



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 68 за 2014 г.



Долголева Г.В., Забродина Е.А.

Сравнение двух моделей
расчета термоядерной
кинетики

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Долголева Г.В., Забродина Е.А. Сравнение двух моделей расчета термоядерной кинетики // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 68. 14 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-68>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

Г.В. Долголева, Е.А. Забродина

**Сравнение двух моделей расчета
термоядерной кинетики**

Москва — 2014

Долголева Г.В., Забродина Е.А.

Сравнение двух моделей расчета термоядерной кинетики

В работе рассмотрены две модели для расчёта кинетики термоядерных реакций, используемые в программных кодах. Приведены значения скоростей реакций на сетке температур и результаты сравнительных расчетов тестовой задачи и двух мишеней, проведенных по этим моделям.

Ключевые слова: управляемый термоядерный синтез, термоядерное горение, скорости реакций, энерговыделение.

Galina Vladimirovna Dolgoleva, Ekaterina Alekseevna Zabrodina

Comparison of two models of calculation of thermonuclear kinetics

The paper describes two models to calculate kinetics of thermonuclear reactions used in computing programs. The values of reaction rates depending on temperature, the results of comparative calculations of the test task and two targets, carried out by these models, are presented.

Key words: controlled thermonuclear fusion, fusion burning, reaction rate, energy output.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 14-01-00251.

Оглавление

Список используемых обозначений	3
Введение	3
1. Описание двух моделей кинетики термоядерных реакций	4
2. Результаты сравнения	7
Тест	9
Лазерная мишень	10
Мишень ИТИС	11
Заключение	13
Библиографический список	13

Список используемых обозначений

t — время,

r — радиус,

A — атомный вес,

ρ — плотность вещества,

T_e, T_i — температура электронов и ионов соответственно,

E_e, E_i — удельная внутренняя энергия электронов и ионов соответственно,

n_T, n_D, n_{He} — концентрации трития, дейтерия и гелия-3 (концентрации безразмерны),

$\beta = 1/A$ — величина, обратная атомному весу,

$\langle \sigma v \rangle_{\alpha\gamma}$ — скорость реакции веществ α и γ ,

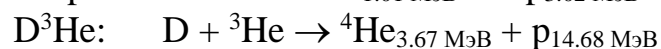
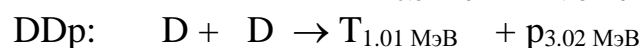
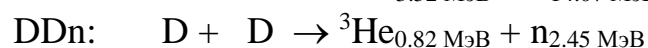
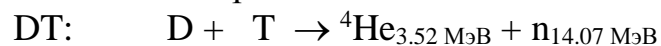
F — энерговложение,

Q_e, Q_i — удельная мощность энерговыделения в результате реакций, вложенного, соответственно, в электроны и ионы,

Q — полное энерговыделение в модели.

Введение

Одним из важных вопросов при расчетах мишеней в задачах управляемого термоядерного синтеза является вопрос о «горении» мишени (наличии термоядерных реакций) и, при ее «загорании», вопрос об энерговыделении в мишень в результате этих реакций. Мишень — это слоистая система, в которой один слой, называемый "рабочим", состоит из дейтериево-тритиевой смеси (DT) или другой смеси, в которой происходят термоядерные реакции. Обычно в т/я мишени учитываются 4 типа реакций:



Мишень либо облучается снаружи, либо энергия вкладывается во внутренний слой. Под действием этой энергии «рабочая» область сжимается и начинается «горение», т.е. происходят термоядерные реакции, в результате которых выделяется энергия. Известны две модели расчета термоядерных реакций. При сопоставлении результатов расчетов по разным программам возникла необходимость сравнения используемых в этих программах моделей кинетики термоядерного горения. Одна модель /1/, /2/ использует скорости реакций из работы /3/ (будем ее в дальнейшем называть первой), другая модель /4/-/6/ использует скорости реакций из работы /7/ (будем ее в дальнейшем называть второй). Формулы, предложенные в /7/, упрощены в /4/. Эти упрощения по утверждению автора /8/ — на уровне 10-20%.

Как отмечено в работе /9/, новые измерения /10/ эффективных сечений DD и D³He реакций подтверждают старую аппроксимационную формулу

взаимодействующих частиц /3/ в области низких температур (<17 кэВ) с точностью в пределах 10%. В качестве исходных экспериментальных данных автор /3/ использовал около десяти специально отобранных равноценных экспериментов, сведя их в единую «взаимно согласованную» экспериментальную кривую с оцененной им погрешностью в 3.5%. Нижняя граница температур была тогда около 1 кэВ. Зато верхняя граница достигала большой величины — до 700 кэВ.

