



Гинзбург С.Л., Дьяченко В.Ф.,
Чечеткин В.М.

Численное исследование
неустойчивости
нейтрального потока
плотной плазмы

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Гинзбург С.Л., Дьяченко В.Ф., Чечеткин В.М. Численное исследование неустойчивости нейтрального потока плотной плазмы // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 87. 13 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-87>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Российской академии наук**

С.Л. Гинзбург, В.Ф. Дьяченко, В.М. Чечеткин

**Численное исследование неустойчивости
нейтрального потока плотной плазмы**

Москва — 2014

Гинзбург С.Л., Дьяченко В.Ф., Чечеткин В.М.

Численное исследование неустойчивости нейтрального потока плотной плазмы

Трехмерная компьютерная модель взаимодействия плазмы с электромагнитным полем в рамках уравнений Максвелла – Власова применена для расчета движения релятивистского электронейтрального плотного потока плазмы в вакууме. Исследуется влияние концентрации частиц плазмы с различной начальной скоростью на неустойчивость процесса.

Ключевые слова: Максвелл, Власов, плазма, электромагнитное поле, релятивистские электроны и протоны

Sarra Lazarevna Ginzburg, Vladimir Fedotovitch Dyachenko, Valery Mikhylovich Chechetkin

The numerical study of the instability of neutral dense plasma flow

A three-dimensional numerical model that describes the interaction of plasma with electromagnetic field in the framework of Maxwell – Vlasov equations is used for simulating the flow of the relativistic neutralized dense plasma in vacuum. The influence on the process of the plasma particle concentration with the different initial speed is studied.

Key words: Maxwell, Vlasov, plasma, electromagnetic field, relativistic electrons and protons.

Оглавление

1. Введение.....	3
2. Постановка задачи.....	3
3. Результаты расчетов.....	4
4. Заключение.....	12
Литература	13

1. Введение

Проблема движения релятивистской взаимодействующей электрон–протонной плазмы представляет огромный интерес для фундаментальной физики. Особенно интересен случай разреженной плазмы, когда взаимодействие частиц обусловлено взаимодействием с коллективными полями. В этом случае обычно используют систему уравнений Максвелла–Власова. В случае сильно релятивистской плазмы задача становится чрезвычайно сложной из-за проблемы запаздывающих потенциалов (потенциалов Лиенара–Вихерта).

Применение уравнений Власова (в совокупности с системой уравнений Максвелла) для моделирования динамики ультрарелятивистских частиц не сводится к описанию эволюции «центра инерции» системы, содержащей данные частицы. Это обусловлено невозможностью однозначного и непротиворечивого определения такой «геометрической точки» (отсутствует центр масс) системы (как в случае системы классических частиц), поскольку в рассматриваемом случае необходимо учитывать эволюцию в 4–мерном пространстве–времени, что приводит к необходимости принимать во внимание т.н. запаздывающие потенциалы Лиенара–Вихерта. Тем самым оказывается, что положение данной заряженной частицы в некоторой внешней системе отсчета будет обусловлено не положениями остальных частиц системы, а интегральным членом, описывающим полную предысторию всех движений частиц в системе. При этом необходим учет полевых «внутренних координат», то есть как значений и направлений векторов напряженности электромагнитного поля, так и скорости изменения поля в каждой точке.

Данная работа является продолжением работ [1–5]. Она посвящена изучению неустойчивости потоков плазмы, состоящих из электронов и протонов, и содержит описание полученных на 3D-модели результатов расчета движения в вакууме с релятивистской скоростью электронейтрального плотного потока плазмы, зависящих от концентрации частиц и их начальной скорости вдоль оси z .

Авторы благодарны Н.Н. Фимину за полезные обсуждения.

2. Постановка задачи

Взаимодействие бесстолкновительной плазмы с электромагнитным полем описывается 3D – системой уравнений Максвелла – Власова. При указанном ниже выборе единиц измерения система имеет вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \nabla \times \mathbf{H} + \mathbf{j} &= 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho, \\ \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E} &= 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = 0,\end{aligned}$$

$$\frac{\partial f_{e,p}}{\partial t} + \mathbf{v}_{e,p} \cdot \frac{\partial f_{e,p}}{\partial \mathbf{r}} + q_{e,p} (\mathbf{E} + \mathbf{v}_{e,p} \times \mathbf{H}) \cdot \frac{\partial f_{e,p}}{\partial \mathbf{p}} = 0,$$

где $\mathbf{E}(t, \mathbf{r})$, $\mathbf{H}(t, \mathbf{r})$ – соответственно вектора электрической и магнитной напряженности самосогласованного поля; $f_{e,p}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ – функции распределения; $\mathbf{v}_{e,p} = \partial w_{e,p} / \partial \mathbf{p}_{e,p}$ – скорости; $w_{e,p} = [(m_{e,p})^2 + (\mathbf{p}_{e,p})^2]^{1/2} - m_{e,p}$ – кинетические энергии; $m_{e,p}$ – массы покоя частиц плазмы; $q_{e,p}$ – их заряды, соответственно, электронов – $q_e = -1$ и протонов – $q_p = 1$.

