



Луцкий А.Е., Меньшов И.С.,
Ханхасаева Я.В.

Использование метода
свободной границы для
решения задач обтекания
движущихся тел

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Луцкий А.Е., Меньшов И.С., Ханхасаева Я.В. Использование метода свободной границы для решения задач обтекания движущихся тел // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 93. 16 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-93>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

А.Е. Луцкий, И.С. Меньшов, Я.В. Ханхасаева

**Использование метода свободной границы
для решения задач обтекания
движущихся тел**

Москва — 2014

Луцкий А.Е., Меньшов И.С., Ханхасаева Я.В.

Использование метода свободной границы для решения задач обтекания движущихся тел

Работа посвящена численному методу решения системы нестационарных уравнений Эйлера, описывающих течение газовой среды около одного или нескольких абсолютно твердых недеформируемых тел, которые в общем случае могут двигаться или по предписанному закону (форсированное движение), или под действием сил реакции со стороны газа (свободное движение), с помощью метода свободной границы.

Ключевые слова: вычислительная газовая динамика, метод свободной границы, декартовые сетки, обтекание движущихся тел

Alexander Evgenjevich Lutsky, Igor Stanislavovich Menshov, Yana Vladislavovna Khankhasaeva

The use of free boundary method for solving the problem of the flow past moving bodies

The paper is dedicated to the numerical solution of unsteady Euler equations describing the gas flow past one or several solid nondeformable bodies that can move either according to some law (forced movement) or under the action of the reaction forces from the gas (free movement) using free boundary method.

Key words: computational fluid dynamics, free boundary method, Cartesian grid, flow past moving bodies

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект 14-11-00872.

Оглавление

| | |
|---|----|
| Введение | 3 |
| 1. Постановка задачи..... | 4 |
| 2. Оценка сходимости | 5 |
| 3. Сравнение результатов на связанных сетках и при помощи МСГ | 5 |
| 4. Расчеты с движущимся телом..... | 8 |
| 5. Обтекание двух разделяющихся тел | 11 |
| Заключение..... | 15 |
| Список литературы..... | 16 |

Введение

Работа посвящена численному методу решения системы нестационарных уравнений Эйлера, описывающих течение газовой среды около одного или нескольких абсолютно твердых недеформируемых тел, которые в общем случае могут двигаться или по предписанному закону (форсированное движение), или под действием сил реакции со стороны газа (свободное движение). Исследование таких течений представляет большой практический и теоретический интерес, в частности, в случае обтекания многоблочных ракетных систем.

Многоблочные системы в настоящее время являются по конструкции наиболее приемлемыми для создания перспективных ракет-носителей (РН) различного класса. При обтекании многоблочных РН до-, транс- и сверхзвуковыми потоками и в процессе разделения ступеней возникает сложная картина течения, вызванная наличием развитых отрывных зон, нестационарность которых приводит к высокому уровню пульсационных нагрузок. При больших сверхзвуковых скоростях сложная конфигурация пересекающихся скачков уплотнения приводит к резкому возрастанию тепловых потоков и силовых нагрузок в областях взаимодействия. Интегральные силовые и моментные характеристики многоблочных РН в значительной степени определяются количеством и формой боковых блоков. Создание эффективных вычислительных и экспериментальных комплексов, обеспечивающих определение аэродинамических и тепловых нагрузок на многоблочные РН, проведение расчетно-экспериментальных исследований и выбор их наиболее рациональных форм являются фундаментальными научными проблемами, имеющими важные практические приложения.

В настоящее время существуют три основных подхода к решению данного класса задач. Первый – это стандартный метод связанных сеток, адаптированных к геометрии твердого тела. Второй подход – это метод гибридных (или химерных, от английского «chimera») сеток, где используются сетки двух уровней. Сетка первого уровня строится во всей области, сетки второго уровня – около каждого твердого объекта. Третий подход – метод декартовых сеток, где используется регулярная декартова сетка. Твердое тело пересекает эту сетку по некоторым ячейкам. Таким образом, возникают два типа ячеек: нормальные, целиком лежащие вне тела, и усеченные (через которые проходит поверхность тела). Детальный обзор их преимуществ и недостатков представлен в [1].

В случае применения к описанному выше классу задач определенное преимущество имеет метод свободной границы (МСГ), алгоритм которого подробно описан в [1]. Суть этого метода состоит в следующем. Используется простая декартова сетка, покрывающая как область течения, так и область, занятую твердым телом. Для выполнения граничного условия на поверхности

тела вводятся компенсационные потоки массы, импульса и энергии. Одно из главных преимуществ подхода – простота построения сетки, которая не зависит от сложности геометрии исследуемого тела.

1. Постановка задачи

Изучению аэродинамических характеристик совместно обтекаемых тел и перестройке течения между ними при разделении было посвящено много работ, см. напр. [2-4]. В данной работе использовались данные из [4].

Схематичное изображение разделяющихся моделей в разрезе и их размещение в аэродинамической трубе с помощью поддерживающих устройств представлено на рис. 1.

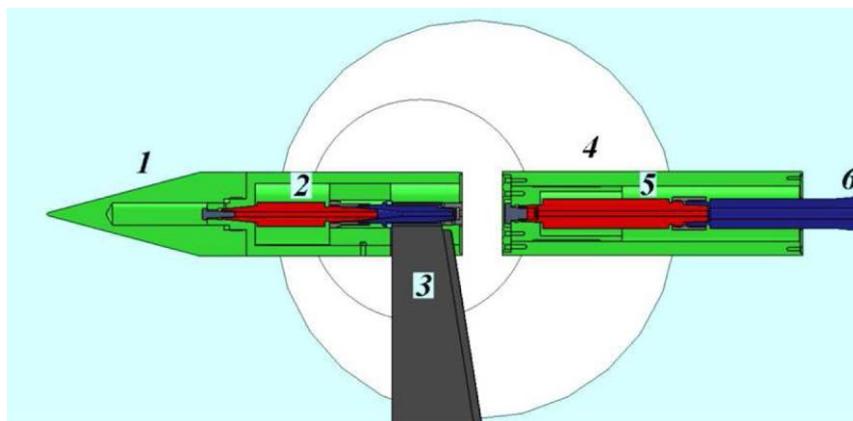


Рис. 1. Схема разделяющихся моделей. 1- модель №1, 2 – тензометрические весы модели №1, 3 – пилон, 4 – модель №2, 5 – тензометрические весы модели №2 (воспроизведено из работы [4]).