Для наиболее проблематичных в отношении экспериментального измерения низких температур взаимодействующих частиц (<17 кэВ) сечения /3/ были перепроверены в последних измерениях Краусса и др. /10/ и фактически подтверждены, по мнению авторов работы /9/.

Цель данной работы — провести численное сравнение двух моделей термоядерной кинетики, как скоростей реакций, так и их влияния на результаты расчетов мишеней.

В первом параграфе приведены формулы для скоростей реакций, используемые в двух моделях.

Во втором параграфе приведено сравнение значений скоростей реакций, рассчитанных по этим формулам, как функций температуры, сравнение результатов тестовой задачи, а также результатов расчетов двух мишеней. Одна из них — лазерная, вторая — мишень для тяжелоионного синтеза /11/.

1. Описание двух моделей кинетики термоядерных реакций

Для описания термоядерного горения в первой модели рассматриваются: — уравнения кинетики следующего вида:

$$\begin{aligned} \frac{dn_T}{dt} &= \rho\beta \left\{ -\langle\sigma v\rangle_{DT} n_T n_D + 0.5\langle\sigma v\rangle_{DD} n_D n_D \right\}, \\ \frac{dn_D}{dt} &= \rho\beta \left\{ -\langle\sigma v\rangle_{DT} n_T n_D - 2\langle\sigma v\rangle_{DD} n_D n_D - \langle\sigma v\rangle_{DHe} n_D n_{He} \right\}, \\ \frac{dn_{He}}{dt} &= \rho\beta \left\{ \langle\sigma v\rangle_{DD} \frac{n_D n_D}{2} - \langle\sigma v\rangle_{DHe} n_D n_{He} \right\}; \end{aligned} \quad (1)$$

— уравнение для изменения энергии электронной компоненты:

$$\frac{\partial E_e}{\partial t} = \dots + Q_e \quad (2)$$

— уравнение для изменения энергии ионной компоненты:

$$\frac{\partial E_i}{\partial t} = \dots + Q_i \quad (3)$$

Скорости термоядерных реакций вычисляются по формуле:

$$\langle \sigma v \rangle_{\alpha\gamma} = \frac{a_1 (1 + a_2 T_i^{3/4}) \exp(-a_4 / T_i^{1/3})}{T_i^{2/3} (1 + a_3 T_i^{3.25})^{1/2}}. \quad (4)$$

Константы a_i взяты из работы /3/ и приведены в таблице 1.

Таблица 1

Константы для скоростей реакций в модели 1

Реакция	DT	DD	D ³ He
a_1	$1.578 \cdot 10^5$	$1.566 \cdot 10^3$	$1.117 \cdot 10^5$
a_2	0.2322	0.04115	0.1336
a_3	$9.415 \cdot 10^{-5}$	0	$0.758 \cdot 10^{-6}$
a_4	19.9826	18.8084	31.3621

Используемая система единиц (если специально не оговорено): длина – см, время – 10^{-7} сек, масса – г, температура – кэВ.

Энерговыведение в "электронны" за счет термоядерных реакций рассчитывается по формуле:

$$Q_e = \beta^2 \rho (\Delta_{DT} A_{DT} \langle \sigma v \rangle_{DT} n_T n_D + \Delta_{DD} A_{DD} \langle \sigma v \rangle_{DD} n_D n_D + \Delta_{DHe} A_{DHe} \langle \sigma v \rangle_{DHe} n_D n_{He}), \quad (5)$$

где $\Delta_{DT}, \Delta_{DD}, \Delta_{DHe}$ — доли энергии, передаваемые в электроны.

$$\Delta_{DT} = \frac{1}{1 + 6 \cdot 10^{-3} T_e^{3/2} \xi}, \quad A_{DT} = 3.5915 \cdot 10^4$$

$$\Delta_{DD} = \frac{14}{1 + 2.21 \cdot 10^{-2} T_e^{3/2} \xi} + \frac{0.41}{1 + 2.75 \cdot 10^{-3} T_e^{3/2} \xi} + \frac{0.11}{1 + 2.94 \cdot 10^{-2} T_e^{3/2} \xi} + \frac{0.34}{1 + 0.09 T_e^{3/2} \xi}$$

$$A_{DD} = 3.5212 \cdot 10^4$$

$$\Delta_{DHe} = \frac{0.2}{1 + 6 \cdot 10^{-3} T_e^{3/2} \xi} + \frac{0.8}{1 + 0.98 \cdot 10^{-3} T_e^{3/2} \xi}, \quad A_{DHe} = 1.767 \cdot 10^5$$

$$\xi = \frac{2(n_T(0)/3 + n_D(0)/2 + n_{He}(0))}{n_T(0)/3 + n_D(0)/2 + n_{He}(0)}.$$

Энерговыделение в "ионы" Q_i отличается от энерговыделения в "электроны" Q_e заменой Δ_{ij} на $1 - \Delta_{ij}$.

