



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 93 за 2015 г.



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

**Баранов А.А., Гришко Д.А.**

Особенности формирования  
и восполнения спутниковых  
систем на околокруговых  
орбитах при движении  
вокруг Земли, Луны и Марса

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Баранов А.А., Гришко Д.А.  
Особенности формирования и восполнения спутниковых систем на околокруговых орбитах при  
движении вокруг Земли, Луны и Марса // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2015. № 93. 28 с.  
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-93>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В. Келдыша  
Российской академии наук**

**А.А. Баранов, Д.А. Гришко**

**Особенности формирования и восполнения  
спутниковых систем на околокруговых орбитах  
при движении вокруг Земли, Луны и Марса**

**Москва — 2015**

**Баранов А.А., Гришко Д.А.**

**Особенности формирования и восполнения спутниковых систем на околокруговых орбитах при движении вокруг Земли, Луны и Марса**

Рассмотрены вопросы, связанные с оценкой затрат суммарной характеристической скорости (СХС), требуемой для формирования и восполнения спутниковых систем, функционирующих на круговых и близких к ним орбитах. На примерах движения вокруг Земли, Марса и Луны исследованы затраты СХС при различных возможных сочетаниях значений параметров начальной и конечной орбит. Дан анализ сопутствующих эффектов, учёт которых позволяет существенно сократить затраты на маневрирование. Для компланарных перелётов получены аналитические зависимости, с помощью которых возможен расчёт компромиссного числа витков полёта на орбите ожидания. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании и формировании спутниковых систем, а также в задаче облёта объектов крупногабаритного космического мусора.

*Ключевые слова:* спутниковая система, космический аппарат, целевая орбита, маневрирование, фазирующая орбита, орбита ожидания, суммарная характеристическая скорость, прецессия долготы восходящего узла, космический мусор.

**Andrey Anatolyevich Baranov, Dmitriy Aleksandrovich Grishko**

**The features of constellations' formation and replenishment at near-circular orbits around the Earth, the Moon and Mars**

The research is devoted to cost estimations of summary characteristic velocity (SCV) required for formation and replenishment of constellations functioning at circular and near-circular orbits. The SCV costs in case of different possible combinations of values of initial and final orbit parameters were investigated. The attendant effects were analyzed which if used allow SCV costs' significant minimization. The analytical relations were found which determine a number of circuits at the drift orbit which is a compromise between time and SCV costs for coplanar transitions. The results can be used while projecting and exploiting different types of constellations and also in the flyby problem of large-size space debris.

*Key words:* constellation, space vehicle, target orbit, maneuvers, parking orbit, summary characteristic velocity, RAAN precession, active space debris removal.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-01-08206 А).*

## Введение

В настоящее время в околоземном космическом пространстве на различных орбитах находится более 1000 активных космических аппаратов (КА), часть из которых образует 16 гражданских спутниковых систем различного назначения [1, 2]. Кроме того, несколько КА уже вращаются вокруг некоторых планет Солнечной системы: 1 – вокруг Меркурия, 1 – вокруг Венеры, 3 – вокруг Марса, 1 – вокруг Сатурна. Все ведущие космические агентства сходятся во мнении, что ближайшими объектами интенсивного освоения космического пространства будут Луна и Марс, что предполагает в будущем развёртывание вокруг них орбитальных группировок, которые по своим функциям будут аналогичны земным. В условиях удалённости от Земли и крайней ограниченности запасов топлива актуальным является вопрос минимизации затрат суммарной характеристической скорости (СХС), требуемой для формирования таких систем, а также для их восполнения за счёт резервных КА. Кроме того, в связи с существенным уменьшением размеров оптико-электронной аппаратуры ожидается появление систем дистанционного зондирования, которые будут строиться на основе малых КА, выводимых на орбиту кластерным запуском, что потребует дальнейшего экономичного с точки зрения затрат СХС разведения их по целевым орбитам.

В данной работе исследуется динамика поведения затрат СХС, требуемой для перевода КА из орбитального резерва на освободившееся место в спутниковой системе, построенной вокруг Земли, Марса или Луны. При решении задачи перевода КА в заданную точку конечной орбиты предполагается, что начальная и конечная орбиты имеют близкие, но разные значения большой полуоси, возможны незначительные отличия по наклонению, отклонение по долготе восходящего узла (ДВУ) может быть любым по величине. Предполагается, что разница эксцентриситетов мала и существенно не влияет на характер решения, поэтому ей можно пренебречь при оценке затрат СХС. В основе предлагаемой оптимизации затрат СХС на маневрирование лежит использование орбиты ожидания, скорость изменения ДВУ которой отличается от скорости изменения ДВУ начальной и конечной орбит. Количество витков ожидания на промежуточной орбите задаётся исходя из такого компромиссного соотношения между продолжительностью перелёта между орбитами и требуемыми для этого затратами СХС, что дальнейшее нахождение на орбите ожидания не приводит к заметному выигрышу по энергетике перелёта. При нахождении параметров манёвров КА на околокруговых орбитах используются результаты решения линеаризованных дифференциальных уравнений движения КА [3, 4]. При этом эффект от необходимых включений двигателя рассматривается в импульсной постановке, что подразумевает использование двигательной установки (ДУ) большой тяги. Как показывает моделирование, учитывающее продолжительность работы

такой ДУ, в этом случае ошибки формирования целевой орбиты являются незначительными и не влияют на качественный характер полученного решения.

## Перевод космического аппарата вдоль орбиты

Представляется целесообразным сначала рассмотреть задачу об изменении положения КА вдоль орбиты на угол аргумента широты  $\Delta u$  ( $\Delta u > 0$ , если новая точка расположена впереди исходной). Угол  $\Delta u$  измеряется в долях витка, его максимальное по модулю значение не может быть больше 0,5. Требуемое изменение позиции осуществляется за счет перевода КА на более низкую (если необходимо сдвинуть КА вперёд вдоль орбиты) или на более высокую орбиту ожидания (фазирующую орбиту). Предполагается, что манёвры исполняются на первом и последнем витках перелёта, которые отстоят друг от друга на  $N$  витков полёта цели. Затраты трансверсальной скорости, необходимой для перевода КА на угол  $\Delta u$  вдоль орбиты, определяются по формуле [3]:

$$\Delta V \approx \frac{2|\Delta u|}{3N} V_0, \quad (1)$$

где  $V_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}}$ ,  $r_0$  – радиус круговой орбиты.

За время нахождения на промежуточной круговой орбите вследствие разной скорости изменения ДВУ рабочей и фазирующей орбит произойдёт уход КА из плоскости рабочей орбиты [5]:

$$\Delta \Omega = \frac{4}{3} \delta \Omega \Delta u, \quad (2)$$

где  $\delta \Omega = -\frac{2\pi\varepsilon}{\mu p^2} \cos i$ .

Здесь  $\delta \Omega$  – изменение ДВУ за один виток, вследствие влияния второго члена  $j_{20}$  разложения потенциала гравитационного поля в ряд по сферическим функциям геоцентрической широты;  $i$  – наклонение орбиты,  $p$  – фокальный параметр (для круговых орбит  $p=r_0=a$ , где  $a$  – большая полуось орбиты),  $\mu=\gamma M$  – гравитационный параметр небесного тела ( $\gamma$  – гравитационная постоянная,  $M$  – масса небесного тела),  $\varepsilon = -\frac{3}{2} \cdot R_{ekv}^2 \cdot \mu \cdot j_{20}$  – константа сжатия.

Используя теорему синусов для изображённого на рис. 1 сферического треугольника:

$$\cos(180^\circ - (i + \Delta i)) = -\cos \Delta \gamma \cdot \cos i + \sin \Delta \gamma \cdot \sin i \cdot \cos u$$

и считая углы  $\Delta i$  и  $\Delta \gamma$  малыми, после преобразований можно получить:

$$\Delta i = \Delta \gamma \cdot \cos u = \frac{\Delta V_z}{V_0} \cdot \cos u \quad (3a)$$

$$\Delta \Omega = \Delta \gamma \cdot \frac{\sin u}{\sin i} = \frac{\Delta V_z}{V_0} \cdot \frac{\sin u}{\sin i} \quad (3b)$$

Таким образом, возникшее отклонение  $\Delta \Omega$ , рассчитанное по формуле (2), можно компенсировать, не изменяя при этом наклонения орбиты ( $\Delta i = 0$ ), при помощи бинормального импульса, прикладываемого в точке с аргументом широты  $u=90^\circ$  или  $u=270^\circ$ .

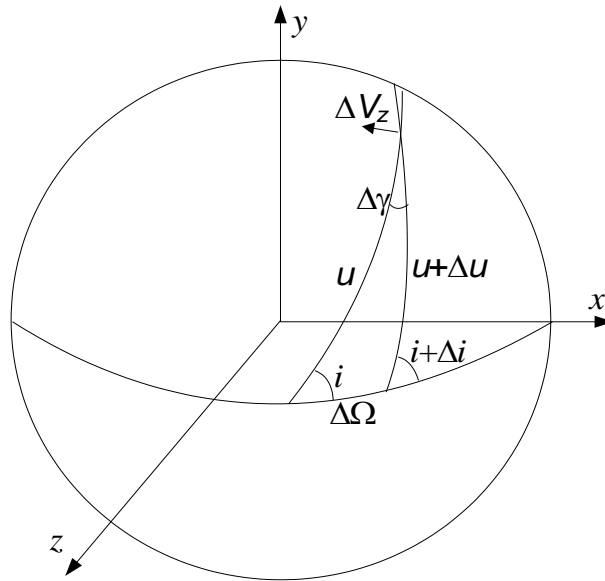


Рис. 1. Сферический треугольник, описывающий изменение орбиты за счёт приложения бинормального импульса

Оптимальным является одновременное приложение трансверсальной и бинормальной составляющих импульсов скорости на первом и последнем витках перелёта в некоторой точке орбиты с аргументом широты  $u_0$ , что предполагает использование также влияния изменённого наклонения на скорость эволюции ДВУ [6]:

$$u_0 = \operatorname{arctg} \frac{2}{Nk \sin i}, \quad (4)$$

$$\text{где } k = \frac{2\pi\varepsilon}{\mu p^2} \sin i. \quad (5)$$

В этом случае затраты СХС на перевод КА вдоль орбиты определяются как [6]:

$$\Delta V = 2\sqrt{\Delta V_t^2 + \Delta V_z^2} = \frac{2}{3} |\Delta u| V_0 \sqrt{\frac{1}{N^2} + \frac{4\delta\Omega^2 \sin^2 2i}{N^2 \delta\Omega^2 \sin^4 i + 4\cos^2 i}} \quad (6)$$

Из формулы (6) следует, что затраты суммарной характеристической скорости находятся в линейной зависимости от величины рассогласования по фазе  $\Delta u$  (рис. 2).

На рис. 2 данные расчётов для Земли даны для высоты 700 км, так как на этой средней высоте располагается большинство низкоорбитальных КА дистанционного зондирования и связи, движущихся по околокруговым орбитам. Данные для высоты 300 км даны для сравнения. Результаты исследований Марса показывают, что толщина его атмосферы составляет примерно 110 км, в связи с чем представляется логичным рассмотреть те же высоты, что и для Земли. В случае Луны, не имеющей атмосферы, рассматриваются граничные значения 50 км - 300 км, так как в указанном

диапазоне работали все последние лунные КА, включая «Кагуя», LRO, LCROSS.

