



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 50 за 2015 г.



Голубев Ю.Ф., Корянов В.В.

Движение инсектоморфного  
робота с использованием  
незакрепленных шаров

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Голубев Ю.Ф., Корянов В.В. Движение инсектоморфного робота с использованием незакрепленных шаров // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2015. № 50. 24 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-50>

**О р д е н а   Л е н и н а**  
**ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ**  
**имени М.В.Келдыша**  
**Р о с с и й с к о й   а к а д е м и и   н а у к**

**Ю.Ф. Голубев, В.В. Корянов**

**Движение инсектоморфного  
робота с использованием  
незакрепленных шаров**

**Москва — 2015**

УДК 531.38

**Голубев Ю.Ф., Корянов В.В. Движение инсектоморфного робота с использованием незакрепленных шаров**

Исследуется проблема о построении движения инсектоморфного робота на неустойчивых препятствиях. В модельной постановке решена задача о перемещении робота с горизонтальной плоскости на незакрепленный шар, подкатывании этого шара к другому свободному шару, перелезании робота на другой шар и слезании робота с него вновь на горизонтальную плоскость. Теоретически установлено, что при перпендикулярном к вектору скорости шара смещении центра масс робота от вертикальной оси, проходящей через центр шара, неизбежно возникает вертикальная закрутка шара, что затрудняет маневрирование на шаре.

**Ключевые слова:** инсектоморфный робот, полная динамика, сухое трение, комбинация препятствий

**Yury Filippovich Golubev, Victor Vladimirovich Koryanov. Movement of insectomorphic robot by using unfixed balls**

The question on design of the insectomorphic robot motion on unstable obstacles is investigated. It was solved in model formulation the problem on robot displacement from a horizontal plane at an unfixed ball, next rolling it up to the another unfixed ball, after that climbing onto another one and then climbing down onto horizontal plane. It was found theoretically that the vertical spin of the ball arises inevitably if the robot's center of mass is displaced in perpendicular to the ball's velocity plane from the axis passing through the center of the ball. This makes it difficult to maneuver the robot on the ball.

**Key words:** insectomorphic robot, full dynamics, dry friction, combination of obstacles

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ: 13-01-00184).

## Содержание

Введение . . . . .	3
1. Конструкция робота . . . . .	4
2. Перемещение робота с использованием шаров . . . . .	5
3. Поворот вектора скорости шара . . . . .	13
4. Компьютерное моделирование . . . . .	17
Заключение . . . . .	20
Список литературы . . . . .	21

## Введение

Исследование принципиальных возможностей преодоления препятствий автономными шагающими роботами интересно как с теоретической, так и с практической точек зрения [1, 2]. Направление разработок [3–5], связанное с изобретением специальных приспособлений для ног, алгоритмически достаточно просто. Вместе с тем оно предполагает наличие определенных, иногда трудно реализуемых в естественных условиях свойств опорной поверхности. Разработке алгоритмов для организации движений инсектоморфного робота при необходимости преодоления сложных высоких препятствий с использованием только сил кулоновского трения, посвящены работы [6–10].

Задача о перемещении робота с использованием шаров может, например, возникнуть, когда шар, лежащий на опоре, мешает продвижению робота в нужном направлении, а возможные направления обхода шара не удовлетворяют условию проходимости. Эта задача может возникнуть также, если требуется изменить положение шара на опоре, а поднять шар робот оказывается не в состоянии. В [11] конструктивно исследована задача о переходе робота с уступа на массивный шар, который может катиться по горизонтальной плоскости, последующем продольном разгоне и торможении шара за счет специальных движений робота на шаре, переходе робота с шара на другой уступ. В [12] представлен метод решения задачи о залезании робота с горизонтальной плоскости на незакрепленный шар. В [13] дано решение задачи о перелезании робота с одного первоначально покоящегося шара на другой такой же шар, причем шары постоянно находятся в соприкосновении друг с другом. В [14] построен алгоритм перелезания робота через свободно катающийся шар, как один из вариантов преодоления такого препятствия.

Предлагаемый препринт развивает результаты работ [11–14]. В нем исследована возможность изменения направления скорости центра шара за счет смещения центра масс робота от вертикальной прямой, проходящей через центр шара. Рассмотрен случай, когда центр масс робота смещен от вертикальной оси, проходящей через центр шара, в плоскости, проходящей через центр шара и перпендикулярной вектору скорости. В упрощающих предположениях получены приближенные формулы, позволяющие оценить радиус кривизны траектории центра шара при повороте. Установлено, что при смещении центра масс от вертикальной оси, проходящей через центр шара, неизбежно возникает закрутка шара вокруг этой оси, что затрудняет маневрирование на шаре, так как создает существенную помеху при реализации требуемого движения ног и корпуса относительно ориентиров. Такую закрутку трудно измерять и прогнозировать, а механическая система, состоящая из свободно катающегося шара и находя-

щегося на нем робота, обладает высокой степенью неустойчивости. Вместе с тем некоторое смещение центра масс робота от продольной вертикальной плоскости неизбежно возникает при движении робота по шару, например, за счет ошибок исполнения требуемого движения. Влияние отмеченной особенности на алгоритм управления хорошо проявляется на примере следующей локомоторной задачи. На горизонтальной плоскости покоятся два одинаковых незакрепленных шара, расположенных на некотором расстоянии друг от друга, и инсектоморфный робот. Робот должен подойти к одному из шаров и залезть на него, потом подкатить этот шар к другому, перелезть на другой шар и затем слезть на горизонтальную плоскость. В процессе сближения шаров возникает вертикальная закрутка шара с роботом. После подкатывания шары должны соприкоснуться, из-за чего может произойти столкновение шаров, и тогда часть угловой скорости закрутки будет передана другому шару. Если подкатывание сделать неаккуратно, то после столкновения шары расходятся с недопустимыми для решения поставленной задачи погрешностями. Трудность задачи в том, что рассматриваемая механическая система обладает высокой степенью неустойчивости, а это приводит к существенному влиянию исполнительных погрешностей. Показано, что решение задачи об указанном взаимодействии робота с двумя шарами существует, и модельный робот способен ее выполнить, несмотря на то, что ему в процессе выполнения задачи приходится смещать свой центр масс от вертикальной оси. В препринте представлен конструктивно построенный алгоритм решения сформулированной задачи. Этот алгоритм был отработан на программном комплексе “Универсальный механизм” [15] с учетом полной динамики системы в целом. Представленные результаты компьютерного моделирования свидетельствуют о принципиальной реализуемости алгоритма.

## 1. Конструкция робота

Конструкция робота совпадает с принятой в [6]. Твердый корпус робота имеет форму прямоугольного параллелепипеда массы  $m_0$ ,  $a$  — его боковая сторона (длина),  $b$  — передний или задний край (ширина),  $c$  — высота параллелепипеда. Шесть одинаковых инсектоморфных ног симметрично прикреплены по бокам корпуса. Точки прикрепления ног с каждой стороны корпуса расположены на одинаковом расстоянии друг от друга. Отдельная нога состоит из двух твердых звеньев: бедра длины  $l_1$ , массы  $m_1$  и голени длины  $l_2$ , массы  $m_2$ . Допускается касание роботом поверхности опоры и окружающих предметов только стопами, ноги робота не должны иметь взаимных пересечений во все время движения.

Предполагается, что роботу известны: собственное положение относительно препятствий, необходимые характеристики поверхности, выбираемой для опоры, шарнирные углы, скорости перемещения, как самого робота, так и объектов, выбираемых для опоры. Программные значения шарнирных углов генерируются алгоритмом управления с учетом информации о реализовавшейся конфигурации робота при его движении. Реализация программных значений шарнирных углов осуществляется так же, как в [11].

Траектории переносов ног формируются в виде плоских шаговых циклов [16], адаптируемых в зависимости от поверхностей препятствий, скорости движения робота, предписанных следовых точек. Движения ног, соответствующие шаговым циклам, сглаживаются, чтобы сохранить непрерывность, как самого движения, так и его скорости [6].

Наличие силового момента в опорных точках не предполагается. Реакции в них должны удовлетворять условию малой деформации опорной поверхности и должны принадлежать конусам кулоновского трения с заданным коэффициентом [6]. Если требуемая реакция выходит за пределы конуса трения, то возникает проскальзывание. Программное движение создается в виде последовательности событий, в начале каждого из которых в некоторой абсолютной системе координат  $O\xi\eta\zeta$  определяются траектории перемещений стоп и точек их крепления к корпусу.