Модель №1 представляет собой цилиндр, имеющий коническую носовую часть. Общее удлинение (отношение длины модели к ее диаметру) модели №1 равно 4.9, удлинение конической носовой части – 1.81. Модель №2 выполнена в виде цилиндра с плоскими торцами. Удлинение модели №2 равно 3.55. Диаметр цилиндрических частей обеих моделей одинаков и равен 76 мм. Модель №1 может перемещаться вдоль потока во время работы аэродинамической трубы. Начальное расстояние между моделями составляло 3 мм.

Эксперименты выполнялись в сверхзвуковой аэродинамической трубе Т-313 ИТПМ СО РАН с квадратной рабочей частью 600х600 мм. В процессе испытаний обеспечивались следующие параметры потока: число Маха $M=4.06$, давление торможения $P_0=109024$ Па, температура торможения $T_0=290$ К, число Рейнольдса $Re_1=5.5 \times 10^7$ 1/м. Модель №1 двигалась со скоростью 1 мм/с.

В [4] также проводились эксперименты по обтеканию только модели №1, причем при ее движении.

2. Оценка сходимости

С целью определения порядка сходимости метода свободной границы были проведены расчеты обтекания конуса с углом $\alpha=15.44^\circ$ (т.е. обтекание передней конической части модели №1) при скорости набегающего потока $M=4.06$ на последовательности трех сеток. Расчеты проводились с параметрами потока, описанными выше. Сетка 1 с 240×150 ячеек, 2 – 480×300 , 3 – 960×600 .

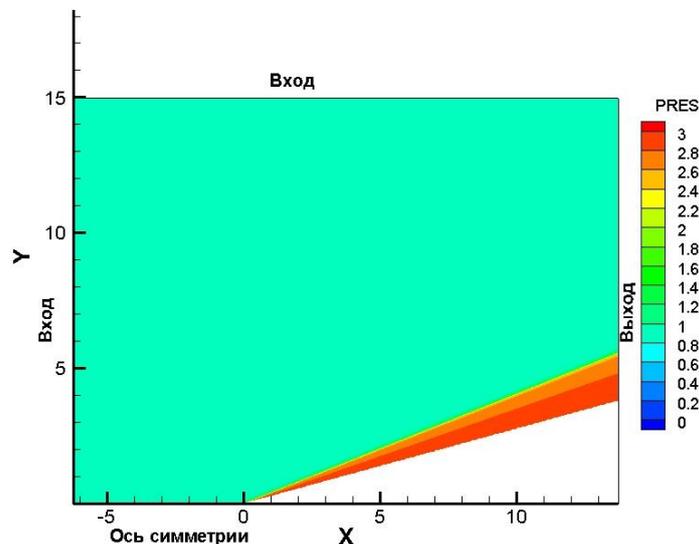


Рис. 2. Расчетная область и распределение давления, сетка 1.

В результате этих расчетов были получены следующие значения силы сопротивления: на сетке 1 – $F=132.63$, 2 – $F=133.18$, 3 – $F=133.49$. Таким образом, порядок сходимости равен 0.86.

Поскольку метод свободной границы фактически является методом погруженной границы и для задания геометрии тела использовался метод объемных долей (Volume of Fluid), подобный порядок сходимости удовлетворителен.

3. Сравнение результатов на связных сетках и при помощи МСГ

Численные 2D эксперименты в осесимметричной постановке проводились с использованием двух методов: первый – метод связных с телом сеток, второй

– метод свободной границы. Расчеты проводились при параметрах набегающего потока, соответствующих испытаниям в аэродинамической трубе при неподвижной модели №1.

В случае связанных сеток использовалась декартовая неравномерная сетка, состоящая из семи блоков (рис. 3).

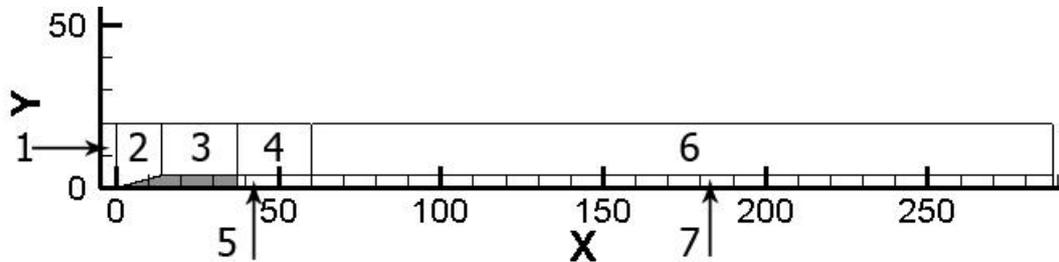


Рис. 3. Схема расположения блоков сетки в случае связанных сеток.

Блок 1 состоит из 50×250 ячеек со сгущением по y по направлению к оси симметрии; 2 – 150×250 , сгущение по y по направлению к модели; 3 – 300×250 , сгущение по y по направлению к модели; 4 – 280×250 , сгущение по x и y по направлению ко дну модели; 5 – 280×40 , сгущение по x по направлению ко дну модели; 6 – 50×250 , сгущение по x по направлению к телу и по y по направлению к оси симметрии; 7 – 50×40 , сгущение по x по направлению к телу.

При расчетах с использованием метода свободной границы использовалась декартовая неравномерная сетка, состоящая из двух блоков (рис. 4).