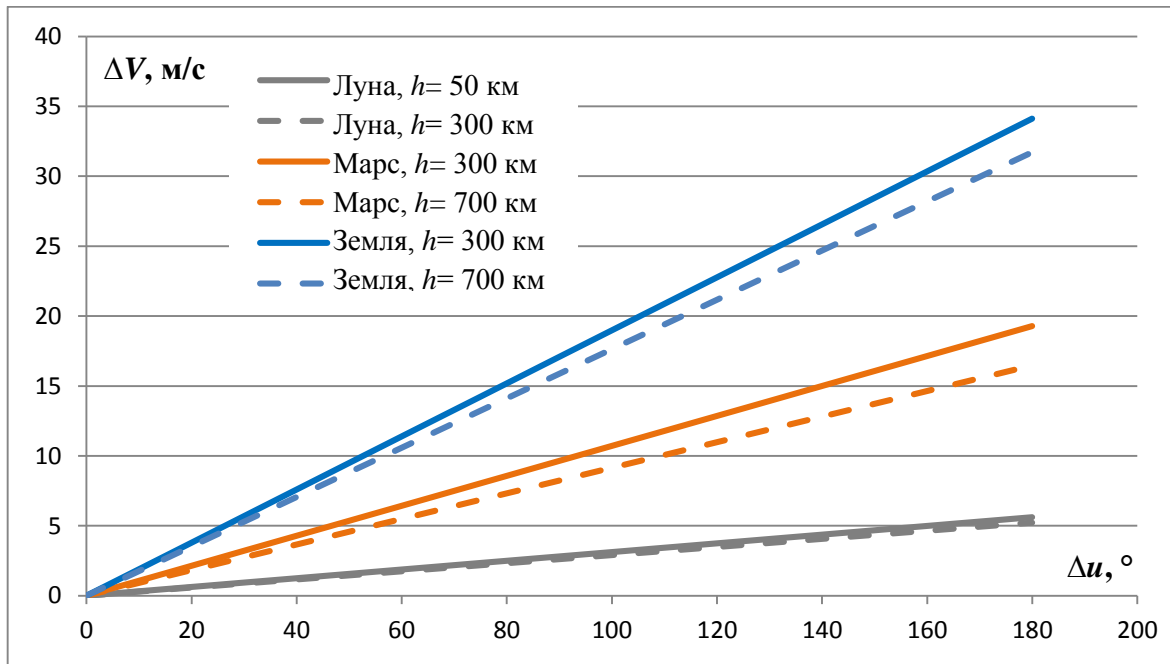


Рис. 2. Зависимость затрат СХС перелёта от рассогласования по фазе для разных высот при наклонении  $51.6^\circ$  для 100 витков ожидания

Сравнение энергетике переходов с использованием графиков, представленных на рис. 2, проводится при фиксированном числе витков на разных высотах, что приводит к отличию во времени перелёта. Представляет интерес сравнение изохронных затрат СХС для разных высот, для чего необходимо пересчитать количество витков ожидания для всех высот на время, необходимое, к примеру, для совершения 100 витков на базовой высоте (300 км для Земли и Марса, 50 км для Луны). Рис. 3 даёт представление о том, что в случае Луны затраты СХС при переводе КА вдоль орбиты за фиксированное время растут с увеличением радиуса орбиты. В случае Земли и Марса для низких орбит затраты СХС на перелёт вдоль орбиты при фиксированном времени сначала незначительно уменьшаются с ростом высоты полёта, а затем, по достижении граничной высоты, снова начинают увеличиваться.

В общем случае при рассмотрении изохронного количества витков затраты СХС для высоких (несколько тысяч километров) орбит больше соответствующих затрат для низких орбит, то есть наблюдается противоположная ситуация по сравнению с рис. 2.

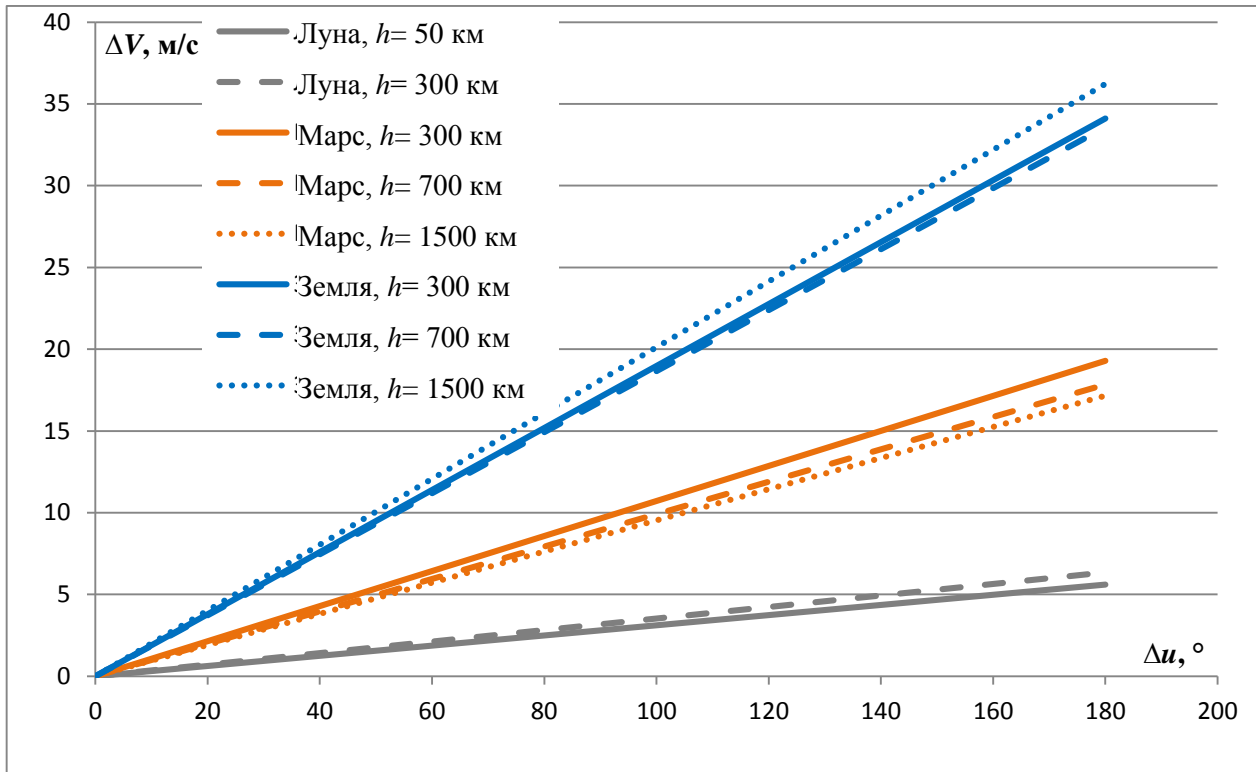


Рис. 3. Зависимость затрат СХС перелёта от рассогласования по фазе для разных высот при наклонении  $51.6^\circ$  при фиксированном времени перелёта

Граничная высота, на которой при базовом числе витков  $N_0$ , взятом по базовой высоте  $p_0$ , достигается минимум затрат СХС, может быть найдена как:

$$h_{\text{гр}} = \sqrt[7]{\frac{-k_2 + \sqrt{k_2^2 - 4k_1k_3}}{2k_1}} - R_{pl}, \quad (7)$$

где

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = 2 \cdot D^2 \\ k_2 = 4 \cdot C \cdot D - 5 \cdot A \cdot B \cdot D \\ k_3 = 2 \cdot A \cdot B \cdot C + 2 \cdot C^2 \\ R_{pl} - \text{средний радиус небесного тела,} \end{array} \right.$$

при этом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta = -\frac{2\pi \cdot \varepsilon \cdot \cos i}{\mu} \\ A = N_0^2 \cdot p_0^3 \\ B = 4 \cdot \beta^2 \cdot \sin^2 2i \\ C = N_0^2 \cdot p_0^3 \cdot \beta^2 \cdot \sin^4 i \\ D = 4 \cdot \cos^2 i \end{array} \right.$$



Значения граничных высот при движении вокруг исследуемых небесных тел для продолжительности в 100 витков по базовой высоте приведены в таблице 1. Предполагается, что базовой при движении вокруг Земли и Марса является высота 300 км, а при движении вокруг Луны – 50 км.

Таблица 1

Значения граничных высот при переводе КА вдоль орбиты для продолжительности в 100 витков по базовой высоте

Наклонение, °	Значение граничной высоты, км		
	Земля	Марс	Луна
0	-	-	-
30	762.818	1184.004	-
45	1016.656	1346.758	-
51.6	917.547	1283.212	-
60	566.249	1057.97	-
65	171.539	804.893	-
80	-	-	-

Необходимо учитывать, что значение граничной высоты при переводе КА вдоль орбиты не зависит от величины рассогласования по аргументу широты. Это значение полностью определяется законами движения в центральном гравитационном поле и характеристикой реального гравитационного поля  $J_{20}$ . Физическая сущность наблюдаемого эффекта следующая. С ростом высоты круговой орбиты увеличивается интеграл энергии, что приводит к росту затрат СХС, необходимой для перевода КА вдоль орбиты в центральном гравитационном поле. С другой стороны, на низких орбитах обратно пропорционально квадрату высоты орбиты сказывается воздействие гравитационных возмущений, вследствие которых необходимо вводить бинормальные импульсы для возвращения КА в исходную плоскость, что тоже увеличивает затраты СХС. Таким образом, рассчитанная по формуле (7) граничная высота характеризует такую орбиту, где влияние нецентральности гравитационного поля уже достаточно слабое и не приводит к существенному расхождению плоскостей за время перевода КА вдоль орбиты, но при этом на такой высоте сам перевод вдоль орбиты ещё не требует значительных затрат СХС. Прочерк в первой строке таблицы 1 у всех небесных тел объясняется физическим и математическим вырождением понятия ДВУ при нулевом наклонении, прочерк при наклонении  $80^\circ$  будет объяснён ниже, при расчёте компромиссного времени перевода КА вдоль орбиты. В случае Луны граничные высоты не существуют при времени перевода в 100 витков (при базовой высоте 50 км), но появляются с увеличением этого времени. В целом, при движении вокруг каждого из небесных тел при фиксированном наклонении значение граничной высоты растёт с увеличением времени на перевод КА вдоль орбиты.

Затраты СХС, требуемой для перевода спутника в целевую точку орбиты, гиперболически зависят от количества витков ожидания на фазирующей орбите для всех высот. Далее рассмотрена изохронная зависимость по базовому числу витков для высот 700 км и 2500 км при движении вокруг Земли. Как видно из графиков, представленных на рис. 4, помимо существенного рассогласования при малых  $N$  существует такое значение  $N$ , при котором кривые затрат СХС перелёта пересекаются. Точка пересечения характеризуется резким уменьшением абсолютного значения производной функции  $\Delta V$  по переменной  $N$  и может рассматриваться как некое компромиссное количество витков ожидания между временем перелёта и затратами на его осуществление. Немаловажно, что положение точки пересечения не зависит от величины рассогласования по аргументу широты  $\Delta u$ .

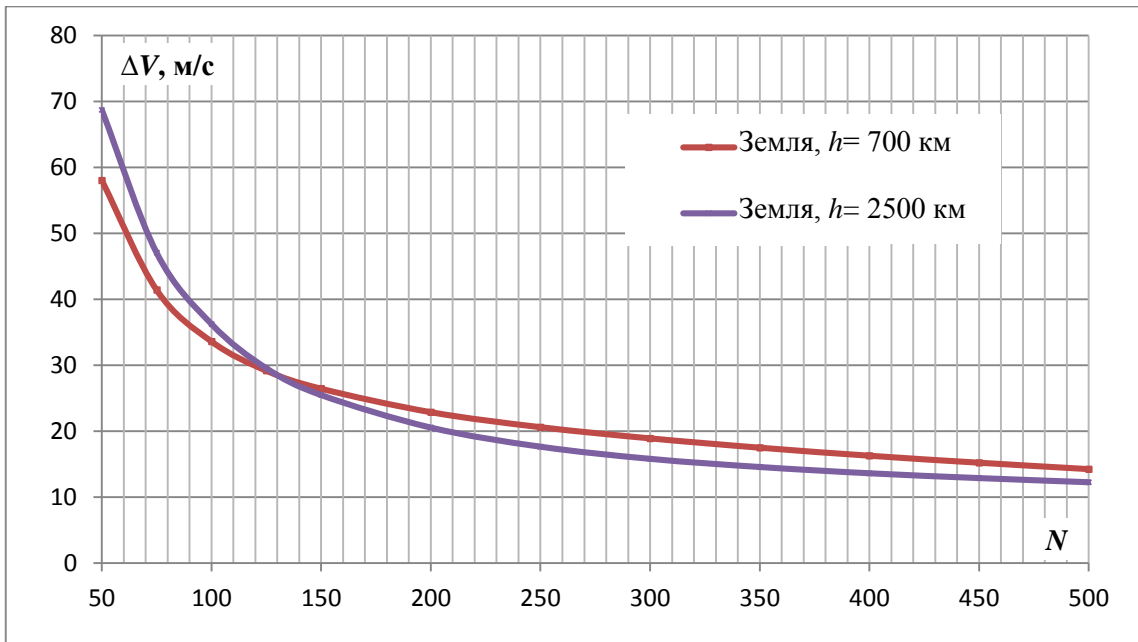


Рис. 4. Зависимость затрат СХС от изохронных  $N$  для различных высот при движении вокруг Земли с наклоном  $51.6^\circ$

Вычисление этой точки для разной комбинации высот можно выполнить аналитически [7]:

$$N = \sqrt{\frac{-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 4\gamma\alpha}}{2\gamma}}, \quad (8)$$

где:

$$\begin{cases} \gamma = A \cdot K + C \cdot K - A \cdot P \cdot D - A \cdot P \cdot F \\ \xi = A \cdot M + B \cdot K + C \cdot M - B \cdot P \cdot D - B \cdot P \cdot F - A \cdot P \cdot E \\ \alpha = B \cdot M - B \cdot P \cdot E, \end{cases}$$

при этом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta = \frac{-2\pi\varepsilon}{\mu} \\ A = \beta^2 \cdot \sin^4 i \\ B = 4 \cdot p_1^4 \\ C = 4 \cdot \beta^2 \cdot \sin^2 2i \\ D = T_1^2 \cdot T_2^2 \cdot \beta^2 \cdot \sin^4 i \\ E = 4 \cdot T_2^4 \cdot p_2^4 \\ F = 4 \cdot T_1^2 \cdot T_2^2 \cdot \beta^2 \cdot \sin^2 2i \\ K = T_1^4 \cdot \beta^2 \cdot \sin^4 i \\ M = 4 \cdot T_2^2 \cdot T_1^2 \cdot p_2^4 \\ P = \frac{p_1}{p_2}, \end{array} \right.$$

$T_1$  и  $T_2$  – периоды двух сравниваемых орбит,  $p_1$  и  $p_2$  – их фокальные параметры.