Плотности заряда и тока

$$\rho = \sum q_{e,p} \int f_{e,p} d^3 p, \quad \mathbf{j} = \sum q_{e,p} \int \mathbf{v}_{e,p} f_{e,p} d^3 p,$$

с суммированием по всем сортам частиц.

Здесь и далее используется следующая система единиц: длина – L – произвольный размер; скорость – c – скорость света; время – L/c ; масса частицы – m – масса покоя электрона; импульс частицы – mc ; энергия частицы – mc^2 ; поле – mc^2/eL , где e – элементарный заряд; концентрация частиц – $mc^2/4\pi e^2 L^2$; функция распределения по энергии – $L/4\pi e^2$.

В этих единицах масса электрона плазмы $m_e = 1$ и протона $m_p = 1836$.

Область расчета определяется параметрами $0 < x < X$, $0 < y < Y$, $0 < z < Z$. По осям x и y заданы периодические граничные условия. Внешние границы закрыты для входа извне частиц и любых видов энергии.

Задача решалась численным методом, основные принципы алгоритма которого (разностная схема для уравнений Максвелла и метод макрочастиц для уравнения Власова) изложены в [6 – 7].

3. Результаты расчетов

В работе описаны результаты расчета 3D-модели движения в вакууме плотно электронейтрального потока плазмы при различной концентрации частиц и различной их начальной релятивистской скорости вдоль оси z .

В качестве основной модели выбрана модель варианта расчета [1]. В начальный момент $t = 0$ электромагнитное поле отсутствует. Электронейтральная плазма, состоящая из электронов и протонов с равной концентрацией $n_e = n_p$ каждого типа частиц, заполняет прямоугольный параллелепипед $0 < x < 0.3$, $0 < y < 0.3$, $2 < z < 3$ с граничными значениями $X = Y = 0.3$ и $Z = 5$, если не оговорено иное. В начальный момент все частицы имеют одинаковую скорость вдоль оси z . В расчетах участвуют 720000 макрочастиц каждого типа.

Все изображенные на рисунках величины даны в указанных выше безразмерных единицах.

Рисунки 1 – 3 дают представление о влиянии начальной концентрации частиц плазмы $n_e = n_p = 2 \cdot 10^7$, $n_e = n_p = 2 \cdot 10^8$ и $n_e = n_p = 2 \cdot 10^9$, соответственно, на поведение во времени кинетической энергии протонов, электронов и энергии возникающего электромагнитного поля. В этой серии расчетов начальная скорость частиц вдоль оси z равна 0.99999, соответственно кинетическая энергия каждого электрона – 222.6, протона – 408706.

В варианте расчета с концентрацией частиц плазмы $n_e = n_p = 2 \cdot 10^7$ в качестве начальных значений параметров были выбраны: $3 < z < 4$ и $Z = 7$. При расчетах с двумя другими концентрациями выполнены условия основного варианта.

Основным результатом расчета во всех вариантах является почти равномерное распределение первоначальной кинетической энергии протонов между протонами, электронами и электромагнитным полем (к некоторому моменту времени t_0).

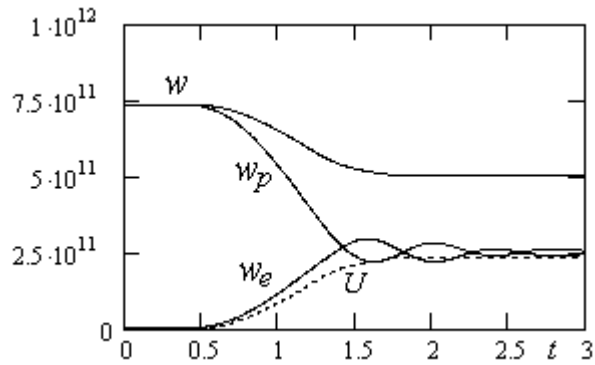


Рис.1 W – суммарная кинетическая энергия протонов и электронов, W_p – кинетическая энергия протонов, W_e – кинетическая энергия электронов, U – энергия электромагнитного поля в варианте $n_e = n_p = 2 \cdot 10^7$ ($t_0 \approx 1.41$).