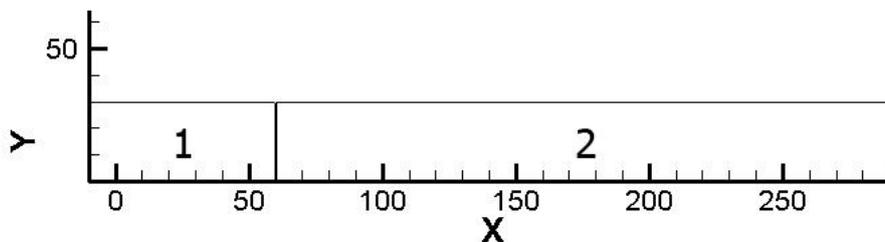


Рис. 4. Схема расположения блоков сетки в случае метода свободной границы.

Блок 1 состоит из 840×240 ячеек, 2 – из 50×240 ячеек со сгущением по x в сторону блока 1.

Далее на рис. 5 и 6 представлены полученные распределения давлений.

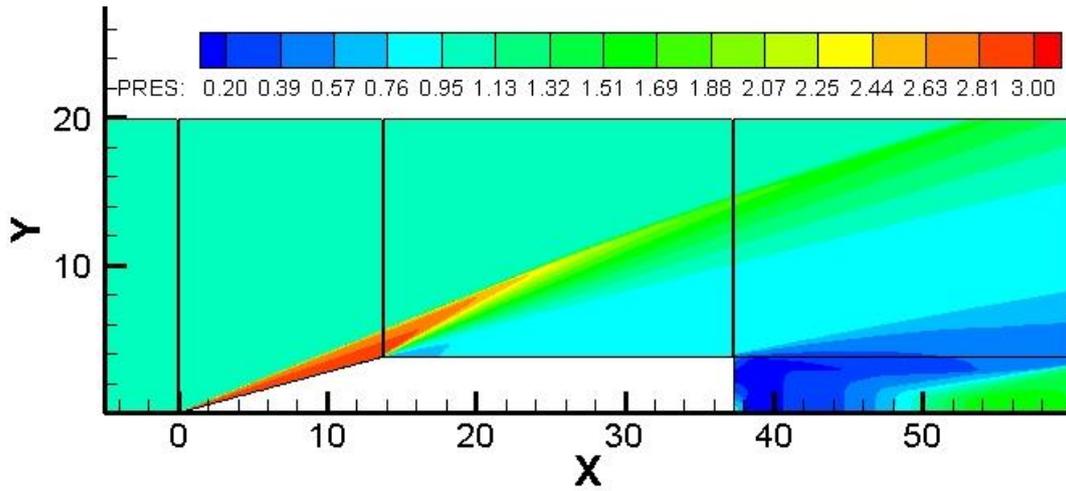


Рис. 5. Распределение давления, полученное на связных сетках.

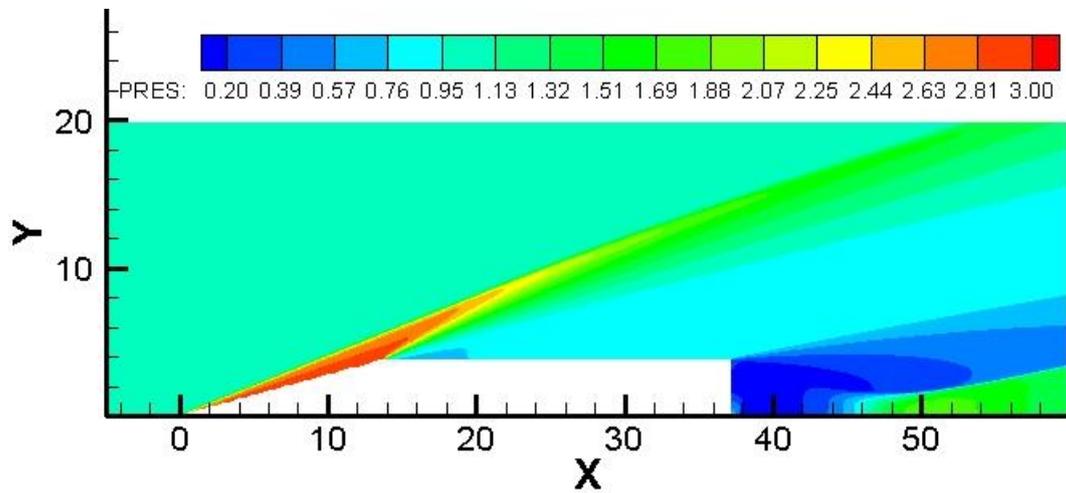


Рис. 6. Распределение давления, полученное с использованием метода свободной границы.

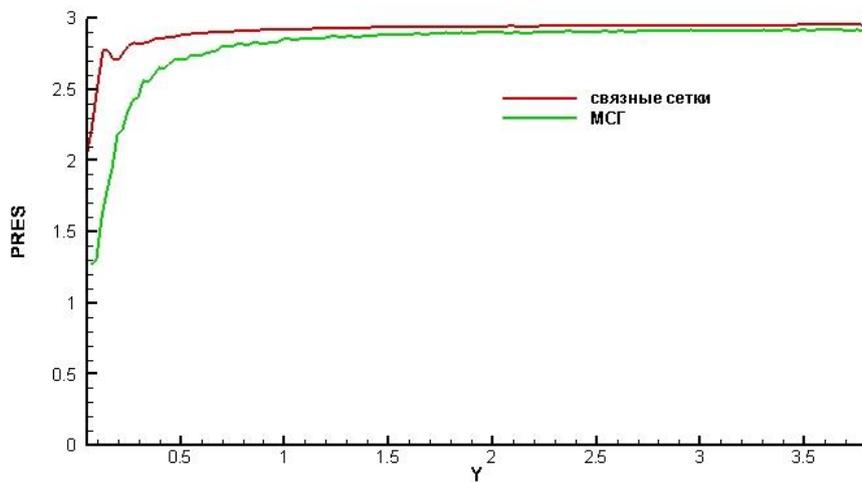


Рис. 7. Графики давления на поверхности конической части модели №1.