## 2. Перемещение робота с использованием шаров

Решаемая задача формулируется следующим образом. На горизонтальной плоскости покоятся два одинаковых массивных шара, способных свободно кататься по плоскости, имея с ней лишь одну точку соприкосновения. Шары расположены на некотором ненулевом расстоянии друг от друга так, что расстояние между центрами шаров превышает диаметр шара. Робот, двигаясь вдоль линии центров, должен подойти к одному из шаров и залезть на него, затем подкатить этот шар к другому, перелезть на другой шар и слезть на горизонтальную плоскость. Отдельные элементы этой задачи были исследованы в работах [12–14]. В работе [12] представлен алгоритм залезания робота на первоначально покоящийся шар. Этот алгоритм остается без изменений для рассматриваемой задачи. В работе [13] был описан метод, с использованием которого робот перелезает с одного первоначально покоящегося шара на другой такой же шар, причем шары находятся в соприкосновении друг с другом. В отличие от этого в настоящей работе шары первоначально не находятся в соприкосновении и в начале перелезания не будут находиться в покое. Работа [14] посвящена проблеме перелезания робота через первоначально покоящийся шар. В ней же

представлен алгоритм, позволяющий роботу слезть с шара на горизонтальную плоскость. В настоящей работе будет представлена адаптация этого алгоритма с учетом того, что в процессе движения роботу приходится осуществлять смену походок и выполнять маневры корпусом для разгона и успокоения шара на предыдущих этапах движения. Рассмотрим движение робота по этапам. На рис. 2.1 изображена исходная позиция робота перед полосой препятствий в виде одинаковых незакрепленных шаров.

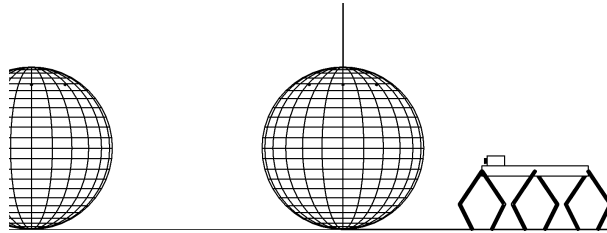


Рис. 2.1: Исходная позиция перед полосой препятствий

Этап 2.1. Робот по опорной плоскости подходит к первому шару и залезает на него (рис. 2.2, а). Решение этой части задачи подробно описано в [12] и в данной работе применено без изменений. После того, как робот залез на шар (рис. 2.2, б), он идет сверху по шару походкой “трешки” и специальными движениями корпуса, как это описано в [11], заставляет первый шар приблизиться ко второму шару на некоторое расстояние и остановить первый шар практически до полной остановки движения, как в направлении второго шара, так и в боковом направлении. Далее робот переводится в стандартную конфигурацию,

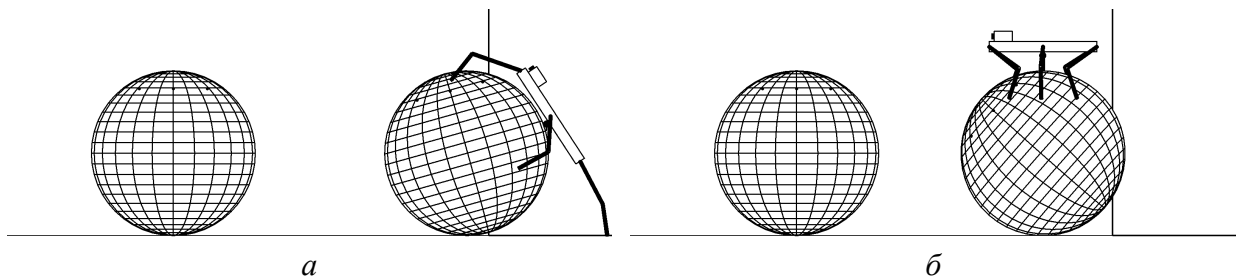


Рис. 2.2: а) Фрагмент залезания на первый шар, б) подкатывание первого шара к второму

когда все шесть ног находятся в опоре на шаре с расположенными по горизонтальной окружности точками опоры симметрично относительно продольного и поперечного направлений. Указанная опорная окружность находится на таком расстоянии от опорной плоскости, чтобы исключить возможность взаимного пересечения ног при дальнейшем движении. Расстояние между шарами при остановке первого шара создает гарантию, что не произойдет неконтролируемое столкновение шаров при перемещении первого шара. Следует заметить,

что шар вместе с роботом в процессе маневрирования не могут реально быть в состоянии абсолютного покоя, и поэтому все перестроения конфигурации и походок должны осуществляться достаточно быстро.

Этап 2.2. Перелезание робота с одного шара на другой осуществляется модифицированной походкой “галоп”. Модификация состоит в изменении порядка переносов ног по сравнению со стандартной походкой “галоп” из-за необходимости обеспечивать статическую устойчивость робота в каждый конкретный момент времени. Маневр выполняется в три стадии. Первая стадия состоит в подготовительном перемещении робота на первом шаре. Вторая стадия выделяет последовательность движений робота, когда некоторые опорные ноги робота находятся на поверхности первого шара, а другие опорные ноги — на поверхности второго шара. Третья стадия включает в себя движение робота, при котором все опорные ноги робота находятся на поверхности второго шара. Эта стадия заканчивается практически полной остановкой второго шара перед последним этапом сплезания робота на горизонтальную плоскость.

На рис. 2.3, а показана исходная позиция робота в начале первой стадии. Для начала процесса перелезания необходимо переставить задние ноги ближе к второму шару и обеспечить возможность дотягивания до точек опоры на втором шаре. С этой целью корпус робота смещается в направлении второго шара. Вслед за этим высота расположения корпуса над шаром уменьшается: робот приседает, как это видно на рис. 2.3, б. Одновременно переносятся задние но-

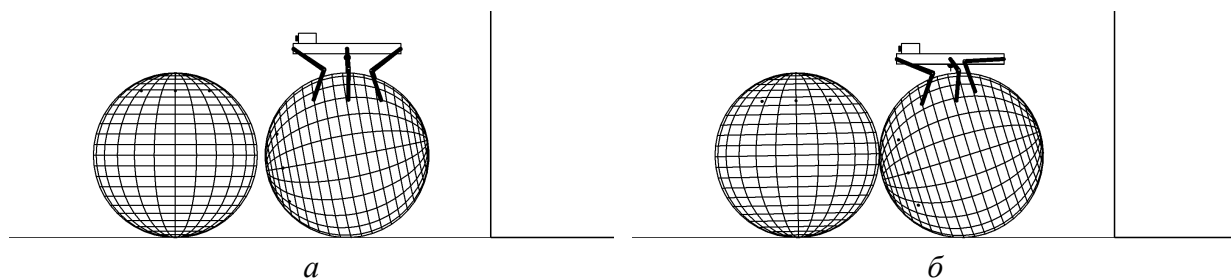


Рис. 2.3: а) Начальная позиция стадии 1 этапа 3.2, б) смещение корпуса и приседание

ги, а первый шар из-за смещения центра масс системы начинает подкатываться ко второму шару. Скорость подката невелика, поэтому второй шар не отскакивает от первого и катится совместно с ним. Затем следует перенос средних ног, а вертикальная проекция центра масс робота оказывается внутри опорного четырехугольника средних и задних ног (рис. 2.4, а). После этого передние ноги переносятся как можно дальше на второй шар (рис. 2.4, б). Точки постановки передних ног выбираются симметрично относительно вертикальной плоскости, параллельной оси  $O\eta$  и проходящей через центр второго шара, реализовавшийся к моменту планирования. Такое правило симметричной постановки



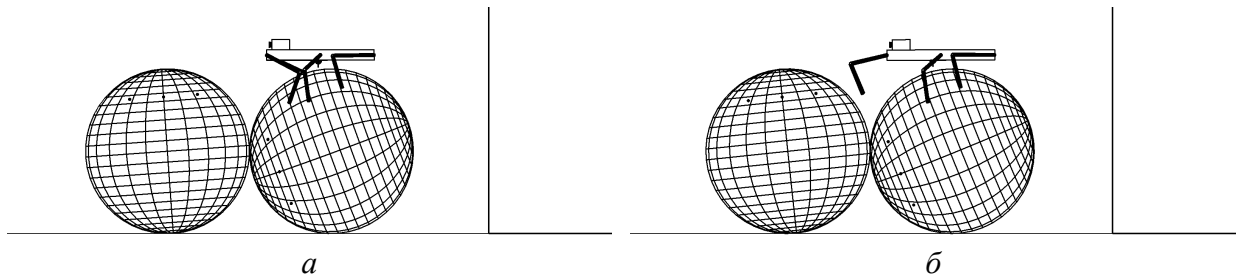


Рис. 2.4: а) Перенос средних ног завершен, б) фрагмент переноса передних ног

применяется и для других ног. Шары при этом катятся, и точки опоры средних и задних ног, будучи неподвижными относительно первого шара, меняют свое положение в пространстве. Тем не менее, достаточный запас статической устойчивости сохраняется.