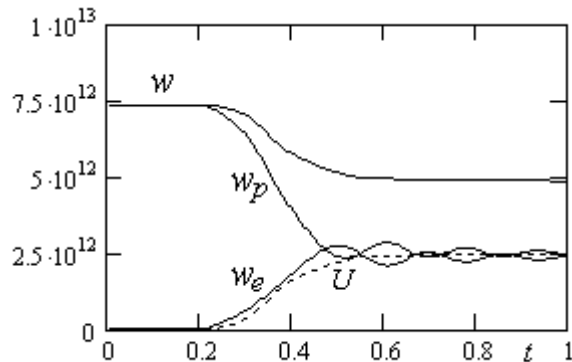


Рис.2 W – суммарная кинетическая энергия протонов и электронов, W_p – кинетическая энергия протонов, W_e – кинетическая энергия электронов, U – энергия электромагнитного поля в варианте $n_e = n_p = 2 \cdot 10^8$ ($t_0 \approx 0.47$).

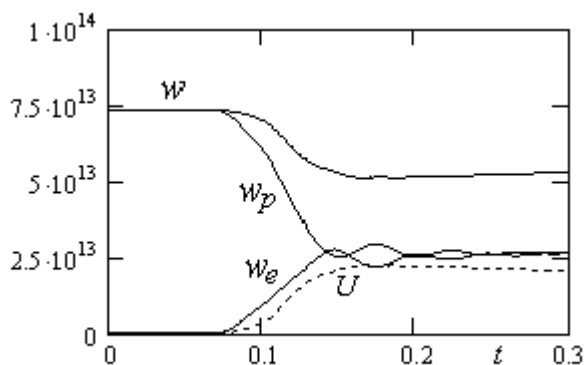


Рис.3 W – суммарная кинетическая энергия протонов и электронов, W_p – кинетическая энергия протонов, W_e – кинетическая энергия электронов, U – энергия электромагнитного поля в варианте $n_e = n_p = 2 \cdot 10^9$ ($t_0 \approx 0.14$).

На рис. 4 в качестве примера, типичного для этих вариантов расчета, приведем функции распределения по кинетической энергии w всего ансамбля электронов $f_e(w)$ и протонов $f_p(w)$ на время окончания расчета $t = 1$ для варианта с начальной концентрацией частиц $n_e = n_p = 2 \cdot 10^8$.

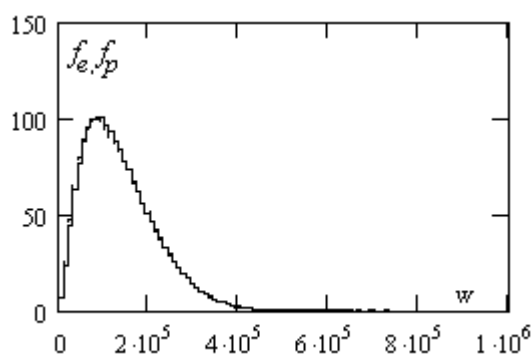


Рис.4 Функции распределения f_e электронов и f_p протонов по энергиям на время $t = 1$.

К моменту окончания расчета эти функции приобретают большое сходство между собой и сильно отличаются от первоначальных дельта – функций распределения по энергиям. Имеют место два процесса: протоны заметно теряют кинетическую энергию, электроны существенно свою энергию увеличивают (см. [1]). Появляются «убегающие» по энергии вперед частицы обоих типов. Особенно это характерно для электронов.

На рис.5а, 5б – 7а, 7б представлены для этих же вариантов проекции (P_x, z) , (P_z, z) фазовых портретов электронов и протонов на конечное время расчета, равное примерно $2t_0$.

В начальный момент $P_x = P_y = 0$ у обоих типов частиц.

Рис.5а, 5б – проекции (P_x, z) , (P_z, z) фазовых портретов электронов и протонов на время $t = 3$ ($n_e = n_p = 2 \cdot 10^7$).