Во второй модели уравнения кинетики термоядерных реакций рассчитываются в следующем приближении /4/:

$$\begin{aligned} \frac{dn_T}{dt} &= \rho\beta \left\{ -\langle\sigma v\rangle_{DT} n_T n_D + 0.5 \langle\sigma v\rangle_{DDp} n_D n_D \right\}, \\ \frac{dn_D}{dt} &= \rho\beta \left\{ -\langle\sigma v\rangle_{DT} n_T n_D - \left(\langle\sigma v\rangle_{DDp} + \langle\sigma v\rangle_{DDn} \right) n_D n_D - \langle\sigma v\rangle_{DHe} n_D n_{He} \right\}, \\ \frac{dn_{He}}{dt} &= \rho\beta \left\{ \langle\sigma v\rangle_{DDn} \frac{n_D n_D}{2} - \langle\sigma v\rangle_{DHe} n_D n_{He} \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

т.е., вместо единой скорости $\langle\sigma v\rangle_{DD}$ учитывается различие между скоростями $\langle\sigma v\rangle_{DDp}$ и $\langle\sigma v\rangle_{DDn}$.

Энерговыделение в результате термоядерных реакций определяется выражением:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} &= \rho\beta^2 \left\{ 3.14 \cdot 10^4 \langle\sigma v\rangle_{DT} n_T n_D + \right. \\ &\quad \left. + 0.5 n_D n_D \left(7.9 \cdot 10^3 \langle\sigma v\rangle_{DDn} + 3.4 \cdot 10^4 \langle\sigma v\rangle_{DDp} \right) + \right. \\ &\quad \left. + 1.77 \cdot 10^5 \langle\sigma v\rangle_{DHe} n_D n_{He} \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $E = E_e + E_i$, уравнения в /4/ записаны в однотемпературном приближении. В случае учета двух температур, как и в формуле (5), рассчитываются доли энерговыделения в компоненты Δ_{ij} , на которые умножается каждый член правой части формулы (7).

Скорости термоядерных реакций в модели 2 рассчитываются по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
\langle \sigma v \rangle_{DT} &= 1.58 \cdot 10^5 T_i^{-2/3} \left\{ (1 + 0.16 T_i) \exp \left[-\frac{19.98}{T_i^{1/3}} - \left(\frac{T_i}{10.34} \right)^2 \right] + \right. \\
&\quad \left. + 0.0108 \exp \left[-\frac{45.07}{T_i} \right] \right\} \\
\langle \sigma v \rangle_{DDp} &= 814 T_i^{-2/3} (1 + 0.01 T_i) \exp \left[-\frac{18.81}{T_i^{1/3}} \right] \\
\langle \sigma v \rangle_{DDn} &= 775 T_i^{-2/3} (1 + 0.02 T_i) \exp \left[-\frac{18.81}{T_i^{1/3}} \right] \\
\langle \sigma v \rangle_{DHe} &= 1.3 \cdot 10^5 T_i^{-2/3} (1 + 5 \cdot 10^{-4} T_i^2) \exp \left[-\frac{31.72}{T_i^{1/3}} - \left(\frac{T_i}{27.14} \right)^2 \right] + \\
&\quad + 405 T_i^{-1/2} \exp \left[-\frac{145.2}{T_i} \right]
\end{aligned} \tag{8}$$

2. Результаты сравнения

Скорости реакций, посчитанные по формулам (4) и (8), как функции температуры приведены на рисунках 1 - 3. На первом рисунке — скорость реакции DT, на втором — скорости двух реакций DD (для второй модели приведены отдельно $\langle \sigma v \rangle_{DDp}$, $\langle \sigma v \rangle_{DDn}$), на третьем рисунке — скорость реакции D³He. Цифры 1 и 2 на рисунках соответствуют первой (сплошная линия) и второй (штриховая линия) моделям.

