



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • [Электронная библиотека](#)

[Препринты ИПМ](#) • [Препринт № 12 за 2016 г.](#)



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

[Чечеткин В.М.](#), [Дьяченко В.Ф.](#),
[Гинзбург С.Л.](#), [Орлов Ю.Н.](#),
[Фимин Н.Н.](#)

Моделирование динамики
бесстолкновительной
ультрарелятивистской
электрон-протонной плазмы
в самосогласованном
электромагнитном поле

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Моделирование динамики бесстолкновительной ультрарелятивистской электрон-протонной плазмы в самосогласованном электромагнитном поле / В.М.Чечеткин [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2016. № 12. 19 с. doi:[10.20948/prepr-2016-12](https://doi.org/10.20948/prepr-2016-12)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2016-12>

Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Российской академии наук

В.М. Чечеткин, В.Ф. Дьяченко, С.Л. Гинзбург,
Ю.Н. Орлов, Н.Н. Фимин

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ
БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКОЙ
ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОЙ ПЛАЗМЫ
В САМОСОГЛАСОВАННОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Москва — 2016

В.М. Чечеткин, В.Ф. Дьяченко, С.Л. Гинзбург, Ю.Н. Орлов, Н.Н. Фимин

Моделирование динамики бесстолкновительной ультррелятивистской электрон–протонной плазмы в самосогласованном электромагнитном поле

Рассматривается эволюция бесстолкновительной электрон–протонной плазмы в самосогласованном приближении. Установлено, что кинетические энергии электронной и протонной компонент и энергия самосогласованного электромагнитного поля выравниваются, происходит изотропизация распределения импульсов частиц вдоль линии первичного направления движения плазмоида.

Ключевые слова: Ультррелятивистская плазма, распределение Юттнера, лабораторная система отсчета, равномерное распределение по энергиям, квазистационарное состояние.

V.M. Chechetkin, V.F. Dyachenko, S.L. Ginzburg, YU.N. Orlov, N.N. Fimin

The modeling of collisionless ultrarelativistic electron–proton plasma dynamics in self–consistent electromagnetic field

The evolution of collisionless electron–proton plasma is considered. Kinetic energies of electron and proton components of plasma and energy of self–consistent electromagnetic field become identical, and isotropisation of particle momenta along direction of initial plasmoid motion.

Key words: Ultrarelativistic plasma, Juttner distribution function, laboratory frame, equipartition by energies, quasistationary state.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, гранты № 14-01-00670 и № 14-29-06086, а также программы Президиума РАН № 41 “Переходные и взрывные процессы в астрофизике”.

Оглавление

1. Введение	3
2. Физические обоснования постановки задачи о релятивистской динамике плазмы	4
3. Постановка задачи	6
4. Численные результаты	8
5. Обсуждение результатов	10
6. Заключение	16

1. Введение

В настоящее время изучение динамики бесстолкновительной электрон-ионной плазмы развивается в следующих направлениях: 1) анализ данных наблюдений за астрофизическими объектами, такими как джеты в активных галактических ядрах [1]–[2], микроквазары, пульсары, солнечный ветер, вспышки сверхновых и интенсивные всплески космического гамма-излучения (т. н. gamma-ray bursts) [3]–[7]; 2) изучение процессов в плазме в различного рода экспериментальных установках, связанных, в частности, с работами по управляемому термоядерному синтезу, либо в ускорителях (в том числе коллайдерах) [8]–[9]; 3) математическое моделирование эволюции плазмы в различных условиях. Последнее направление, наиболее эффективно развивающееся в последнее десятилетие, связано с экспериментальным базисом опосредованно, поскольку интерпретация астрофизических наблюдений зачастую затруднена — в том числе наличием большого числа совместно происходящих физических процессов в наблюдаемом объекте, а реализация в лабораторных условиях феноменов плазмодинамики чрезвычайно дорогостояща и иногда просто практически невозможна (из-за существенно различных масштабов сопутствующих друг другу процессов). Поэтому массовое моделирование процессов в плазме (с использованием, среди прочего, методик, основанных на параллельных вычислениях), особенно в релятивистском случае, предполагается не просто допустимым, а, по сути, приоритетным направлением изучения ее поведения и свойств.

Описание процессов, происходящих в ультрарелятивистской плазме, существенным образом отличается от такового в нерелятивистском случае. Это связано с необходимостью совместного рассмотрения содержащей плазму и электромагнитное поле системы, что обусловлено неизбежностью анализа ее динамики в 4-мерном пространстве-времени, а не в 3-мерном “абсолютном” пространстве “в течение некоего промежутка времени”. Данное исследование должно базироваться на последовательном применении постулатов релятивизма, без обращения к упрощающим предположениям относительно возможности перехода к классическому описанию системы. Эти упрощения в действительности являются неправомерными, они ведут к искажению общей физической картины.

В настоящей статье рассматривается получаемая численным моделированием динамическая эволюция интегрально (по всей системе) электронной ультрарелятивистской плазмы, состоящей из взаимодействующих протонов и электронов, первоначально занимавших компактную область (“плазменный объект” или “плазмод”). Мы предполагаем, что плазма является бесстолкновительной, и все взаимодействия в ней определяются взаимодействием частиц с самосогласованным электромагнитным полем, создаваемым всем ансамблем частиц. При этом протоны и электроны плазмы приобретают соответствующие скорости и ускорения, формируя — с учетом граничных условий, соответствующих условиям периодичности в плоскости, перпендикулярной начальному упорядоченному движению плазменного объекта — эволюционирующий (движущийся и расширяющийся) плазмод. Такая постановка задачи отвечает, например, определенным стадиям в ситуации расширения газовой оболочки звезды, либо, наоборот, коллапса сферического слоя плазмы на черную дыру; подобного рода задача может быть рассмотрена при объяснении вспышек синхротронного и гамма-излучения, изучавшихся, в частности, в работах [10]–[15]. Существенным отличием от данных работ является то, что мы последовательно применяем формализм релятивистской теории и используем подход, основанный на применении уравнений Власова–Максвелла.