Поскольку ударная волна специально не выделялась, на рис. 7 около $y=0$ можно наблюдать некоторое ее размазывание.

Видно, что картины течений довольно хорошо совпадают как качественно, так и количественно. Точное аналитическое решение задачи обтекания конуса с представленными выше параметрами потока показывает, что давление на поверхности конической части тела, отнесенное к давлению в набегающем потоке, $P=2.94$. В случае связанных сеток $P=2.95$. В случае МСГ $P=2.92$.

На связанных сетках было получено, что коэффициент продольного сопротивления модели №1 $C_x=0.227$. В случае МСГ $C_x=0.239$. В [4] во время физического эксперимента был получен $C_x=0.253$. Также при численных расчетах в [4] был получен $C_x=0.23$. Метод свободной границы дает довольно хорошее совпадение с результатами, полученными на связанных сетках.

4. Расчеты с движущимся телом

Течение в случае, когда модель №1 движется со скоростью 1 мм/с, как в [4], является квазистационарным, т.к. с такой скоростью за время, необходимое для установления потока, тело не успевает пройти 1 ячейку сетки. Такой режим не представляет интереса с точки зрения исследования возможностей метода свободной границы. В связи с этим были проведены расчеты для скорости модели №1, равной $0.1M$. Таким образом, решение при скорости набегающего потока $M=4.06$ и движении модели №1 навстречу потоку со скоростью, равной $0.1M$, должно совпадать с решением со скоростью набегающего потока $M=4.16$ при неподвижном теле. При $M=4.16$ аналитическое решение дает давление на поверхности конической части, равное 3.03. При расчетах, выполненных со скоростью набегающего потока $M=4.06$ и скоростью модели №1, равной $0.1M$, было получено давление $P=3.01$. Напомним, что для $M=4.06$ эта величина составляет $P=2.94$.

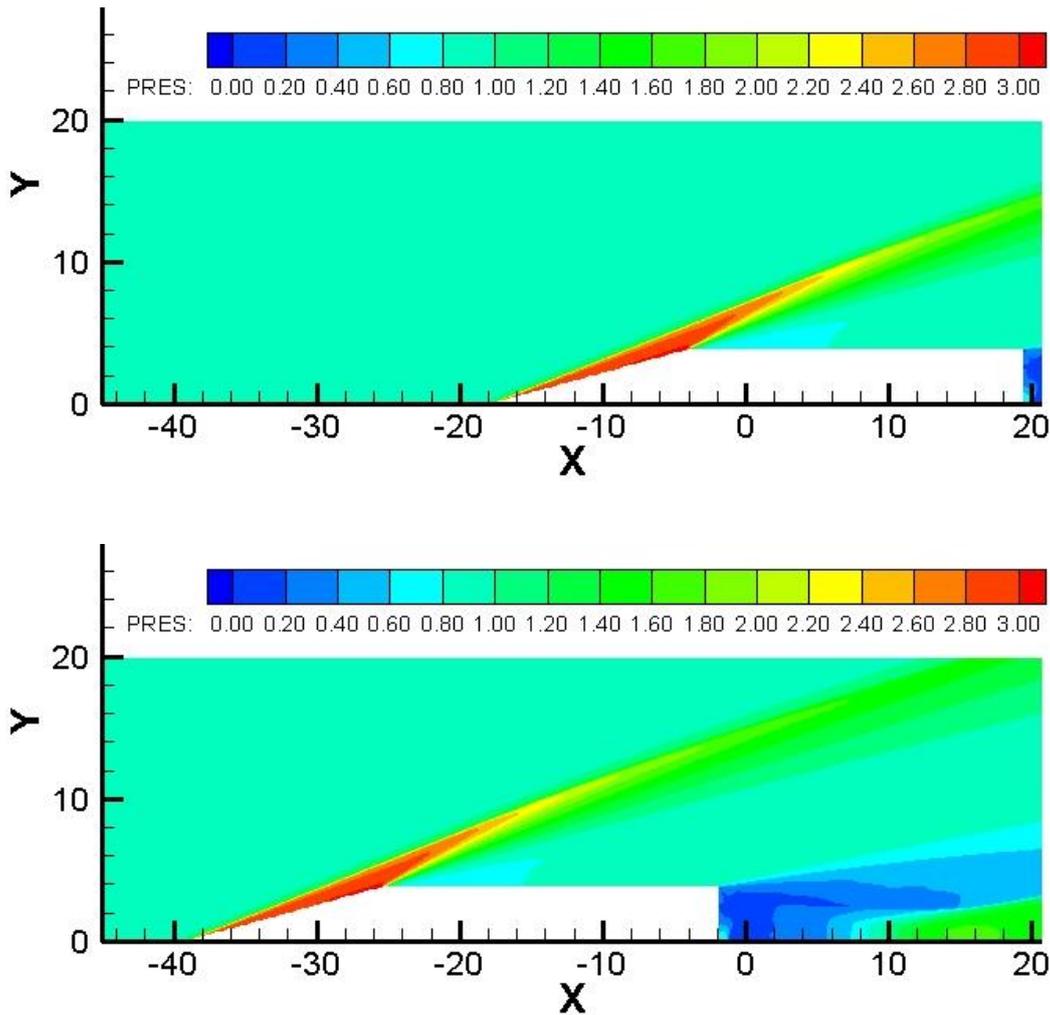


Рис. 8. Распределения давления в разные моменты времени.

Среднее донное давление, отнесенное к давлению в набегающем потоке, в случае движущегося тела $P_b=0.216$. Полуэмпирическая формула [5], полученная в ИТПМ им. С.А. Христиановича СО РАН на основе многочисленных экспериментальных данных в диапазоне чисел Маха 1.5 – 4,

$$P_b = 0.15 + \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma + 1}{\gamma}}} \quad (1)$$

дает значение $P_b=0.227$. Эти значения близки друг к другу.