Отличия в скорости реакции DT 2-й модели $\langle \sigma v \rangle_{DT(2)}$ от 1-ой $\langle \sigma v \rangle_{DT(1)}$ при температуре ионов до 32 кэВ (величина $[\langle \sigma v \rangle_{DT(2)} - \langle \sigma v \rangle_{DT(1)}] / \langle \sigma v \rangle_{DT(1)} \cdot 100\%$) составляют от -11% до 7%. При увеличении температуры наблюдается систематическое превышение $\langle \sigma v \rangle_{DT}$ во 2-й модели по сравнению с 1-ой. До 300 кэВ оно держится на уровне 5 - 7%, но далее линейно растет и к 1000 кэВ доходит до 31%.

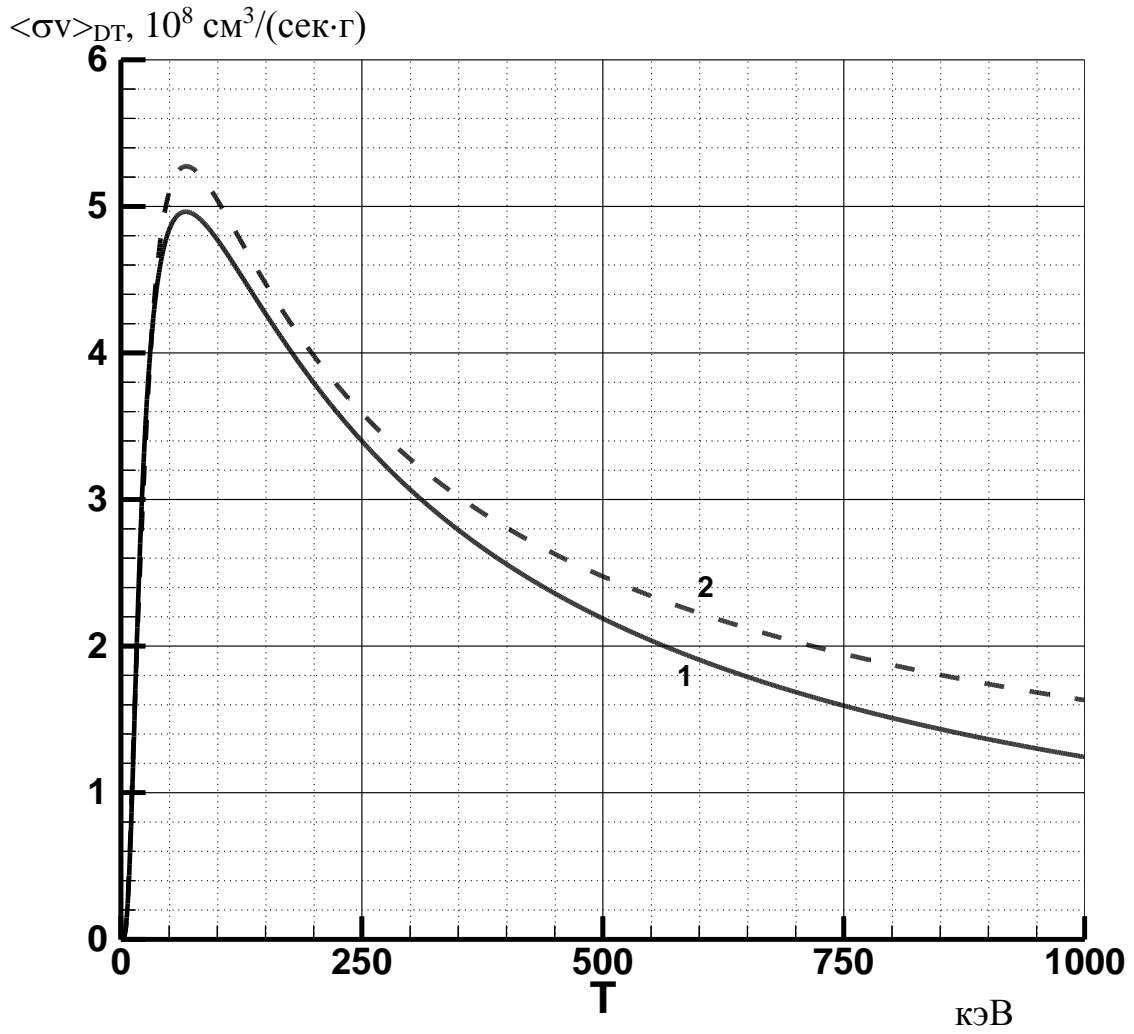


Рис. 1. Скорость реакции DT

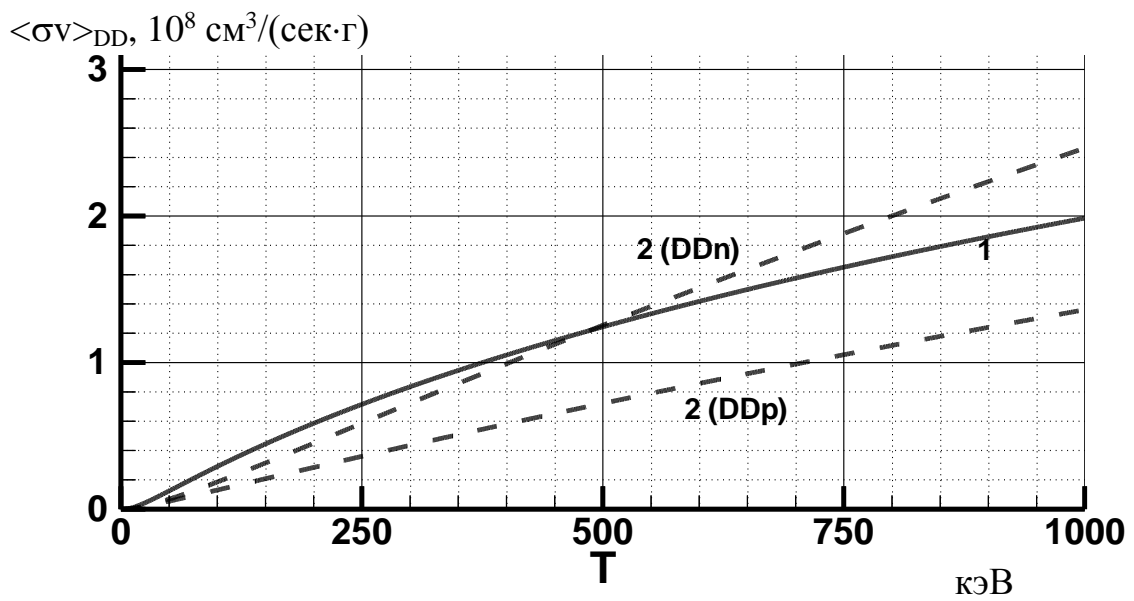


Рис. 2. Скорость реакций DD

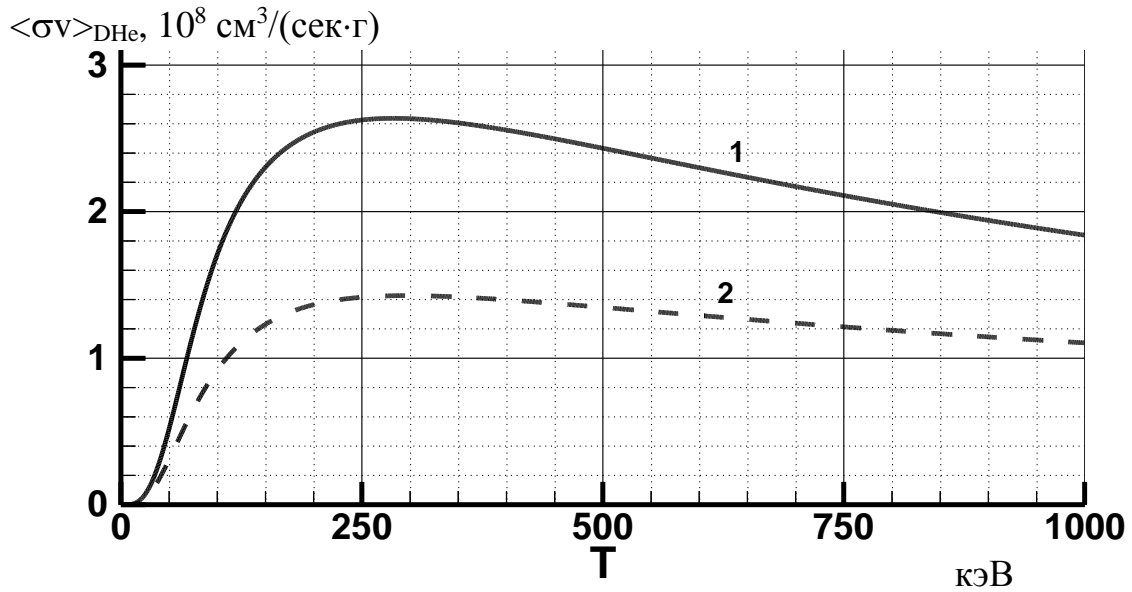


Рис. 3. Скорость реакции D^3He

Скорости реакции $\langle \sigma v \rangle_{DD}$, $\langle \sigma v \rangle_{DDp}$ и $\langle \sigma v \rangle_{DDn}$ надо одновременно сопоставлять, так как в модели 1 во все три уравнения изменения концентраций (1) входит одна скорость реакции $\langle \sigma v \rangle_{DD}$, а в модели 2 (6) в уравнение для изменения трития входит скорость $\langle \sigma v \rangle_{DDp}$, а для изменения гелия-3 — $\langle \sigma v \rangle_{DDn}$. Скорость $\langle \sigma v \rangle_{DDp}$ сильнее отличается от скорости $\langle \sigma v \rangle_{DD}$, чем $\langle \sigma v \rangle_{DDn}$. Но с ростом температуры средняя скорость во 2-й модели $(\langle \sigma v \rangle_{DDp} + \langle \sigma v \rangle_{DDn})/2$ приближается к $\langle \sigma v \rangle_{DD}$.

