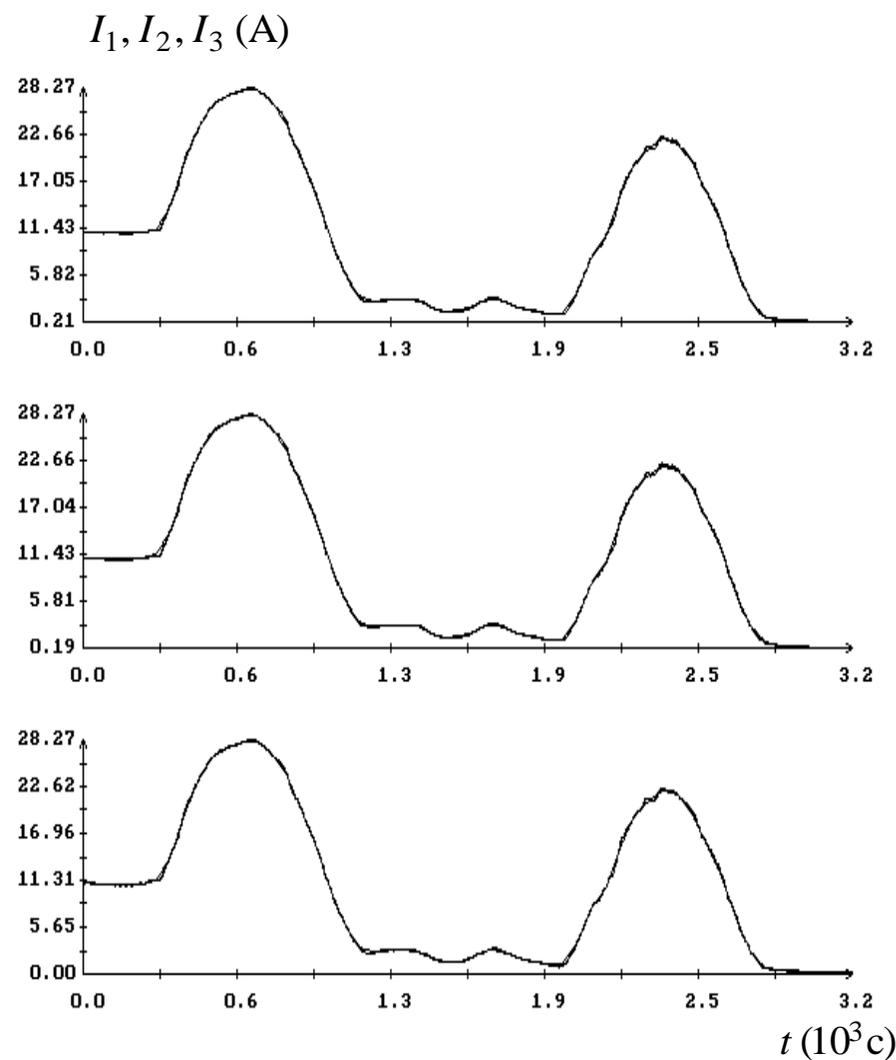
$t (10^3 c)$

$t (10^3 c)$

Рис. 3. Измерения угловой скорости и их аппроксимация, $N = 2361$, $s_{\omega,1} = 0.067 \cdot 10^{-3} c^{-1}$, $s_{\omega,2} = 0.063 \cdot 10^{-3} c^{-1}$, $s_{\omega,3} = 0.062 \cdot 10^{-3} c^{-1}$. Момент $t = 0$ соответствует 14:22:36 ДМВ 09.02.2014.