Интерес представляет процесс перестроения течения после начала движения. От тела перпендикулярно поверхности пойдет ударная волна, которая впоследствии перестроит течение на режим обтекания с $M=4.16$. Влияние этой ударной волны можно заметить на ниже представленных рис. 9-11.

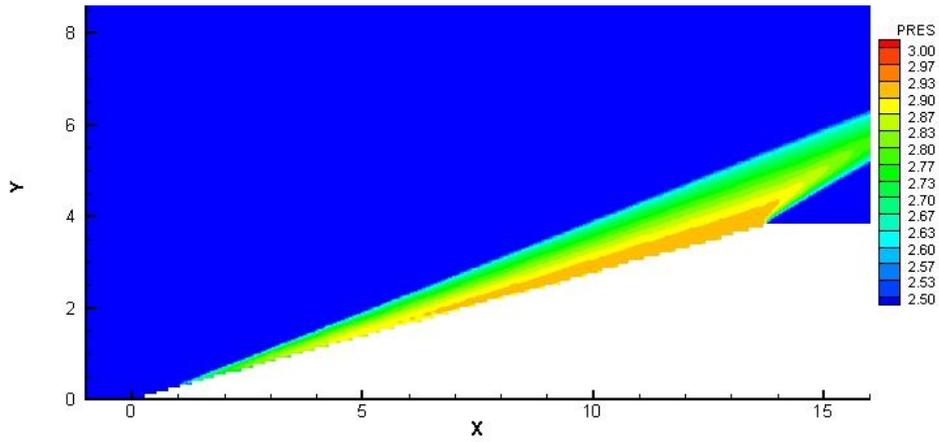


Рис. 9. Распределение давления до начала движения тела.

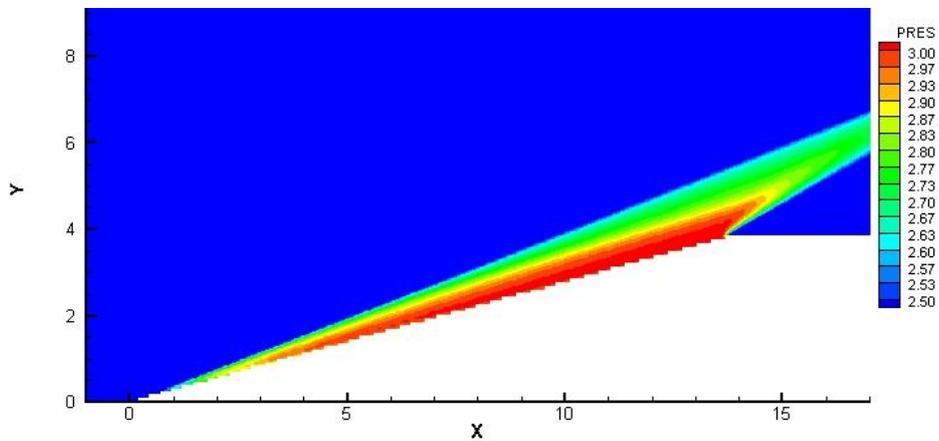


Рис. 10. Распределение давления через малый промежуток времени после начала движения тела.

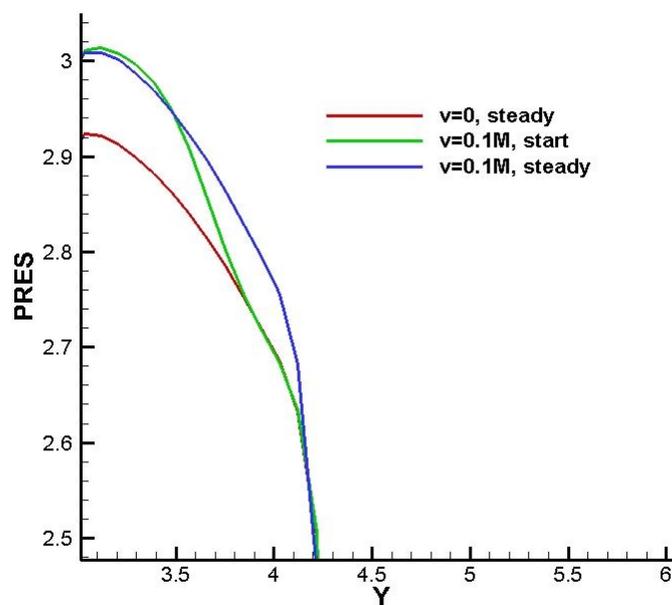


Рис. 11. Графики давления в срезе $x=\text{const}$ на расстоянии $x=11.15$ от передней точки конуса по поверхности тела.

На рис. 11 красная линия – установившееся течение с $M=4.06$ перед началом движения тела, зеленая – начало движения тела с $v=0.1M$, синяя – установившееся течение с $M=4.06$ и движением тела с $v=0.1M$. По зеленой линии видно, что ударная волна прошла примерно половину ширины головной ударной волны, а также то, что за ее фронтом давление соответствует параметрам при обтекании с $M=4.16$.

Для оценки газодинамических параметров, характеризующих процесс перестроения режима обтекания, можно решить задачу Римана в плоскости нормали к конической части тела. Параметры слева от разрыва соответствуют параметрам потока на поверхности тела, плотность $D=2.11$, скорость $U=0$, давление $P=2.94$. Параметры справа соответствуют твердому телу, $D=2.11$, $U=-0.03$, $P=2.94$. Тогда параметры за фронтом ударной волны, идущей от тела, следующие: $D=2.14$, $U=-0.01$, $P=2.99$. Таким образом, это ударная волна малой интенсивности, движущаяся внутрь области течения.