В результате применения (8) получается, что кривые пересекаются в общем случае дважды. Для рассмотренных высот 700 и 2500 км при движении вокруг Земли формула (8) даёт значения  $N_1=121$  и  $N_2=844$  витка. Необходимо отметить, что принципиальное изменение динамики убывания функции  $\Delta V(N)$  происходит именно в точке  $N_1$ , которую можно рассматривать как точку компромиссного значения продолжительности перелёта. Рис. 4 и формула (8) применимы для оценки компромиссного времени ожидания на фазирующей орбите путём нахождения точки пересечения кривой затрат СХС с аналогичной кривой, получающейся для орбиты с высотой, близкой к заданной. Ниже в таблице 2 для трёх исследуемых небесных тел рассчитаны компромиссные значения для количества витков ожидания при переводе КА вдоль орбиты.

Таблица 2

Компромиссное количество витков ожидания при переводе КА вдоль орбиты с наклоном  $51.6^\circ$  при движении вокруг Земли, Марса и Луны

Высоты, км	Количество витков		
	Земля	Марс	Луна
50	-	-	<b>379</b>
100	-	-	<b>401</b>
300	<b>74</b>	<b>44</b>	<b>492</b>
700	<b>83</b>	<b>54</b>	<b>704</b>
1500	<b>102</b>	<b>77</b>	<b>1239</b>
2500	<b>130</b>	<b>112</b>	<b>2121</b>

В процессе исследований пределов применимости формулы (8) обнаружено, что для всех земных, марсианских и лунных околокруговых орбит кривые, показанные на рис. 4, пересекаются только в том случае, если наклонение начальной орбиты меньше  $70^\circ$ . Это объясняется тем, что при

близком к  $90^\circ$  наклонении множитель  $\cos i$ , входящий в формулу скорости прецессии ДВУ оказывается по своему значению близким к нулю, уменьшая тем самым влияние изменённой большой полуоси на вековой уход ДВУ. Эта особенность, в частности, объясняет прочерки в таблице 1 для Земли и Марса при наклонении  $80^\circ$ , что означает непрерывный рост затрат СХС с увеличением высоты орбиты при фиксированном времени перевода КА на угол  $\Delta u$ . Следовательно, при значениях наклонения, больших  $70^\circ$ , выбор компромиссного значения витков ожидания на промежуточной орбите необходимо осуществлять, ориентируясь на график зависимости затрат СХС от количества витков перелёта.

Рассмотренный тип задач по переводу КА вдоль орбиты в основном встречается при формировании и восполнении орбитальных группировок, функционирующих на околокруговых орбитах. Полученная зависимость (8) для отыскания компромиссного времени перевода КА на новую позицию позволяет адекватно соотнести друг с другом располагаемые энергетические и временные ресурсы, а используя данные из таблицы 2, можно существенно сократить время оценочных расчётов.

## Поворот орбитальной плоскости по долготе восходящего узла

В случае необходимости перевода КА в заданную точку на рабочей орбите, имеющей ту же высоту, но существенное отличие по ДВУ, затраты СХС на перелёт резко возрастают [8, 9]. Выражение для минимальных затрат СХС, требуемой для перевода КА в целевую точку орбиты с ДВУ, отличающейся на  $\Delta\Omega$ , имеет вид [6]:

$$\Delta V = \frac{2}{3} V_0 \sqrt{\frac{(\Delta u + n)^2}{(N + n)^2} + \frac{(3\Delta\Omega - (4\Delta u + 7n)\delta\Omega)^2}{(N + n)^2 \delta\Omega^2 \operatorname{tg}^2 i + \frac{4}{\sin^2 i}}} \quad (9)$$

Здесь угол  $\Delta u$  также выражен в долях витка, но его значения теперь принимаются лежащими в интервале  $[0; 1]$ ,  $n$  - разница в числе витков полёта КА и целевой точки, в которую надо перевести КА, которая возникнет за  $N$  витков полёта цели. При расчёте параметров маневров требуется найти значение  $n$ , которое обеспечит минимум функции (9). В качестве начального приближения может быть использована зависимость [8]:

$$n_{app} = \frac{3\Delta\Omega}{7\delta\Omega} - \frac{4}{7} \Delta u.$$

Чтобы отыскать минимум функции  $\Delta V(n)$ , необходимо преобразовать уравнение, получающееся в результате дифференцирования функции  $\Delta V$  по переменной  $n$ . В результате анализа полученного уравнения можно констатировать следующее:

- 1) В ходе преобразований получается полное уравнение 5-ой степени, аналитическое решение которого не представляется возможным отыскать.

Вместе с тем, из Th. Гаусса следует, что данное уравнение содержит хотя бы один вещественный корень, а физический смысл задачи позволяет утверждать, что этот вещественный корень – единственный.

2) Рассматриваемая функция  $\Delta V(n)$  является положительной на всей области определения.

3) Рассматриваемая функция  $\Delta V(n)$  имеет вертикальную асимптоту  $n = -N$ . Также нетрудно показать наличие единственной горизонтальной асимптоты

при  $n \rightarrow \pm\infty$  равной  $\frac{2}{3}V_0 \sqrt{1 + \frac{49}{\text{tg}^2 i}}$ .

В ходе асимптотических исследований функции (9) в различных гравитационных полях удалось выяснить некоторые особенности динамики её поведения. Две возможные качественные ситуации показаны ниже на рис. 5.

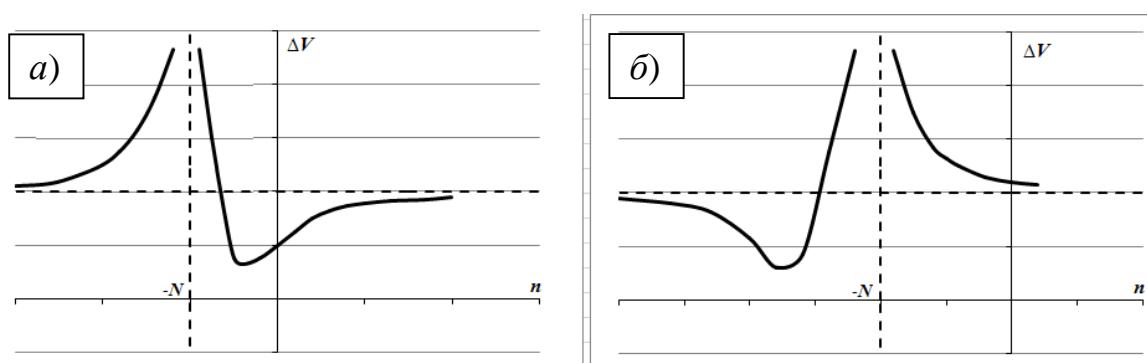


Рис. 5. Качественные возможные варианты графика функции  $\Delta V(n)$

Минимум затрат СХС, отвечающий адекватному решению задачи, достигается только в случае  $n_{app} > -N$ , чему соответствует вид кривой СХС, показанной на рис. 5а. В этом случае значение  $n$ , являющееся точкой минимума, позволяет осуществить перелёт в разумные сроки, так как количество витков активного КА представляет собой сумму  $n$  и  $N$ .

Из условия  $n_{app} > -N$  можно получить максимально допустимое рассогласование по  $\Delta\Omega$ , которое при фиксированных значениях наклона и большой полуоси можно скорректировать за заданное число витков:

$$\Delta\Omega < \frac{-7N \cdot \delta\Omega}{3}.$$

При повороте орбитальной плоскости по направлению прецессии ( $\Delta\Omega < 0$ ;  $\delta\Omega < 0$ , так как  $i < 90^\circ$ ) никаких ограничений на угол  $\Delta\Omega$  нет, в то время как при повороте орбитальной плоскости против направления прецессии ( $\Delta\Omega > 0$ ,  $\delta\Omega < 0$ ) в приведённом выше неравенстве обе части являются положительными. Так как величина правой части неравенства при фиксированной высоте орбиты определяется ещё и величиной наклона, входящего в формулу для величины векового ухода  $\delta\Omega$ , то возможное корректируемое рассогласование по  $\Delta\Omega > 0$  ограничено малым временем перелёта и значениями наклона, близкими к  $90^\circ$ .

Таблица 3

Максимально возможное отклонение  $\Delta\Omega$ , корректируемое за  $N$  витков при наклонении  $80^\circ$

Небесное тело	1000 витков	2000 витков
Земля (высота 700 км)	192.782°	385.563°
Марс (высота 700 км)	295.623°	591.247°
Луна (высота 100 км)	40.024°	80.048°

Так как максимальное отклонение по  $\Delta\Omega_{\max} = \pi$ , то, как следует из таблицы 3, при движении вокруг Земли и Марса даже в случае наклонений, близких по значению к  $90^\circ$ , достаточно 1000 витков ожидания на перелёт, при этом в случае Луны число витков требуется увеличивать, либо выбирать другое наклонение орбиты проектируемой спутниковой системы. Отсюда можно получить минимальное число витков, за которое можно осуществить перелёт для всех углов  $\Delta\Omega$ :

$$N > \frac{3\pi}{7\delta\Omega}$$

Например, для Земли получается 934 витка (высота 700 км, наклонение  $80^\circ$ ).

Зависимость затрат СХС от рассогласования по ДВУ при повороте против направления прецессии близка к линейной, но сильно зависит от наклонения орбиты [7], причём интенсивность роста затрат резко возрастает в интервале значений  $i \in [60^\circ; 90^\circ]$ . Важным моментом является существенное сокращение потребной СХС при использовании естественной прецессии ДВУ (направление поворота плоскости совпадает с направлением прецессии). Помимо уменьшения величины и скорости роста соответствующих значений СХС изменяется и направление кривизны кривой. Общим свойством представленных на рис. 6 величин потребной СХС является их уменьшение как при выборе меньшего наклонения, так и при задании большего времени на перелёт.

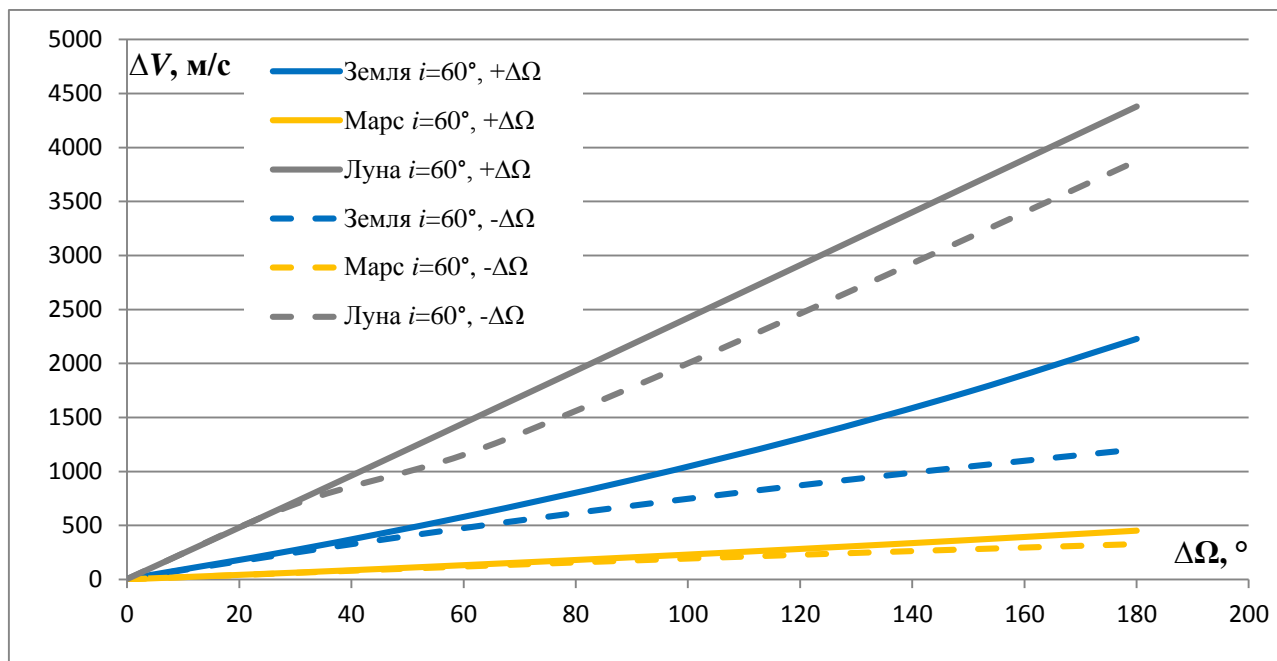


Рис 6. Зависимость затрат СХС от рассогласования по ДВУ для орбиты с наклоном  $60^\circ$  и высотой 700 км (Земля и Марс, для Луны – 100 км) и  $N=1000$  при повороте плоскости по  $(-\Delta\Omega)$  и против  $(+\Delta\Omega)$  направления естественной прецессии ДВУ