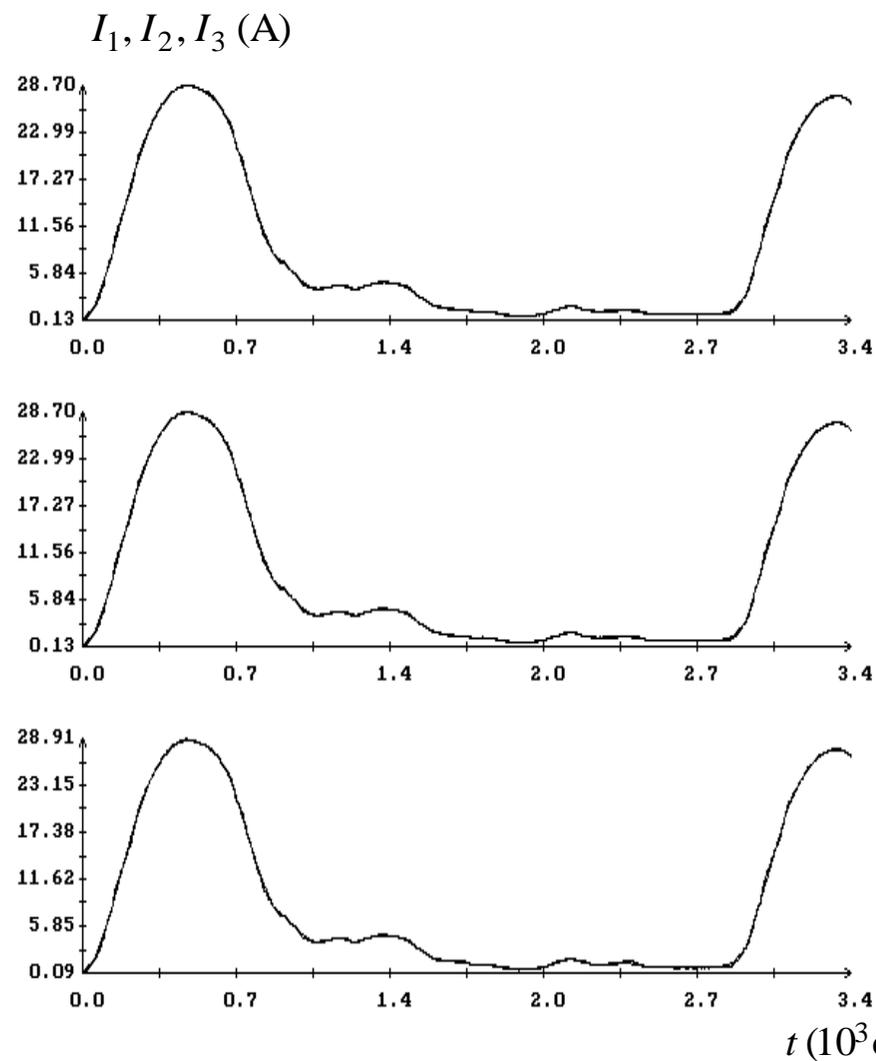


(a)