2. Физические обоснования постановки задачи о релятивистской динамике плазмы

Эволюция мультикомпонентной плазмы с учетом наличия самосогласованного электромагнитного поля в астрофизических условиях обычно описывается в системе центра инерции. Это обусловлено предположением (неявно принимаемым в качестве основной априорной гипотезы), что релятивистские эффекты не влияют существенно на возможность признания эквивалентными системы покоящегося внешнего наблюдателя (лабораторной, ЛСО) и системы центра масс (СЦМ). Как известно, в релятивистском случае СЦМ определяется таким образом, чтобы сумма импульсов всех частиц (а при наличии электромагнитного поля — и импульса поля) была равна нулю; при этом геометрическое понятие точки центра инерции не вводится. Однако де-

тальное рассмотрение ультрарелятивистского случая приводит к необходимости разделения вышеуказанных систем, поскольку СЦМ является неинерциальной, если учитывать эффекты ускорения и торможения частиц в коллективном поле. Следовательно, в расчетах необходимо использовать лабораторную систему отсчета. В дальнейшем все изложение будет подразумевать расчеты в ЛСО (связанной с наблюдателем).

Следует подчеркнуть, что даже для системы невзаимодействующих релятивистских частиц нельзя ввести СЦМ так, чтобы она двигалась со скоростью, отвечающей “скорости системы как целого”, или имела бы импульс, равный среднему импульсу системы (причем этот средний импульс должен был бы быть связан со средней скоростью). Эти проблемы хорошо известны (см., например, [16], [17]). Они связаны с тем, что равновесное распределение (Ютнера) идеального релятивистского газа приводит к весьма сложной зависимости средних по системе значений макрохарактеристик от параметров распределения. Например, для одинаковых частиц с $mc^2 = 1$, наблюдаемых в системе отсчета, движущейся относительно “системы частиц как целого” с импульсом \mathbf{P}_{syst} , распределение Ютнера (в \mathbb{R}^n) имеет вид

$$F(\mathbf{p}) = \frac{1}{Z} \exp \left(-\beta \left(\sqrt{(1 + \mathbf{p}^2)(1 + \mathbf{P}_{syst}^2)} - \mathbf{p} \mathbf{P}_{syst} \right) \right),$$

где β — параметр Гиббса (обратная температура), а нормировочный множитель (статистический интеграл) Z имеет форму

$$Z = 2 \left(\frac{2\pi}{\beta} \right)^{\frac{n-1}{2}} \sqrt{1 + \mathbf{P}_{syst}^2} K_{\frac{n+1}{2}}(\beta),$$

$K_\nu(\beta)$ — модифицированная функция Бесселя 2-го рода. Легко проверить, что

$$\mathbf{P}_{syst} = \frac{\mathbf{u}}{\sqrt{1 - \mathbf{u}^2}}, \quad \text{где } \mathbf{u} = \left\langle \frac{\mathbf{p}}{\sqrt{1 + \mathbf{p}^2}} \right\rangle_F, \quad \langle \dots \rangle_F \equiv \int_V (\dots) F dV,$$

но $\langle \mathbf{p} \rangle = (K_{\frac{n+1}{2}}(\beta)/K_{\frac{n+3}{2}}(\beta)) \mathbf{P}_{syst} \neq \mathbf{P}_{syst}$, то есть “импульс системы как целого” не равен среднему импульсу.

В работе [18] показано, что функционал действия в релятивистской системе многих частиц

$$S = - \sum_i m_i \int \sqrt{u_i^2} d\tau_i - \sum_{i < j} \int \int \Lambda_{ij} d\tau_i d\tau_j,$$

где Λ_{ij} — Пуанкаре-инвариантная плотность лагранжиана системы, может быть записан в виде

$$S = - \sum_i m_i \int \frac{dt}{\gamma_i(t)} - \sum_{i < j} \int \int \frac{\Lambda_{ij}(x_i(t_1) - x_j(t_2), u_i(t_1), u_j(t_2))}{\gamma_i(t_1)\gamma_j(t_2)} dt_1 dt_2,$$

$$d\tau_i = \frac{dt_i}{\gamma_i(t_i)}, \quad \gamma_i(t_i) = \frac{1}{\sqrt{1 - u_i^2(t_i)/c^2}}, \quad \mathbf{u}_i(t_i) = \frac{d\mathbf{x}_i}{dt_i}, \quad u^i u_i = 1,$$

и переход к одновременному описанию в общем случае взаимодействующих частиц невозможен. Для таких частиц описание в кажущейся удобной СЦМ тем более невозможно. Таким образом, проведение численных расчетов технически и методически корректно проводить в ЛСО.

Введение единого для всей системы времени возможно лишь в 1-м пост-ньютоновском приближении. При этом в силовом члене уравнения Власова можно произвести эффективный учет запаздывающих потенциалов Льенара-Вихерта в линейном приближении (что может быть реализовано в расчетной программе посредством надлежащего выбора влияния окружения на данную частицу с предыдущего временного шага).

3. Постановка задачи

Взаимодействие бесстолкновительной плазмы с электромагнитным полем будем описывать системой уравнений Власова-Максвелла. При указанном ниже выборе единиц измерения система имеет вид:

$$\frac{\partial f_k}{\partial t} + \mathbf{v}_k \frac{\partial f_k}{\partial \mathbf{x}} + e_k (\mathbf{E} + \mathbf{v}_k \times \mathbf{H}) \frac{\partial f_k}{\partial \mathbf{p}} = 0, \quad k = 1, 2; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \text{rot } \mathbf{H} + \mathbf{j} = 0, \quad \text{div } \mathbf{E} = \rho; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \text{rot } \mathbf{E} = 0, \quad \text{div } \mathbf{H} = 0, \quad (3)$$

где: $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ и $\mathbf{H}(\mathbf{x}, t)$ — вектора электрической и магнитной напряженности самосогласованного поля соответственно; $f_k(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t)$ — функции распределения электронов ($k = 1$) и протонов ($k = 2$) (\mathbf{x}, \mathbf{p} — конфигурационные и импульсные переменные соответственно); $\mathbf{v}_k = \partial w_k / \partial \mathbf{p}$ — скорости частиц;

$w_k = \sqrt{(m_k)^2 + (\mathbf{p}_k)^2} - m_k$ — кинетические энергии, m_k — массы покоя частиц; e_k — заряды, соответственно, электронов (e_1) и протонов (e_2) плазмы. Плотности заряда и тока:

$$\rho = \sum_k e_k \int f_k(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) d^3p, \quad \mathbf{j} = \sum_k e_k \int \mathbf{v}_k f_k(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) d^3p, \quad (4)$$

с суммированием по всем сортам частиц ($k = 1, 2$).