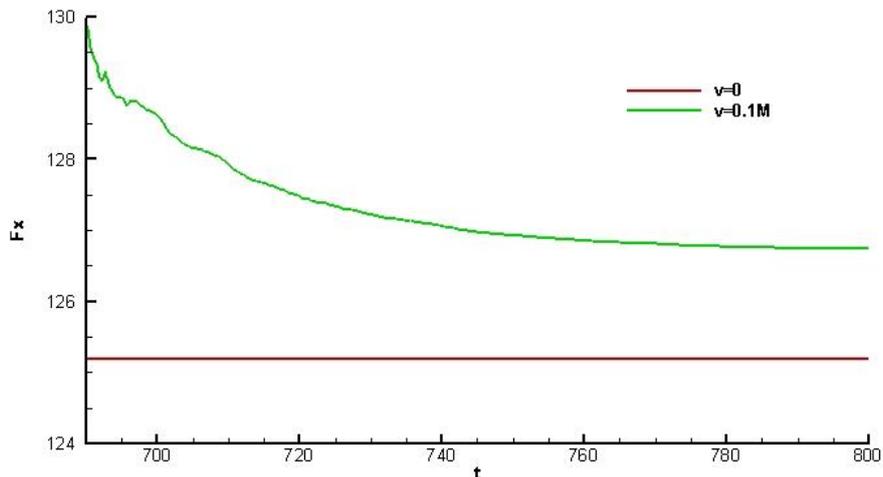


Рис. 12. Графики силы сопротивления, красная линия – неподвижная модель №1, зеленая – модель №1 движется со скоростью 0.1M.

Позже поток выходит на стационар с $M=4.16$. При неподвижном теле сила сопротивления $F_x=125.19$, коэффициент сопротивления $C_x=0.239$, при движущемся теле $F_x=126.75$, $C_x=0.231$. Для движущегося тела сила сопротивления оказывается выше, поскольку давление на конической части возрастает, а на донном срезе падает в соответствии с (1).

5. Обтекание двух разделяющихся тел

В этом разделе представлены результаты расчетов обтекания двух разделяющихся моделей, когда модель №1 двигалась со скоростью 0.1M навстречу потоку.

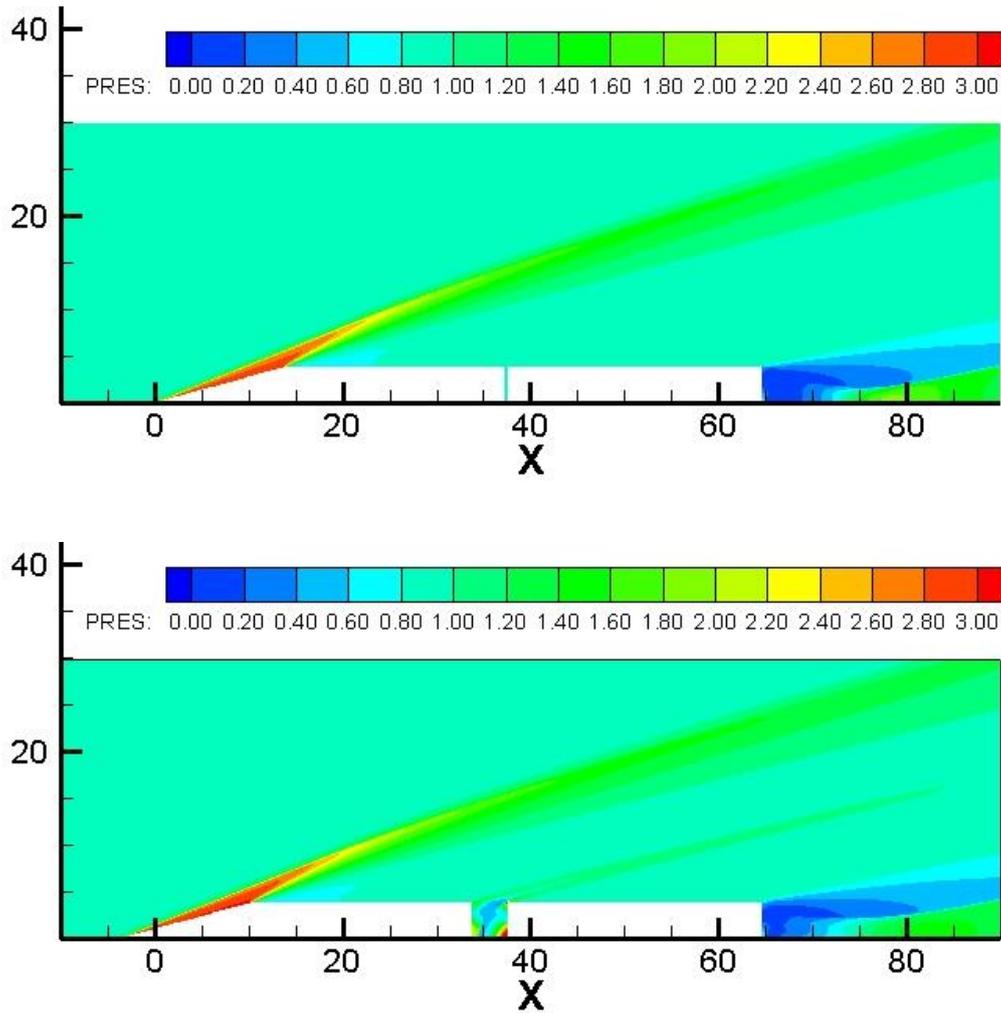


Рис. 13. Распределения давления в разные моменты времени.

Вначале было получено стационарное решение при неподвижной модели №1 и расстоянии между телами 3 мм. При этих условиях сопротивление модели №1 равно $C_x=0.173$, а сопротивление модели №2 $C_x=0.059$. В [4] были получены $C_x=0.174$ для модели №1 и $C_x=0.06$ для модели №2. Уменьшение сопротивления модели №1 по сравнению с обтеканием изолированной модели связано с тем, что давление между телами примерно 1. В случае модели №2 сопротивление меньше, поскольку отсутствует ударная волна перед моделью №2.

В работе [2] описаны основные свойства течения при разделении тел.