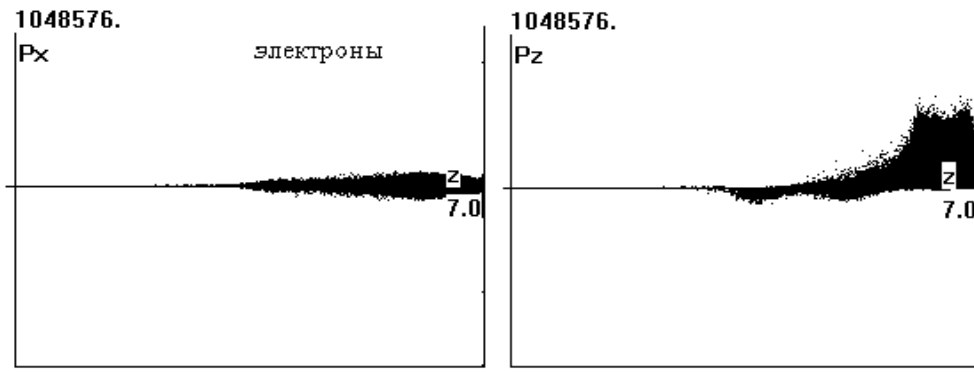


Рис.5а

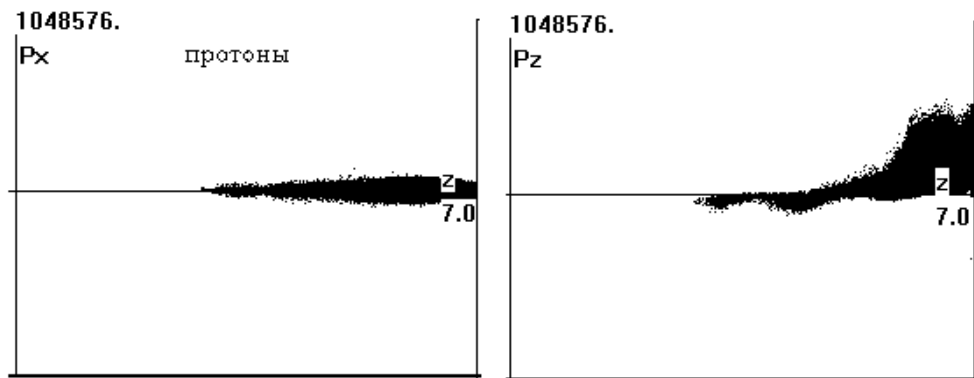


Рис.5б

Рис.6а, 6б – проекции (P_x, z) , (P_z, z) фазовых портретов электронов и протонов на время $t = 1$ ($n_e = n_p = 2 \cdot 10^8$).

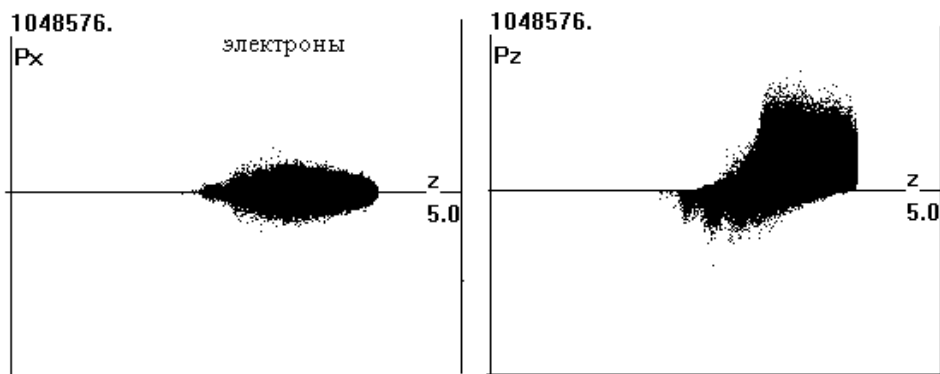


Рис.6а

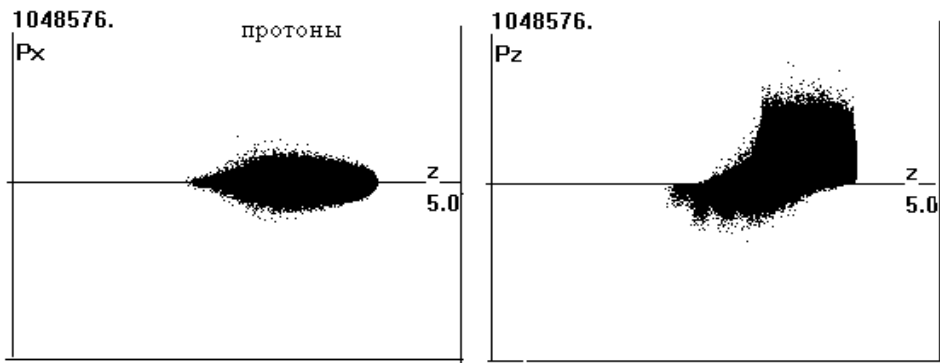


Рис.6б

Рис.7а, 7б – проекции (P_x, z) , (P_z, z) фазовых портретов электронов и протонов на время $t = 0.3$ ($n_e = n_p = 2 \cdot 10^9$).