Здесь и далее используется следующая система единиц измерения: длина — в произвольных единицах L ; скорость — в долях скорости света c ; время — в единицах L/c ; масса частицы — в массах покоя электрона m ; импульс частицы — в единицах mc ; кинетическая энергия k -й частицы и полная энергия всех частиц $W_{e,p} - mc^2$; напряженность поля — mc^2/eL , где e — элементарный заряд; концентрация частиц — $mc^2/4\pi e^2 L^2$; плотность заряда $mc^2/4\pi e L^2$; функция распределения по энергии $F(w)$ — в единицах $L/4\pi e^2$. В введенных выше единицах масса электрона $m_1 = 1$, масса протона $m_2 = 1836$; заряды электрона и протона: $e_1 = -1$, $e_2 = 1$ соответственно.

Область расчета определяется параметрами: $0 < x < X$, $0 < y < Y$, $0 < z < Z$. По осям x и y заданы граничные условия периодичности компонент векторов напряженностей \mathbf{E} и \mathbf{H} электромагнитного поля; при вылете частицы через границу $x = 0$ или $x = X$ (аналогично для координаты y) происходит изменение координаты частицы x (соответственно y) на период X (или Y), с сохранением модуля и направления импульса. Внешние границы закрыты для входа извне частиц и излучения.

В начальный момент $t = 0$ электромагнитное поле отсутствует (как показали тестовые расчеты, наличие слабого первичного кулоновского поля не влияет на результаты моделирования). Электронеutralная плазма, состоящая из электронов и протонов с равной концентрацией $n_1 = n_2 = 2 \cdot 10^8$ каждого типа частиц, равномерно заполняет прямоугольный параллелепипед $0 < x < 0.3$, $0 < y < 0.3$, $5 < z < 6$, расположенный внутри расчетной области (граничные значения $X = Y = 0.3$, $Z = 15$). Все частицы плазмы в начальный момент $t = 0$ имеют скорость $\mathbf{v}(t = 0) = (0, 0, v_z)$, $v_z = 0.99999$. При этом функции распределения частиц имеют вид: $f_k(\mathbf{p}, t = 0) \propto \delta(p_x)\delta(p_y)\delta(p_z - p_{zk}(0))$, $p_{zk}(0) = m_k \gamma(t = 0)$, где $\gamma(t) = (1 - v^2(t)/c^2)^{-1/2}$.

Кинетическая энергия электронов равна $w_1 = 222.6$, протонов — $w_2 =$

408929. Задача решалась численным методом, основные принципы алгоритма которого (конечно–разностная схема для уравнений Максвелла и метод макрочастиц для уравнения Власова) изложены в работах [19]–[20].

В расчетах участвуют по 5760000 макрочастиц двух типов, соответствующих электронам и протонам (в начальный момент в элементарной ячейке находятся по 8 макрочастиц каждого типа).

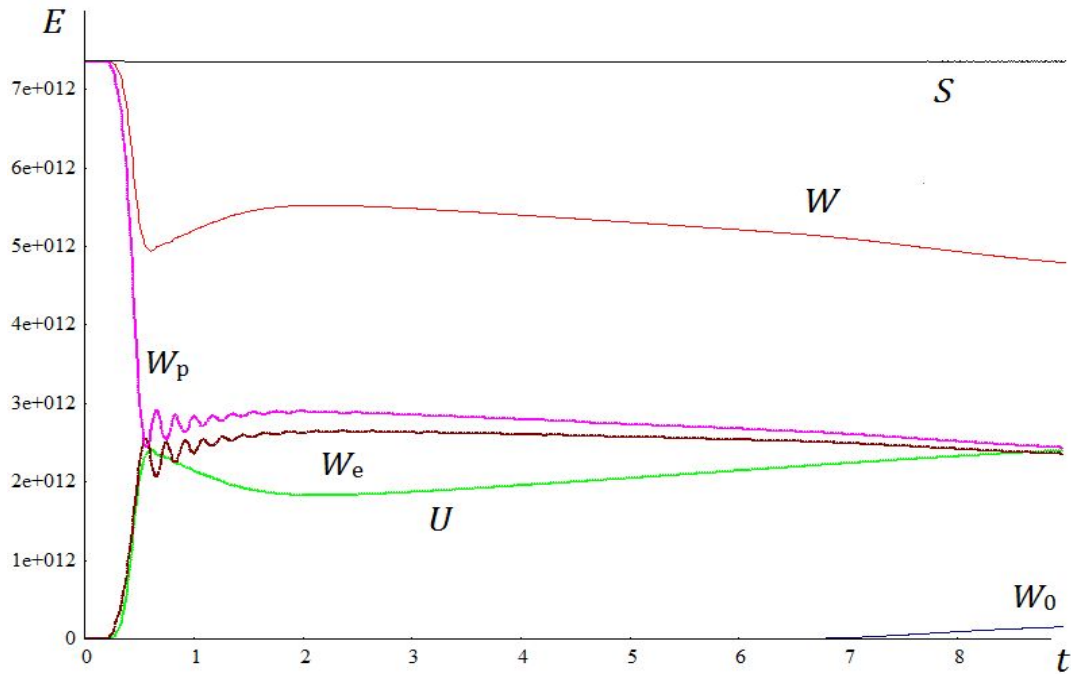


Рис. 1. Зависимости от времени: суммарной энергии протонов и электронов W ; энергии протонов W_p ; энергии электронов W_e ; суммарной энергии частиц, покинувших расчетную область через границу W_0 ; энергии электромагнитного поля U (слабо меняющаяся линия S показывает выполнение закона сохранения полной энергии системы “частицы + э/м поле”)

4. Численные результаты

В данном разделе все результаты расчетов приводятся в безразмерных единицах.

На Рис. 1 представлено поведение во времени общей энергии протонов W_p , электронов W_e , энергии электромагнитного поля U , суммарной энергии протонов и электронов W , а также суммарной энергии W_0 частиц, покинув-

ших расчетную область через границу $z = 0$. При этом линия S показывает выполнение закона сохранения полной энергии в расчетной области. Интересным и физически нетривиальным результатом является факт установления (к моменту времени $t \approx 0.5$, а также при $t \rightarrow 9$) равнораспределения между энергиями W_e , W_p и U (при этом в начальный момент полная энергия содержится в основном в протонной компоненте, а энергия электромагнитного поля вообще равна нулю в соответствии с вышеприведенной постановкой начальной задачи).