Отличие в скорости реакции D^3He в процентном выражении наиболее существенно, почти во всем диапазоне температур от 0 до 1000 кэВ оно держится на уровне от -50% до -40%.

Тест

Тестовая задача, на которой сравнивались две модели, состоит в расчете уравнений кинетики (1) (или (6)), в уравнения энергии добавлялись слагаемые с релаксацией температур в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_e}{\partial t} &= Q_e + \frac{2 \cdot 10^5}{T_e^{3/2}} (T_i - T_e) \\ \frac{\partial E_i}{\partial t} &= Q_i + \frac{2 \cdot 10^5}{T_e^{3/2}} (T_e - T_i) \end{aligned} \quad (9)$$

Система интегрировалась на отрезке $r=[0,1]$, начальная плотность $\rho=1$, начальные значения концентраций $n_T(0)=n_D(0)=0.5$, $n_{He}(0)=0$, начальная удельная внутренняя энергия $E_e(0)=E_i(0)=50$.

Уравнения состояния для ионов и электронов — идеальный газ с теплоемкостью, равной 5 ($E_e = 5T_e$, $E_i = 5T_i$). Результаты расчета представлены в таблице 2 на момент времени $t = 10$, когда энерговыделение уже закончилось.

Таблица 2

Результаты расчета тестовой задачи

Модель	Q	n_D	n_T	n_{He}
1	28472	$0.5082 \cdot 10^{-5}$	0.1831	0.01795
2	25445	$0.2777 \cdot 10^{-6}$	0.1284	0.02115