При сверхзвуковых скоростях за дном тела образуется сложное спутное течение. Сразу за дном тела имеет место так называемый “ближний след”, сужающийся по потоку до своего “горла”. На некотором расстоянии за горлом имеет место дальний след. Отмеченные особенности спутного течения оказывают существенное влияние на структуру потока между телами и, следовательно, на характер обтекания и аэродинамические характеристики заднего и переднего тел. При разделении последовательно расположенных тел вращения могут наблюдаться два режима обтекания. В случае тел с

одинаковыми диаметрами в начальной стадии разделения пограничный слой, сливаясь с переднего тела, образует границу сорванной области между передним и задним телами. Внешний поток обтекает образовавшееся пространство с замкнутым течением как “жесткое” продолжение переднего тела. Это практически исключает возможность изменения обтекания заднего тела, и его сопротивление при малых значениях относительного расстояния (l/d) практически не изменяется.

При определенных расстояниях в области отрывного течения между телами возникает сверхзвуковая скорость, и перед торцом заднего тела образуется отсоединенный скачок уплотнения. Замкнутое отрывное течение между телами разрушается, что сопровождается увеличением сопротивления заднего тела. Образуется второй режим обтекания.

Рассмотрим структуру течения на момент, когда расстояние между телами составляет 0.5 диаметра моделей.

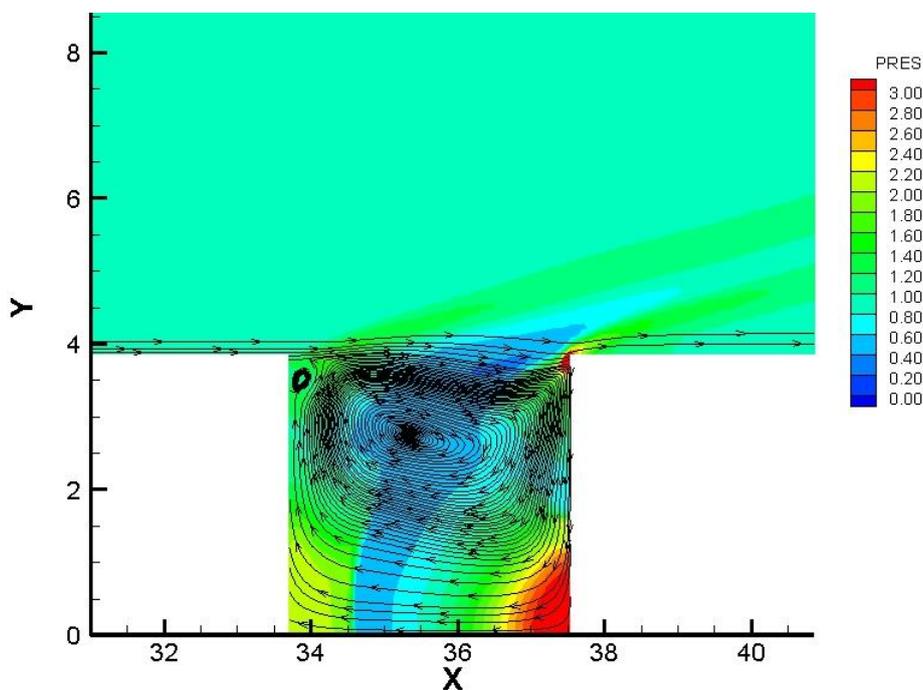


Рис. 14. Картина течения между телами на момент времени $t=720$.

На рис. 14 видно, что в момент времени $t=720$ имеет место первый режим обтекания. В области между телами образуется область возвратного течения. В связи с этим поднимается давление на передней части модели №2, т.к. поток тормозится об ось симметрии. Высокое давление на переднем срезе модели №2 вблизи боковой части связано с тем, что поток, срываясь с боковой части модели №1, тормозится об переднюю часть модели №2. Оба этих эффекта можно наблюдать на рис. 17, где виден рост давления вблизи $y=0$ и $y=3.8$.

Также поток тормозится об донную часть модели №1, где также вызывает увеличение давления. Этот эффект можно наблюдать на рис. 16, где рост давления имеет место вблизи $y=0$.

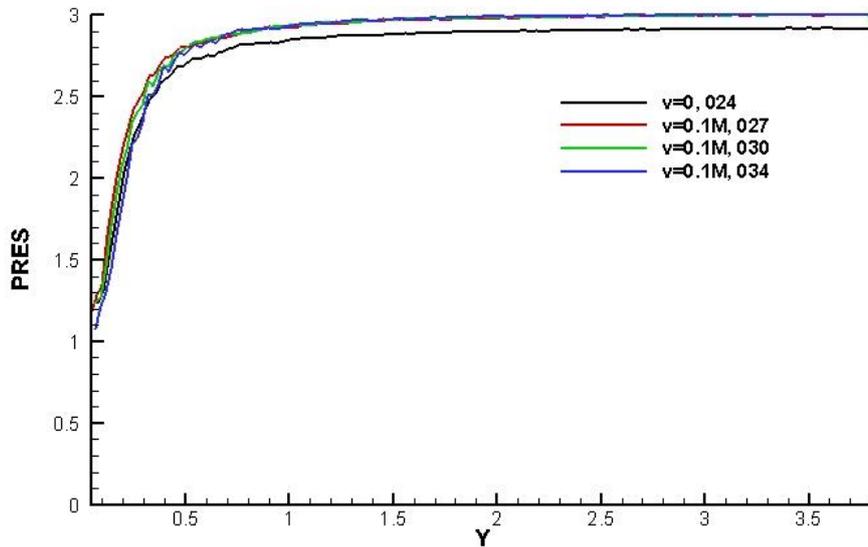


Рис. 15. Графики давления на передней конической части модели №1.

На рис. 15 увеличение давления, как и в предыдущем разделе, связано с началом движения модели №1. Как и в случае обтекания изолированной модели №1, около $y=0$ можно наблюдать некоторое размазывание ударной волны, поскольку она специально не выделялась.