На Рис. 2 и 3 показаны функции распределения по энергии ансамбля электронов $F_e(w)$ и протонов $F_p(w)$ для пяти моментов времени ($t = 0.1, 0.25, 0.5, 1.0, 9.0$). На этих рисунках можно заметить наличие двух взаимосвязанных процессов: заметное ускорение электронов и столь же заметное замедление протонов. На Рис. 4а,б – 6а,б представлена эволюция проекций (P_x, z) и (P_z, z) фазовых портретов электронов и протонов для двух моментов времени ($t = 0$ и $t = 1$). На Рис. 7 показаны распределения макрочастиц $\tilde{n}_p(z)$ и $\tilde{n}_e(z)$ вдоль оси аппликат на момент времени $t = 1$ на интервалах сеточного шага Δz (видны осцилляции в противофазе плотностей ближе к переднему и заднему фронтам плазмоида).

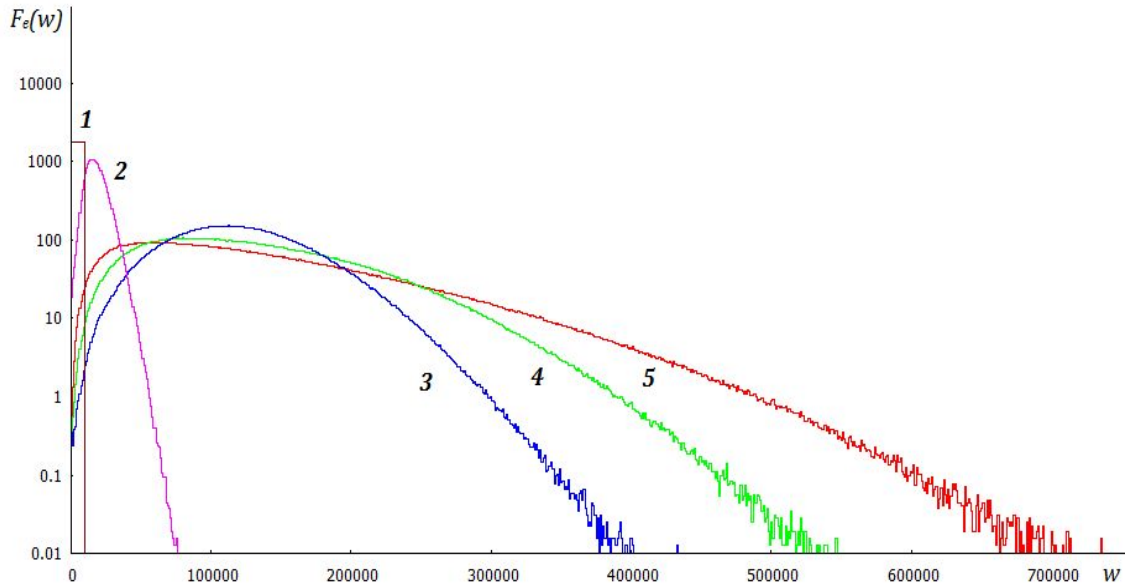


Рис. 2. Зависимости функции распределения электронов $F_e(w)$ от их кинетической энергии w для моментов времени $t = 0.1$ (1), $t = 0.25$ (2), $t = 0.5$ (3), $t = 1.0$ (4), $t = 9.0$ (5)

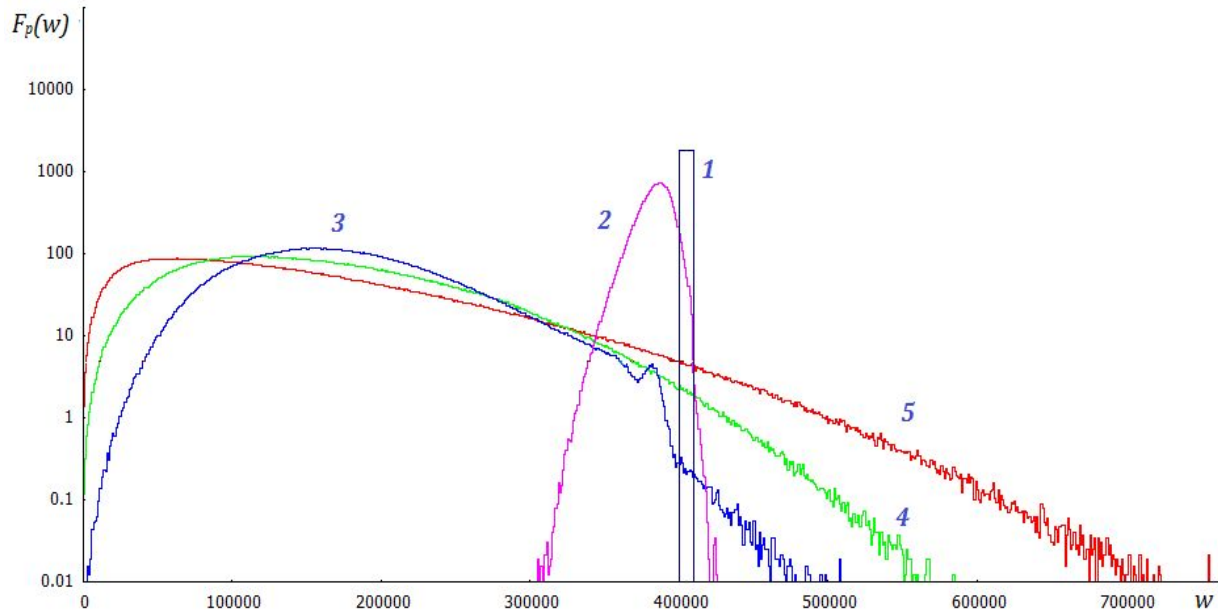


Рис. 3. Зависимости функции распределения протонов $F_p(w)$ от их кинетической энергии w для моментов времени $t = 0.1$ (1), $t = 0.25$ (2), $t = 0.5$ (3), $t = 1.0$ (4), $t = 9.0$ (5)

5. Обсуждение результатов

В настоящей работе мы рассматриваем результаты численного моделирования бесстолкновительной ультрарелятивистской интегрально (по системе) электронейтральной электрон–протонной плазмы. Данная проблема к настоящему времени обсуждалась в большом числе публикаций, однако настоящая работа имеет весьма значительные отличия от более ранних статей, из которых особо выделим следующие: 1) моделирование свойств плазмы происходит не при взаимодействии встречных пучков релятивистских частиц и не при прохождении такого пучка через среду неподвижных тяжелых ионов, а при распаде первоначально структурированного плазмоида, двигавшегося в исходный момент как целое; 2) отношение масс электронов и протонов физически реалистичное ($m_p/m_e = 1836$), в отличие от многих других работ, в которых не удавалось обеспечить численную устойчивость счета для $m_p/m_e > 10$; 3) моделирование проводится в трехмерной постановке задачи (большинство аналогов имеют дело с размерностями 2–2.5).