Максимальная температура ионов в области ДТ, которая наблюдалась в расчете, примерно равна 600 кэВ. Дейтерия в обеих моделях выгорело свыше 99.99%, трития в 1 модели — 63.4% и 74.3% во 2-й, гелия-3 наработалось в первом случае примерно 0.018, во втором — 0.021. Отличие в полном энерговыделении составляет $[Q_{(2)} - Q_{(1)}] / Q_{(1)} = -10.6\%$. Различия существуют, но невозможно без экспериментов сказать, что более правильно. Наша задача — сравнение двух моделей расчета термоядерной кинетики.

Естественно посмотреть как скажутся эти отличия на расчетах мишеней. Рассматривались две мишени: первая — для лазерного синтеза, вторая — для тяжелоионного.

Лазерная мишень

В расчете моделировались нагрев и сжатие сферической оболочечной мишени из полимера, заполненной дейтерий-третиевой (ДТ) смесью. Мишень облучалась лазером с длиной волны 0.351 мкм и энергией $E_{\text{лаз}} = 1$ МДж. Лазерный импульс имел нарастающий передний фронт до момента времени t_1 , затем постоянный импульс и быстро спадающий задний фронт. Временная форма импульса описывается формулой:

$$\dot{E}(t) = \dot{E}_0 \begin{cases} \left(\frac{t}{t_1}\right)^2, & \text{если } t < t_1 \\ 1, & \text{если } t_1 < t < t_2 \end{cases} \quad \dot{E}_0 = E_{\text{лаз}} / \left(t_2 - \frac{2}{3}t_1\right), \quad (10)$$

В расчетах полагалось, что вся лазерная энергия полностью поглощается в плазме.