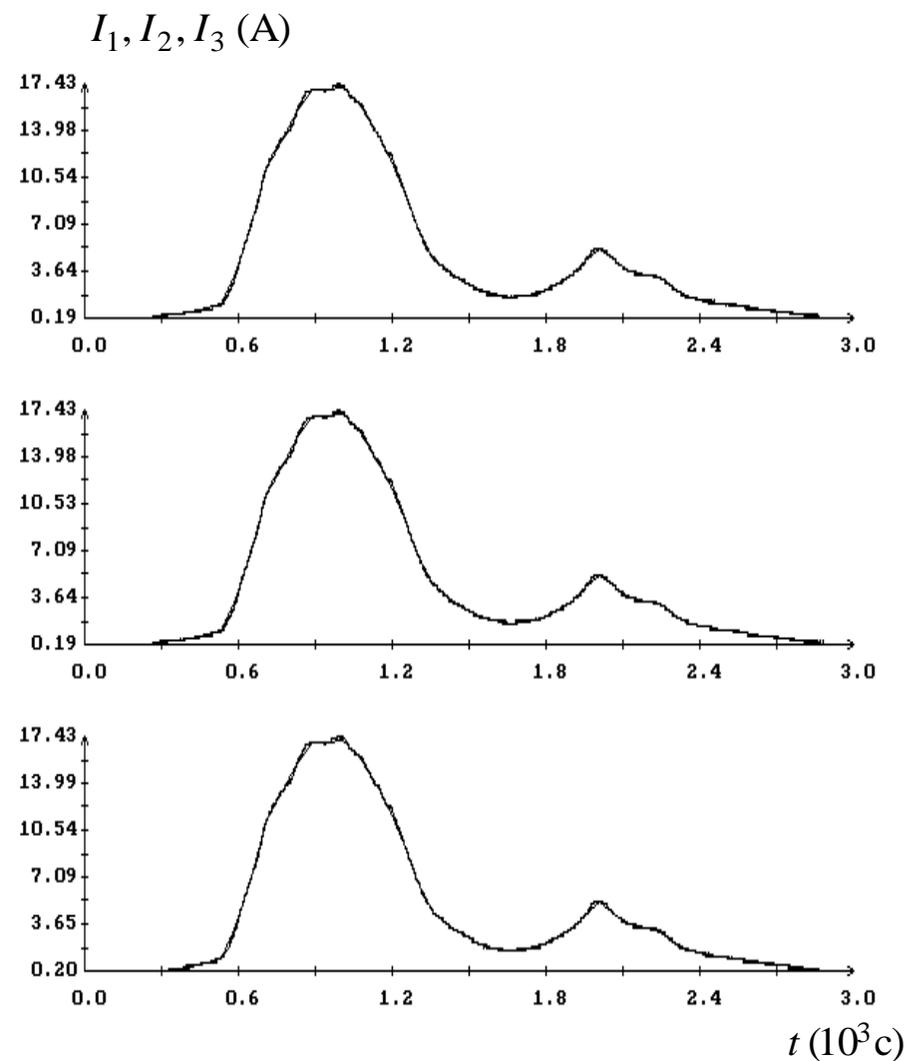


(б)

Рис. 4. Измерения тока СБ и их аппроксимация: (а) $M = 3040$, $s_{I,1} = 0.076$ А, $s_{I,2} = 0.075$ А, $s_{I,3} = 0.077$ А, момент $t = 0$ отвечает 16:20:06 ДМВ 07.03.2014; (б) $M = 3175$, $s_{I,1} = 0.129$ А, $s_{I,2} = 0.129$ А, $s_{I,3} = 0.130$ А, момент $t = 0$ отвечает 13:46:43 ДМВ 08.02.2014.



(а)



(б)

Рис. 5. Измерения тока СБ и их аппроксимация: (а) $M = 3401$, $s_{I,1} = 0.118\text{A}$, $s_{I,2} = 0.119\text{A}$, $s_{I,3} = 0.120\text{A}$, момент $t = 0$ отвечает 14:24:20 ДМВ 09.03.2014; (б), $M = 3044$, $s_{I,1} = 0.073\text{A}$, $s_{I,2} = 0.074\text{A}$, $s_{I,3} = 0.073\text{A}$, момент $t = 0$ отвечает 15:57:55 ДМВ 09.02.2014.