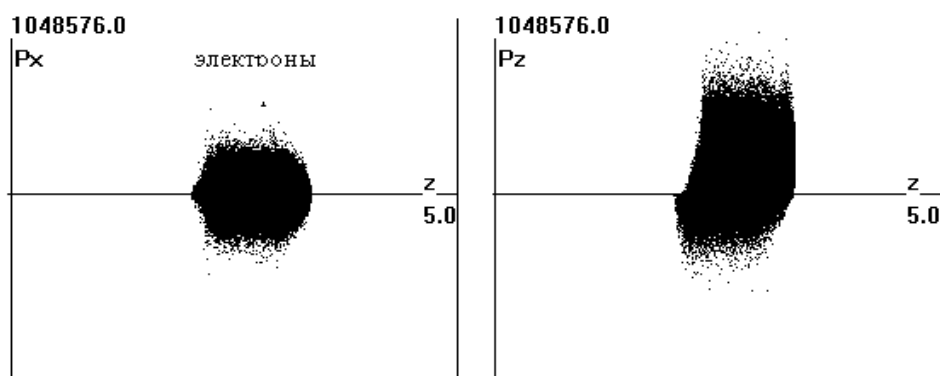


Рис.7а

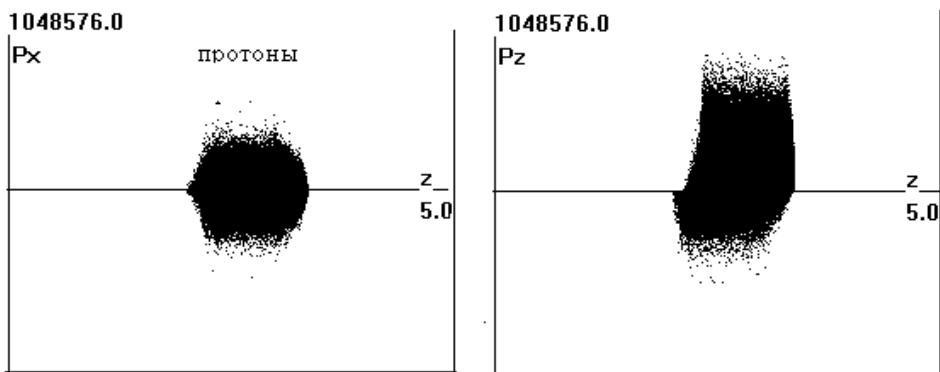


Рис.7б

Далее на рис. 8 – 14б представлены аналогичные графики для вариантов расчета с начальной скоростью частиц вдоль оси z , равной 0.95 (при прочих равных условиях основного варианта) и тем же набором начальных концен-

траций частиц плазмы $n_e = n_p = 2 \cdot 10^7$, $n_e = n_p = 2 \cdot 10^8$ и $n_e = n_p = 2 \cdot 10^9$, соответственно.

При такой начальной скорости частиц начальная кинетическая энергия электронов равна 2.2, а протонов – 4039.2.

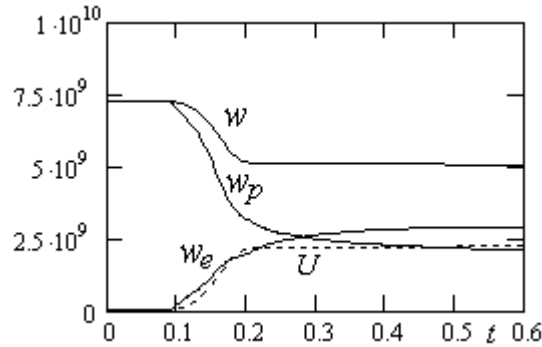


Рис.8 W – суммарная кинетическая энергия протонов и электронов, W_p – кинетическая энергия протонов, W_e – кинетическая энергия электронов, U – энергия электромагнитного поля ($t_0 \approx 0.275$).

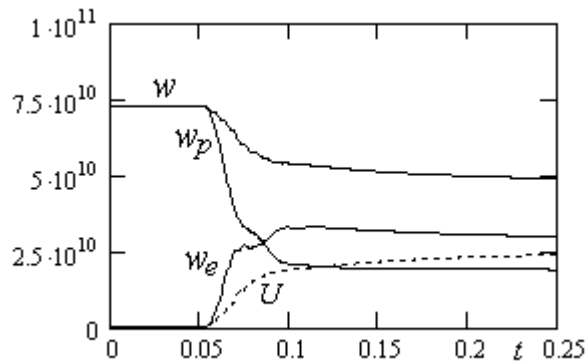


Рис.9 W – суммарная кинетическая энергия протонов и электронов, W_p – кинетическая энергия протонов, W_e – кинетическая энергия электронов, U – энергия электромагнитного поля. ($t_0 \approx 0.085$).