Временная форма и энергия лазерного импульса были фиксированы, $t_1=16$, $t_2=20$ нс. Концентрация дейтерия и трития на начальный момент равна 0.5.

Схема сферической лазерной мишени приведена на рис. 4.

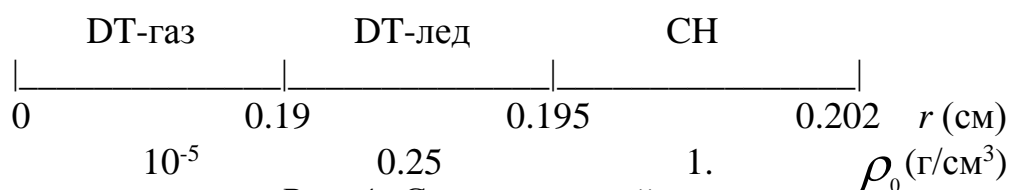


Рис. 4. Схема лазерной мишени

Рассчитывались: движение среды в неравновесном двухтемпературном приближении, перенос тепла ионами и электронами с ограничением диффузионных потоков, перенос излучения в спектральном приближении и его взаимодействие с веществом, кинетика термоядерных реакций. Уравнения состояния, пробеги излучения, коэффициенты электронной и ионной теплопроводности, электронной релаксации рассчитывались согласно составу плазмы в приближении среднего иона /12/.

Результаты расчетов по двум моделям представлены в таблице 3. Максимальная температура ионов получалась порядка 400 кэВ, кратковременно.

Таблица 3

Результаты расчета лазерной мишени

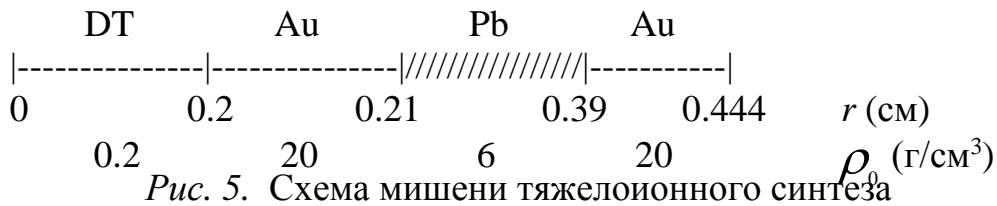
Модель	Q , МДж	DT-газ			DT-лед		
		n_D	n_T	n_{He}	n_D	n_T	n_{He}
1	17.32	0.249	0.350	0.0180	0.273	0.301	0.005
2	17.19	0.240	0.320	0.0046	0.270	0.290	0.003

Несмотря на заметные отличия в скорости реакции D^3He и, следовательно, в концентрациях гелия-3 по первой и второй моделям, выход энергии (Q) отличается на -0.75%, но так как концентрация гелия-3 в мишени значительно меньше концентраций дейтерия и трития, то влияние реакции с гелием-3 в расчете мало по сравнению с остальными.

Мишень ИТИС

Посмотрим как "скажутся" различные приближения для кинетики на расчете мишени для тяжелоионного синтеза /11/, т.е. когда в мишень вводится энергия от тяжелых ионов.

Рассматривается цилиндрическая система, параметры которой приведены на рисунке 5.



Начальные условия: в первой области (DT) задается скорость звука $c_0 = 0.02$, которой соответствует давление $P(t=0) = \frac{\rho_0}{\gamma} c_0^2$, $\gamma = 5/3$. Такое же давление задается и в остальных областях.

Расчеты проводились по программе, адекватно описывающей физику плазмы термоядерных мишеней: рассчитывались газодинамика в двухтемпературном приближении, перенос излучения и его взаимодействие с веществом, электронный и ионный перенос тепла, кинетика термоядерных реакций /13/.

Граничные условия по газодинамике и переносу: слева – центр, справа – свободная поверхность, по переносу тепла ионами и электронами — потоки равны нулю.

Энергия от внешнего источника (тяжелых ионов) вкладывалась в разреженный свинец (Pb) равномерно по массе так, чтобы обеспечить безударное сжатие DT- области /11/.

Мишень была оптимизирована и по геометрии, и по энерговложению. Как получено в расчетах, для ее загорания необходимо вложить всего $F=21$ МДж энергии, что и было задано. Результаты представлены в таблице 4.