На второй стадии после того, как стопы передних ног оказались на втором шаре (рис. 2.5, а), происходит перемещение корпуса в направлении второго шара (рис. 2.5, б), а затем на второй шар переносятся стопы средних ног (рис. 2.6, а). Иногда в том случае, когда часть стоп опорных ног оказывается на

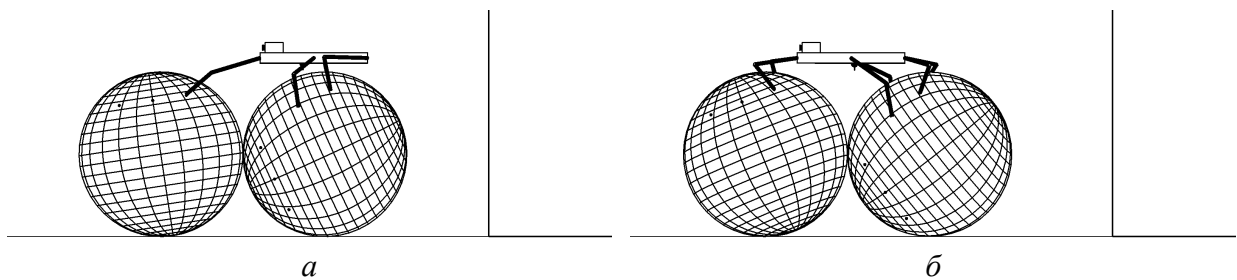


Рис. 2.5: а) Перенос передних ног завершен: начало стадии 2 этапа 3.2, б) движение корпуса в сторону второго шара

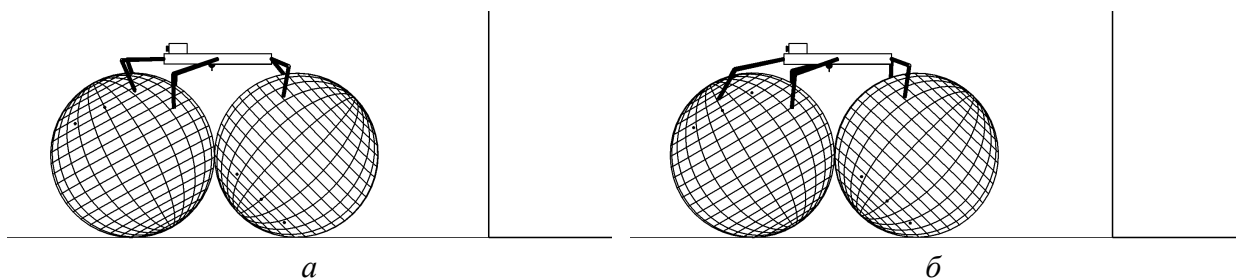


Рис. 2.6: а) Перенос средних ног на второй шар завершен, б) перенос передних ног завершен

втором шаре, а другая часть — на первом, может наблюдаться откатывание шаров друг от друга из-за неодинакового давления стоп на шары в направлении их общей линии центров. Этот эффект нежелателен, т.к. он затрудняет планирование будущих опорных точек. Для того, чтобы его предотвратить, все стопы, на-

ходящиеся в опоре на втором шаре, подвергаются дополнительному программному смещению. В связи с тем, что указанные стопы относительно поверхности второго шара будут неподвижны, такое смещение должно обеспечивать сближение шаров, а когда шары находятся в соприкосновении, следящей системой будет создаваться давление стопами на шар, прижимающее шары друг к другу.

Пусть до начала всякого движения неподвижные оси координат  $O\xi\eta\zeta$  выбраны так, что начало координат  $O$  лежит на горизонтальной опорной плоскости на прямой, соединяющей точки касания шаров с плоскостью, ось  $O\eta$  направлена параллельно линии центров шаров в направлении от второго шара к первому, ось  $O\zeta$  направлена вертикально вверх, ось  $O\xi$  дополняет указанные оси до правой тройки. Обозначим  $(\xi_1, \eta_1, \zeta_1)$ ,  $(\xi_2, \eta_2, \zeta_2)$  текущие координаты центров первого и второго шаров соответственно. При условии, что в процессе движения центры шаров мало отклоняются от оси  $O\eta$ , расстояние  $\delta$  между шарами в некоторый момент времени  $t$  движения можно выразить приближенной формулой

$$\delta = \eta_1 - \eta_2 - 2R.$$

Предположим, что стопа опорной ноги с номером  $n$  находится на втором шаре. Ее координаты обозначим  $(\xi_n, \eta_n, \zeta_n)$ . Когда второй шар катится, эта стопа относительно его центра приближенно описывает вертикальную окружность радиуса  $R_n$ :

$$R_n = \sqrt{(\eta_n - \eta_2)^2 + (\zeta_n - \zeta_2)^2},$$

а положение этой стопы задается углом  $\varphi_n$ , отсчитываемым от направления оси  $\eta$ :

$$\cos \varphi_n = (\eta_n - \eta_2)/R_n, \quad \sin \varphi_n = (\zeta_n - \zeta_2)/R_n.$$

Указанное выше программное дополнительное смещение стопы делается для того, чтобы сократить до нуля расстояние между шарами. Скорректированные координаты стопы  $(\tilde{\xi}_n, \tilde{\eta}_n, \tilde{\zeta}_n)$  имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{\eta}_n &= \eta_2 + (\delta + \varepsilon) + R_n \cos(\varphi_n - (\delta + \varepsilon)/R_n), \\ \tilde{\zeta}_n &= \zeta_2 + R_n \sin(\varphi_n - (\delta + \varepsilon)/R_n), \\ \tilde{\xi}_n &= \xi_n. \end{aligned}$$

Следящая система приводов ног будет стремиться реализовать приведенные значения, а если это невозможно из-за того, что шары находятся в соприкосновении, она будет их прижимать друг к другу с некоторым усилием, зависящим от  $\varepsilon$ .

На рис. 2.6, б следующим показан перенос передних ног на втором шаре, выполненный для того, чтобы обеспечить достаточный простор для дальнейших

переносов ног, а кроме того, чтобы дополнительно сместить вперед центр масс робота. Затем выполняется подготовка к переносу задних ног на второй шар. С этой целью корпус продвигается в направлении второго шара так, чтобы центр масс робота проектировался внутрь опорного многоугольника, образованного передними и средними ногами, с небольшим запасом (рис. 2.7, а). Шары при этом катятся вместе в направлении второго шара, находясь в соприкосновении друг с другом. Задние ноги при этом значительно распрямляются, оставаясь на первом шаре. Затем следует перенос задних ног на второй шар с поднятием корпуса (рис. 2.7, б), и вторая стадия заканчивается. Из-за переноса задних ног вертикальная проекция центра масс робота автоматически сдвигается в направлении второго шара, что способствует сохранению статической устойчивости робота во время указанного переноса.