Основными новыми полученными результатами можно считать следующие: 1) быстрый распад первичной упорядоченной структуры плазмоида за

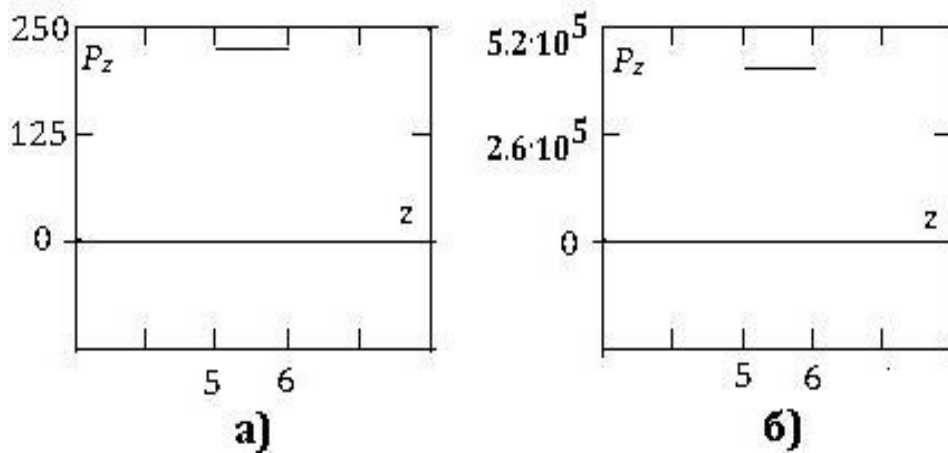


Рис. 4. Проекция (P_z, z) фазовых портретов электронов (а) и протонов (б) для момента времени $t = 0$

счет генерации стохастических электромагнитных полей, чрезвычайно быстро меняющихся по пространству и времени; 2) получение асимптотического равнораспределения по энергии между электромагнитным полем и обеими компонентами (электронной и протонной) плазмы; 3) связанный с предыдущим пунктом механизм ускорения электронной компоненты за счет потери энергии протонной — своеобразная перекачка энергии к легкой компоненте посредством ускорения таковой неоднородностями электромагнитного поля (фононное ускорение); 4) существенно отличающиеся от равновесных максвелловских неравновесные функции распределения протонов и электронов, получаемые при анализе эволюции рассматриваемой системы (максвеллианы являются результатами процессов установления для 2-частичного “столкновительного” взаимодействия частиц в системе, а уравнение Власова основано на дальнодействии).

Наблюдаемая в расчетах стохастизация движения релятивистских частиц в самосогласованном поле не является “вычислительным артефактом”, а представляет собой реальный физический эффект. Если предположить, что расчетные траектории частиц порождены хаотической динамической системой, то по их разбеганию можно численно оценить показатели Ляпунова такой системы, определяемые как предел

$$\lambda_k = \lim_{n \rightarrow \infty, d_k(0) \rightarrow 0} \frac{1}{n} \ln \left(\frac{d_k(n)}{d_k(0)} \right), \quad k = x, y, z, \quad (5)$$

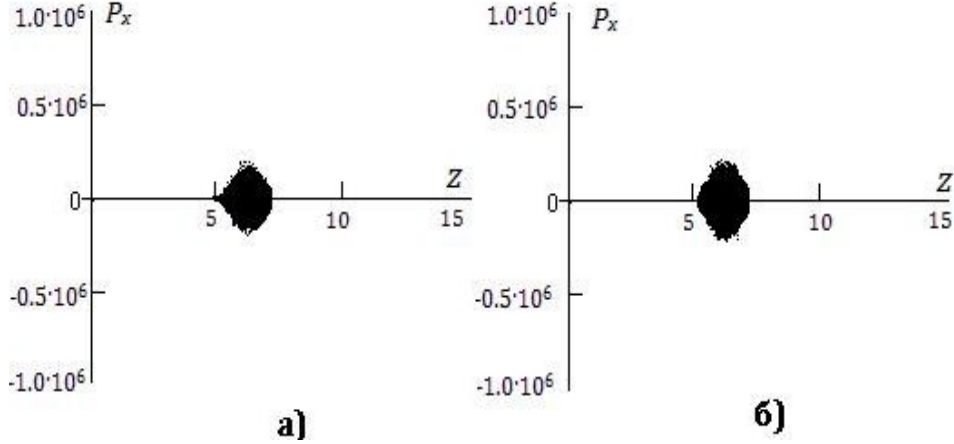


Рис. 5. Проекция (P_x, z) фазовых портретов электронов (а) и протонов (б) для момента времени $t = 1$

где $d_k(n)$ — максимальное различие между k -координатами частиц на n -ом шаге расчетов.

В рассматриваемом нами примере эволюции ультрарелятивистского плазмоида в самосогласованном электромагнитном поле движение частиц по оси аппликат характеризуется близким к нулю показателем Ляпунова ($\lambda_z \approx 10^{-8}$). При движении по осям x и y соответствующие показатели Ляпунова практически совпадают: $\lambda_x = \lambda_y \approx 0.0007$. На Рис. 8 представлен результат численной оценки по формуле (5) для пучка траекторий, выходящих из области в плоскости xy , имеющей диаметр $\delta_0 = 0.03$. Поскольку расчетная область по x, y -направлениям имеет размер $X = Y = 0.3$, то численные значения показателей Ляпунова свидетельствуют о том, что примерно за 600 расчетных шагов по времени две близкие в начальный момент траектории частиц разойдутся на расстояние порядка X . Из Рис. 8 можно видеть, что уже на 500-ом шаге по времени предельное значение показателя Ляпунова достигается.