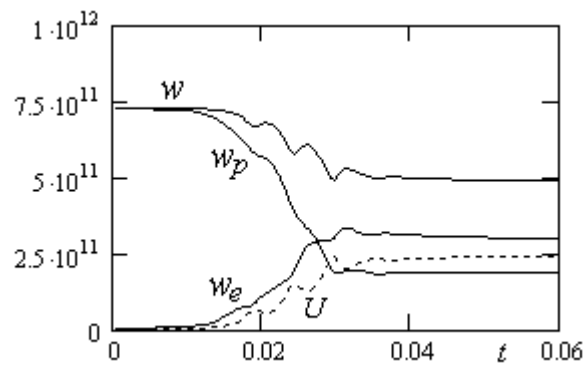


Рис.10 W – суммарная кинетическая энергия протонов и электронов, W_p – кинетическая энергия протонов, W_e – кинетическая энергия электронов, U – энергия электромагнитного поля. ($t_0 \approx 0.027$).

И в этом случае имеет место перераспределение начальной кинетической энергии протонов между протонами, электронами и электромагнитным полем. Однако после выравнивания энергий электронов и протонов электроны получают дополнительно заметно больше энергии, чем получает поле, а кинетическая энергия протонов существенно меньше энергии электронов.

На рис.11 в качестве типичного примера приведены функции распределения по энергиям всего ансамбля электронов и протонов на конечное время расчета $t = 0.25$ в варианте с начальной концентрацией частиц $n_e = n_p = 2 \cdot 10^8$.

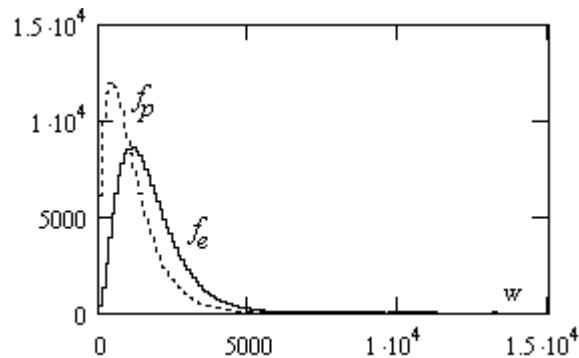


Рис.11 Функции распределения f_e электронов и f_p протонов по энергиям на время $t = 0.25$.

К конечному времени расчета функции распределения значительно отличаются от первоначальных дельта – функций распределения и сильно различаются между собой в пользу суммарной энергии электронов. Появляются «убегающие» по энергии вперед частицы обоих типов.

На рис.12а, 12б – 14а, 14б представлены для этих же вариантов проекции (P_x, z) , (P_z, z) фазовых портретов электронов и протонов на конечное время расчета. В начальный момент $P_x = P_y = 0$ у обоих типов частиц.

Рис.12а, 12б – проекции (P_x, z) , (P_z, z) фазовых портретов электронов и протонов на время $t = 0.6$ ($n_e = n_p = 2 \cdot 10^7$).