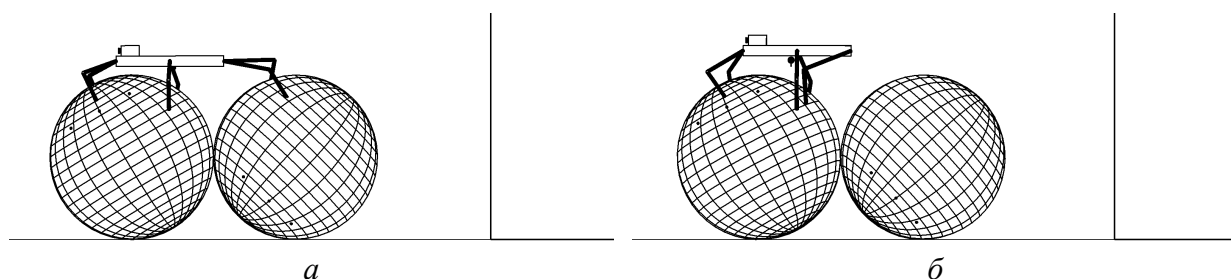


Рис. 2.7: а) Движение корпуса, б) задние ноги перенесены на второй шар с подъемом корпуса

На третьей стадии робот должен подготовить исходную позицию для слезания со второго шара и одновременно остановить второй шар. Исходная позиция для слезания состоит в том, что корпус робота должен быть расположен симметрично относительно вертикальной плоскости, параллельной оси  $O\eta$  и проходящей через вершину шара, а стопы ног тоже симметрично стоят на стандартной горизонтальной опорной окружности, близкой к вершине шара. Таким образом, после того, как стопы всех ног робота оказались на втором шаре, осуществляется перенос средних ног с одновременным сдвигом корпуса по направлению к вершине второго шара (рис. 2.8, а). Следующим выполняется перенос передних ног, а корпус продолжает сдвигаться в направлении вершины второго шара (рис. 2.8, б). Далее выполняется перестроение ног для походки “трешки”. Этот тип походок, как самый быстрый, стандартно используется для маршевого перемещения шара вместе с роботом, находящимся на вершине шара. Далее робот как бы топчется на шаре, выполняя движения корпуса, необходимые для практической остановки второго шара. Первый шар при этом откатывается от второго в сторону, противоположную первоначальному направлению движения. Затем происходит перестроение ног для походки “галоп” и переход к третьему этапу (рис. 2.9, а).

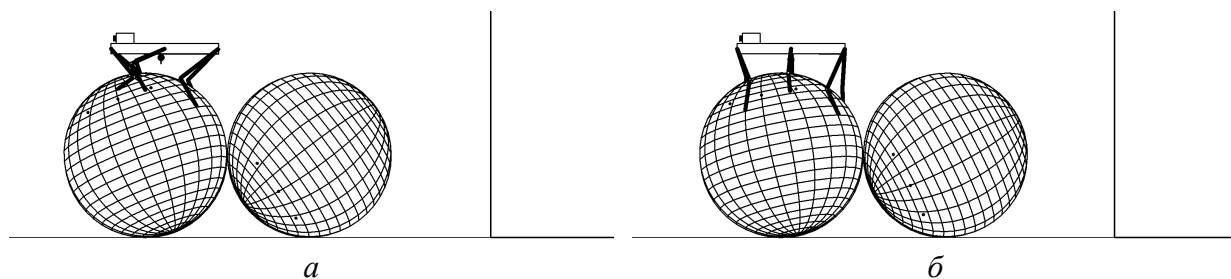


Рис. 2.8: Переход к вершине второго шара

Этап 2.3. Робот слезает со второго шара походкой “модифицированный галоп” на горизонтальную плоскость (рис. 2.9, б). Структурно процесс построения движения на этом этапе был подробно изложен в [14]. Естественной адаптации по сравнению с [14] подверглись лишь некоторые опорные точки и закон поворота корпуса относительно шара в вертикальной плоскости при слезании. Эти изменения были вызваны влиянием предыстории движения и тем, что полной остановки системы в рассматриваемой задаче за разумное время добиться невозможно.

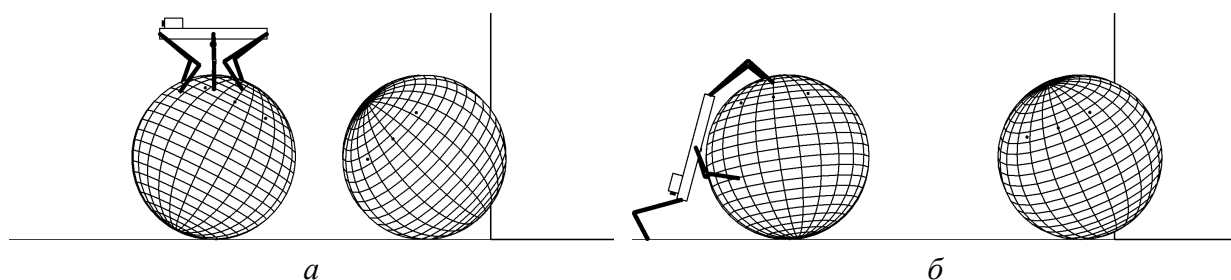


Рис. 2.9: а) Подготовка к слезанию со второго шара, б) фрагмент слезания

Сформулируем некоторые общие принципы, использование которых может быть полезно для построения движений в задачах лазания не только по шарам, но и по другим препятствиям.

### **1. Проверка условий возможности перехода на следующее препятствие.**

Например, робот идет по первому шару до тех пор, пока не появится возможность перенести передние ноги на второй шар. В данном случае критерием служит удаленность точек подвеса передних ног от центра второго шара. Возьмем сферу  $S$ , концентрическую со вторым шаром. Ее радиус  $R'$ , назовем несколько бóльшим радиуса второго шара. Если точки подвеса передних ног не попали внутрь сферы  $S$ , то считается, что возможность перехода робота на второй шар отсутствует. В противоположном случае осуществляется дополнительная проверка возможности постановки ног на второй шар. Вычисляется расстояние от планируемых точек подвеса передних ног до соответствующих окружностей на втором шаре, получаемых пересечением второго шара вертикальными плоскостями, параллельными оси  $O\eta$  и проходящими через текущие

точки опоры передних ног. Если такое расстояние, вычисленное для каждой передней ноги, меньше длины ноги с определенным запасом, то возможность постановки ног на второй шар имеется. Проверка того, что такая возможность появилась, осуществляется в конце каждого переноса ног, и заранее неизвестно, в какой момент времени начнется переход на второй шар.

**2. Проверка дотягивания стоп переносимых ног.** Для каждого переноса ног алгоритм планирования формирует целевые точки стоп и целевые точки крепления ног к корпусу. Проверяется условие дотягивания, т.е. для подлежащих переносу ног расстояние между целевой точкой стопы и целевой точкой крепления должно быть меньше модифицированной длины ноги либо равно ей. Модифицированная длина ноги принимается несколько меньшей, чем сумма длин бедра и голени, что создает дополнительную надежность в реализации движения, но влияет на запас устойчивости. Если условие дотягивания не выполнено, то сначала делается попытка уменьшить расстояние между планируемыми точками опоры и планируемыми точками крепления ног за счет уменьшения высоты расположения корпуса над опорой (приседание). Предельный уровень приседания ограничен препятствием, по которому робот движется. Если возможности приседания исчерпаны, но условие дотягивания все еще не выполнено, тогда положение целевой точки приближается к присевшему корпусу. В случае перехода с шара на шар с этой целью ищется пересечение сферы радиуса, равного модифицированной длине ноги, с центром в целевой точке крепления ноги к корпусу с поверхностью того шара, на котором нога должна оказаться в конце переноса. В пересечении имеем окружность. Далее находится пересечение полученной окружности с вертикальной плоскостью, параллельной оси  $Oz$  и проходящей через первоначально запланированную целевую точку для этой ноги. Из двух точек пересечения выбирается ближайшая к первоначально запланированной.

**3. Обеспечение достаточного запаса статической устойчивости.** Центр масс робота должен проектироваться внутрь сменяющихся опорных многоугольников с некоторым запасом на перемещение центра масс из-за переносов ног. Например, при использовании походки “галоп” целевые точки постановки стоп средних ног выбираются с преднамеренным сдвигом относительно целевых точек их крепления. Это делается для того, чтобы, несмотря на движение опорных стоп вместе с шарами, центр масс робота надежно проектировался внутрь опорного многоугольника, образованного средними ногами в сочетании с задними, либо с передними ногами в зависимости от того, какая пара ног подлежит переносу.

**4. Предотвращение предельной распрямленности опорных ног.** При использовании походки “галоп”, когда робот опирается на все ноги, достаточно

часто по времени проверяется, насколько каждая опорная нога распрямлена. Проверка предельной распрямленности аналогична проверке дотягивания, но теперь проверяются не запланированные целевые точки, а текущие положения стопы и точки крепления. Если возникает опасность незапланированного отделения стопы от своей опорной точки из-за того, что нога предельно распрямлена, то выполнение происходящего движения завершается. При этом принудительно планируется перенос пары ног, в которую входит предельно распрямленная нога.