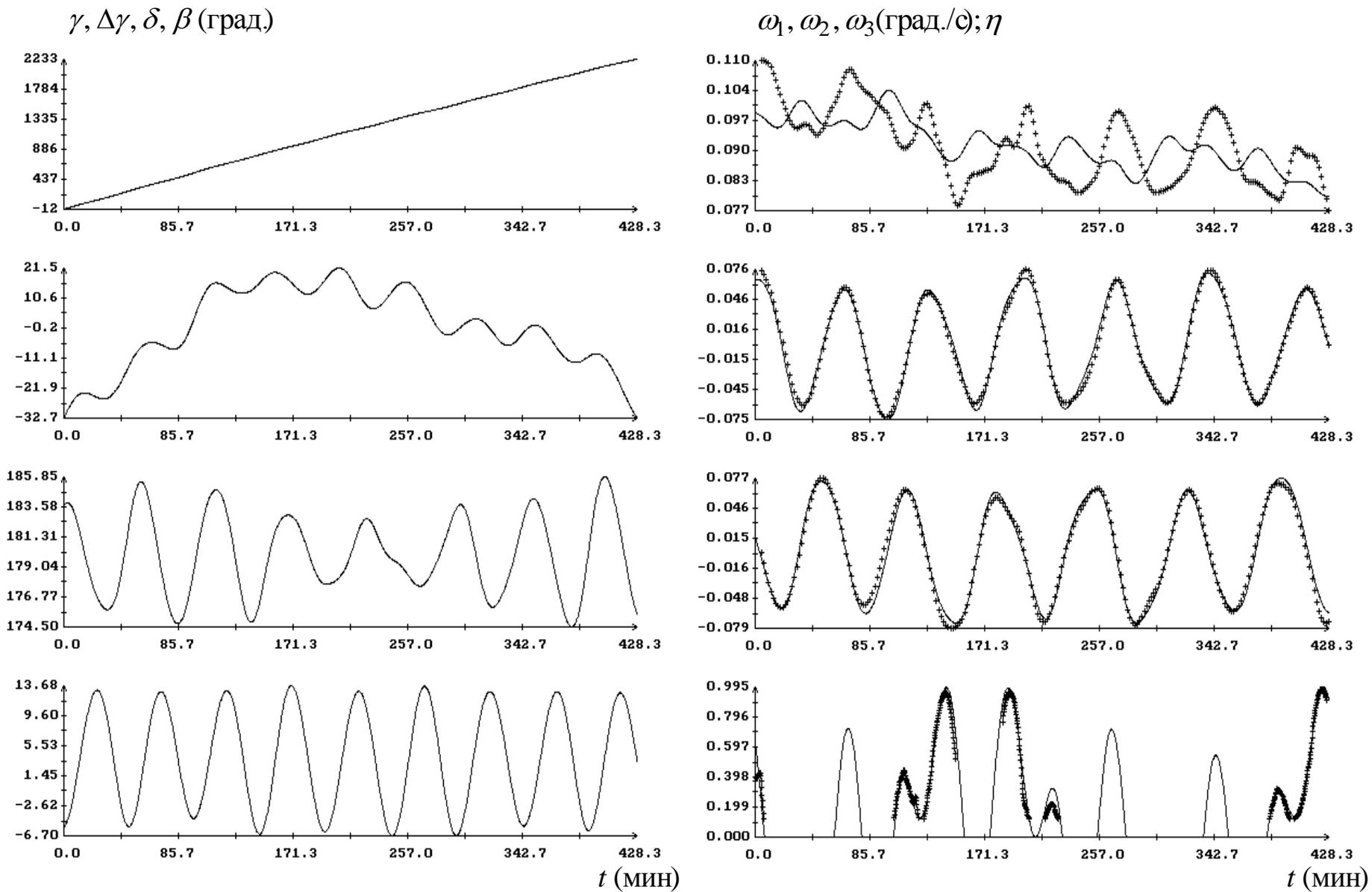


Рис. 6. Движение корабля в режиме гравитационной ориентации. Момент $t=0$ отвечает 14:40:58 ДМВ 07.02.2014.