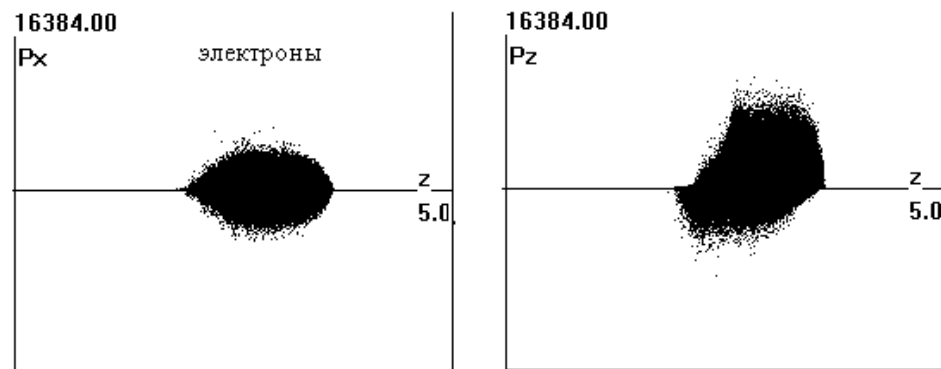


Рис.12а

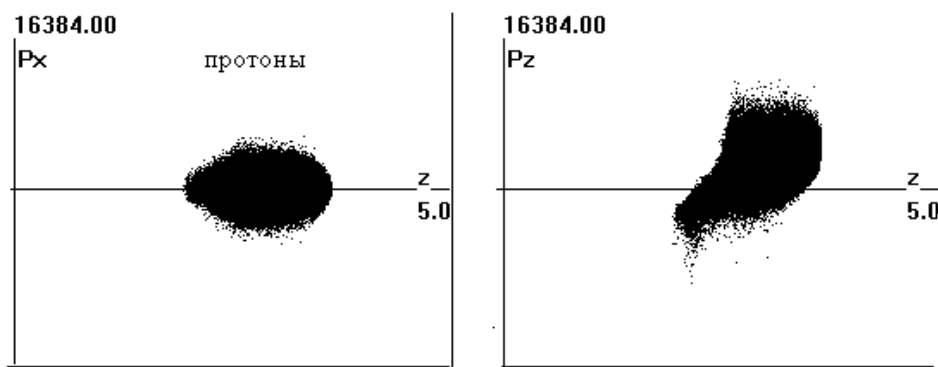


Рис.126

Рис.13а, 13б – проекции (P_x, z) , (P_z, z) фазовых портретов электронов и протонов на время $t = 0.25$ ($n_e = n_p = 2 \cdot 10^8$).

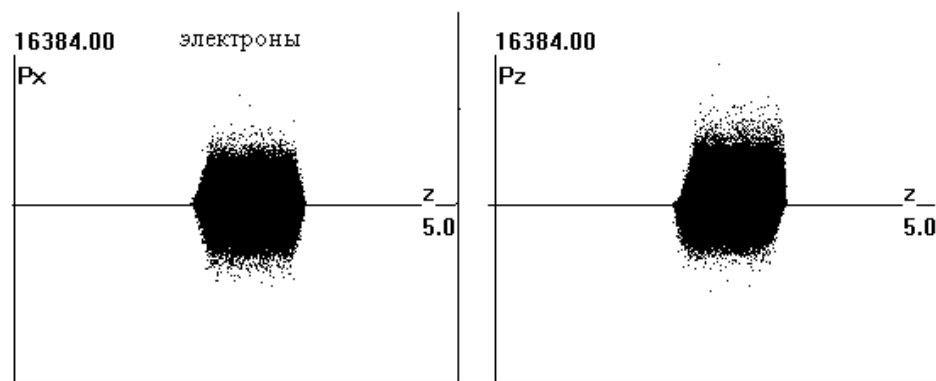


Рис.13а

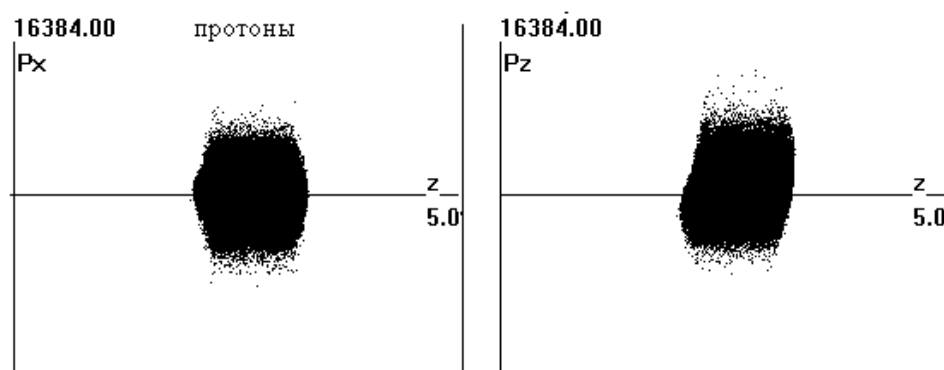


Рис.13б

Рис.14а, 14б – проекции (P_x, z) , (P_z, z) фазовых портретов электронов и протонов на время $t = 0.06$ ($n_e = n_p = 2 \cdot 10^9$).