**5. Статическая устойчивость.** Перед завершением переноса корпуса проверяется, действительно ли вертикальная проекция центра масс робота попала в запланированный опорный многоугольник с требуемым запасом. Если этого не случилось, то перенос корпуса продолжается.

### 3. Поворот вектора скорости шара

Предполагается, что шар радиуса  $R$  и массы  $M$  может катиться по горизонтальной плоскости без проскальзывания и без отскоков. Пусть центр масс робота отстоит от поверхности шара на расстояние  $h > 0$ . Рассмотрим движение, при котором корпус робота смещен от вертикали, проходящей через точку опоры шара так, что радиус вектор  $\mathbf{r}_m$  центра масс робота, проведенный из центра шара  $B$ , перпендикулярен в любой момент времени вектору скорости  $\mathbf{v} \neq 0$  центра шара и образует с упомянутой вертикалью угол  $\psi$ . Тогда

$$\mathbf{r}_m = (h + R) \left( \mathbf{e}_z \cos \psi + \frac{\mathbf{e}_z \times \mathbf{v}}{v} \sin \psi \right), \quad (3.1)$$

где  $\mathbf{e}_z$  — единичный вектор вертикали,  $v \neq 0$  — модуль скорости центра шара. Пренебрежем вариацией суммарного кинетического момента ног относительно центра масс робота и будем считать, что в среднем робот движется параллельно плоскости, перпендикулярной вектору скорости и проходящей через центр шара. Тогда абсолютная угловая скорость  $\omega_r$  робота и абсолютная скорость  $\mathbf{v}_r$  его центра масс выразятся формулами

$$\omega_r = -\frac{\dot{\psi}}{v} \mathbf{v} + \frac{R\omega_p}{\rho} \mathbf{e}_z, \quad \mathbf{v}_r = \dot{\psi}(h + R) \left( \frac{\mathbf{e}_z \times \mathbf{v}}{v} \cos \psi - \mathbf{e}_z \sin \psi \right) + \mathbf{v}, \quad (3.2)$$

где  $\omega_p$  — величина горизонтальной составляющей угловой скорости качения шара,  $\rho$  — радиус кривизны траектории центра шара. Обозначим  $A$  точку касания шара и опорной плоскости. Воспользуемся теоремой об изменении кинетического момента  $\mathbf{K}_A$  шара вместе с роботом, взятого относительно подвижной в общем случае точки  $A$  [17].

$$\frac{d\mathbf{K}_A}{dt} + \mathbf{v}_A \times \mathbf{Q} = \mathbf{r}_m \times m\mathbf{g}, \quad (3.3)$$

где  $t$  — время,  $\mathbf{v}_A$  — скорость точки  $A$ ,  $\mathbf{Q}$  — количество движения системы,  $m$  — масса робота,  $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_\zeta$  — вектор ускорения силы тяжести. Выражение в правой части для момента силы тяжести робота относительно точки  $A$  справедливо из-за того, что радиус  $\mathbf{BA}$  в любой момент времени параллелен силе тяжести.

Будем считать, что распределение массы в шаре обладает центральной симметрией относительно точки  $B$ . Тогда кинетический момент  $\mathbf{K}_b$  шара относительно точки  $A$  выражается формулой

$$\mathbf{K}_b = J_b \boldsymbol{\omega},$$

где  $\boldsymbol{\omega}$  — угловая скорость качения шара,  $J_b$  — момент инерции шара относительно оси, проходящей через точку  $A$ . Для однородного шара  $J_b = 7MR^2/5$ . Будем считать, что в среднем положении ног относительно корпуса направление скорости центра шара соответствует главной оси инерции робота. Тогда кинетический момент  $\mathbf{K}_r$  робота относительно той же точки имеет вид [17]

$$\mathbf{K}_r = -\frac{J_r \dot{\psi}}{v} \mathbf{v} + \frac{J_\zeta R \omega_p}{\rho} \mathbf{e}_\zeta + m(\mathbf{R}\mathbf{e}_\zeta + \mathbf{r}_m) \times \mathbf{v}_r,$$

где  $J_r$  — центральный момент инерции робота относительно оси, параллельной вектору скорости  $\mathbf{v}$ ,  $J_\zeta$  — центральный момент инерции робота относительно вертикали. Приняв во внимание выражения (3.1), (3.2), найдем

$$\mathbf{K}_r = mR^2 \left\{ [1 + (\bar{h} + 1) \cos \psi] \mathbf{e}_\zeta \times \frac{\mathbf{v}}{R} - \dot{\psi} \left[ \bar{J}_r + (\bar{h} + 1) \cos \psi + (\bar{h} + 1)^2 \right] \frac{\mathbf{v}}{v} - \left[ \frac{v}{R} (\bar{h} + 1) \sin \psi - \frac{\bar{J}_\zeta R \omega_p}{\rho} \right] \mathbf{e}_\zeta \right\}.$$

где

$$\bar{h} = \frac{h}{R}, \quad \bar{J}_r = \frac{J_r}{mR^2}, \quad \bar{J}_\zeta = \frac{J_\zeta}{mR^2}.$$

Пусть шар катится по плоскости без проскальзывания. Тогда скорость центра шара можно выразить формулой

$$\mathbf{v} = -R\mathbf{e}_\zeta \times \boldsymbol{\omega} = -R\mathbf{e}_\zeta \times \boldsymbol{\omega}_p,$$

где  $\boldsymbol{\omega}_p = \boldsymbol{\omega} - \mathbf{e}_\zeta \omega_\zeta$ ,  $\omega_\zeta = \mathbf{e}_\zeta \cdot \boldsymbol{\omega}$ . Следовательно, кинетический момент системы относительно точки  $A$  принимает вид

$$\mathbf{K}_A = mR^2 \left\{ [\bar{J}_b + 1 + (\bar{h} + 1) \cos \psi] \boldsymbol{\omega}_p + \dot{\psi} [\bar{J}_r + (\bar{h} + 1) \cos \psi + (\bar{h} + 1)^2] \frac{\mathbf{e}_\zeta \times \boldsymbol{\omega}_p}{\omega_p} + \left[ \bar{J}_b \omega_\zeta - \omega_p (\bar{h} + 1) \sin \psi + \frac{\bar{J}_\zeta R \omega_p}{\rho} \right] \mathbf{e}_\zeta \right\}.$$

Скорость центра масс робота равна  $\mathbf{v}_r$ , а центр масс шара проектируется в точку опоры:  $\mathbf{v}_A = \mathbf{v}$ . Поэтому имеем  $\mathbf{Q} = m\mathbf{v}_r + M\mathbf{v}$  и

$$\begin{aligned}\mathbf{Q} \times \mathbf{v}_A &= m\dot{\psi}(h+R) \left( \frac{\mathbf{e}_\zeta \times \mathbf{v}}{v} \cos \psi - \mathbf{e}_\zeta \sin \psi \right) \times \mathbf{v} = \\ &= -mR^2\dot{\psi}(\bar{h}+1)(\mathbf{e}_\zeta \omega_p \cos \psi + \omega_p \sin \psi).\end{aligned}$$

уравнение изменения кинетического момента относительно точки A принимает вид

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left( C_1 \omega_p + C_2 \frac{\mathbf{e}_\zeta \times \omega_p}{\omega_p} + C_3 \mathbf{e}_\zeta \right) - \dot{\psi}(\bar{h}+1)(\mathbf{e}_\zeta \omega_p \cos \psi + \omega_p \sin \psi) &= \\ &= \frac{(\bar{h}+1)g \sin \psi}{v} \mathbf{e}_\zeta \times \omega_p,\end{aligned}\tag{3.4}$$

где

$$\begin{aligned}C_1 &= \bar{J}_b + 1 + (\bar{h}+1) \cos \psi, \\ C_2 &= \dot{\psi}[\bar{J}_r + (\bar{h}+1) \cos \psi + (\bar{h}+1)^2] = \dot{\psi}c_2, \\ C_3 &= \bar{J}_b \omega_\zeta - \omega_p(\bar{h}+1) \sin \psi + \frac{\bar{J}_\zeta R \omega_p}{\rho}.\end{aligned}$$