Наряду с оценкой расходимости траекторий близких частиц для анализа уровня стохастичности движения отдельной частицы проанализируем накопленный размах, нормированный на среднеквадратичное отклонение (так называемый R/σ -анализ [21]). Если оказывается, что можно получить асимптотическую по времени оценку $R/\sigma \sim t^H$, то величина H (показатель Херста процесса случайного блуждания [22]) характеризует диффузионные свойства

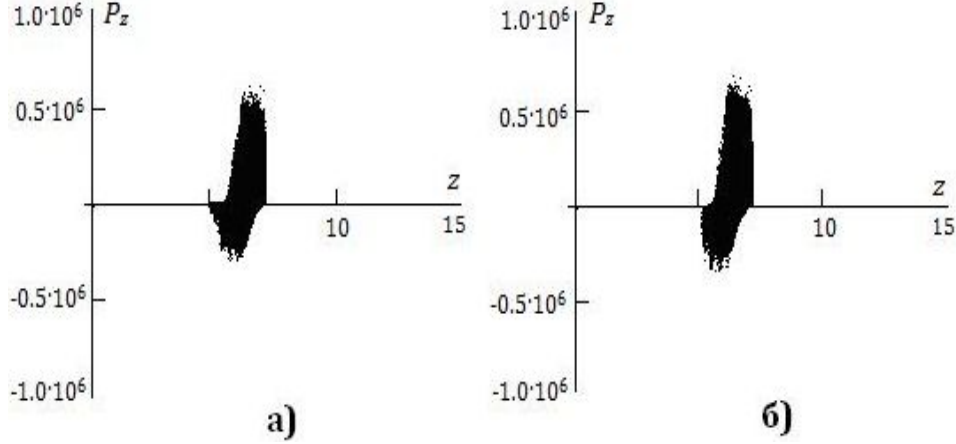


Рис. 6. Проекция (P_z, z) фазовых портретов электронов (а) и протонов (б) для момента времени $t = 1$

этого процесса. Если $H = H_G \equiv 0.5$, то наблюдается случайное гауссово блуждание. Такое поведение, в частности, свойственно накопленной ошибке машинного счета. Зависимость R/σ от типовых траекторий частиц, движущихся по координате x (аналогично для y), приведена на Рис. 9 (гладкая кривая отвечает функции $R/\sigma = t^H$, ломаная кривая построена по выборке из файла данных). Для них показатель Херста оказался равным $H \approx 0.188$, то есть заметно меньше, чем H_G . Это означает, что движение частиц характеризуется сильной стохастичностью (антиперсистентностью), когда преимущественным типом поведения частиц является смена движения на противоположное.

Физическими причинами стохастизации движения частиц в нашей задаче являются следующие: 1) первичное распределение частиц, задаваемое в момент времени $t = 0$ в виде упорядоченной пространственной решетки диполей (пар электрон–протонных макрочастиц), разрушается в течение временного интервала $\Delta\tau \sim \Delta/c$, Δ — расстояние между соседствующими диполями, после чего определяющую роль в динамике многочастичной системы приобретает влияние существенно нестационарного самосогласованного (по всей рассматриваемой системе) электромагнитного поля, причем колебания его амплитуды в достаточно близких по пространству точках могут быть весьма велики; 2) траектории частиц определяются силовым взаимодействием, обусловленным электромагнитным полем не как одномоментной супер-

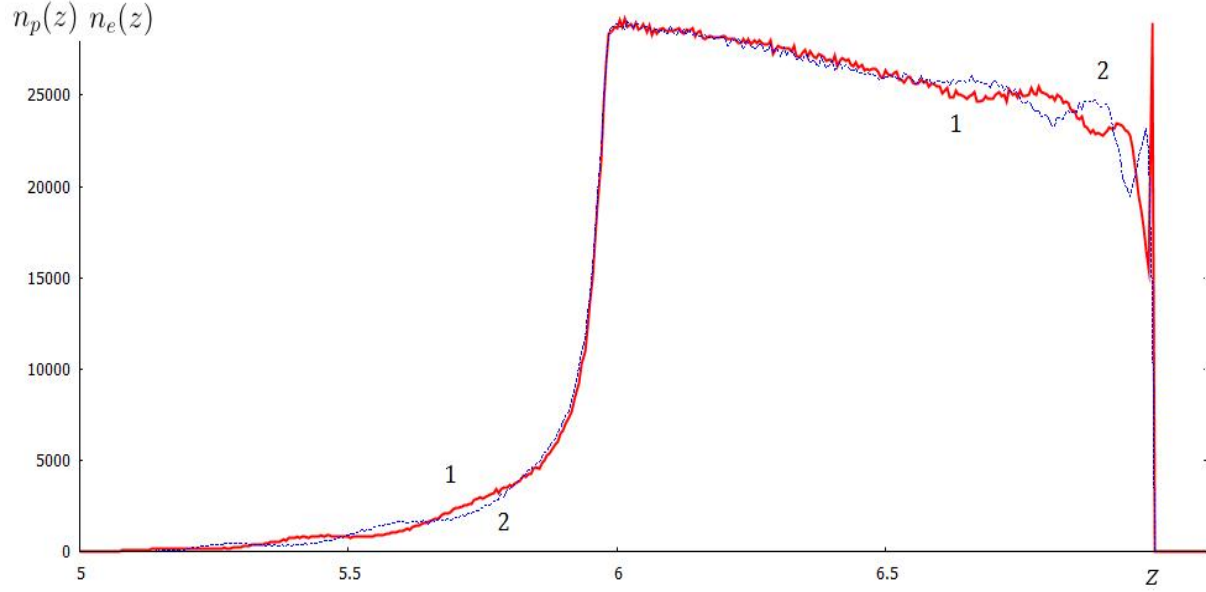


Рис. 7. Распределение вдоль оси аппликат количества положительно заряженных \tilde{n}_p (линия 1) и отрицательно заряженных \tilde{n}_e (линия 2) макрочастиц в интервале, равном шагу сетки Δz

позицией влияния остальных частиц системы, а как интегральные величины по предшествующему данному моменту промежутку времени, т. е. являются локально ковариантными функциями 4-потенциалов Льенара-Вихерта $\widehat{\varphi}(\mathbf{r}_0, t_{r_0}) \propto \int_{\Omega} \rho(\mathbf{r}_k, t'_k) / |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_k| dV_{\Omega}$ системы частиц (с ретардированными временами $t'_k = t_{r_0} - |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_k|/c, k = \overline{1, N_M - 1}$), так что применение “усредняющих” преобразований Лоренца даже для небольшой группы (кластера) близких в некоторой момент частиц неправомерно — таким образом, в результате возникающей “эффективной рассинхронизации” многочастичных кластеров динамика системы хаотизируется.