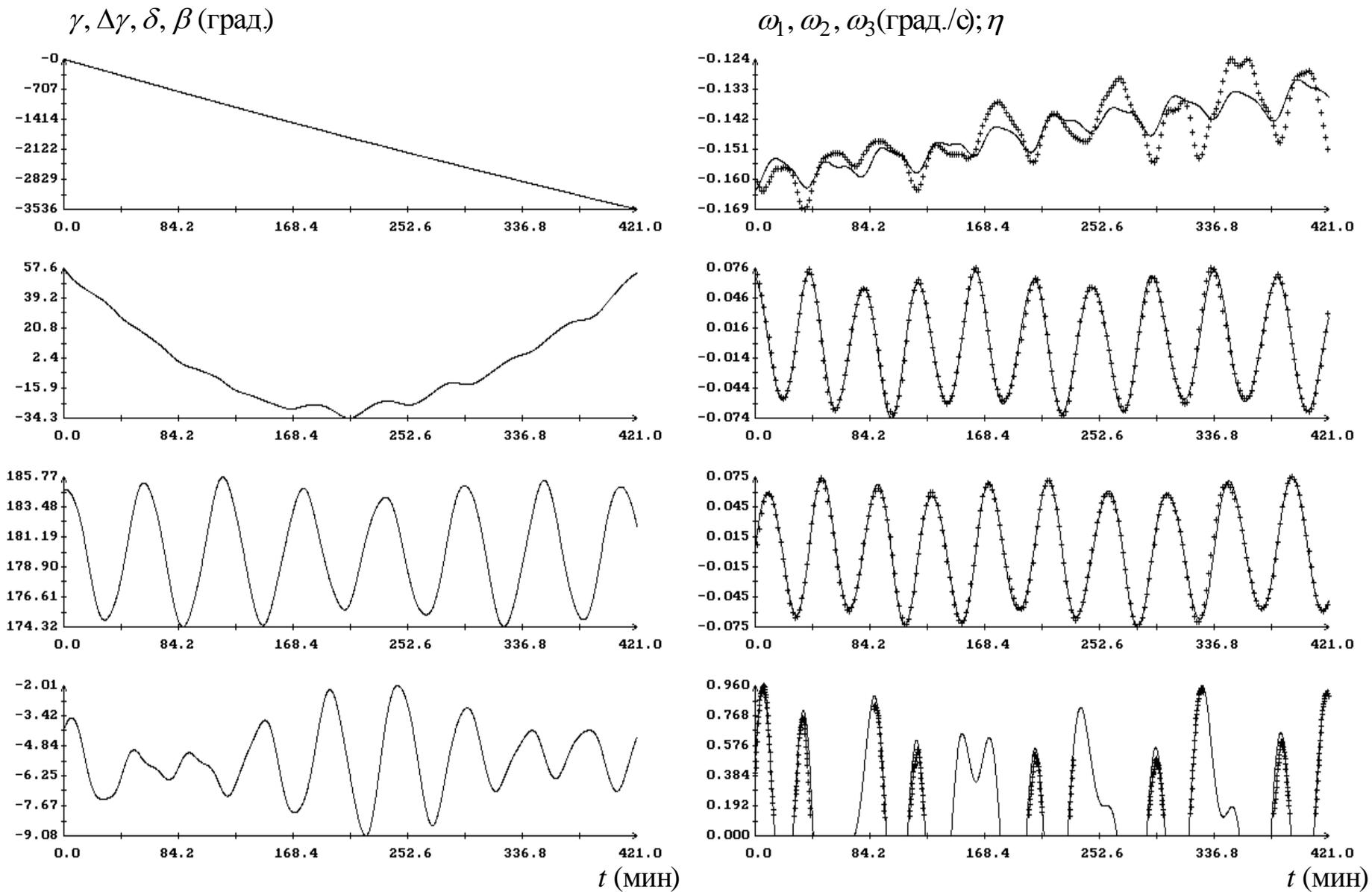


Рис. 7. Движение корабля в режиме гравитационной ориентации. Момент $t = 0$ отвечает 13:52:03 ДМВ 08.02.2014.