Как следует из кривых, представленных на рис. 6, гравитационное поле Марса характеризуется сильной нецентральностью по сравнению с земным. Это приводит к большему вековому уходу плоскости при одном и том же изменении большой полуоси, что обуславливает существенно меньшие величины СХС, требуемой для поворота орбитальной плоскости на фиксированный угол по ДВУ. В случае Луны само влияние нецентральности гравитационного поля проявляется достаточно сильно (рис. 6), однако требуется увеличивать число витков ожидания на промежуточной орбите, так как вследствие малости отношения  $\frac{\varepsilon}{\mu}$  вековой уход ДВУ окололунной орбиты меньше аналогичного векового ухода околоземной орбиты. Если в первой главе это обстоятельство обеспечивало минимальные затраты СХС (рис. 2, рис. 3), так как за время перевода КА вдоль орбиты компенсируемое отклонение плоскости было незначительным, то при целенаправленном использовании прецессии, наоборот, за указанные 1000 витков ДВУ окололунной орбиты не успевает измениться на нужное значение. Следует обратить внимание на то, что вследствие разных значений больших полуосей и гравитационных параметров 1000 околоземных витков на высоте 700 км занимают 68.5 дней, при этом на такой же орбите вокруг Марса это займёт 92 дня, а вокруг Луны – 82 дня.

Влияние особенностей гравитационного поля заметно проявляется и в случае малых отклонений по ДВУ, не видных на рис. 6. На рис. 7 представлены результаты расчётов для наклона  $30^\circ$  в малом диапазоне углов  $\Delta\Omega$ . Функция

затрат СХС в этом случае представляет собой кривую с медленно затухающими колебаниями, причём интенсивность этих колебаний зависит как от наклона, так и от величины большой полуоси (меньшим высотам соответствует бóльшая интенсивность колебаний). В работах [7, 10] показано, что для наклонов, лежащих в интервале  $20^\circ$ -  $40^\circ$ , эти колебания выражены наиболее ярко.

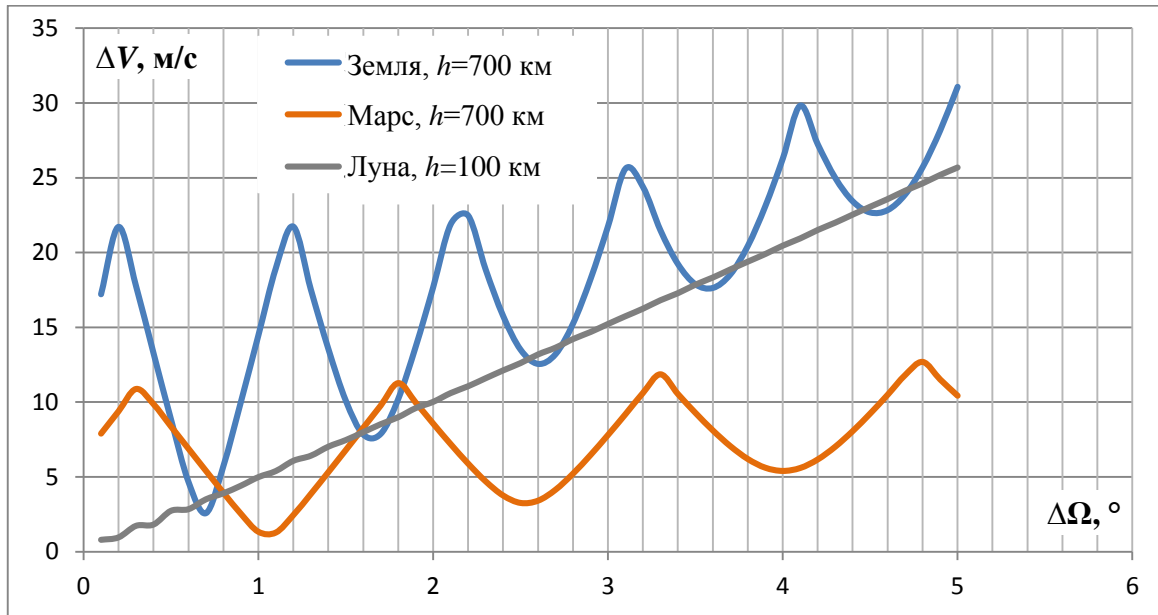


Рис. 7. Зависимость затрат СХС от рассогласования по ДВУ для наклона  $30^\circ$  для высоты 700 км (Земля и Марс, для Луны 100 км) и  $N=1000$

На основании рис. 7 можно сделать следующий важный вывод: при фиксированных наклоне и высоте начальной орбиты в случае движения вокруг Земли и Марса возможен перевод КА в плоскость с бóльшей ДВУ, но с меньшими затратами СХС. Это обстоятельство имеет вполне логичное объяснение: параметр  $n$  по своему определению является целочисленным, что исключает возможность точной компенсации расхождений по ДВУ только за счёт разницы в числе витков полёта и необходима непосредственная коррекция оставшегося отличия ДВУ при помощи бинормальных импульсов. Ниже приведена зависимость дробной части абсолютного значения  $n$  от угла между плоскостями для высоты 700 км при движении вокруг Земли. График, представленный на рис. 8, однозначно связывает дробный остаток  $n$  с амплитудами колебаний затрат СХС перелёта (рис. 7): в том случае, когда разница в числе витков полёта  $n$  близка к целочисленному значению, то есть за счёт использования орбиты ожидания удаётся практически полностью совместить плоскости, функция  $\Delta V(\Delta\Omega)$  имеет минимумы. В [7, 10] показано, что колебательный характер функции  $\Delta V(\Delta\Omega)$  слабо выражен для наклонов, меньших  $5^\circ$  и бóльших  $70^\circ$ , и, следовательно, не может быть использован для КА ДЗЗ, которые в связи с требованиями к постоянству условий съёмки



выводятся на солнечно-синхронные орбиты. Такие орбиты для высоты полёта 700 км должны иметь наклонения, примерно равные  $93.7^\circ$  для Марса и  $98.1^\circ$  для Земли.

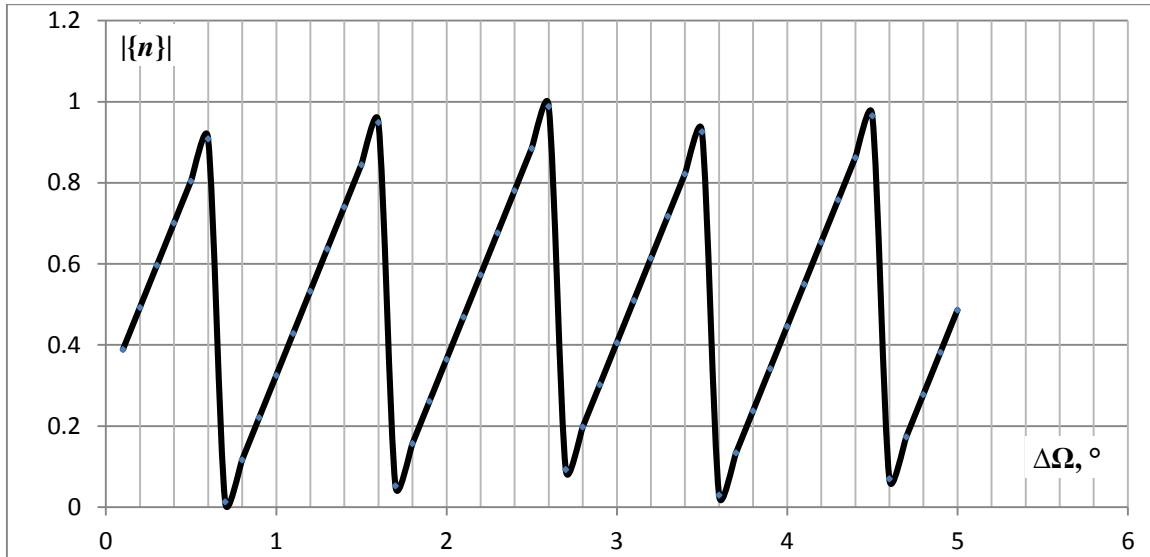


Рис. 8. Зависимость дробной части абсолютного значения  $n$  от угла между плоскостями для высоты 700 км и  $N=1000$  витков

При расчёте затрат суммарной характеристической скорости для изменения ДВУ на малые углы также необходимо учитывать знак  $\Delta\Omega$ . На рис. 9 приведены кривые затрат СХС для двух наклонений для случая поворота плоскости на углы  $0.1^\circ$ - $5^\circ$  против и по направлению прецессии ДВУ для высоты 700 км при движении вокруг Земли. Из графика, представленного на рис. 9, видно, что при развороте плоскости против направления прецессии кривая затрат СХС находится в противофазе с колебаниями кривой, полученной для попутного разворота, но при этом имеет место незначительный сдвиг. По причине малости отклонения по ДВУ на рис. 9 не наблюдается резкого отличия соответствующих кривых, которое имеет место на рис. 6.

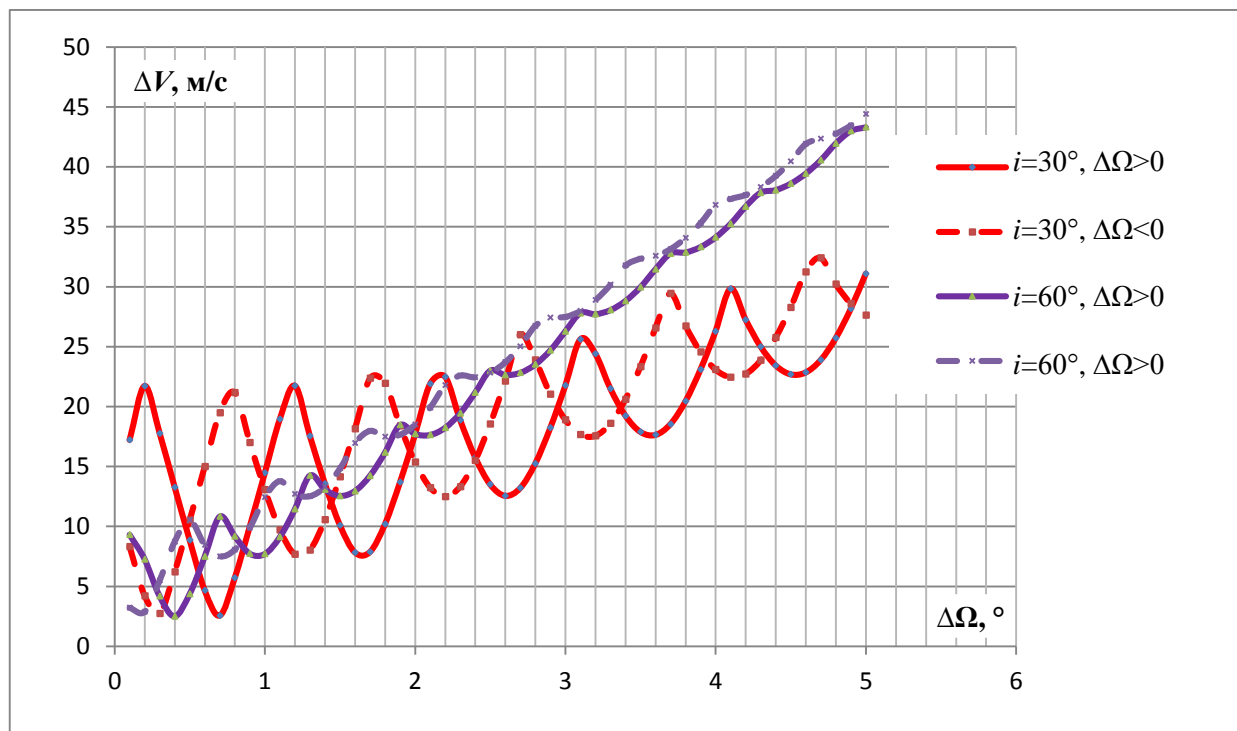


Рис. 9. Затраты СХС, необходимые для поворота плоскости орбиты для наклонений  $30^\circ$  и  $60^\circ$  против направления прецессии ( $\Delta\Omega>0$ ) и по направлению прецессии ( $\Delta\Omega<0$ )

Влияние направления поворота плоскости также хорошо заметно при малых  $N$  на зависимости СХС от числа витков перелёта для разной величины угла рассогласования орбит по ДВУ (рис. 10). Из графика, представленного на рис. 10, видно, что при фиксированной величине угла поворота плоскости для заданной орбиты существует такое значение  $N$  витков ожидания, при котором затраты СХС, необходимой для поворота плоскости по или против направления прецессии, мало отличаются друг от друга. Например, при движении вокруг Земли на высоте 700 км, при наклонении  $51.6^\circ$  и при требуемой компенсации  $\Delta\Omega=\pm 15^\circ$  значение граничного  $N$  близко к 800 ( $\approx 55$  дней). Этот эффект может быть учтён при проектировании схем обслуживания группировки КА с разных орбитальных станций. В целом, можно сказать, что при решении задачи целенаправленного изменения ДВУ использование естественной прецессии в любом случае заметно уменьшает затраты СХС, и чем меньше времени даётся на перелёт, тем требуемое значение  $\Delta V$  больше, но при этом больше и выигрыш по  $\Delta V$  за счёт использования прецессии.