Нетрудно объяснить возникновение “странных” на первый взгляд частиц, направление движения которых к моменту времени $t_1 \simeq L/c$ изменяется на противоположное ($p_z(t_1) < 0$). Это объясняется наличием выделенного направления для начального распределения частиц в фазовом пространстве (движение плазмоида как целого вдоль оси аппликат в положительном направлении — мы работаем в ЛСО!): передний фронт плазмы (в момент времени $t = 0$ имевший z -координату $z(0) = 6.0$) “убегает” от влияния самосогласованного поля вперед и практически не испытывает за счет него тормо-

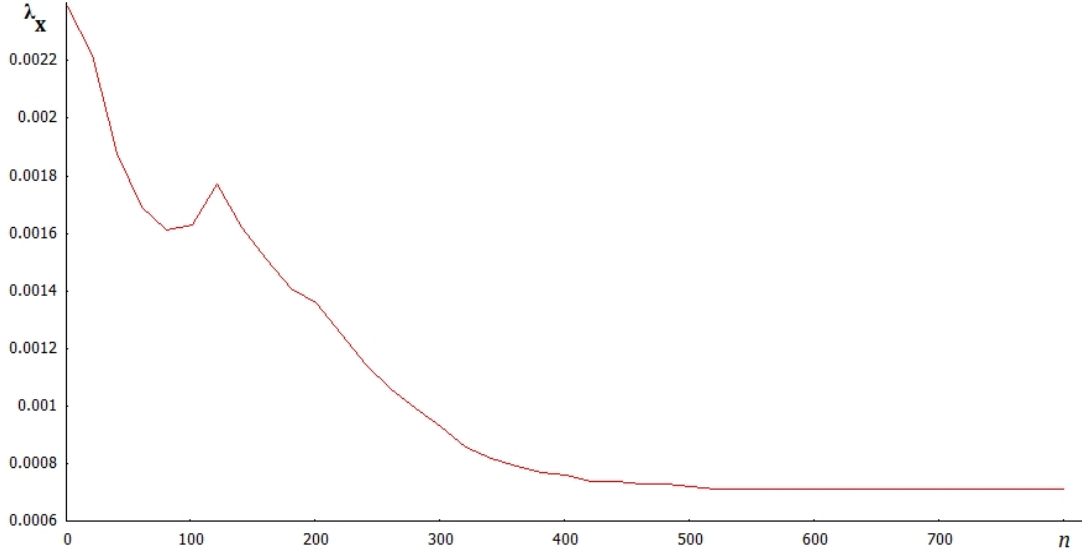


Рис. 8. Зависимость показателя Ляпунова λ_x от числа расчетных шагов по времени n

жения (только торможение излучением вперед, в положительном направлении вдоль оси z), а в то же время остальные частицы плазмоида находятся под влиянием быстроосциллирующего электромагнитного самосогласованного поля (создаваемого основной массой данных частиц), которое производит изотропизацию направлений векторов импульсов проходящих сквозь него частиц, двигавшихся первоначально коллинеарно орту \mathbf{e}_z .

Для достаточно продолжительных промежутков времени ($t \gtrsim 6$) в распределении скоростей вдоль оси аппликат устанавливается асимптотическое квазиравновесие.

Следует указать, что в рассматриваемой задаче получаемые в результате расчетов функции распределения (как можно видеть, приобретающие в результате эволюции слабо изменяющийся вид) нельзя рассматривать как “равновесные” или “приближающиеся к равновесию”, так как данная терминология принята для описания столкновительных процессов в плазме (термализация, приближение к максвеллиану с некоторой общей по системе температурой). По-видимому, в случае бесстолкновительной эволюционной динамики в самосогласованном поле целесообразно называть асимптотическое состояние плазмы в исследуемом случае, описываемом системой уравнений Власова–Максвелла, нестационарным квазиравновесным состоянием — по аналогии с квазистационарным состоянием или условным равновесием в статистической

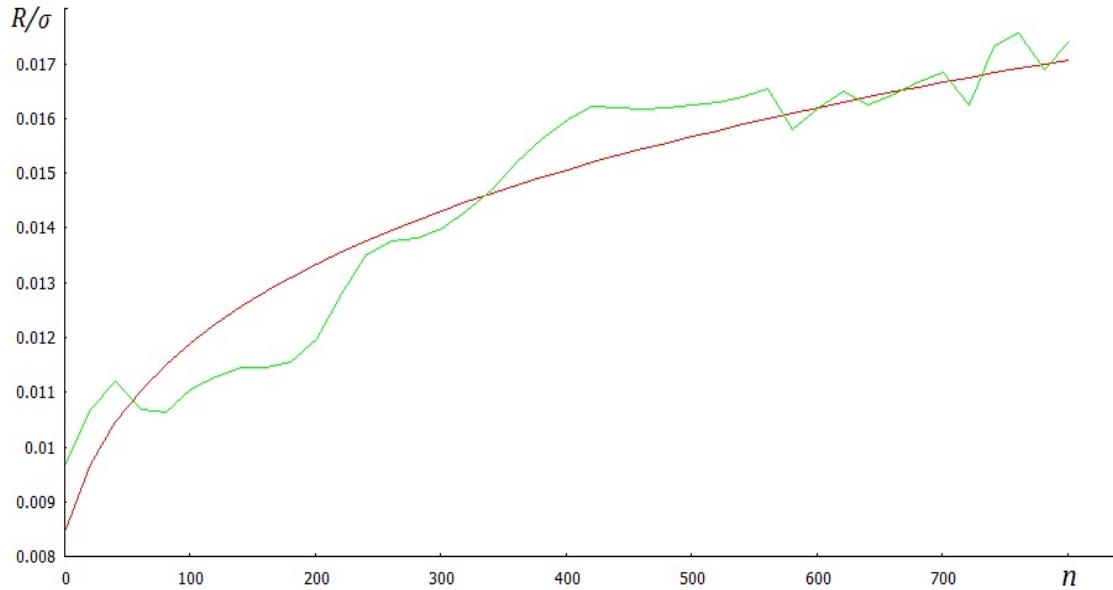


Рис. 9. Зависимость величины R/σ , характеризующей накопленный размах выборки, нормированный на среднее квадратичное отклонение от числа расчетных шагов по времени n (гладкая кривая отвечает функции $R/\sigma = t^H$, ломаная кривая построена по выборке из файла данных)

пуассоновой системе с экстремализацией некоторого функционала Казимира, поскольку можно провести явные глубокие параллели между уравнениями Власова и Эйлера (см., например, [23]).