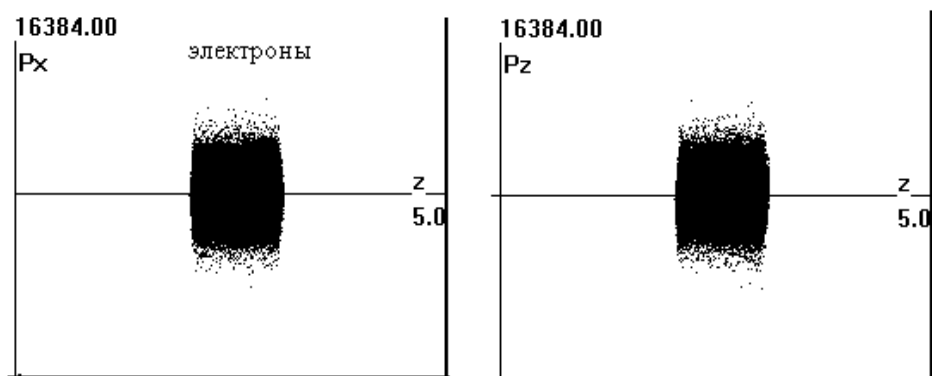


Рис.14а

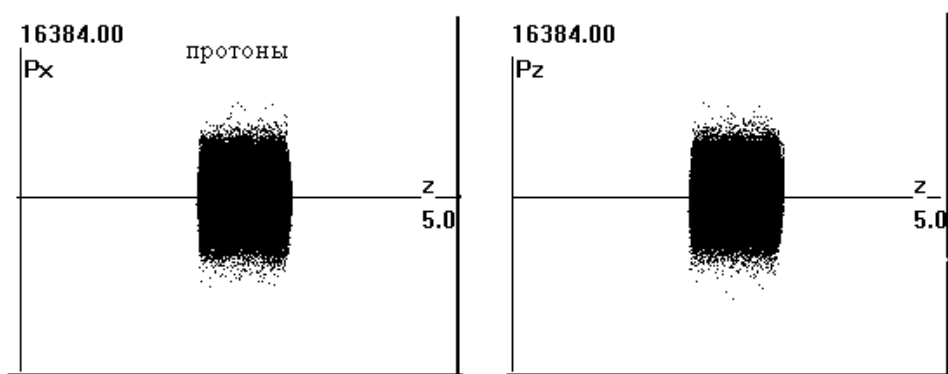


Рис.14б

Следует отметить, что чем больше концентрация частиц плазмы при их одинаковой начальной скорости вдоль оси z , тем меньше времени t_0 требуется на перераспределение начальной кинетической энергии протонов между протонами, электронами и возникающим электромагнитным полем. Аналогичная картина имеет место и при уменьшении начальной скорости частиц вдоль оси z .

4. Заключение

Задача о расчете движения в вакууме с релятивистской скоростью нейтрализованного плотного слоя плазмы, состоящей из электронов и протонов, имеет точное решение – движение слоя нейтральной плазмы как целого с постоянной скоростью при отсутствии электромагнитного поля.

Исследование устойчивости этого тривиального решения можно проводить, вводя различные возмущения концентраций и скоростей. Но любой численный метод, округляя результат каждой арифметической операции, сам вводит в расчет возмущения, которые и малы, и случайны. Таким образом, тривиальное решение неустойчиво.

Во всех вариантах расчета кинетические энергии электронной и протонной компонент плазмы в какой-то момент t_0 выравниваются, появляется

электромагнитное поле с энергией того же порядка. Чем больше концентрация частиц при одинаковой начальной скорости или чем меньше их начальная скорость при одинаковой концентрации, тем меньше это время.

Расчеты показали, что при одной и той же начальной скорости движения частиц плазмы вдоль оси z и разной их концентрации отношение соответствующих t_0 обратно пропорционально с довольно хорошей точностью квадратному корню из отношения этих концентраций.

Отметим, что увеличение числа макрочастиц в 8 раз качественно на результаты расчетов не влияет.

Литература

[1] С.Л. Гинзбург, В.Ф. Дьяченко. Численное исследование неустойчивости релятивистского потока плазмы. // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2009, № 20, 8 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2009-20>

[2] В.М. Чечеткин, В.Ф. Дьяченко, С.Л. Гинзбург, В.В. Палейчик, Н.Н. Фимин, А.Л. Судариков. К вопросу о механизме возникновения жесткого космического гамма – излучения джетов активных ядер галактик. // Астрономический журнал. 2009, Т. 86, № 6, С. 546 – 554.

[3] С.Л. Гинзбург, В.Ф. Дьяченко. Численное исследование неустойчивости стационарного потока нейтральной плазмы. // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2010, № 55, 11 с.

URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2010-55>

[4] В.Ф. Дьяченко, С.Л. Гинзбург. Численное исследование неустойчивости потока плазмы. // Математическое моделирование. 2011, Т.23, № 12, С. 151 – 155.

[5] В.М. Чечёткин, В.Ф. Дьяченко, С.Л. Гинзбург, Н. Н. Фимин. Динамика ультрарелятивистской бесстолкновительной плазмы астрофизического происхождения. // Астрономический журнал. 2012, Т. 89, № 5, С. 371-378.

[6] В.Ф. Дьяченко. О расчетах задач бесстолкновительной плазмы. // ЖВМ и МФ. 1985, № 4, С. 611 – 627.

[7] В.Ф. Дьяченко. Десять лекций по физической математике. // М.: Издательство «Факториал». 1997.