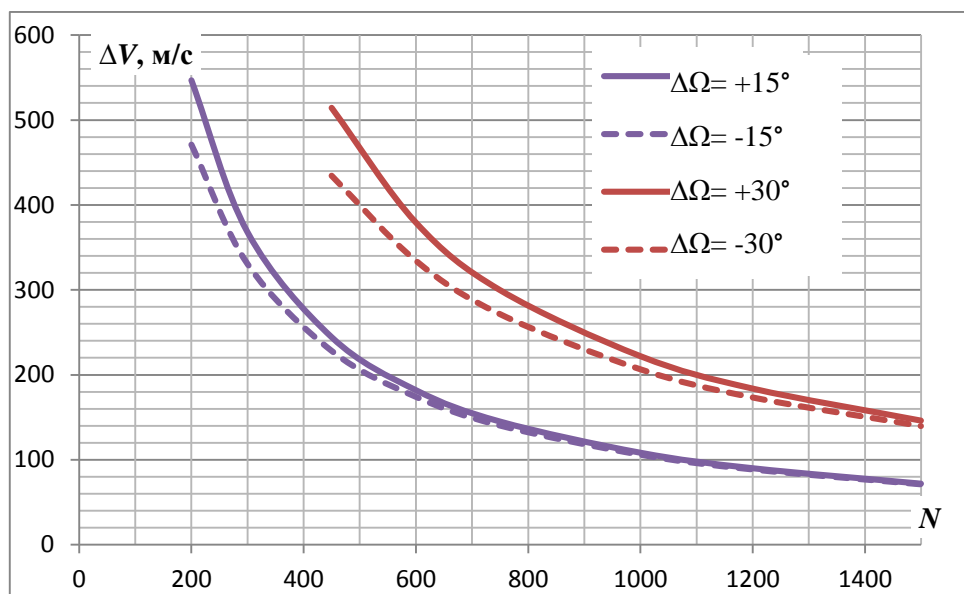


Рис. 10. Зависимость затрат СХС от количества витков для разных направлений и величин изменения ДВУ для высоты 700 км при движении вокруг Земли

Диапазон изменения затрат СХС при различных отклонениях по фазе  $\Delta u \in [0^\circ; 180^\circ]$  в случае наличия разницы в ДВУ представляет собой величину, которая, к примеру, при движении вокруг Земли для наклона  $51.6^\circ$  и  $\Delta\Omega = 2^\circ$  не превышает 6 м/с по значению. С ростом величины требуемого угла поворота  $\Delta\Omega$ , рассогласование по фазе можно не учитывать при оценке общей энергетики перелёта.

Результаты, полученные в данном разделе, могут быть использованы при построении низкоорбитальных спутниковых систем связи или дистанционного зондирования в том случае, если выводимые одной ракетой-носителем КА требуется развести по ДВУ.

## **Поворот орбитальной плоскости по долготе восходящего узла при необходимости одновременного изменения и большой полуоси**

В данном разделе при рассмотрении задачи перевода КА в заданную точку конечной орбиты предполагается, что начальная и конечная орбиты имеют близкие, но разные значения большой полуоси, отклонение по ДВУ может быть любым по величине, наклона у обеих орбит одинаковы. Задачи такого типа возникают при формировании спутниковых систем, при переводе резервного КА на освободившееся место и т.д.

Необходимые значения трансверсальных и боковых составляющих импульсов скорости первого  $\Delta V_{1I}$ ,  $\Delta V_{1L}$  и второго  $\Delta V_{2I}$ ,  $\Delta V_{2L}$  интервалов маневрирования могут быть определены как [6, 7]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta V_{tI} = V_0 \left[ \frac{N\Delta a}{2(N+n)a_0} - \frac{\Delta u+n}{3(N+n)} \right], \\ \Delta V_{tII} = V_0 \frac{\Delta a}{2a_0} - \Delta V_{tI}, \\ \Delta V_{zI} = \frac{V_0}{N+n} \left( N\Delta i - \frac{4(\Delta u+n)\delta\Omega + 3(\delta\Omega n - \Delta\Omega)}{3\text{tg}i\delta\Omega} \right), \\ \Delta V_{zII} = V_0\Delta i - \Delta V_{zI}. \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (10a) \\ (10б) \\ (10в) \\ (10г) \end{array}$$

Оптимальным будет значение  $n$ , доставляющее минимум функционалу:

$$\Delta V = \sqrt{\Delta V_{tI}^2 + \Delta V_{zI}^2} + \sqrt{\Delta V_{tII}^2 + \Delta V_{zII}^2} \quad (11)$$

Требуемую разницу в количестве витков полёта активного КА и КА-цели в первом приближении можно определить как [8]:

$$n = \frac{3\Delta\Omega}{7\delta\Omega} - \frac{4}{7}\Delta u, \quad (12)$$

где  $\Delta u \in [0; 1]$ .

Одномерная оптимизация по  $n$  может быть выполнена численно, учитывая, что формула (12) даёт хорошее приближение для этого параметра. Необходимо помнить, что  $n$  – целое число, следовательно, только за счет подбора  $n$  нельзя убрать все отклонение ДВУ, но остающаяся часть не будет превышать  $\frac{1}{2}\delta\Omega$  и легко устраняется с помощью  $\Delta V_z$ .

При необходимости поворота плоскости орбиты против направления прецессии затраты СХС находятся в прямой зависимости от изменения большой полуоси для разных высот полёта (рис. 11). Для низких орбит (300-700 км для Земли и Марса, 50-200 км для Луны) рост затрат на изменение большой полуоси происходит практически одинаково. С ростом начальной высоты полёта крутизна кривых постепенно уменьшается, а интенсивность роста затрат СХС по равным высотным промежуткам возрастает [7].

При повороте плоскости орбиты по направлению естественной прецессии график СХС представляет собой кривую, имеющую минимум при определённой величине  $\Delta a$ , причём положение точки минимума различно в зависимости от базовой высоты, а сама точка смещается вправо и вверх (синяя и зелёная пунктирные линии) при росте высоты исходной орбиты (рис. 11), при этом кривая СХС постепенно распрямляется. Происходит это вследствие того, что с ростом высоты влияние нецентральности гравитационного поля уменьшается обратно пропорционально квадрату фокального параметра.

Как следует из графиков, представленных на рис. 11, наибольший эффект от использования естественной прецессии орбитальной плоскости достигается при движении вокруг Луны. Существенно меньшие затраты СХС при движении вокруг Марса объясняются более длительным фактическим временем нахождения на промежуточной орбите, которое соответствует 100 виткам полёта.

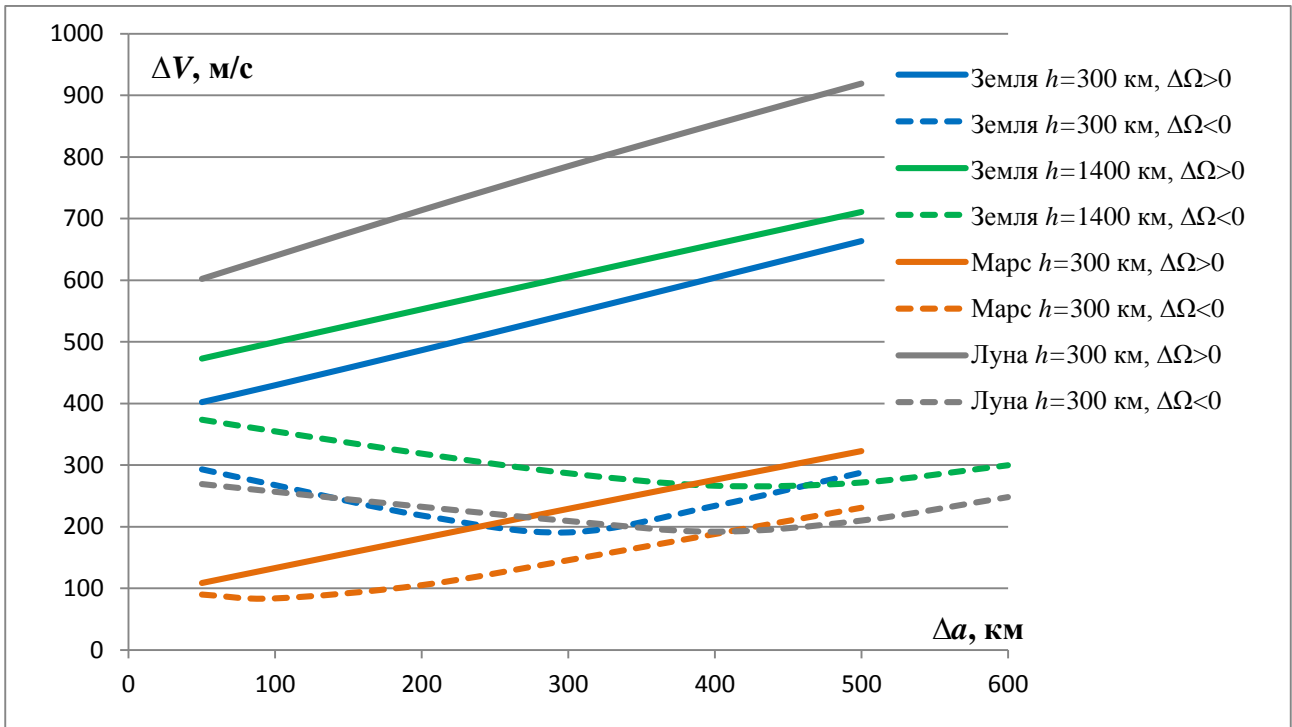


Рис. 11. Зависимость СХС от изменения большой полуоси для разных высот,  $\Delta i=180^\circ$ ,  $i=51.6^\circ$ ,  $N=100$ ,  $\Delta\Omega=+5^\circ$  (против направления прецессии ДВУ)  $\Delta\Omega=-5^\circ$  (по направлению прецессии ДВУ)

Форма кривых СХС, соответствующих повороту в направлении прецессии орбиты и показанных на рис. 11 пунктирными линиями, сильно зависит от количества витков перелёта. С увеличением  $N$  при фиксированной начальной высоте полёта левая часть каждого «пунктирного» графика опускается вниз, а правые его концы вне зависимости от  $N$  образуют линейно растущую асимптоту. Физический смысл этой асимптоты заключается в следующем: затраты СХС можно разделить на требуемые для изменения большой полуоси и требуемые для изменения ДВУ. Деление это условное, так как ДВУ корректируется не только непосредственно импульсом скорости, но ещё и создаваемой естественной прецессией. Доля вклада от естественной прецессии растёт с увеличением отличия орбит по большой полуоси до определённого значения  $\Delta a$ . Это значение  $\Delta a$  зависит как от числа витков ожидания, так и от угла рассогласования по ДВУ. В том случае, когда число витков ожидания оказывается избыточным или затраты на изменение большой полуоси начинают превышать затраты на боковую коррекцию, СХС манёвра снова начинает расти. Таким образом, с ростом  $N$  положение точки минимума по  $\Delta a$  смещается влево и вниз.