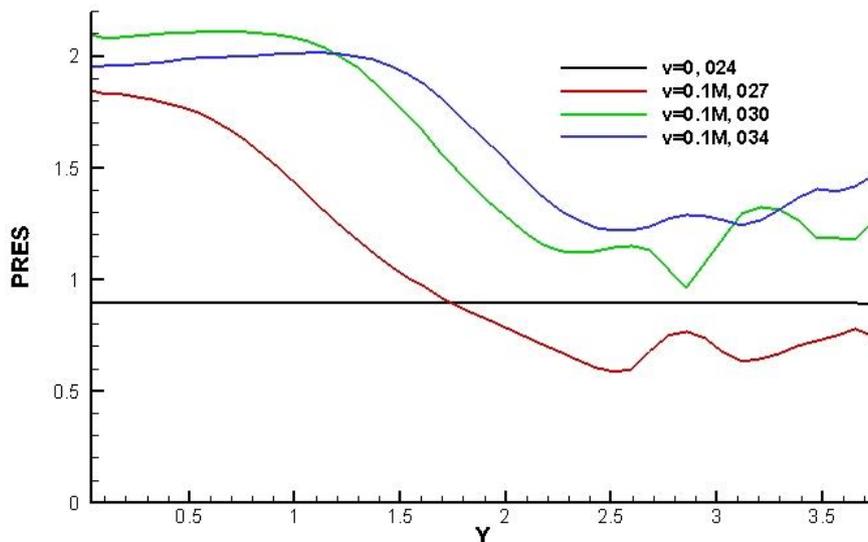


Рис. 16. Графики давления на донной части модели №1.

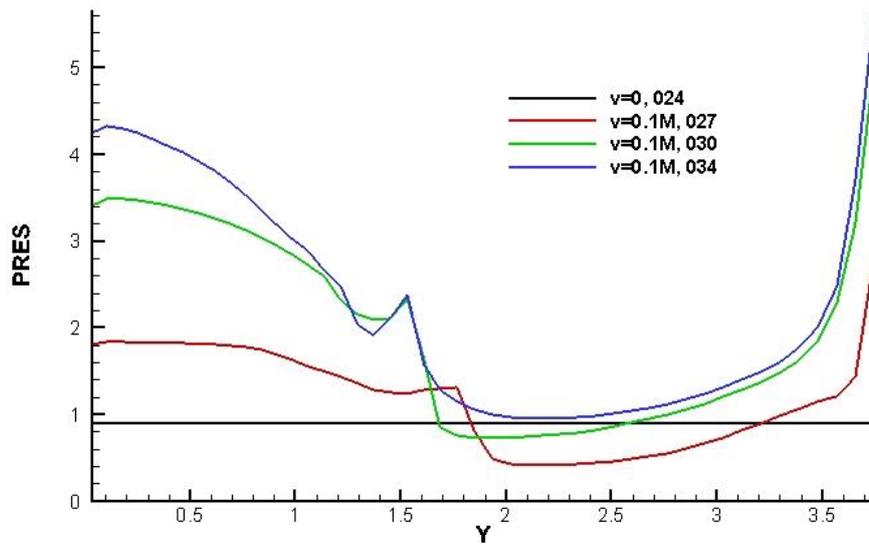


Рис. 17. Графики давления на передней части модели №2.

Заключение

1) В результате расчетов на трех сетках с последовательным уменьшением шага получена оценка сходимости метода. Показано, что для рассмотренной задачи метод свободной границы имеет порядок сходимости 0.77, что, с учетом особенностей метода, является адекватным значением.

2) Проведено исследование точности метода свободной границы посредством сравнения полученных результатов с результатами на связных сетках. Показано, что метод свободной границы дает довольно хорошее совпадение с результатами, полученными на связных сетках.

3) Проведены расчеты с одним движущимся телом. Описан процесс перестроения течения после начала движения тела.

4) Проведены расчеты в случае разделяющихся тел. Полученные результаты согласуются с экспериментальными данными [4]. Описан процесс перестроения течения после начала движения тела.

Таким образом, расчет с помощью метода свободной границы в целом правильно передает особенности течения около движущихся объектов.

Список литературы

1. И.С. Меньшов, М.А. Корнев, Метод свободной границы для численного решения уравнений газовой динамики в областях с изменяющейся геометрией // *Матем. моделирование*, **26:5** (2014), С. 99–112.
2. К.П. Петров, Аэродинамика тел простейших форм // Научное издание – М.: Издательство «Факториал». 1998. 432 с. ISBN 5-88688-014-3.
3. В.С. Хлебников, Картина сверхзвукового обтекания пары тел и перестройка течения между ними // *Механика жидкости и газа*, №1. Издательство РАН, М., 1994.
4. Л.Г. Васенев, Д.А. Внучков, В.И. Звегинцев, С.В. Лукашевич, А.Н. Шиплюк, Измерение сопротивления двух последовательно расположенных тел вращения при их разделении в сверхзвуковом потоке // Перспективные технологии самолетостроения в России и в мире: труды IV-й Всероссийской научно-практической конференции молодых специалистов и ученых (Новосибирск, 22-24 мая 2012 г.), СибНИА. Новосибирск, 2012. С. 19-24.
5. А.И. Зубков, А.Ф. Гаранин, В.Ф. Сафронов, Л.Д. Сухановская, П.К. Третьяков, Сверхзвуковое обтекание осесимметричных тел при горении в передних и донных зонах отрыва // *Теплофизика и аэромеханика*, 2005, том 12, № 1.
6. Dadone, A. and Grossman, B. Efficient Fluid Dynamic Design Optimization Using Cartesian Grids // AIAA Paper 2003-3959, Orlando, FL, June 2003.
7. Peskin C.S. Numerical analysis of blood flow in the heart // *J. Comput.Phys.*, Vol 25, 1977, pp. 220-252.
8. Henry Bandringa. Immersed boundary methods // Master Thesis in Applied Mathematics, Institute of Mathematics and Computing Science, The Netherlands 2010.
9. Denis Gueyffier, Jie Li, Ali Nadim, Ruben Scardovelli and Stephane Zaleski. Volume-of-Fluid interface tracking with smoothed surface stress methods for three-dimensional flows // *Journal of Computational Physics*, 152, 1999, p. 423-456.