Проекция уравнения (3.4) на ось  $\mathbf{e}_\zeta$  имеет вид

$$\frac{d}{dt} \left[ \bar{J}_b \omega_\zeta - \omega_p(\bar{h}+1) \sin \psi + \frac{\bar{J}_\zeta R \omega_p}{\rho} \right] - \dot{\psi}(\bar{h}+1) \omega_p \cos \psi = 0.\tag{3.5}$$

Предположив, что угловая скорость  $\dot{\psi}$  постоянна, проекцию уравнения (3.4) на горизонтальную плоскость представим в форме

$$C_1 \frac{d\omega_p}{dt} + \frac{C_2}{\omega_p} \mathbf{e}_\zeta \times \frac{d\omega_p}{dt} = C_4 \omega_p + C_5 \mathbf{e}_\zeta \times \omega_p,\tag{3.6}$$

где

$$\begin{aligned}C_4 &= 2\dot{\psi}(\bar{h}+1) \sin \psi, \\ C_5 &= \frac{(\bar{h}+1)(g + \dot{\psi}^2 R) \sin \psi}{v} + \frac{C_2}{\omega_p^2} \frac{d\omega_p}{dt}.\end{aligned}$$

Умножив уравнение (3.6) векторно слева на  $\mathbf{e}_\zeta$ , получим систему

$$\begin{cases} C_1 \frac{d\omega_p}{dt} + \frac{C_2}{\omega_p} \mathbf{e}_\zeta \times \frac{d\omega_p}{dt} = C_4 \omega_p + C_5 \mathbf{e}_\zeta \times \omega_p, \\ C_1 \mathbf{e}_\zeta \times \frac{d\omega_p}{dt} - \frac{C_2}{\omega_p} \frac{d\omega_p}{dt} = C_4 \mathbf{e}_\zeta \times \omega_p - C_5 \omega_p. \end{cases}$$

Отсюда следует

$$\left( C_1^2 + \frac{C_2^2}{\omega_p^2} \right) \frac{d\omega_p}{dt} = \left( C_1 C_4 - \frac{C_2 C_5}{\omega_p} \right) \omega_p + \left( C_1 C_5 - \frac{C_2 C_4}{\omega_p} \right) \mathbf{e}_\zeta \times \omega_p.\tag{3.7}$$



Умножив уравнение (3.7) скалярно на  $\omega_p$ , найдем

$$\left(C_1^2 + \frac{C_2^2}{\omega_p^2}\right) \frac{d\omega_p}{dt} = \left(C_1 C_4 - \frac{C_2 C_5}{\omega_p}\right) \omega_p.$$

Полученное уравнение можно преобразовать к виду

$$\left(C_1^2 + 2\frac{C_2^2}{\omega_p^2}\right) \frac{d\omega_p}{dt} = (\bar{h} + 1)\dot{\psi} \sin \psi \left[2C_1 - \frac{c_2(g + \dot{\psi}^2 R)}{v\omega_p}\right] \omega_p.$$

Отсюда видно, что если  $\dot{\psi} = 0$ , то величина  $\omega_p$  остается постоянной, а если угловая скорость  $\dot{\psi}$  достаточно велика, то изменение  $\omega_p$  приближенно описывается уравнением

$$\frac{d\omega_p}{d\psi} = -\frac{(\bar{h} + 1) \sin \psi}{2c_2} \omega_p,$$

причем  $c_2 \neq 0$  при  $\forall \psi$ . Из этого уравнения следует, что при достаточно большой угловой скорости  $\dot{\psi}$  бокового смещения робота горизонтальная составляющая угловой скорости вращения шара несколько убывает:

$$\omega_p \approx \sqrt{\frac{\bar{J}_r + (\bar{h} + 1) \cos \psi + (\bar{h} + 1)^2}{\bar{J}_r + (\bar{h} + 1) + (\bar{h} + 1)^2}} \cdot \omega_p|_{\psi=0}. \quad (3.8)$$

Вместе с тем с точностью до членов второго порядка малости по  $\psi$  при небольших отклонениях робота от верхней точки шара скорость  $\omega_p$  и в этом случае можно считать практически сохраняющейся.

Умножим теперь обе части уравнения (3.7) скалярно на  $\mathbf{e}_\zeta \times \omega_p$ . После преобразований получим

$$\left(C_1^2 + \frac{C_2^2}{\omega_p^2}\right) \mathbf{e}_\zeta \cdot \left(\omega_p \times \frac{d\omega_p}{dt}\right) = \left(C_1 C_5 - \frac{C_2 C_4}{\omega_p}\right) \omega_p^2. \quad (3.9)$$

Пусть сначала  $\dot{\psi} = 0$ . Тогда  $\psi$  и  $\omega_p$  постоянны, а уравнение (3.9) принимает вид

$$\mathbf{e}_\zeta \cdot \left(\omega_p \times \frac{d\omega_p}{dt}\right) = \frac{C_5}{C_1} \omega_p^2 = \frac{(\bar{h} + 1)g\omega_p \sin \psi}{R[\bar{J}_b + 1 + (\bar{h} + 1) \cos \psi]}. \quad (3.10)$$

Обозначим  $\chi$  угол между вектором скорости центра шара и какой-нибудь фиксированной горизонтальной осью. Уравнение (3.10) можно представить следующим образом

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{(\bar{h} + 1)g \sin \psi}{R\omega_p[\bar{J}_b + 1 + (\bar{h} + 1) \cos \psi]}.$$

Радиус кривизны  $\rho$  траектории, описываемой центром шара, выражается тогда формулой

$$\rho = \frac{R^2 \omega_p^2 [\bar{J}_b + 1 + (\bar{h} + 1) \cos \psi]}{(\bar{h} + 1) g \sin \psi}. \quad (3.11)$$

Минимальное значение величины радиуса  $\rho$  достигается при  $\psi = \pi/2$  и оказывается равным

$$\rho_m = \frac{R^2 \omega_p^2 (\bar{J}_b + 1)}{(\bar{h} + 1) g}.$$

Знак  $\rho$  совпадает со знаком угла  $\psi$  и определяет направление вращения вектора скорости центра шара.

Уравнение (3.9) при условии, что в нем члены, содержащие  $\dot{\psi} \neq 0$ , существенно превосходят остальные члены, преобразуется к виду

$$\frac{d\chi}{dt} = -\frac{\omega_p (\bar{h} + 1) \sin \psi}{2c_2} (C_1 + 4c_2).$$

Радиус кривизны  $\rho_\psi$  траектории, описываемой центром шара в этом случае, дается формулой

$$\rho_\psi = \frac{2Rc_2}{(\bar{h} + 1)(C_1 + 4c_2) \sin \psi}.$$

В момент времени, когда  $\dot{\psi}$  скачком обнуляется, радиус кривизны также скачком переходит к значению  $\rho$ , выражаемому формулой (3.11).

Исследуем закрутку шара вокруг вертикальной оси. При ненулевом значении  $\dot{\psi}$  уравнение (3.5) можно представить в виде

$$\frac{d}{d\psi} \left[ \bar{J}_b \omega_\zeta - 2\omega_p (\bar{h} + 1) \sin \psi + \frac{\bar{J}_\zeta R \omega_p}{\rho_\psi} \right] = \frac{(\bar{h} + 1)^2 \sin^2 \psi}{2c_2} \omega_p.$$

Поэтому для небольших значений угла  $\psi$  величину  $\omega_\zeta$  можно оценить по следующей приближенной формуле

$$\omega_\zeta \approx \frac{2(\bar{h} + 1)}{\bar{J}_b} \omega_p \sin \psi - \frac{\bar{J}_\zeta R \omega_p}{\rho_\psi \bar{J}_b}.$$

При необходимости соответствующая поправка к этой формуле может быть найдена с учетом выражения (3.8).