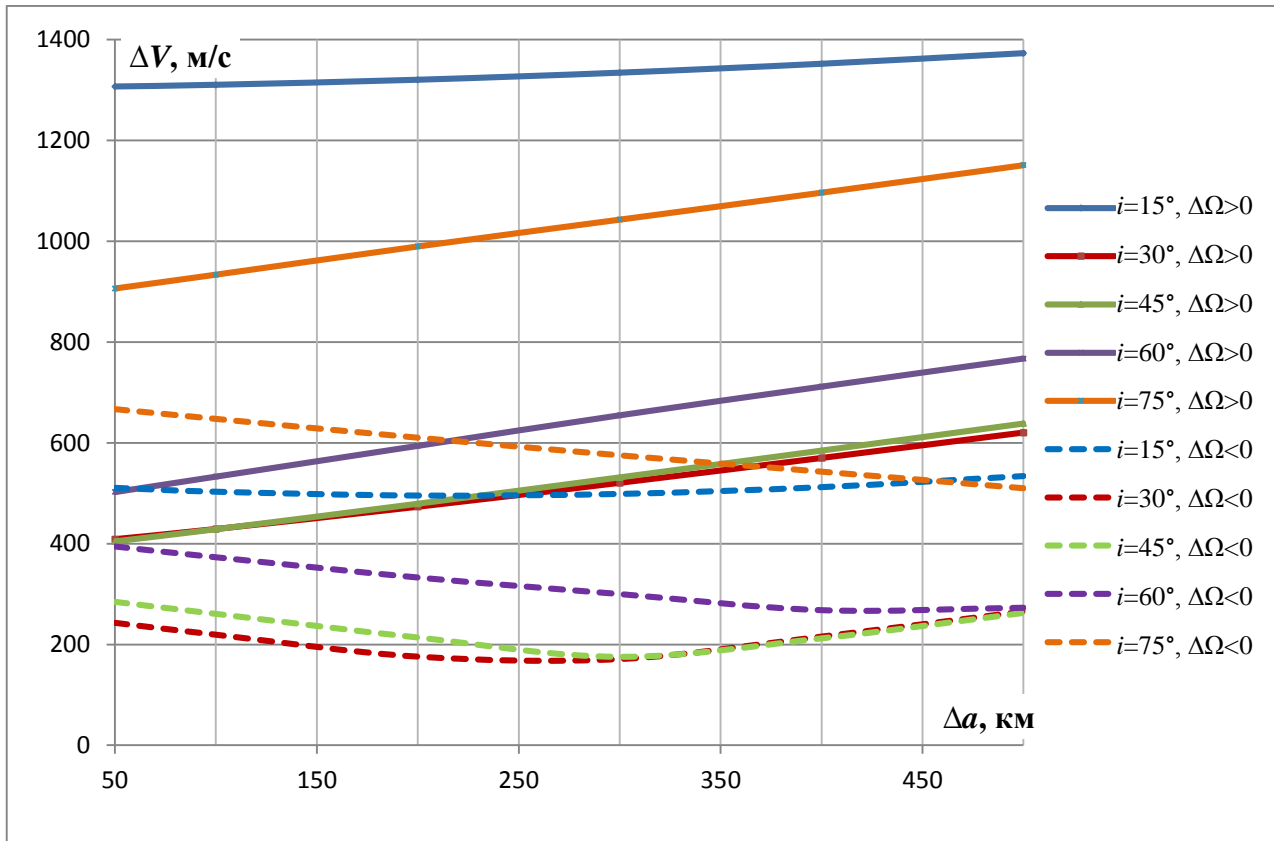


Рис. 12. Зависимость СХС от изменения большой полуоси для разных наклонений при движении вокруг Земли,  $\Delta u=180^\circ$ ,  $h=700$  км,  $N=100$ ,  $\Delta\Omega=\pm 5^\circ$

Затраты СХС при необходимости поворота плоскости против направления прецессии находятся в прямой зависимости от изменения большой полуоси при рассмотрении орбит с произвольным наклонением. Как видно из рис. 12 на примере движения вокруг Земли, минимум требуемой СХС приходится на область наклонений  $30^\circ$ - $45^\circ$  градусов. Причём для малых изменений высоты меньшие затраты соответствуют наклонению  $45^\circ$ , а для больших изменений высоты – наклонению  $30^\circ$ . Этот результат согласуется с данными из второго раздела, где этим значениям  $i$  соответствовали кривые СХС, имеющие наиболее ярко выраженный колебательный характер. Кроме того, график СХС не симметричен относительно оптимального наклонения. При повороте плоскости по направлению прецессии также выгодно изменять  $\Delta a$  при наклонениях  $30^\circ$ - $45^\circ$ , но график СХС нелинейный и имеет точку минимума.

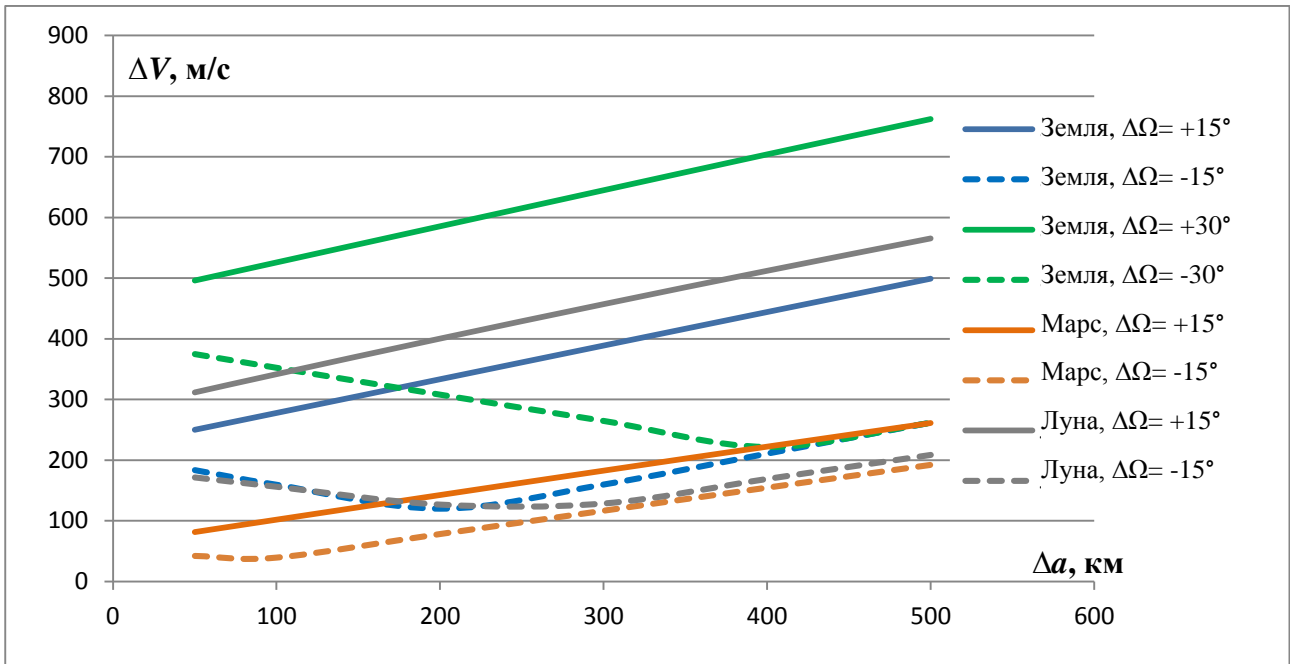


Рис 13. Зависимость СХС от изменения большой полуоси для разных различий в ДВУ,  $\Delta i=180^\circ$ ,  $h=700$  км (Земля и Марс, Луна – 100 км),  $N=500$ ,  $i=51.6^\circ$

При повороте плоскости орбиты против направления прецессии затраты СХС находятся в прямой зависимости от изменения большой полуоси для разных рассогласований в ДВУ (рис. 13).

В случае поворота плоскости по направлению прецессии кривая СХС вогнута и сильно зависит от величины угла поворота плоскости и величины  $\Delta a$ . При малых (несколько градусов) углах поворота форма кривой близка к линейной и она является асимптотой для всех кривых с большим по модулю отличием в ДВУ, так как в этом случае затраты СХС обусловлены только изменением большой полуоси. Рост изменяемого значения  $\Delta a$  вначале способствует увеличению скорости прецессии плоскости орбиты, уменьшая величины вспомогательных бинормальных импульсов, что сказывается в уменьшении СХС до соприкосновения с асимптотой. Точка пересечения является одновременно точкой минимума СХС, её положение зависит от величины требуемого угла поворота плоскости.

## Изменение параметров орбиты в общем случае

Облёт некоторого количества космических объектов, орбиты которых имеют близкие, но разные значения большой полуоси, незначительные отличия по наклонению и любые по величине отклонения ДВУ, имеет место в задаче очищения околоземного пространства от крупногабаритного космического мусора (КМ), при довыведении и т.д. Орбиты объектов КМ не поддерживаются в заданной конфигурации, поэтому для разных моментов времени их взаимное расположение меняется. За счёт появившейся необходимости коррекции  $\Delta i$

затраты СХС растут при том же  $\Delta a$ , однако появляется дополнительная возможность коррекции  $\Delta\Omega$ .

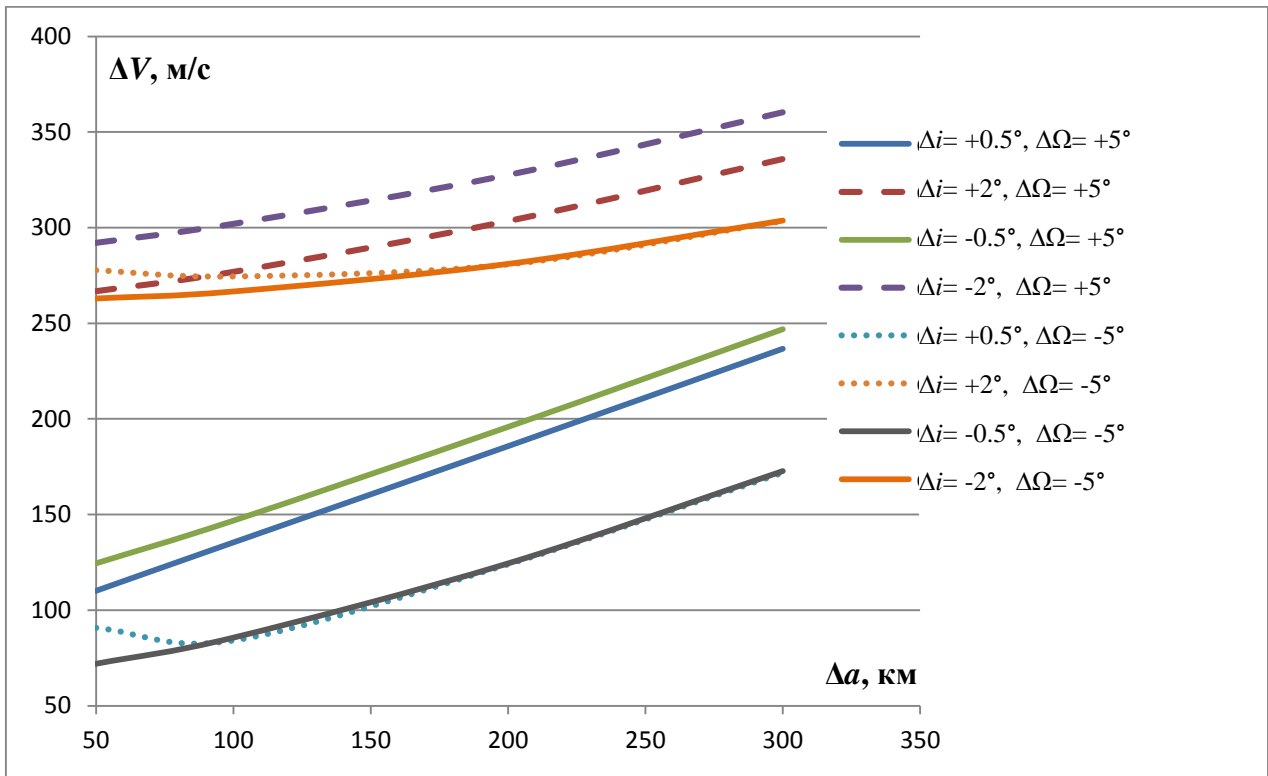


Рис. 14. Затраты СХС, необходимые для изменения наклона для разных  $\Delta a$  при движении вокруг Земли,  $\Delta u=180^\circ$ ,  $h=700$  км,  $\Delta\Omega=\pm 5^\circ$ ,  $N=500$ ,  $i=51.6^\circ$

При повороте плоскости против направления прецессии затраты СХС находятся практически в прямой зависимости от изменения большой полуоси для разного изменения наклона. Кроме того, как видно из рис. 14, в этом случае с увеличением разницы по величине большой полуоси отличные по направлению изменения  $\Delta i$  (но не  $\Delta\Omega$ ) кривые сходятся, что можно объяснить преобладающим влиянием модуля  $\Delta i$  на затраты СХС, при этом точка соприкосновения смещается вправо и вверх с ростом требуемого изменения  $\Delta i$ . Заметно, что совпадающее с прецессионным направление поворота плоскости орбиты по  $\Delta\Omega$  существенно уменьшает затраты на перелёт для малых  $\Delta i$ . С ростом требуемого изменения  $\Delta i$  при малом изменении большой полуоси на значении потребной СХС сильно сказывается сочетание  $\Delta a$  и  $\Delta i$  (с учётом знака последнего), при больших  $\Delta a$  поворот по направлению прецессии, как и ранее, является более выгодным.