Таблица 4

Результаты расчета мишени ИГИС

Модель	Q , МДж	n_D	n_T	n_{He}
1	397.87	0.02688	0.04588	0.003548
2	396.44	0.03129	0.04052	0.001972

Коэффициент усиления в мишени в модели 1 составил $K = Q/F = 18.95$, а в модели 2 — $K = 18.88$. Разница в энерговыделении составляет -0.36%. Максимальная средняя температура ионов в DT области достигала 48.9 кэВ в модели 1 и 48.5 в модели 2.

Заключение

В рассмотренных примерах получается систематическое превышение энерговыделения, рассчитанное по модели 1, по сравнению с моделью 2. Тестовая задача показала, что при почти полном сгорании DT в отсутствие разлёта оно оказывается на уровне 11%. В более реалистичных мишенях, где температура меньше, это различие тоже гораздо меньше.

Наибольшее отличие скоростей реакций наблюдается не в основных реакциях DD и DT, а в $D^3\text{He}$. Но так как концентрация гелия-3 в задачах управляемого термоядерного синтеза обычно значительно меньше концентраций дейтерия и трития, то третий член в формуле (7), который мог бы дать максимальное отличие в энерговыделении по разным моделям, в итоге большой роли не играет.

Различия в ту или другую сторону в энерговыделении от разных типов реакций частично взаимно компенсируются. Остается существенным различие от реакции DDn.

Какая модель более правильная — трудно сказать, нужны дальнейшие исследования и эксперименты для температур, по крайней мере до 400 кэВ.

Библиографический список

1. Самарский А.А., Гайфулин С.А., Захаров А.В., Змитренко Н.В., Карпов В.Я., Михайлов А.П., Мищенко Т.В. Программа DIANA расчета одномерных задач лазерного термоядерного синтеза // Вопросы атомной науки и техники. Сер. "Методики и программы численного решения задач математической физики", 1983, вып. 2/13/, с. 38 - 42.
2. Долголева Г.В. Методика расчета движения двухтемпературного излучающего газа (СНД) // Вопросы атомной науки и техники. Сер. "Методики и программы численного решения задач математической физики", 1983, вып. 2/13/, с. 29 - 33.
3. Козлов Б.Н. Скорости термоядерных реакций // Атомная энергия, 1962, т. 12, вып. 3, с. 238.
4. Баско М.М.. GITAM — программа для численного моделирования одномерных мишеней ТИС. 1. Система уравнений // Препринт ИТЭФ, № 87, 1989, 20 с.
5. Арпишкин Ю.П., Баско М.М., Соколовский М.В. GITAM — программа для численного моделирования одномерных мишеней ТИС. 1. Описание алгоритма и программы // Препринт ИТЭФ, № 88, 1989, 28 с.
6. Баско М.М., Соколовский М.В. GITAM — программа для численного моделирования одномерных мишеней ТИС. 3. Тестовые расчеты // Препринт ИТЭФ, № 89, 1989, 28 с.
7. Fowler W.A., Caughlan G.R., Zimmerman B.A. Thermonuclear Reaction Rates, Ann. Rev. Astron. and A. p., 1975, v. 13, p. 69.

8. Баско М.М. Уравнения одномерной радиационной газодинамики с теплопроводностью и кинетикой термоядерных реакций // Препринт ИТЭФ, № 145, 1985, 58 с.
9. Имшенник В.С., Литвинова И.Ю. Вычисление скоростей dd- и He3d- ядерных реакций с учетом анизотропного распределения взаимодействующих частиц типа пучка // Препринт ИТЭФ, № 69, 1990, 28 с.
10. Krauss A., Becker H.W., Trautvetter H.P., Rolfs C, Brand K. Low-energy fusion cross sections of D+D and D+³He reactions // Nuclear Physics A 465, 1987, p. 150 - 172.
11. Долголёва Г.В., Забродин А.В., Хайруллина О.Б. Расчётное конструирование микромишеней на основе реализации концепции безударного сжатия // Труды Института математики и механики Уро РАН 2003, с. 1 - 14.
12. Бельков С.А., Долголева Г.В. Модель среднего иона для расчета кинетики ионизации, населенностей возбужденных уровней и спектральных коэффициентов переноса излучения в программе СНДП // Вопросы атомной науки и техники. Сер. "Математическое моделирование физических процессов". 1992, вып. 1, с. 59-61.
13. Антоненко Э. М., Долголёва Г.В., Крупина С.Н. Программа расчета одномерных задач лазерного термоядерного синтеза // Вопросы атомной науки и техники. Сер. "Математическое моделирование физических процессов". 1994, вып. 4, с. 8-14.