## 4. Компьютерное моделирование

Компьютерное моделирование осуществлялось аналогично тому, как это было сделано в [11–14]. Управление роботом и закон взаимодействия стоп ног

с опорой реализованы в виде DLL-библиотек, подключенных к программному комплексу “Универсальный механизм” [15]. Тем самым создается виртуальная среда обитания робота. Опорная поверхность в ней представлена горизонтальной плоскостью с расположенными на ней незакрепленными шарами. Отдельные объекты, такие, как шары и робот, взаимодействуют с опорной поверхностью и друг с другом согласно модели трения, основанной на вязкоупругом взаимодействии тел в точках контакта. Управление движением реализуется посредством компьютерного моделирования работы электромеханических приводов шарнирных углов. Выполнение требуемого движения робота осуществляется, как и в реальности, лишь путем подачи значения управляющего электрического напряжения на модели электромеханических приводов. Соотношение размеров корпуса, звеньев ног и радиусов шаров имеет вид [11]

$$a : b : c : l_1 : l_2 : R = 1 : 0.5 : 0.1 : 0.5 : 0.33 : 0.8.$$

Представление о движении робота и других элементов виртуальной среды возникает в результате численного интегрирования дифференциальных уравнений полной трехмерной динамики робота вместе с входящими в систему окружающими предметами. Поскольку в точках контакта объектов предполагается силовое взаимодействие, соответствующая механическая система имеет 36 степеней свободы. Уравнения динамики синтезируются автоматически [15]. Результаты компьютерного моделирования отображаются на экране монитора в виде движения геометрических образов исследуемых материальных объектов.

На рис. 4.1 представлены графики изменения по времени вертикальных координат  $\zeta_1, \zeta_3, \zeta_5$  1-й, 3-й и 5-й стоп (метры по вертикальной оси) соответственно, проекций  $v_1, v_2$  на ось  $O\eta$  скоростей центров шаров при выполнении маневров (метры в секунду по вертикальной оси) и графики изменения вертикальных координат  $\zeta_f$  — передней и  $\zeta_r$  — задней точек корпуса (метры по вертикальной оси). Шары при движении испытывают трение качения и верчения, а при соприкосновении друг с другом — трение скольжения. Для выбранной походки галоп стопы 2-й, 4-й, и 6-й ног движутся практически симметрично стопам нечетных ног. Прямые, параллельные оси ординат и обозначенные римскими цифрами, выделяют этапы и стадии движения робота.

Линия I соответствует окончанию этапа 3.1. Видно, что сначала при залезании на шар ставятся передние ноги (5-я и 6-я). После постановки на шар передних ног происходит поворот корпуса: передняя точка корпуса поднимается, а задняя — опускается. Затем переносятся задние и средние ноги для создания устойчивого опорного многоугольника, обеспечивающего возможность переноса передних ног поближе к верхней точке шара. После второго переноса передних ног осуществляется перенос на шар средних ног. При этом скорость

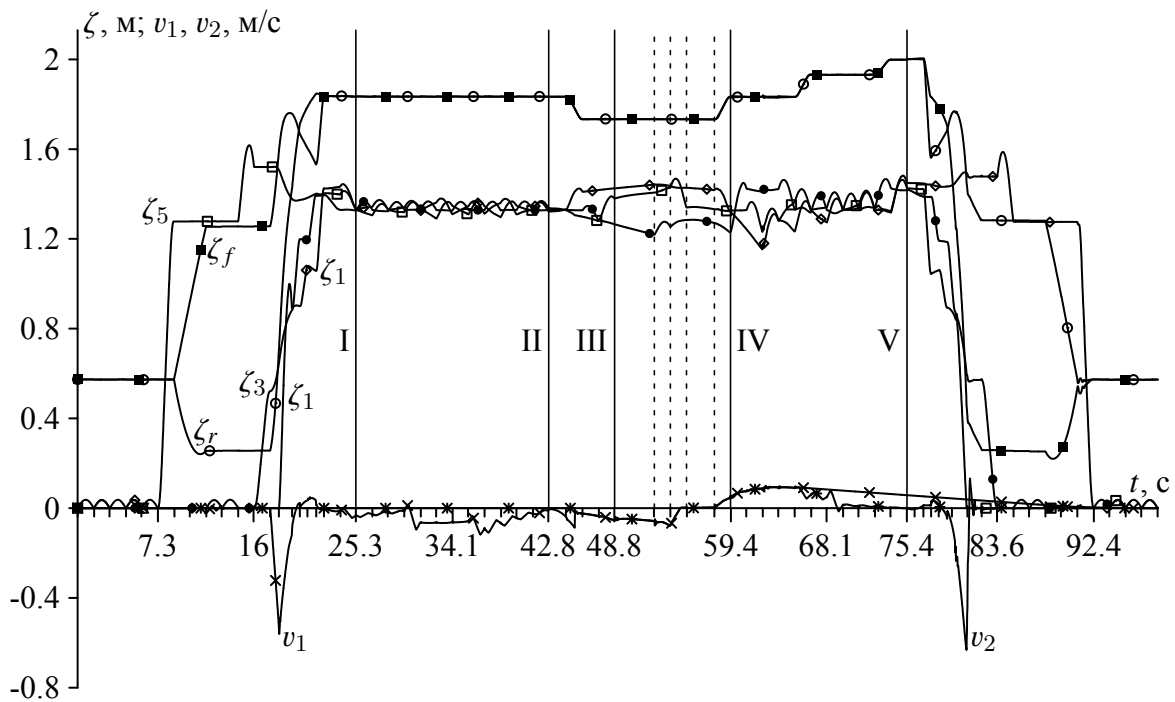


Рис. 4.1: Маневрирование на шарах:  $\zeta_1$ ,  $\zeta_3$ ,  $\zeta_5$ ,  $\zeta_f$ ,  $\zeta_r$  — вертикальные координаты стоп, передней и задней точек корпуса соответственно,  $v_1$ ,  $v_2$  — горизонтальные скорости шаров

первого шара практически отсутствует. Она начинает резко расти при распрямлении задних (1-й и 2-й) ног и достигает максимума при отделении задних ног от опорной плоскости. Впоследствии скорость шара уменьшается, передняя и задняя точки корпуса выравниваются по высоте. Также за счет переносов практически выравниваются по высоте стопы всех ног, а робот оказывается на вершине шара.

В интервале времени между линиями I и II работает система стабилизации робота на шаре, а также выполняется подкатывание первого шара ко второму за счет специальных движений корпуса робота [11]. Линия II соответствует началу стадии 1 этапа 3.2. В интервале времени между линиями II и III выполняется подготовка позиции робота для перехода на второй шар, а сама линия III соответствует моменту времени, когда стопы передних ног робота впервые оказались на втором шаре. Переносы ног осуществляется в последовательности, описанной выше для стадии 1. Начиная с некоторого момента внутри указанного интервала шары, соприкоснувшись, движутся с одинаковой скоростью.

Интервал времени между линиями III и IV соответствует стадии 2 этапа 3.2, когда часть стоп робота размещена на втором шаре, а другая часть — на первом. Линией IV отмечено окончание стадии 2 этапа 3.2, когда стопы задних ног уже оказались на втором шаре. Пунктирные линии отмечают последовательные

изменения конфигурации робота для стадии 2, как это описано в соответствующем разделе.

В интервале времени между линиями IV и V реализуется стадия 3 этапа 3.2. Здесь робот, как это было описано выше, продвигается к вершине второго шара и успокаивает его. Видно, что первый шар имеет при этом положительную скорость и откатывается от второго шара.

Наконец, на оставшемся интервале времени, начиная от линии V, выполняется этап 3.3, на котором робот слезает со второго шара.

На рис. 4.2 приведен фрагмент анимации в реальном масштабе времени компьютерного 3D-моделирования движения системы, соответствующего полученному решению. По нему можно наглядно и детально представить себе как происходит управляемое движение робота и вызванное им вынужденное движение шаров.

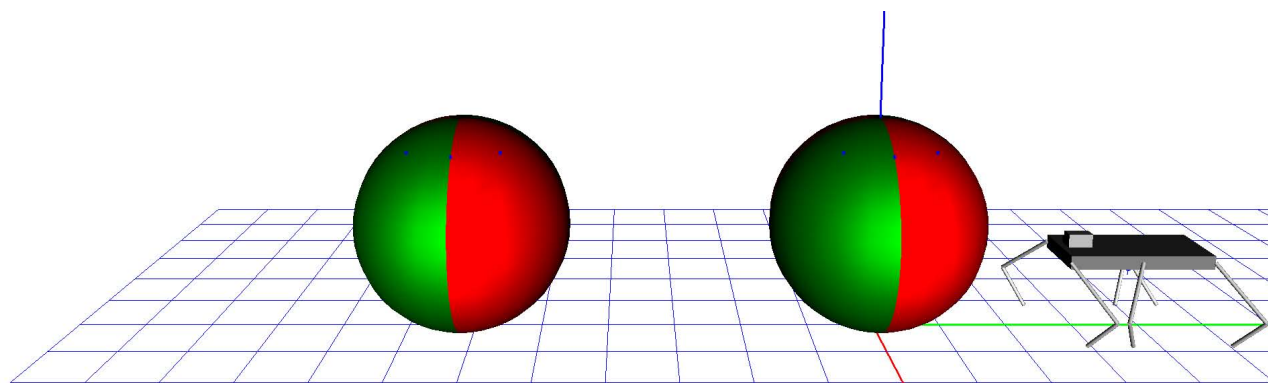


Рис. 4.2: Анимация движения

## Заключение

Представлено решение новой задачи о преодолении инсектоморфным роботом препятствия в виде двух массивных шаров, способных свободно кататься на горизонтальной опорной плоскости. На основе теоремы об изменении кинетического момента механической системы “робот-шар” относительно точки опоры шара о горизонтальную плоскость исследованы возмущения, возникающие в движении системы при смещении центра масс робота от вертикального диаметра шара. В частности получено, что если шар движется, то при указанном смещении центра масс неизбежно возникает закрутка шара относительно вертикальной оси. Получены приближенные формулы для оценки величины закрутки.