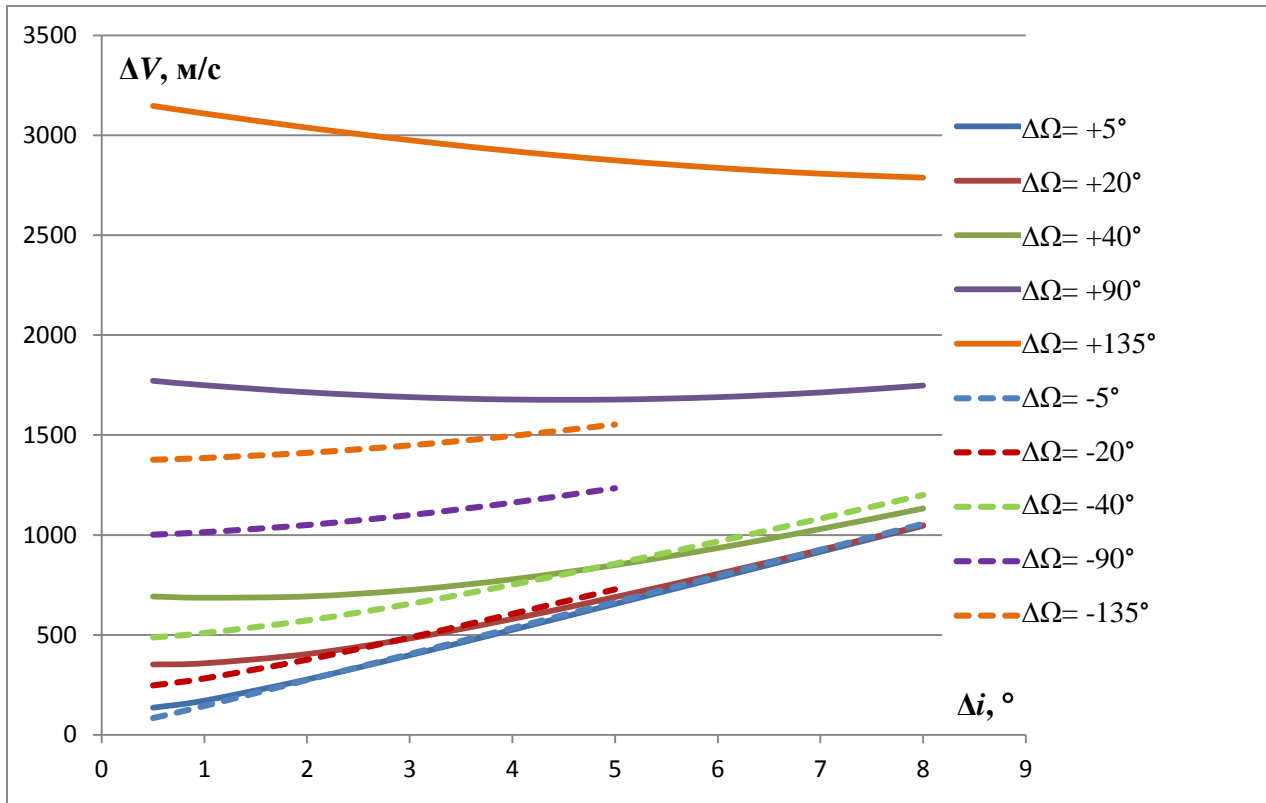


Рис. 15. Затраты СХС, необходимые для изменения наклона для разных  $\Delta\Omega$  при движении вокруг Земли,  $\Delta a=100$  км,  $h=700$  км,  $\Delta u=180^\circ$ ,  $N=500$ ,  $i=51.6^\circ$

При повороте плоскости по и против направления прецессии кривые СХС по мере роста требуемого изменения наклона сходятся. Характерным моментом является появление у кривых, соответствующих повороту против направления прецессии, заметного минимума для определённых величин рассогласований по ДВУ. При повороте плоскости по направлению прецессии существует такое значение  $\Delta i$ , при котором изменяется выгодное направление изменения ДВУ (рис. 15). Положение этой точки смещается право и вверх с ростом  $\Delta\Omega$ .

Результаты, приведённые на рис. 15, могут быть использованы в задаче сбора крупногабаритного космического мусора. В работах [11, 12] показано, что такие объекты могут быть классифицированы по группам, не имеющим постоянной жёсткой структуры, причем наклонение является удобным признаком классификации, так как его изменение требует наибольших затрат СХС. Внутри таких выделенных групп наклоны объектов отличаются друг от друга на доли градуса, что позволяет однозначно определить нужное направление изменения орбитальной плоскости, то есть требуемый знак  $\Delta\Omega$ .

При необходимости малого изменения наклона существует компромиссное число витков перелёта. Вычислить эту точку аналитически (подобно тому, как это делалось в задаче перевода КА вдоль орбиты) не представляется возможным, так как параметр  $n$  находится численно, его аналитическая оценка отличается от уточнённой при наличии у орбит

рассогласований по всем параметрам. Вместе с тем, из рис. 16 заметно, что с ростом требуемого изменения  $\Delta i$  компромиссное значение  $N$  уменьшается, сама кривая СХС становится более крутой. Небольшие вариации начальных условий показывают, что при фиксированном значении  $N$  затраты СХС уменьшаются с уменьшением  $\Delta a$  и при использовании прецессии ДВУ, увеличение затрат СХС происходит вследствие увеличения абсолютного значения  $\Delta\Omega$  и при изменении  $\Delta i$  в сторону значения  $45^\circ$ .

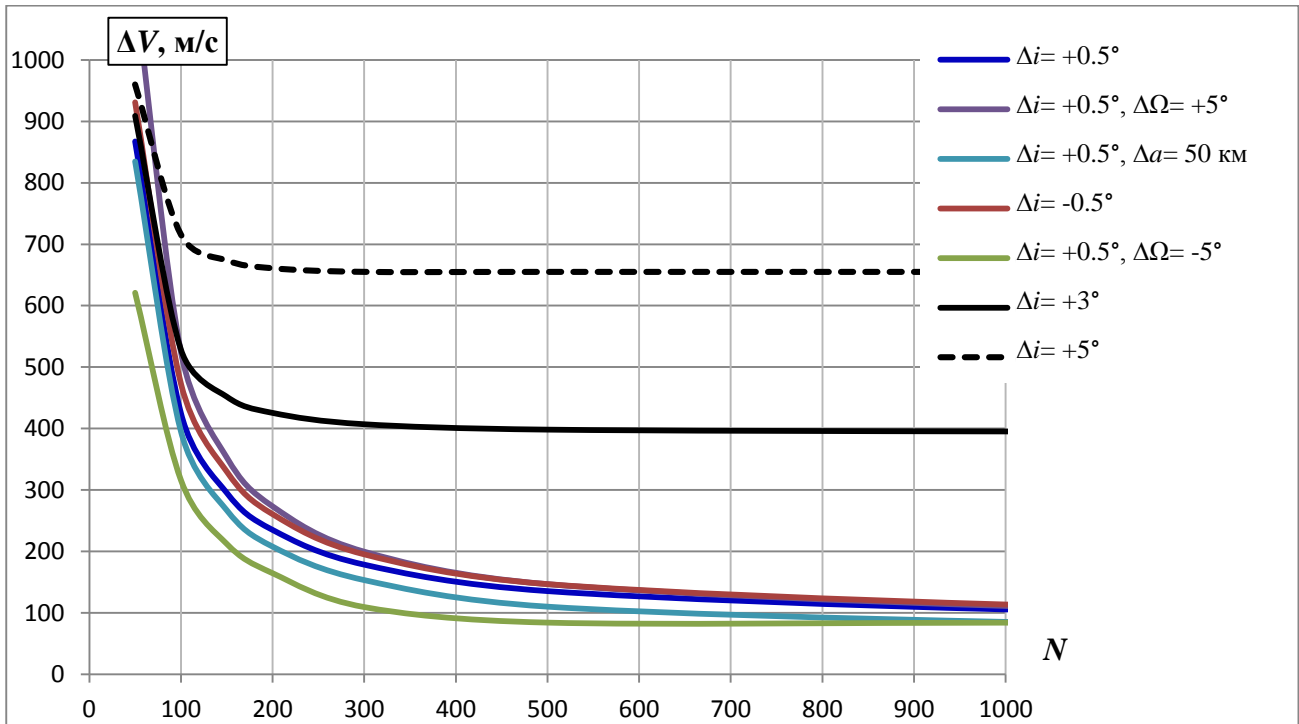


Рис. 16. Зависимость затрат СХС от количества витков для разных отличий в наклонениях и малых вариациях отличий в ДВУ и большой полуоси

Для низкоорбитальных систем зависимость затрат СХС от величины необходимого изменения наклонения близка к линейной, в случае высокоорбитальных систем функция СХС имеет точку минимума. Как видно из рис. 17, в зависимости от требуемой величины  $\Delta i$  изменять наклонение с учётом использования естественной прецессии ДВУ выгодно на разных высотах. Кроме того, здесь, как и ранее, заметно, что в зависимости от величины  $\Delta i$  выигрышное направление поворота плоскости орбиты по ДВУ может меняться. Необходимо отметить, что выявленные тенденции характерны для движения вокруг всех трёх исследуемых небесных тел: с увеличением  $\Delta i$  асимптотической сходимостью обладают кривые СХС, соответствующие повороту орбитальной плоскости как против, так и по направлению естественной прецессии.

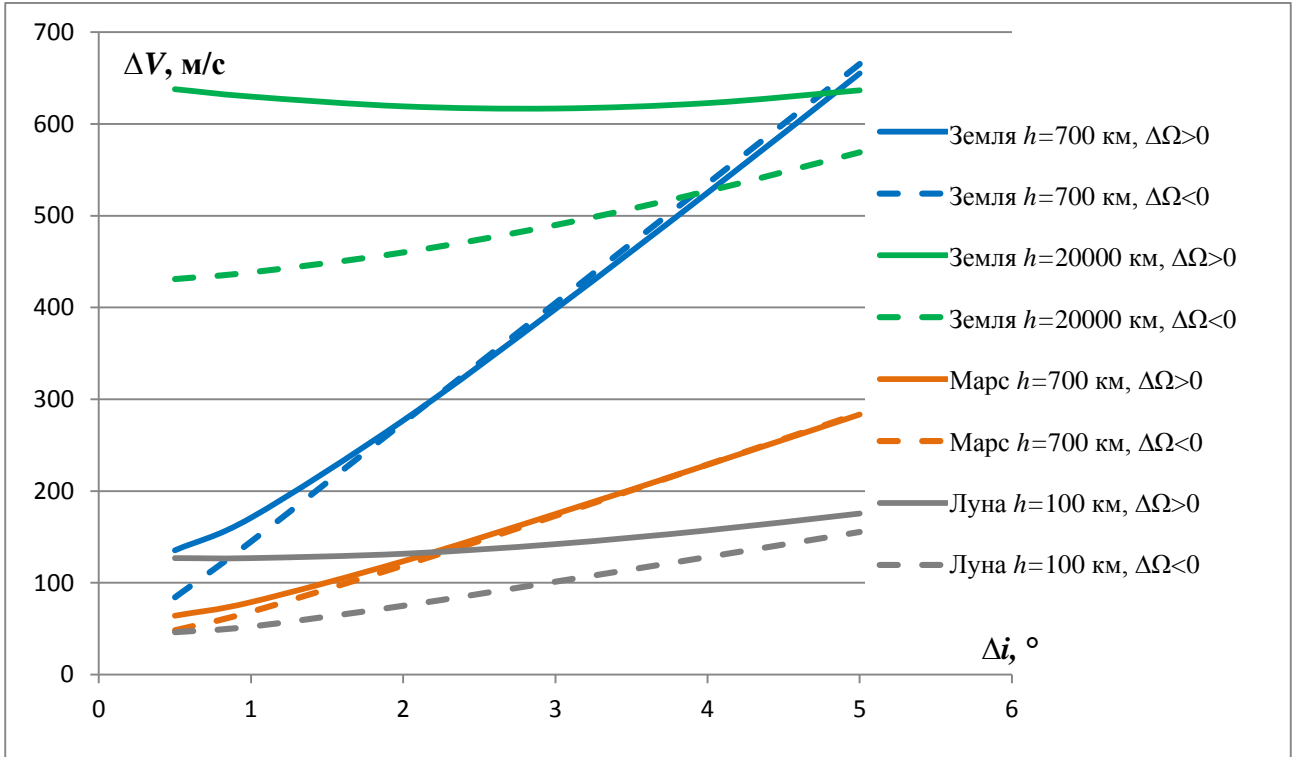


Рис. 17. Затраты СХС, необходимые для изменения наклона для разных высот,  $\Delta a=100$  км,  $N=500$ ,  $\Delta u=180^\circ$ ,  $\Delta\Omega=\pm 5^\circ$ ,  $i=51.6^\circ$