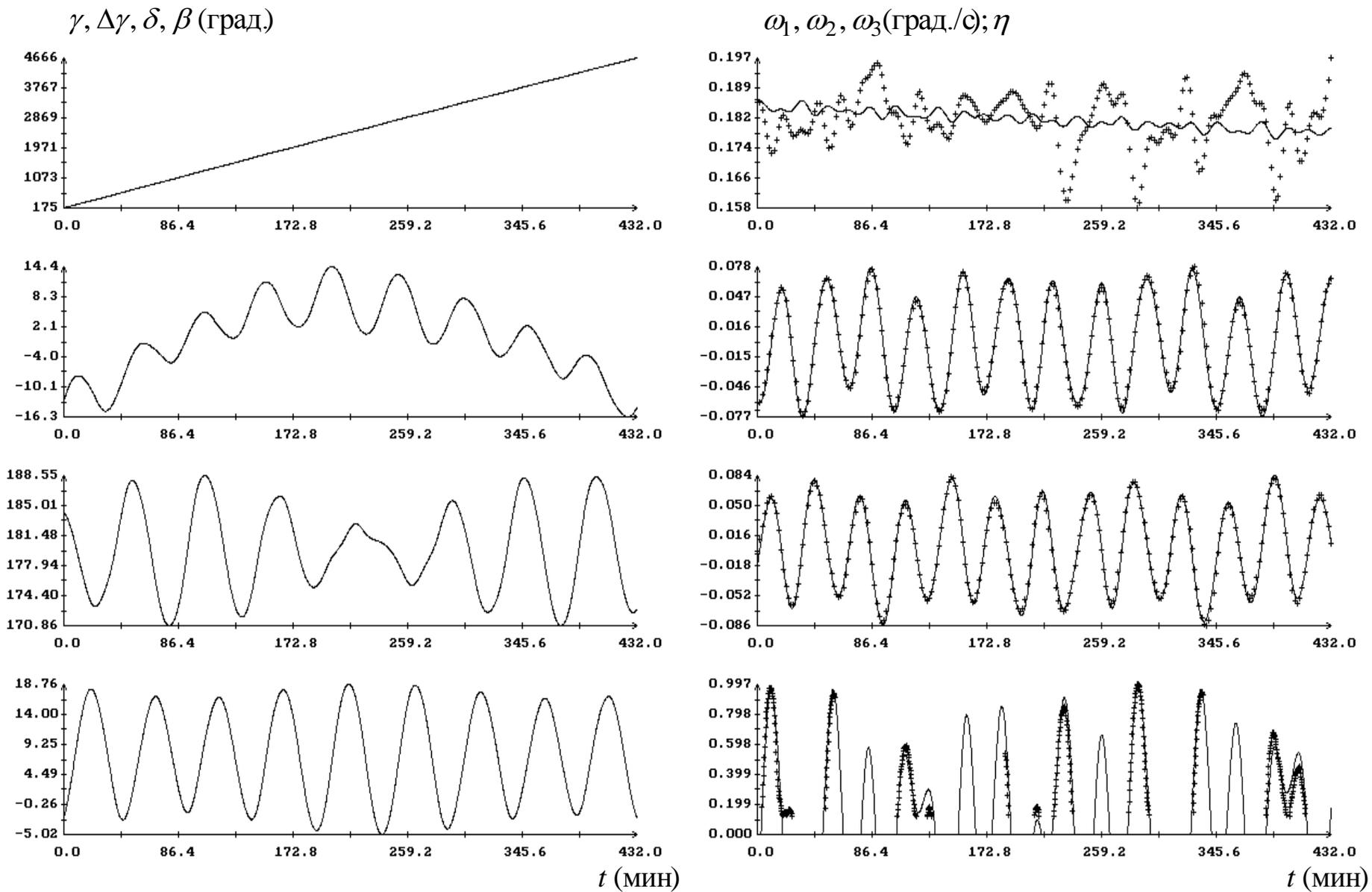


Рис. 8. Движение корабля в режиме гравитационной ориентации. Момент $t = 0$ отвечает 14:22:26 ДМВ 09.02.2014.