Синтезировано устойчивое движение системы при залезании робота на шар, перемещении робота вместе с шаром к другому шару, перелезании робота на другой шар и слезании с него на опорную плоскость. Выполнение этих маневров затруднено опасностью взаимного пересечения ног из-за узости опорной площадки на поверхности шара, опасностью столкновения шаров и раскатывания шаров в процессе перелезания с шара на шар.

Предложенные алгоритмы формирования целенаправленного движения робота на подвижных шарах были отработаны средствами компьютерного моделирования в программной среде, реализующей расчет взаимодействия трехмерной полной динамической модели механической системы, состоящей из робота и двух незакрепленных шаров с учетом сил кулоновского трения, трения качения, вращения и моделей электромеханических приводов в шарнирах робота.

Показано, что рассчитываемое по ходу маневрирования программное движение, обеспечивающее активную стабилизацию движения системы в целом, реализуемо при коэффициенте трения, не превышающем 1. В данной работе это значение коэффициента трения считается предельным для трения покоя стопы об опорную поверхность и для качения шаров по горизонтальной плоскости.

Стабилизация движения робота в окрестности программного движения, построена по принципу кусочно-формируемой с дискретностью шага интегрирования обратной связи. Обратная связь рассчитывается по рассогласованиям реальных и программных шарнирных углов с требованием минимальных значений угловых скоростей. Возникающие в шарнирных углах переходные процессы не разрушают требуемое программное движение корпуса робота на всех этапах движения системы.

## Список литературы

1. *Lopes G.* Abstractions for Legged Locomotion // Mobile Service Robotics: Proc. of the 17-th Intern. Conf. CLAWAR-2014. Poznan. Poland: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2014. P. 3-37.
2. *Alyseychik A., Orlov I., Stepanova E., Pavlovsky V.* Wheel-Walking Pneumatically Actuated Robot // Mobile Service Robotics: Proc. of the 17-th Intern. Conf. CLAWAR-2014. Poznan. Poland: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2014. P. 159-164.
3. *Gradetsky V.G., Knyazkov M.M., Fomin L.F., Sukhanov A.N., Kryukova A.A.* Influence of External Vibration Disturbances on a Wall Climbing Robot with Vacuum Grippers // Mobile Service Robotics: Proc. of the 17-th Intern. Conf.

CLAWAR-2014. Poznan. Poland: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2014. P. 451-457.

4. *Ward P., Liu D., Waldron K., Hasan M.* Optimal Design of a Magnetic Adhesion for Climbing Robots // Proc. of the 16-th Intern. Conf. CLAWAR-2013. Nature-Inspired Mobile Robotics: Sydney. Australia: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2013. P. 375-382.
5. *Sandoval-Castro X.Ya., Gracia-Murillo M.A., Zavala-De Paz J.P., Castillo-Castaneda E.* Hex-Piderix: A Six-Legged Walking Climbing Robot to Perform Inspection Tasks on Vertical Surfaces // Proc. of the 16-th Intern. Conf. CLAWAR-2013. Nature-Inspired Mobile Robotics: Sydney. Australia: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2013. P. 399-407.
6. *Голубев Ю.Ф., Корянов В.В.* Построение движений инсектоморфного робота, преодолевающего комбинацию препятствий с помощью сил кулоновского трения // Изв. РАН. ТиСУ. 2005. № 3. С. 143-155;  
*Golubev Yu.F., Koryanov V.V.* Construction of Motions of an Insectomorphic Robot that Overcomes a Combination of Obstacles with the Help of Coulomb Friction Forces. Pleiades Publishing, Ltd., Journal of Computer and System Sciences International. 2005. Vol. 44, No. 3. Pp. 460-472.
7. *Голубев Ю.Ф., Корянов В.В.* Управление инсектоморфным роботом при движении по вертикальному углу и по горизонтальному брусу // Изв. РАН. ТиСУ. 2006. № 1. С. 149-157;  
*Golubev Yu.F., Koryanov V.V.* A Control for an Insectomorphic Robot in Motion along a Vertical Corner and a Horizontal Beam. Pleiades Publishing, Ltd., Journal of Computer and System Sciences International. 2006. Vol. 45, No. 1. Pp. 144-152.
8. *Golubev Yu.F., Korianov V.V.* Computer Simulation of a Climbing Insectomorphic Robot // Proc. 9-th Intern. Conf. on Simulation of Adaptive Behavior. Rome, Italy, 2006. LNAI. V. 4095. Berlin: Springer-Verlag, 2006. P. 126-137.
9. *Голубев Ю.Ф., Корянов В.В.* Управление инсектоморфным роботом при лазании на вершину вертикального угла и при движении по приставной лестнице // Изв. РАН. ТиСУ. 2008. № 1. С. 148-157;  
*Golubev Yu.F., Koryanov V.V.* A Control for an Insectomorphic Robot in Climbing to the Top of a Vertical Corner and in Moving on a Step Ladder. Pleiades Publishing, Ltd., Journal of Computer and System Sciences International. 2008. Vol. 47, No. 1. Pp. 139-148.

10. *Golubev Yu.F., Koryanov V.V.* Motion design for an insectomorphic robot on unstable obstacles // Proc. 11-th Intern. Conf. CLAWAR-2008. Coimbra, Portugal: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2008. P. 654-661.
11. *Голубев Ю.Ф., Корянов В.В.* Управление движением инсектоморфного робота на подвижном шаре // Изв. РАН. ТиСУ. 2009. № 5. С. 131-142;  
*Golubev Yu.F., Koryanov V.V.* Motion Control for an Insectomorphic Robot on a Movable Ball. Pleiades Publishing, Ltd., Journal of Computer and System Sciences International. 2009. Vol. 48, No. 5. Pp. 801-813.
12. *Голубев Ю.Ф., Корянов В.В.* Залезание инсектоморфного робота на свободно катающийся шар // Изв. РАН. ТиСУ. 2010. № 6. С. 182-192;  
*Golubev Yu.F., Koryanov V.V.* Insectomorphic Robot Climbing a Freely Rolling Ball. Pleiades Publishing, Ltd., Journal of Computer and System Sciences International. 2010. Vol. 49, No. 6. Pp. 1009-1019.
13. *Golubev Yu.F., Korianov V.V., Pavlovsky V.E., Panchenko A.V.* Motion Control for the 6-legged Robot in Extreme Conditions. // Proc. of the 16-th Intern. Conf. CLAWAR-2013. Nature-Inspired Mobile Robotics: Sydney. Australia: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2013. P. 427-434.
14. *Голубев Ю.Ф., Корянов В.В.* Перелезание инсектоморфного робота через свободно катающийся шар // Изв. РАН. ТиСУ. 2014. № 5. С.116-125;  
*Golubev Yu.F., Koryanov V.V.* An Insectomorphic Robot Climbing over a Freely Rolling Ball. Pleiades Publishing, Ltd., Journal of Computer and System Sciences International. 2014. Vol. 53, No 5. Pp. 733-742.
15. Универсальный механизм – программный комплекс для моделирования динамики механических систем. URL: <http://www.umlabor.ru> (дата обращения: 18.06.2015).
16. *Охоцимский Д.Е., Голубев Ю.Ф.* Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата. М.: Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит., 1984. 312 с.
17. *Голубев Ю.Ф.* Основы теоретической механики: учебник. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во МГУ, 2000. 719 с.