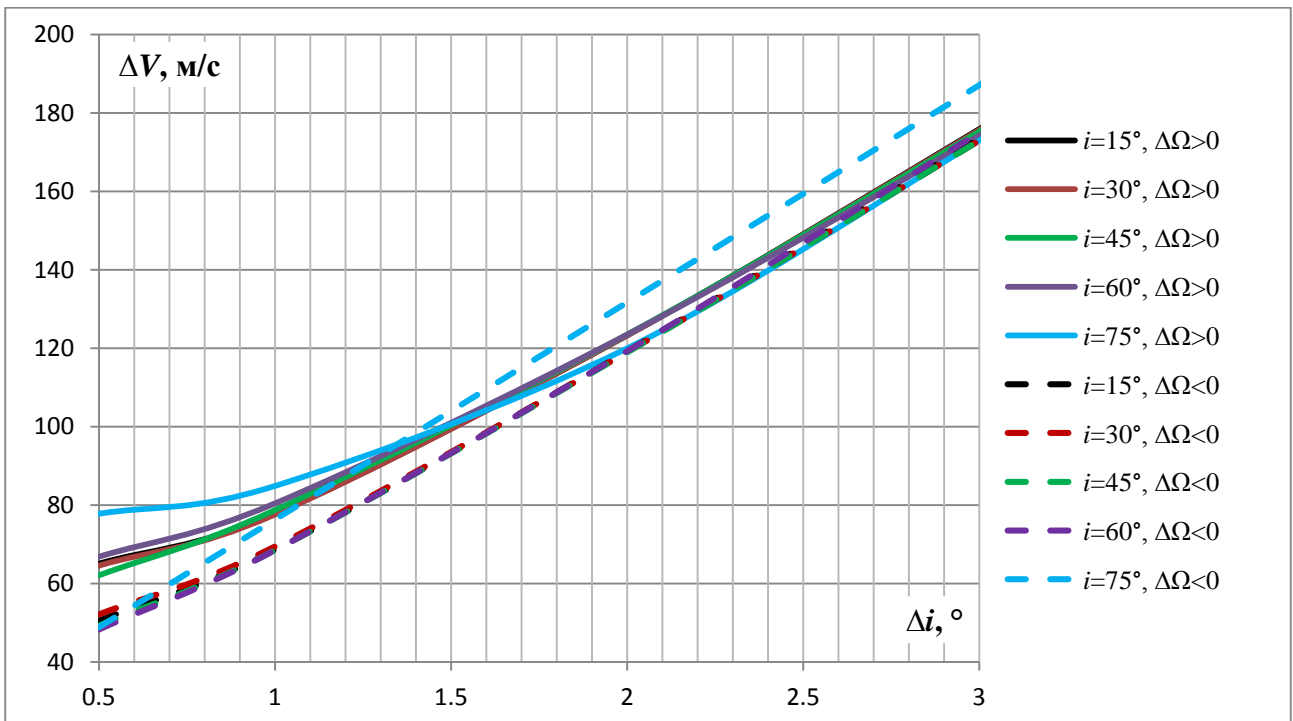


Рис. 18. Затраты скорости, необходимые для изменения наклона при движении вокруг Марса для разных наклонов,  $\Delta a=100$  км,  $h=700$  км,  $\Delta u=180^\circ$ ,  $\Delta\Omega=\pm 5^\circ$ ,  $i=51.6^\circ$ ,  $N=500$

Зависимость затрат СХС от изменения наклона отличается от линейной при малых  $\Delta i$  при разных наклонах начальной орбиты (рис. 18). При повороте плоскости по направлению прецессии уменьшение затрат СХС лучше проявляется для наклонов, близких по значению к диапазону  $[30^\circ; 45^\circ]$ . При больших  $\Delta i$  несмотря на необходимость коррекции  $\Delta u$ ,  $\Delta a$ ,  $\Delta \Omega$  и  $\Delta i$ , затраты СХС будут обусловлены преимущественно величинами отклонений орбит целей по наклону, поэтому для приведённых на рис. 18 начальных условий при  $\Delta i > 3$  кривые затрат СХС для всех наклонов и направлений изменения ДВУ сходятся в одну линию.

В данной работе были рассмотрены случаи перевода КА с одной орбиты на другую для случая, когда обе эти орбиты близки к круговым. Общее решение задачи перехода между двумя орбитами, значительно отличающимися от круговых, приводится в [13, 14].

## Выводы

При переводе КА вдоль орбиты затраты СХС существенно зависят от числа витков ожидания, наклона и высоты орбиты. Сравнение различных сочетаний начальных условий по критерию изохронности показывает, что наибольшие затраты СХС приходятся на высокие орбиты и на наклоны, близкие к  $45^\circ$ . С ростом числа  $N$  витков ожидания значения требуемой СХС на манёвр непрерывно падают в обратной зависимости от  $N$ , и существует и может быть аналитически определено такое компромиссное число витков ожидания, после которого дальнейшее увеличение продолжительности перелёта будет малоэффективным.

Влияние фазового рассогласования при наличии отклонений по ДВУ сказывается незначительно, изменяя затраты СХС не более чем на 5 м/с. Решение задачи коррекции ДВУ орбиты отличаются следующие особенности. При малых отклонениях по ДВУ (до  $10^\circ$ ) кривые СХС, как функции от рассогласования по ДВУ, в случае Земли и Марса представляют собой затухающие относительно некой наклонной асимптоты колебания, при движении вокруг Луны колебания кривой СХС практически отсутствуют. Интенсивность этих колебаний зависит от наклона и высоты орбиты; максимум амплитуд приходится на интервал  $i \in [20^\circ; 30^\circ]$  и высоты 300-700 км. При малых отклонениях по ДВУ учёт направления поворота орбитальной плоскости приводит к такому положению кривой СХС, когда она оказывается в противофазе с аналогичной кривой, построенной для противоположного направления поворота. С ростом рассогласований в ДВУ колебания кривой СХС затухают, при этом ветвь, соответствующая повороту в направлении прецессии выпукла и существенно ниже ветви, соответствующей противоположному направлению поворота и имеющей вогнутость.

В том случае, если одновременно с  $\Delta \Omega$  необходимо скорректировать также  $\Delta a$ , использование естественной прецессии ДВУ существенно уменьшает затраты СХС, минимальные затраты при этом достигаются для

наклонений  $30^\circ$ - $45^\circ$ , для которых ранее было установлено свойство обладать наиболее заметным колебательным характером при использовании свойств естественной прецессии. Параметры  $\Delta\Omega$ ,  $\Delta a$ ,  $N$  связаны между собой с точки зрения влияния на затраты СХС: при определённом сочетании они обеспечивают минимум СХС.

Полученные результаты показывают, что при необходимости коррекции наклона начальной орбиты нет однозначного направления поворота линии узлов, которое бы позволяло достичь меньших затрат СХС. В зависимости от величин  $\Delta i$  и  $\Delta\Omega$  может быть выгодным как поворот по направлению естественной прецессии, так и против него. Орбита, имеющая наклонение в диапазоне значений  $30^\circ$ - $45^\circ$ , характеризуется наименьшими затратами на изменение одинакового отклонения по наклонению. С увеличением отклонения по  $\Delta i$  при неизменном значении  $\Delta\Omega$  компромиссное число витков ожидания уменьшается. Для каждого подлежащего коррекции  $\Delta i$  при известном  $\Delta\Omega$  существует такая высота начальной орбиты, для которой затраты СХС будут минимальны. Можно сказать, что с увеличением  $\Delta\Omega$  существенно расширяется та область из пространства рассматриваемых функциональных зависимостей  $\Delta V(\Delta i, \Delta\Omega, \Delta a, \Delta u)$ , где может быть получен минимум затрат СХС.

Полученные результаты могут быть использованы при проектных оценках энергетико-временных затрат, необходимых для формирования и восполнения спутниковых систем. Представляется возможность отыскания компромисса между затратами суммарной характеристической скорости на перелёт и его продолжительностью, что может быть использовано при проектировании сложных многоуровневых спутниковых систем, при планировании обслуживаемых систем. Проведенный анализ перевода КА на орбиту, имеющую существенные отличия по нескольким параметрам, позволяет наметить оптимальную стратегию такого перевода.

Обнаруженные эффекты для зависимости суммарной характеристической скорости перелета от отклонений параметров при различном их сочетании могут быть использованы при выработке оптимальной стратегии сбора крупногабаритного космического мусора перспективными КА, предназначенными для облёта объектов и сведения их с орбиты.

Кроме того, необходимо подчеркнуть, что выявленные особенности в динамике поведения затрат СХС характерны для движения вокруг каждого из трёх рассмотренных небесных тел.

## Список литературы

1. How many satellites are in space? // Режим доступа: <http://www.universetoday.com/42198/how-many-satellites-in-space/> (Дата обращения 22.07.2014)
2. Сведения о количестве спутниковых систем. Режим доступа: [http://en.wikipedia.org/wiki/Satellite\\_constellation](http://en.wikipedia.org/wiki/Satellite_constellation) (Дата обращения 22.07.2014)
3. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1965. 540 с.
4. Ильин В.А., Кузмак Г.Е. Оптимальные перелеты космических аппаратов, М.: Наука, 1976, 744 с.
5. Назаренко А.И., Скребушевский Б.С. Эволюция и устойчивость спутниковых систем, М., Машиностроение, 1981, 288 с.
6. Баранов А.А. (мл). Изменение положения КА в спутниковой системе. М.: Космические исследования, 2008. Т.46. № 3. С. 219-224.
7. Баранов А.А., Гришко Д.А. Вопросы минимизации затрат суммарной характеристической скорости, необходимой для обслуживания и восполнения спутниковых систем на некомпланарных круговых орбитах. Наука и образование, №9, 2013. С. 289-312.
8. Баранов А.А. Оптимальные переходы между орбитами, имеющими значительные отклонения долготы восходящего узла // Труды XXV Научных чтений по космонавтике (Москва, 24-26 января 2001 г.). М.: Война и мир, 2001. С.113.
9. Rainjonneau S., Cote J., Martinot V. Возможные стратегии обновления спутниковых группировок связи // официальный сайт Московского авиационного института (ГУ) [Электронный ресурс]. URL: <http://www.mai.ru/publications/index.php?ID=8234> (Дата обращения 10.02.2013).
10. Баранов А.А., Гришко Д.А., Майорова В.И. Исследование затрат характеристической скорости, необходимой для обслуживания и восполнения спутниковых систем на круговых орбитах. Инженерный журнал: наука и инновации, № 3 (15), 2013, с. 26.
11. Баранов А.А., Гришко Д.А. Способы уменьшения энергетических затрат при облете элементов спутниковой группировки // Полёт. 2014. № 8 (8). С. 39-48.
12. А.А. Баранов, Д.А. Гришко. Баллистические аспекты облета крупногабаритного космического мусора на низких околокруговых орбитах// Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2015. № 4. С. 160-171.
13. Баранов А.А., Баранов А.А. Алгоритм расчета параметров маневров формирования спутниковых систем. // Космические исследования, 2009. Т.47. № 3. С. 256-263.
14. Baranov A.A., Labourdette P. Strategies for on-Orbit Rendez-vous Circling Mars // AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, 2001. Paper AAS 01-392, Quebec, Canada.

**Оглавление**

Введение .....	3
Перевод космического аппарата вдоль орбиты .....	4
Поворот орбитальной плоскости по долготе восходящего узла .....	11
Поворот орбитальной плоскости по долготе восходящего узла при необходимости одновременного изменения и большой полуоси.....	18
Изменение параметров орбиты в общем случае .....	22
Выводы .....	27
Список литературы.....	29