6. Заключение

В работе с помощью численного моделирования, основанного на решении системы уравнений Власова–Максвелла, исследуется эволюция первоначально упорядоченного плазмоида — совокупности электронов и протонов, движущихся в самосогласованном электромагнитном поле с ультрарелятивистскими скоростями (при наличии граничных условий периодичности влета–вылета частиц). Показано, что при изучении данной многочастичной взаимодействующей через электромагнитное поле системы частиц необходимо рассматривать ее динамику в ЛСО. Установлено, что в процессе эволюции плазмы происходит перераспределение энергии от протонной компоненты к электронной и электромагнитному полю, что приводит к качественной перестройке первичных функций распределения частиц. Асимптотический вид полу-

чающихся при моделировании распределений по энергии приводит к предположению о существовании квазистационарных состояний (принципиально немаксвелловского происхождения) исследуемой системы и возникновению определенной совокупности электронов и протонов с энергиями, значительно превышающими начальные (формирующейся при ускорении неоднородностями быстроосциллирующего самосогласованного поля). Показано, что стохастизация первично упорядоченного движения релятивистского плазмоида имеет физически обусловленную природу, не связанную с погрешностями машинного счета.

Динамика релятивистской многочастичной системы с взаимодействием, даже движущейся упорядоченным образом вначале, при тщательном анализе оказывается совершенно нетривиальной и, более того, позволяет сделать принципиальные выводы относительно не только физики происходящих процессов, но также и относительно применяемого математического аппарата (асимптотика расчетов и квазистационарные решения уравнения Власова). Авторы полагают, что дальнейшие исследования в этой области, несомненно, приведут к углублению понимания процессов теории релятивистской плазмы и пучков заряженных взаимодействующих частиц.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 14-01-00670 и № 14-29-06086, а также Программы Президиума РАН “Переходные и взрывные процессы в астрофизике” П-41.

Список литературы

- [1] *Peterson B.M.* An introduction to active galactic nuclei. — Cambridge: Ambridge Univesity Press, 1997.
- [2] *Krolik J.* Active galactic nuclei: from the central black hole to the galactic environment. — Princeton: Princeton University Press, 1999.
- [3] *Popov M.V., Filina A.A., Baranov A.A., Chardonnet P., Chechetkin V.M.* *Astroph. Journ.* 2014. V. 783. № 1. P. 1–8.
- [4] *Baranov A.A., Chardonnet P., Chechetkin V.M., Filina A.A., Popov M.V.* Multidimensional simulations of pair –instability supernovae // *Astron. & Astroph.* 2013. V. 558. № A10. P. 1–5.
- [5] *Chardonnet P., Chechetkin V.M., Titarchuk L.* On the pair–instability supernovae and gamma–ray burst phenomenon // *Astroph. Space Science.* 2010. V. 325. № 2. P. 153–161.
- [6] *Meszáros P., Rees M.J.* GeV emission from collisional magnetized gamma–ray bursts // *Astroph. Journ. Lett.* 2011. V. 733. P. L40–L44.
- [7] *Briggs M.S., Tajima H., Dermer C.D.* Fermi observations of high–energy gamma–ray emission from GRM 080916C // *Science.* 2009. V. 323. № 5922. P. 1688–1693.
- [8] *Morozov A.I.* Introduction to plasma dynamics. London: CRC Press, 2012.
- [9] *Stefan V. (Ed.)* Nonlinear and relativistic effects in plasmas (reasearch trends in physics). — N.Y.: AIP, 1991.
- [10] *C.H. Jaroschek C.H., Lesch H., Treumann R.A.* Ultra–relativistic plasma shell collisions in gamma–ray burst sources: dimensional effects on the final steady–state magnetic field // *Astroph. Journ.* 2005. V. 618. № 2. P. 822–831.
- [11] *Komissarov S.S., Vlahakis N., Konigl A., Barkov M.V.* Magnetic acceleration of ultra–relativistic jets in gamma–ray burst sources // *Mon. Not. Roy. Soc.* 2009. V. 394. № 3. P. 1182–1212.
- [12] *Sironi L., Spitkovsky A.* Particle acceleration in relativistic magnetized collisionless pair shocks: dependence of shock acceleration on magnetic obliquity // *Astroph. Journ.* 2009. V. 698. P. 1523–1549.

- [13] *Barkov M.V., Komissarov S.S.* Magnetic acceleration of ultrarelativistic GRB and AGN jets // *Int. J. Mod. Phys. D.* 2008. V. 17. P. 1669–1675.
- [14] *Martins S.F., Fonseca R.A., Silva L.O., Mori W.B.* Ion dynamics and acceleration shocks // *Astroph. Journ.* 2009. V. 695. P. L–189–L193.
- [15] *Vieira J., Amorim L.D., Mori W.B., Muggli P., Silva L.O.* Self-modulation instability of ultrarelativistic particle bunches with finite rise times // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2014. V. 56. № 8. P. 084014–084015.
- [16] *De Groot S.R., van Leeuwen W.A., van Weert Ch.G.* Relativistic kinetic theory: principles and applications. — Amsterdam – New York: Elsevier North–Holland. 1980.
- [17] *Имшенник В.С., Морозов Ю.И.* Радиационная релятивистская газодинамика высокотемпературных явлений — М.: Атомиздат. 1981.
- [18] *Gaida R.P., Tretyak V.I.* Single-time form of the Fokker-type relativistic dynamics // *Acta Phys. Polon. Ser. B.* 1980. V. 11(7). P. 509–522.
- [19] *Дьяченко В.Ф.* О расчетах задач бесстолкновительной плазмы // *ЖВ-МиМФ.* 1985. Т. 25. № 4. С. 611–627.
- [20] *Дьяченко В.Ф.* Десять лекций по физической математике. — М.: Факториал. 1997.
- [21] *Кириллов Д.С., Короб О.В., Митин Н.А., Орлов Ю.Н., Плешаков Р.В.* Распределения показателя Херста нестационарного маркированного временного ряда // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.* 2013. № 11. 16 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-11>
- [22] *Hurst H., Black R., Simaika Y.* Long-term storage. An experimental study. — London: Constable, 1965.
- [23] *Smereka P.* A Vlasov description of the Euler equation // *Nonlinearity.* 1996. V. 9. PP. 1361–1386.